

## MASTER

### Verticale voorspanning in hoogbouw

onderzoek naar de toepasbaarheid van verticale voorspanning ter verbetering van het statisch en dynamische gedrag van hoogbouw

Hoekstra, J.W.J.

*Award date:*  
2003

[Link to publication](#)

#### **Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

---

## Vooronderzoek verticale voorspanning

---

Onderdeel : Onderzoek naar het gedrag van op druk belaste verticaal  
voorgespannen kolommen en holle doorsneden.

Print datum : 4 juli 2003

Student : Ing. Jan Willem Jouke Hoekstra

Studentnummer : 495489

Capaciteitsgroep : Constructief Ontwerpen

Privé adres : Weerestein 71  
: 3632 WZ Loenen aan de Vecht  
: 0294 23 43 69

Afstudeeradres : Van der Vorm engineering  
: Planetenbaan 67  
: 3606 AK Maarssen

Afstudeercommissie : Prof. Ir. C.S. Kleinman, hoogleraar Betonconstructies TU/e  
: Prof. Dr. Ir. J.G.M. Kerstens, hoogleraar mechanica TU/e  
: Ir. A.F.H.M. Melssen, directeur van der Vorm engineering

---



## Inhoud

1.	Notaties en eenheden	6
2.	Definitie hoogbouw.	8
3.	Inleiding	9
3.1	Onderzoeksdoel	9
4.	Vervorming van kolom en voorspanstaal.	10
4.1	CONCLUSIES A	16
5.	Vergelijk van de stijfheden van voorgespannen en niet voorgespannen op druk belaste kolom, M-N-k diagram.	17
5.1	KUBUSDRUKSTERKTE ( $f_{ck}$ )	25
5.2	OPPERVLAKTE VAN BETON DOORSNEDE ( $A_b$ )	29
5.3	OPPERVLAKTE VAN BETONSTAAL ( $A_s$ )	34
5.4	OPPERVLAKTE VAN HET VOORSPANSTAAL ( $A_p$ ), VOORSPANKRACHT	40
5.5	HOLLE DOORSNEDE, KERN.	45
5.6	SAMENVATTING CONCLUSIES B	63
6.	Invloed 2 <sup>e</sup> orde effect	65
6.1	CONCLUSIES C	73
7.	Kruip, krimp en relaxatie	74
7.1	Krimp	74
7.2	Kruip	75
7.3	Relaxatie van beton	75
7.4	Relaxatie van voorspanstaal	75
7.5	Relatie voorspanning krimp en kruip	79

7.6	Geldigheid	81
8.	Opmerkingen	82
9.	Literatuurlijst.	83

## Samenvatting

Verticale voorspanning van kolommen en kernen kan alleen een positief effect hebben als er in de doorsnede een moment aanwezig is. Dit kan ontstaan door een excentriciteit van de normaal kracht of door een horizontale belasting.

Doordat  $A_b * E_b$  veel groter is dan  $A_p * E_p$  zal de elastische verlenging van het voorspanstaal bij het spannen veel groter zijn dan de verkorting van de betonnen kolom of kern ten gevolge van een zelfde belasting. Dit houdt in dat de kracht in het voorspanstaal amper kleiner wordt bij het belasten van de kolom/ kern. Naarmate de verhouding tussen  $A_b * E_b$  en  $A_p * E_p$  kleiner wordt zal de kracht in het voorspanstaal sneller dalen bij het belasten van de kolom/ kern.

Het aanbrengen van een voorspanning in een betonnen kolom/ kern heeft tot gevolg dat er een drukspanning in de doorsnede ontstaat, een normaalkracht heeft in principe hetzelfde tot gevolg. Het verhogen van de voorspanning leidt in principe tot een grotere stijfheid, mits het moment in de doorsnede groter is als het scheurmoment van de niet voorgespannen doorsnede. Het verhogen van de voorspanning is ook met deze voorwaarde slechts gunstig tot een zekere hoogte, de grens ligt bij  $\alpha_p \approx 0.57$ , daarna leidt het verhogen van de voorspanning alleen nog tot een vermindering van de stijfheid.

Daarnaast heeft een voorspanning een groter effect op een doorsnede met een laag wapeningspercentage dan op een doorsnede met een hoger wapeningspercentage. Een gunstige invloed op de stijfheid wordt ook geleverd door het verhogen van de kubusdruksterkte ( $f_{ck}$ ) of het vergroten van het betonoppervlak ( $A_b$ ).

Voorspannen van een kolom/ kern heeft geen invloed op het 2<sup>e</sup> orde moment. Als de kolom/ kern in niet voorgespannen toestand gescheurd is (dus het aanwezige moment in de doorsnede groter is dan het scheurmoment) dan verhoog je door middel van het voorspannen van de kolom de stijfheid en daarmee de Eulerse kniklast ( $F_E$ ). Een vergroting van de Eulerse kniklast ( $F_E$ ) heeft een positieve invloed op het 2<sup>e</sup> orde effect (n-factor)

De grootste stijfheid van een kolom/ kern wordt bereikt wanneer het moment dat aanwezig is in de doorsnede kleiner is dan het scheurmoment ( $M_{rp}$ ) uit het M-N-k diagram. Als door het voorspannen van de kolom/ kern dit is bereikt heeft het op de stijfheid geen (positief), effect meer om een grotere voorspanning aan te brengen.

## I. Notaties en eenheden

$A$	= Oppervlak doorsnede	[mm <sup>2</sup> ] of [m <sup>2</sup> ]
$A_b$	= Oppervlakte betondoorsnede	[mm <sup>2</sup> ]
$A_p$	= Oppervlakte voorspanstaal doorsnede	[mm <sup>2</sup> ]
$A_s$	= Oppervlakte wapeningsstaal doorsnede	[mm <sup>2</sup> ]
$a$	= Versnelling	[m/s <sup>2</sup> ]
$b$	= Breedte doorsnede	[mm]
$D$	= Dempingsfactor	[ - ]
$d$	= Nuttige hoogte, betondoorsnede	[mm]
$H$	= Gebouw hoogte	[mm]
$h$	= Hoogte doorsnede	[mm]
$E_b$	= Elasticiteitsmodulus beton	[N/mm <sup>2</sup> ]
$E_p$	= Elasticiteitsmodulus voorspanstaal	[N/mm <sup>2</sup> ]
$E_s$	= Elasticiteitsmodulus wapeningsstaal	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_b$	= Betontreksterkte	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f'_b$	= Betondruksterkte	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{bm}$	= Gemiddelde buigtreksterkte van beton	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{br}$	= Scheursterkte beton	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ck}$	= Kubusdruksterkte van beton	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_p$	= Treksterkte voorspanstaal	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_s$	= Treksterkte betonstaal	[N/mm <sup>2</sup> ]
$F_E$	= Eulerse knikkraft	[kN]
$F_{PW}$	= Werkvoorspankraft	[kN]
$F_p$	= Aanvang voorspankraft in voorspanstaal	[kN]



## VOORONDERZOEK

---

$n$	= Factor 2 <sup>e</sup> orde effect	[ - ]
$n_s$	= Factor E-modulus wapeningsstaal/ E-modulus beton	[ - ]
$n_p$	= Factor E-modulus voorspanstaal/ E-modulus beton	[ - ]
$N'_d$	= Normaaldrukkracht	[kN]
$N'_b$	= Normaaldrukkracht in beton	[kN]
$M_e$	= Vloeimoment van het beton	[kNm]
$M_r$	= Scheurmoment van het beton	[kNm]
$M_u$	= Uiterst opneembaar moment van betondoorsnede	[kNm]
$x_u$	= Hoogte betondrukzone	[mm]
$z$	= Hefboomsarm inwendig beton	[mm]
$\alpha_n$	= Factor aanwezige <b>normaalkracht</b> / uiterst opneembare normaalkracht	[ - ]
$\alpha_p$	= Factor aanwezige <b>voorspankracht</b> / uiterst opneembare normaalkracht	[ - ]
$\delta$	= Vervorming	[mm]
$\epsilon_b$	= Rek van beton in doorsnede	[ - ]
$\epsilon_s$	= Rek van wapeningsstaal in doorsnede	[ - ]
$\kappa$	= Kromming van doorsnede	[1/mm]
$v$	= Snelheid	[m/s]
$\sigma$	= Spanning in doorsnede	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau$	= Afschuifspanning in doorsnede	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\varphi$	= Hoek	[mm/rad]
$\omega$	= Wapeningspercentage	[ - ]



## 2. Definitie hoogbouw.

Voor deze scriptie, verticale voorspanning in hoogbouw, is het belangrijk dat het begrip “hoogbouw” goed is gedefinieerd. Vanwege de constructieve achtergrond van dit werk is eigenlijk alleen de constructieve definitie van hoogbouw van belang. Deze constructieve definitie luidt dat je van hoogbouw kunt spreken zodra de spanningen in de constructiedelen ten gevolge van de horizontale belasting (wind) groter zijn dan de belastingen ten gevolge van de verticale belasting. Dit betekent dat er niet perse een ondergrens aan de hoogte van een gebouw hoeft te worden gesteld maar dat het meer gaat om de slankheid van een gebouw, een slankheid groter dan  $1 : 4 \text{ á } 5$  mag je dan als hoogbouw beschrijven.

Andere, niet per definitie constructieve, eigenschappen van hoogbouw zijn de verhouding van de vloeroppervlakte en het bebouwingsoppervlak of naar het systeem voor het verticale transport in een gebouw.

## 3. Inleiding

In dit deelonderzoek wordt het gedrag van een op druk belaste verticaal voorgespannen kolom vergeleken met een niet voorgespannen op druk belaste kolom.

### 3.1 ONDERZOEKSDOEL

In eerste instantie wordt er onderzocht wat de invloed van voorspanning op een op druk belaste kolom is. Ik kijk vooral naar een aan de onderkant volledig ingeklemde kolom. In dit deel onderzoek zullen de volgende aspecten nader worden bekeken.

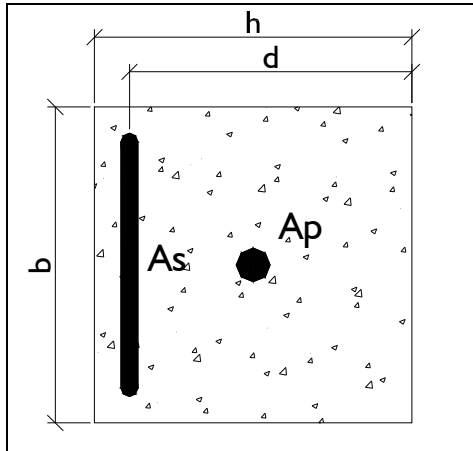
- A. Vervorming van kolom en voorspanstaal en de invloed op de voorspankracht en de normaalkracht in de doorsnede.
- B. Een vergelijking van de stijfheden van voorgespannen en niet voorgespannen op druk belaste kolom, M-(N)-k diagram.
- C. Een vergelijking van de Eulerse kniklast, kritische belasting, en het 2<sup>e</sup> orde effect van een voorgespannen kolom tegenover een niet voorgespannen kolom.

## 4. Vervorming van kolom en voorspanstaal.

Om de resultaten zo goed als mogelijk vergelijkbaar te maken zullen de hieronder staande waardes als standaard worden gehanteerd bij de berekeningen en grafieken die worden gemaakt voor dit deelonderzoek. We bekijken een **centrisch** voorgespannen kolom met alleen aan de getrokken zijde wapeningsstaal.

<b>Beton:</b>			
Kubusdruksterkte	$(f_{ck})$	B	45 N/mm <sup>2</sup>
Treksterkte	$(f_b)$		1,65 N/mm <sup>2</sup>
Buigtreksterkte	$(f_{b,m})$		3,3 N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteitsmodulus	$(E_b)$		33500 N/mm <sup>2</sup>
Hoogte doorsnede	$(h)$		300 mm
Breedte doorsnede	$(b)$		300 mm
Oppervlakte doorsnede	$(A)$		89600 mm <sup>2</sup>
Lengte	$(l)$		2500 mm
<b>Betonstaal:</b>			
Staal treksterkte	$(f_{srep})$	FeB	500 N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteitsmodulus	$(E_s)$		$2,0 * 10^5$ N/mm <sup>2</sup>
Oppervlakte staal, alleen getrokken zijde	$(A_s)$		402 mm <sup>2</sup>
<b>Voorspanstaal:</b>			
Staal treksterkte	$(f_{purep})$	FeP	1860 N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteitsmodulus	$(E_p)$		$2,0 * 10^5$ N/mm <sup>2</sup>
Oppervlakte staal	$(A_p)$		400 mm <sup>2</sup>
Werkvoorspanning	$=0,85 * A_p * f_p$	$(F_{pw})$	575 kN

Tabel 1: overzicht van "standaard" invoergegevens



Figuur 1 : doorsnede onderzochte kolom.

Bij alle berekeningen en grafieken die worden gemaakt wordt uitgegaan van voorspanning zonder aanhechting (VZA). Dit betekent dat de voorspanning zorgt voor een spanning in het beton doordat de voorspankracht aangrijpt op beide uiteinde van de kolom. En dat het aanwezige voorspanstaal niet als wapening werk, omdat er geen verbinding is met het beton. Bij voorspanning met aanhechting is dit wel het geval, in een later stadium wordt hier eventueel naar gekeken. Omdat het hier gaat om een onderzoek naar de invloed van voorspanning op een kolom en niet om exacte waarde zal niet naar kruip en krimp en relaxatie van beton en staal worden gekeken.

Als we een niet voorgespannen kolom bekijken waarop we voorspanning aanbrenen dan verlengen we het voorspanstaal met een voorspankracht ( $F_p$ ) in het geval van 575 kN voorspanning en een doorsnede van 400 mm<sup>2</sup> wordt de verlenging van het voorspanstaal.

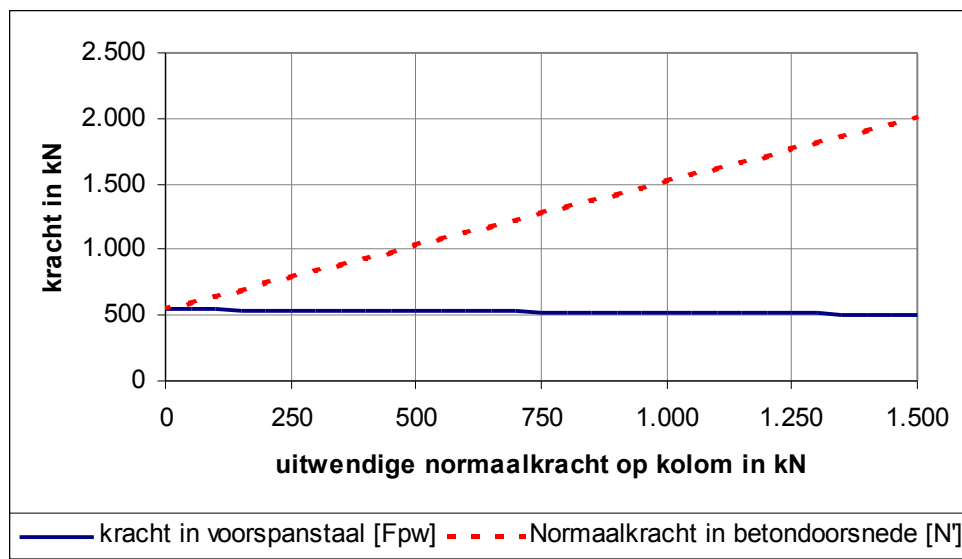
$$\Delta l_p = \frac{F_p * l}{E_p * A_p} = \frac{575.000 * 2500}{400 * 2 * 10^5} = 18 \text{ mm}$$

Als deze kracht op de betondoorsnede wordt aangebracht zal dit leiden tot een verkorting van de kolom, deze verkorting is echter veel kleiner dan de verlenging van het staal. Door de verkorting van het beton wordt het voorspanstaal ook korter en dus neemt de kracht in het voorspanstaal af, dit zal in verhouding slechts een klein deel van de totale voorspankracht zijn. Om een idee te geven van de verkorting van het beton en de afname van de kracht in het voorspanstaal die dit tot gevolg heeft volgt een korte berekening.

$$\Delta l_b = \frac{F_p * l}{A_b * E_b} = \frac{575.000 * 2500}{89600 * 33500} = 0,48 \text{ mm} \quad \text{dit leidt tot}$$

$$\Delta F_p = \frac{\Delta l_b * A_p * E_p}{l} = \frac{0,48 * 400 * 2 * 10^5}{2500} = 15,4 \text{ kN} \quad \text{is 2,7\% van voorspankracht}$$

Ook een normaalkracht, als belasting, op de kolom zal leiden tot een verkorting van de betonnen kolom. In grafiek 1 is de kracht in het voorspanstaal uitgezet tegen de normaal kracht, belasting op de kolom. De totale normaalkracht ( $N'$ ) die zich dan in de doorsnede bevindt is gelijk aan de normaalkracht ( $N'_d$ ) plus de overgebleven kracht in het voorspanstaal ( $F_{pw}$ ). Deze kracht is pas 0 kN als de beton kolom net zoveel vervormd is als het voorspanstaal elastisch is verlengt tijdens het spannen (in dit geval 18 mm).



Grafiek 1: De kracht in het voorspanstaal ( $F_{pw}$ ) en de Normaalkracht in de doorsnede ( $N'$ ) uitgezet tegen de uitwendige normaalkracht op de kolom.

Voor het verticale evenwicht geldt  $F_{pw} + N'_d = N_b$ , in grafiek 1 is op de horizontale as de puntlast op de kolom uitgezet  $F_{pw}$  en  $N_b$  worden dan als volgt bepaald.

$$F_{pw} = F_p - \frac{\Delta l * A_p * E_p}{l}; \quad F_p = 575 \text{ kN} \quad \text{en} \quad l = 2500 \text{ mm}$$

$$\Delta l = \frac{(F_{pw} + N'_d) * l}{E_b * A_b} \quad F_{pw} = F_p - \frac{(F_{pw} + N'_d) * A_p * E_p}{E_b * A_b}$$

$$-N'_d = 0 \text{ kN} \quad \Delta l = \frac{(575 + 0) \cdot 10^3 \cdot 2500}{33500 \cdot 89600} = 0,48 \text{ mm}$$

$$F_{pw} = 575 \cdot 10^3 - \frac{0,48 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 10^5}{2500} = 560 \text{ kN}$$

$$N_b = 0 + 560 = 560 \text{ kN}$$

$$-N'_d = 1500 \text{ kN} \quad \Delta l = \frac{(575 + 1500) \cdot 10^3 \cdot 2500}{33500 \cdot 89600} = 1,73 \text{ mm}$$

$$F_{pw} = 575 \cdot 10^3 - \frac{1,73 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 10^5}{2500} = 520 \text{ kN}$$

$$N_b = 1500 + 520 = 2020 \text{ kN}$$

De kracht in het voorspanstaal neemt dus tussen een puntlast van 0 en 1500 kN slecht met  $560 - 520 = 40$  kN af. Dit is relatief weinig ten opzichte van de totale kracht in het voorspanstaal. Deze geringe afname is te verklaren door het verschil tussen  $E \cdot A$  van beton en staal. Er moet nog worden vermeld dat in het vervolg van dit verslag niet wordt gerekend met een  $E$ -beton van  $33.500 \text{ N/mm}^2$  maar van  $f_b / 1,75 \cdot 10^{-3}$ , voor B45:  $27 / 1,75 \cdot 10^{-3} = 15.429 \text{ N/mm}^2$ . Deze  $E$ -modulus is de consequentie van het spanning-rekdiagram van beton volgens figuur 2 dat in een volgend hoofdstuk zal worden gebruikt.

In feite is de berekening die hierboven gemaakt is, en uitgezet in een grafiek, niet helemaal juist. Er wordt namelijk vanuit gegaan dat de verkorting van het beton zorgt voor een afname in de staalspanning, maar waar geen rekening mee wordt gehouden is dat de afname van de voorspanning leidt tot een kleinere verkorting en dus tot een mindere afname van de voorspanning. De uiteindelijke voorspanning zou iteratief bepaald kunnen worden hij kan echter ook zoals hieronder staat aangegeven worden bepaald waarvan wordt uitgegaan van de uiteindelijke rek van het beton.

$$\varepsilon_b = \frac{N_b}{E_b \cdot A_b} = \varepsilon_p$$

de evenwichtsreactie blijft  $N_b = N'_d + F_{pw}$

de voorspankracht is afhankelijk van de uitwendige normaaldrukkraft en schrijven we als

$$F_{pw}(N'_d) = F_{p0} - \Delta F_p = F_{p0} - \varepsilon_b * A_p * E_p = F_{p0} - \frac{N_b}{E_b * A_b} * A_p * E_p$$

deze vullen we in in de evenwichtsvergelijking :

$$N_b = N'_d + F_{p0} - \frac{N_b}{E_b * A_b} * A_p * E_p = \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_p * E_p}{E_b * A_b}}$$

Deze vullen we weer in in de uitdrukking voor de werkvoorspankracht

$$F_{pw} = F_{p0} - \frac{N_b}{E_b * A_b} * A_p * E_p = F_{p0} - \frac{A_p * E_p}{E_b * A_b} * \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_p * E_p}{E_b * A_b}} = F_{p0} - \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_b * E_b}{E_p * A_p}}$$

Als we hierin dezelfde punten invullen,  $F_{p0} = 575$  kN met  $N'_d = 0$  en 1500 kN krijgen we de volgende waarden.

$$-N'_d = 0 \text{ kN}$$

$$F_{pw} = F_{p0} - \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_b * E_b}{E_p * A_p}} = 575 - \frac{0 + 575}{1 + \frac{89600 * 33500}{2 * 10^5 * 400}} = 560,07 \text{ kN}$$

$$N'_b = 0 + 560 = 560 \text{ kN}$$

$$-N'_d = 1500 \text{ kN}$$

$$F_{pw} = F_{p0} - \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_b * E_b}{E_p * A_p}} = 575 - \frac{1500 + 575}{1 + \frac{89600 * 33500}{2 * 10^5 * 400}} = 521,13 \text{ kN}$$

$$N'_b = 1500 + 521,13 = 2021,13 \text{ kN}$$

Zoals uit de berekening blijkt is het verschil tussen beide rekenmethode nihil, als het verschil tussen  $A^*E$  van beton en staal kleiner wordt zal het verschil wel toenemen.



## 4.1 CONCLUSIES A

De voorspankracht in de doorsnede neemt slechts heel geleidelijk af als er een uitwendige normaalkracht op de kolom wordt toegevoegd dit komt door het grote verschil tussen  $A_b * E_b$  en  $A_p * E_p$  hierdoor blijft de aanwezige voorspankracht in de doorsnede (in dit geval) ongeveer gelijk. Ook bij een uitwendige normaaldrukkracht die groter is dan de voorspankracht kan voorspanning nut hebben.

Bij een centrische druk belaste kolom geeft voorspannen geen enkel voordeel in dat geval introduceer je enkel een extra normaalspanning in de doorsnede. Het voorspannen van een kolom kan pas van nut zijn als er sprake is van een moment in de doorsnede. In werkelijkheid zit in elke kolom wel een moment vanwege de excentriciteit van de normaalkracht. Vooral bij kolommen met een grote excentriciteit van de normaalkracht of kolommen met een moment vanwege horizontale belasting kan voorspanning van nut zijn.

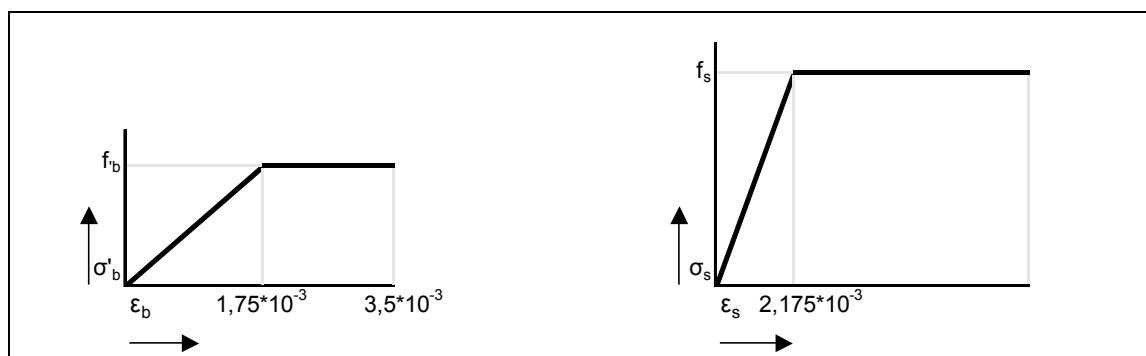
## 5. Vergelijk van de stijfheden van voorgespannen en niet voorgespannen op druk belaste kolom, M-N-k diagram.

Ook bij dit gedeelte van het onderzoek zal de in tabel 1 gegeven waardes als basis worden gehanteerd. Ter vergelijking van de invloeden van de verschillende eigenschappen op het M-k diagram zullen de volgende waardes worden gewijzigd:

1. Kubusdruksterkte ( $f_{ck}$ ), dit leid tot een andere druk en trek sterkte van het beton.
2. Oppervlakte van beton ( $A_b$ )
3. Oppervlakte van het betonstaal ( $A_s$ )
4. Oppervlakte van het voorspanstaal ( $A_p$ ), dit leidt tot een verhoging of een verlaging van de aanwezige voorspanning (heeft in principe hetzelfde effect als het verhogen van de normaalkracht op de doorsnede, wat men dus eigenlijk doet met het voorspannen van betonnen kolommen is de normaalkracht verhogen).

Bij het bepalen van een M-N-k diagram worden de volgende punten berekend: scheurmoment ( $M_{r,k}$ ); vloeimoment ( $M_{e,k_e}$ ) en het uiterstmoment ( $M_{u,k_u}$ ) Nadat deze punten zijn uitgezet in een grafiek kan de stijfheid van de kolom ( $EI$ ) berekend worden door het moment ( $M$ ) te delen door de kromming ( $k$ ).

Allereerst de uitgangspunten bij de berekening van de M-N-k diagrammen, hieronder zijn de gebruikte bi-lineaire spanning-rekdiagrammen voor beton en staal weergegeven.



Figuur 2: Aangehouden spanning-rek diagrammen voor beton en staal

Daarnaast is de grote van de normaalkracht begrenst en wel zo dat de normaalkracht in de doorsnede niet leidt tot een betondrukzone ( $x$ ) die groter is dan de nuttige hoogte ( $d$ ).

De beide spanning-rek diagrammen leiden tot de volgende elasticiteitsmoduli voor staal en beton.

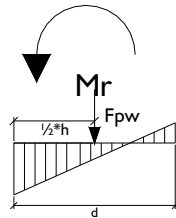
$$E_b = \frac{f_b}{1,75 * 10^{-3}} \quad \text{bij B45} \quad \frac{27}{1,75 * 10^{-3}} = 15.429 \text{ N/mm}^2$$

en

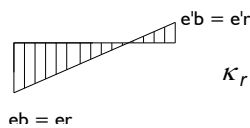
$$E_s = \frac{f_s}{2,175 * 10^{-3}} \quad \text{bij Feb500} \quad \frac{435}{2,175 * 10^{-3}} = 2,0 * 10^5 \text{ N/mm}^2$$

Hieronder zal in formules worden aangegeven hoe de verschillende momenten (M) en de bijbehorende kromming (k) worden berekend.

SCHEURMOMENT:



$$M_r = (1,4 * f_{br} + \sigma_{bmd}) * W = \left( 1,4 * (1,6 - h) * f_{bm} + \frac{F_{pw}}{A_b} \right) * W \quad \text{met}$$



$$\kappa_r = \frac{M_r}{E * I} \quad \text{met } E = \frac{f'_b}{1,75 * 10^{-3}} \quad \text{wordt dit } \frac{1,75 * 10^{-3} * M_r}{f'_b * I}$$

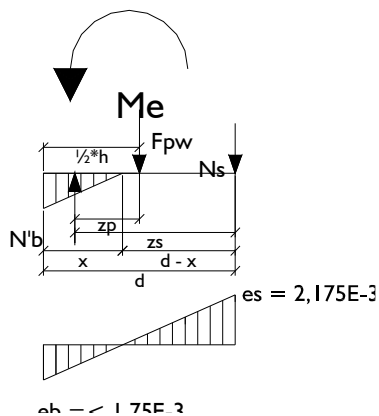
Voor het bepalen van het vloei moment en het uiterst wordt gebruik gemaakt van een evenwichtsvergelijking en een verhouding van de aanwezige rekken in de doorsnede. Door deze beide vergelijkingen te combineren kan de betondrukzone (x) worden bepaald waarna de inwendige hefboomsarm van het wapeningsstaal en de voorspanning kan worden berekend. Hiermee wordt vervolgens het moment bepaald. In alle gevallen wordt de kromming berekend met.

$$k = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_b}{d}$$

VLOEIMOMENT:

Als de vloeispanning van het staal wordt bereikt aan getrokken zijde van de doorsnede kunnen twee spanningsfiguren ontstaan,  $\epsilon'_b \leq 1,75 \cdot 10^{-3}$  (1) of  $1,75 \cdot 10^{-3} < \epsilon'_b \leq 3,5 \cdot 10^{-3}$  (2) als de rek in het beton groter is dan  $3,5 \cdot 10^{-3}$  nemen we aan dat de doorsnede is bezweken.

Spanningsfiguur 1



Evenwichtsvergelijking :

$$\frac{1}{2} * b * x * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

Verhouding :

$$\frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{\epsilon_b}{x}$$

Inwendige hefboomsarm

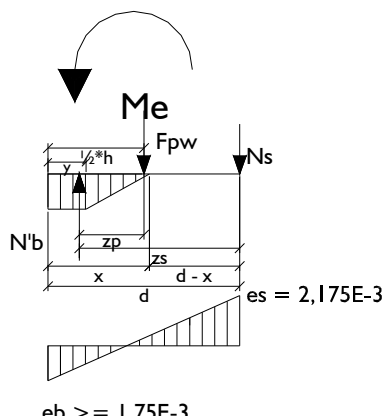
$$z_{wapening} = d - \frac{1}{3} * x$$

$$z_{voorspanning} = \frac{1}{2} * h - (d - z_{wapening})$$

Kromming :

$$k = \frac{\epsilon_s + \epsilon_b}{d} \quad k_e = \frac{2,175 * 10^{-3} + \epsilon_b}{d}$$

Spanningsfiguur 2



Evenwichtsvergelijking :

$$y * b * \sigma_b + \frac{1}{2} * (x - y) * b * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

Verhouding :

$$\frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{\epsilon_b}{x}$$

Inwendige hefboomsarm

$$z_{wapening} = d - \left[ \frac{\frac{1}{2} * y^2 + \frac{1}{2} * (x - y) * (y + \frac{1}{3} * (x - y))}{y + \frac{1}{2} * (x - y)} \right]$$

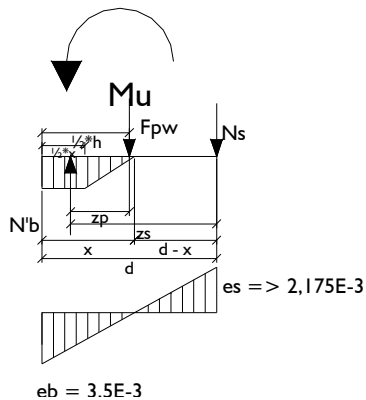
$$z_{voorspanning} = \frac{1}{2} * h - (d - z_{wapening})$$

Kromming :

$$k = \frac{\epsilon_s + \epsilon_b}{d} \quad k_e = \frac{2,175 * 10^{-3} + \epsilon_b}{d}$$

UITERST MOMENT:

Het uiterste moment wordt bereikt wanneer de rek aan de gedrukte zijde van de doorsnede een waarde van  $3,5 \cdot 10^{-3}$  bereikt.



Evenwichts vergelijking

$$\frac{3}{4} * b * x * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

Verhouding :

$$\frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\epsilon_b}{x}$$

Inwendige hefboomsarm

$$z_{wapening} = d - \frac{1}{18} * x$$

$$z_{voorspanning} = \frac{1}{2} * h - (d - z_{wapening})$$

Kromming :

$$k = \frac{\epsilon_b + \epsilon_s}{d} \quad k_u = \frac{3,5 * 10^{-3} + \epsilon_s}{d}$$

Met deze vergelijkingen en het spanning- en rekdiagram kunnen de verschillende momenten worden berekend. Ik zal voor één M-k diagram de punten bepalen, alle andere M-k diagrammen die in dit verslag verwerkt zijn, zijn op dezelfde manier berekend met gewijzigde uitgangspunten. De gebruikte gegevens zijn de gegeven in tabel I.

SCHEURMOMENT.

Het scheurmoment en bijbehorende kromming worden bepaald door het invullen van de in het bovenstaande overzicht gegeven formules.

$$M_r = (1,4 * f_{br} + \sigma_{bmd}) * W = \left( 1,4 * (1,6 - h) * f_{bm} + \frac{F_{pw}}{A_b} \right) * W$$

$$F_{pw} = F_p - \frac{F_p * \ell}{A_b * E_b} = 575 * 10^3 - \frac{575 * 10^3 * 2500}{89600 * 2 * 10^5} = 560 \text{ kN}$$

$$M_r = \left( 1,4 * (1,6 - 0,3) * 3,3 + \frac{560 * 10^3}{89600} \right) * \frac{1}{6} * 300^3 = 55,13 \text{ kNm}$$

$$k_r = \frac{1,75 * 10^{-3} * M_r}{f' * b * I} = \frac{1,75 * 10^{-3} * 55,13 * 10^6}{27 * \frac{1}{12} * 300^4} = 5,29 * 10^{-6} \text{ 1/mm}$$

$$EI_r = \frac{M_r}{k_r} = \frac{55,13 * 10^6}{5,29 * 10^{-6}} = 1,04 * 10^{13} \text{ Nmm}^2$$

## VLOEIMOMENT

Voordat het vloeimoment kan worden bepaald moet eerst de betondrukzone (x) worden berekend met behulp van één van de twee vergelijking die in het begin van dit hoofdstuk zijn gegeven.

*Mogelijke evenwichtsvergelijkingen :*

$$1) \quad \frac{1}{2} * b * x * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw} \text{ voor } \varepsilon_b \leq 1,75 * 10^{-3} \text{ of}$$

$$2) \quad y * b * \sigma_b + \frac{1}{2} * (x - y) * b * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw} \text{ voor } 3,5 * 10^{-3} > \varepsilon_b > 1,75 * 10^{-3}$$

## I<sup>E</sup> EVENWICHTSVERGELIJKING

We weten dat de wapening net vloeit dus dat  $\varepsilon_s = 2,175 * 10^{-3}$  en  $\sigma_s = f_s$ , verder kunnen we met behulp van de verhoudingen van het spanning- rek diagram de volgende formule opstellen voor  $\sigma_b$

$$\sigma_b = \frac{x * \sigma_s}{n * (d - x)}, \quad n = \frac{E_s}{E_b} = \frac{E_s * 1,75 * 10^{-3}}{f'_b} = \frac{1,75 * 10^{-3} * 2 * 10^5}{27} = 12,96; \quad \sigma_s = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{x * 435}{12,96 * (267 - x)}$$

Deze kunnen we invullen in vergelijking 1.

$$\frac{1}{2} * b * x * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

$$F_{pw} = F_p - \frac{F_p * \ell}{A_b * E_b} = 575 * 10^3 - \frac{575 * 10^3 * 2500}{89600 * 2 * 10^5} = 560 \text{ kN}$$

$$\frac{\frac{1}{2} * 300 * x^2 * 435}{12,96 * (267 - x)} = 402 * 435 + 560 * 10^3 = 734870$$

Dit is een vierkantsvergelijking van x en kunnen we ook schrijven als

$$65200x^2 - 9523915,2x + 2542885358 = 0 \quad x = 137,49 \text{ mm} \quad \text{of} \quad x = -283,45 \text{ mm}$$

$$\sigma_b = \frac{x * 435}{12,96 * (267 - x)} = \frac{137,49 * 435}{12,96 * (267 - 137,49)} = 35,63 \text{ N/mm}^2 > f_b$$

$$\frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \quad \varepsilon_b = \frac{x * \varepsilon_s}{(d - x)} = \frac{137,49 * 2,175 * 10^{-3}}{(267 - 137,49)} = 2,3 * 10^{-3} > 1,75 * 10^{-3}$$

Uit de berekende rek en de spanning in het beton blijkt dat niet voor de juiste vergelijking is gekozen. De juiste vergelijking in dit geval is evenwichtsvergelijking 2.

## 2<sup>E</sup> EVENWICHTSVERGELIJKING

We weten dat de wapening net vloeit dus dat  $\varepsilon_s = 2,175 * 10^{-3}$  en  $\sigma_s = f_s$ , verder is de spanning in het beton ook bekend  $\sigma_b = f_b$ . Met de verhouding van het spanning en rekdiagram kan de volgende formule voor y worden gemaakt.

$$\frac{1,75 * 10^{-3}}{x - y} = \frac{2,175 * 10^{-3}}{d - x} \quad y = x - \frac{1,75 * 10^{-3} * (d - x)}{2,175 * 10^{-3}}$$

Deze kunnen we invullen in vergelijking 2.

$$y * b * \sigma_b + \frac{1}{2} * (x - y) * b * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

$$F_{pw} = F_p - \frac{F_p * \ell}{A_b * E_b} = 575 * 10^3 - \frac{575 * 10^3 * 2500}{89600 * 2 * 10^5} = 560 \text{ kN}$$

$$x * 300 * 27 - \frac{1,75 * 10^{-3} * (267 - x) * 300 * 27}{2,175 * 10^{-3}} + \frac{1,75 * 10^{-3} * (267 - x) * 300 * 27}{2 * 2,175 * 10^{-3}} = 402 * 435 + 560 * 10^3$$

$$x = 141,25 \text{ mm} \quad y = x - \frac{1,75 * 10^{-3} * (d - x)}{2,175 * 10^{-3}} = 141,25 - \frac{1,75 * 10^{-3} * (267 - 141,25)}{2,175 * 10^{-3}} = 40 \text{ mm}$$

$$\frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_s}{x - y} \quad \varepsilon_b = \frac{1,75 * 10^{-3} * x}{x - y} = \frac{1,75 * 10^{-3} * 141,25}{141,25 - 40} = 2,44 * 10^{-3}$$

Deze vergelijking klopt wel met de gekozen evenwichtsvergelijking nu we de grote van de betondrukzone weten kunnen we de inwendige hefboomsarm en vervolgens het moment bepalen.

$$z_{wapening} = d - \left[ \frac{\frac{1}{2} * y^2 + \frac{1}{2}(x-y) * (y + \frac{1}{3}(x-y))}{y + \frac{1}{2}(x-y)} \right]$$

$$= 267 - \left[ \frac{\frac{1}{2} * 40^2 + \frac{1}{2}(141,25 - 40) * (40 + \frac{1}{3}(141,25 - 40))}{40 + \frac{1}{2}(141,25 - 40)} \right] = 216,96 \text{ mm}$$

$$z_{voorspanning} = \frac{1}{2} * h - (d - z_{wapening}) = \frac{1}{2} * 300 - (267 - 216,96) = 99,96 \text{ mm}$$

$$M_e = F_{pw} * z_{voorspanning} + A_s * f_s * z_{wapening} = 560 * 99,96 * 10^{-3} + 402 * 435 * 216,96 * 10^{-3} = 93,87 \text{ kNm}$$

$$k_e = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_s}{d} = \frac{2,44 * 10^{-3} + 2,175^{-3}}{267} = 1,73 * 10^{-5} \text{ 1/mm}$$

$$EI_e = \frac{M}{k_e} = \frac{93,87 * 10^6}{1,73 * 10^{-5}} = 5,43 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

## UITERSTMOMENT

Het uiterste moment is het punt waarop de betondoorsnede bezwijkt op betonstuik, meestal is hierbij ook sprake van vloeiende wapening aan de getrokken zijde. We weten de spanning en rek van het beton  $\sigma_b = f_b$  en  $\varepsilon_b = 3,5 * 10^{-3}$  we gaan er verder ook van uit dat de wapening vloeit dus  $\sigma_s = f_s$  de bijbehorende evenwichtsvergelijking.

$$\frac{3}{4} * b * x * \sigma_b = A_s * \sigma_s + F_{pw}$$

$$F_{pw} = F_p - \frac{F_p * \ell}{A_b * E_b} = 575 * 10^3 - \frac{575 * 10^3 * 2500}{89600 * 2 * 10^5} = 560 \text{ kN}$$

$$\frac{3}{4} * 300 * x * 27 = 402 * 435 + 560 * 10^3 \quad x = 120,89 \text{ mm}$$

$$\frac{3,5 * 10^{-3}}{x} = \frac{\varepsilon_b}{d - x} \quad \varepsilon_b = \frac{3,5 * 10^{-3} * (d - x)}{x} = \frac{3,5 * 10^{-3} * (267 - 120,89)}{120,89} = 4,23 * 10^{-3}$$



$$z_{wapening} = d - \frac{7}{18} * x = 267 - \frac{7}{18} * 120,89 = 219,99 \text{ mm}$$

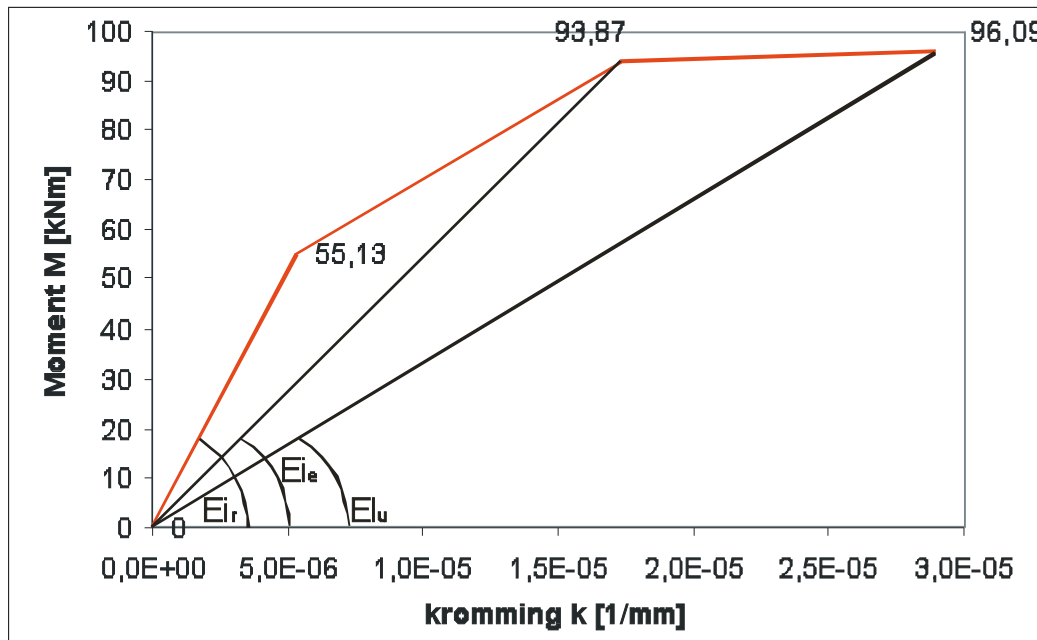
$$z_{voorspanning} = \frac{1}{2} * h - (d - z_{wapening}) = \frac{1}{2} * 300 - (267 - 219,99) = 102,99 \text{ mm}$$

$$M_u = F_{pw} * z_{voorspanning} + A_s * f_s * z_{wapening} = 560 * 102,99 * 10^{-3} + 402 * 435 * 219,99 * 10^{-3} = 96,09 \text{ kNm}$$

$$k_u = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_s}{d} = \frac{3,5 * 10^{-3} + 4,23 * 10^{-3}}{267} = 2,9 * 10^{-5} \text{ 1/mm}$$

$$EI_u = \frac{M_u}{k_u} = \frac{96,09 * 10^6}{2,9 * 10^{-5}} = 3,31 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

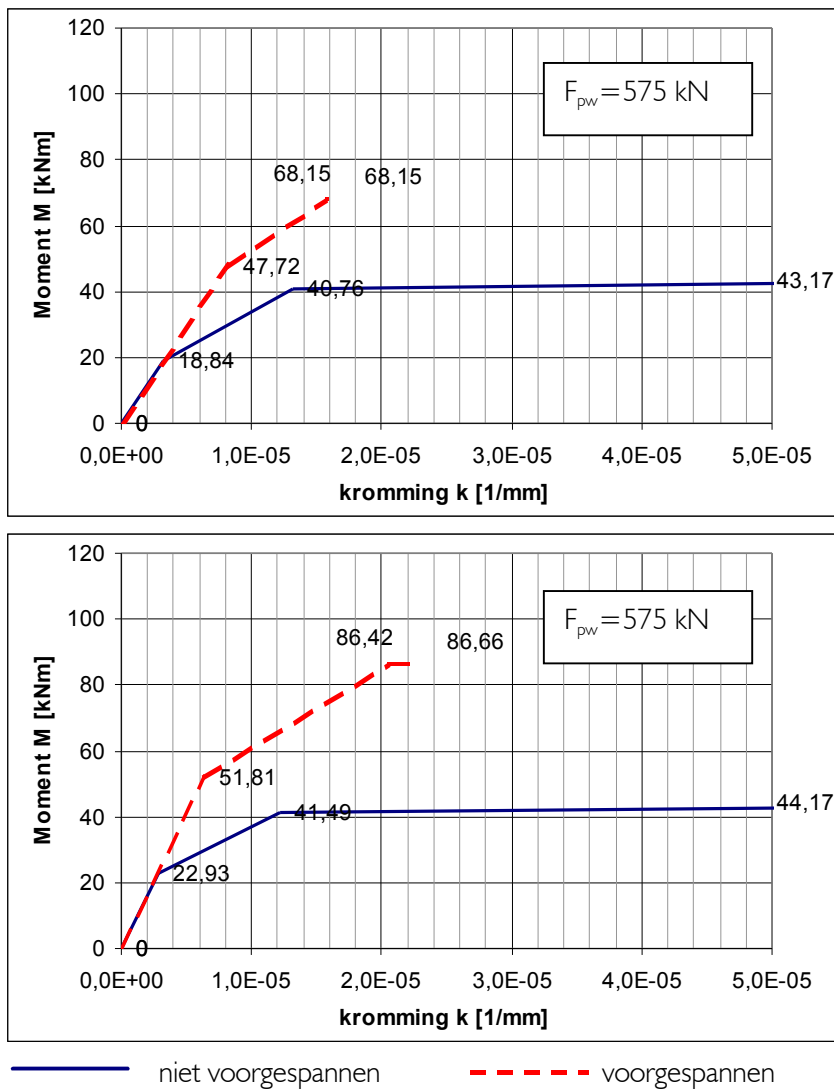
De hierboven uitgerekende punten leiden tot het volgende M-k diagram, in het diagram zijn ook de fictieve stijfheden aangegeven.



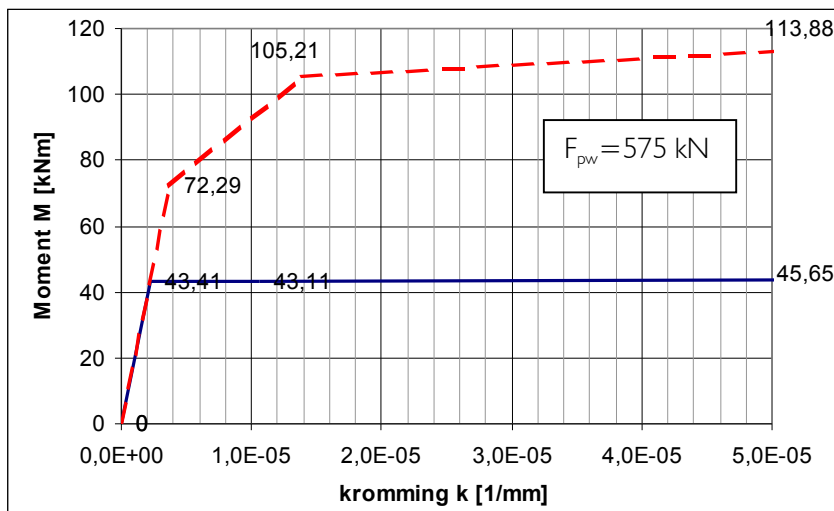
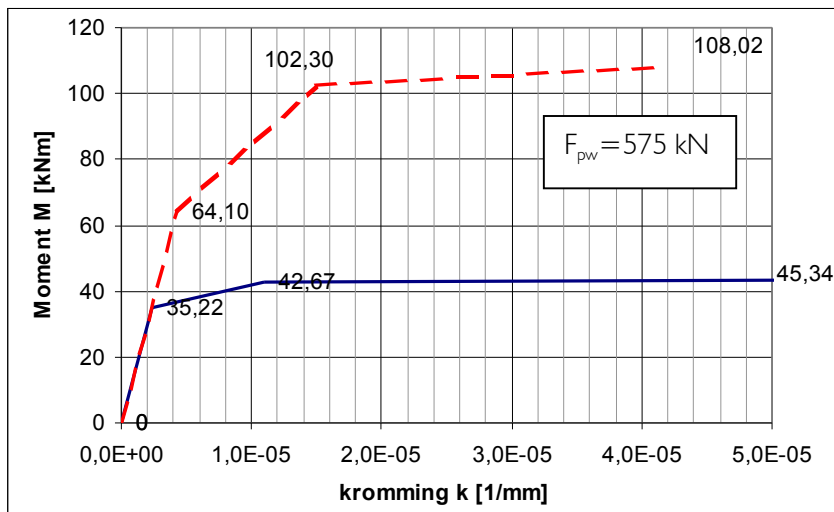
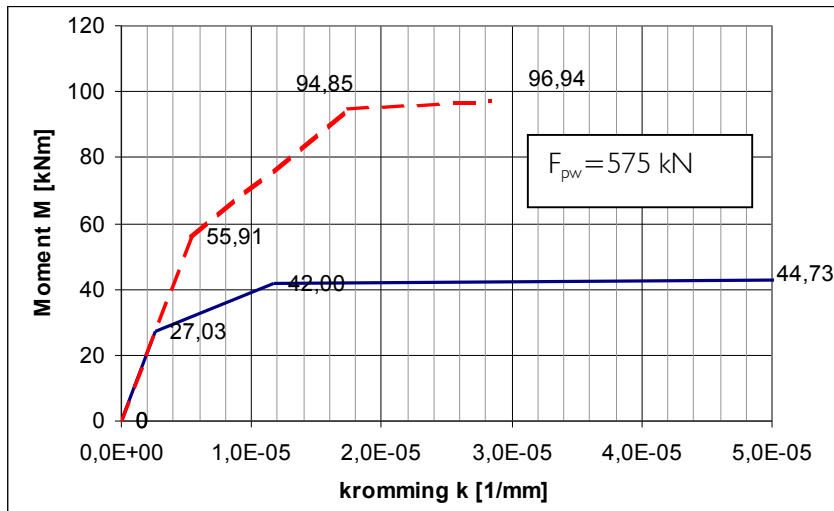
Figuur 3: M-k diagram

## 5.1 KUBUSDRUKSTERKTE ( $F'_{ck}$ )

Om de invloed van het wijzigen van de kubusdruksterkte te bekijken zullen de volgende waarden worden bekeken: B25, B35, B45, B65 en B85. Alle conclusies die worden getrokken zijn afgeleid van de gekozen situatie zoals in het begin van dit hoofdstuk aangegeven.



Grafiek 2: M-N-k diagram bij B25, Grafiek 3: M-N-k diagram bij B35



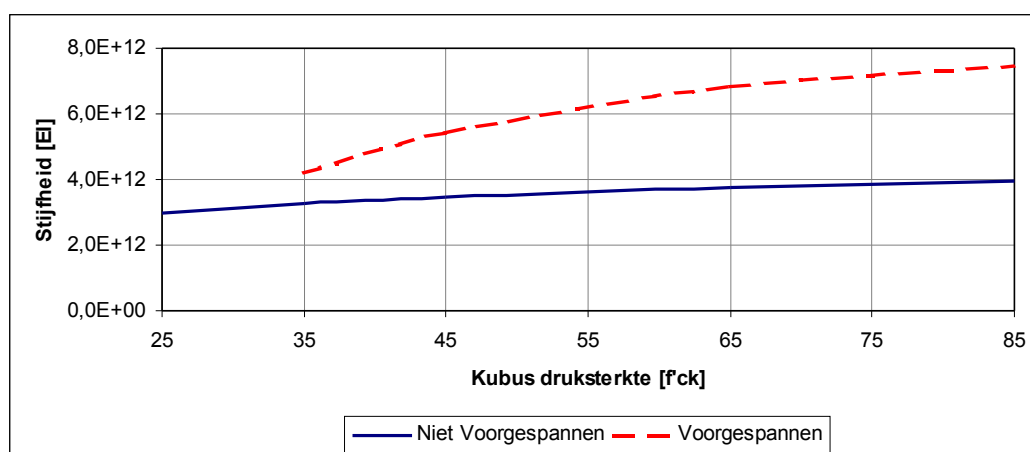
— niet voorgespannen      - - - - - voorgespannen

Grafiek 4: M-N-k diagram bij B45, Grafiek 5: diagram bij B65, Grafiek 6: diagram bij B85



(f <sub>ck</sub> )	B25	B35	B45	B65	B85
M <sub>e</sub> [kNm]	41,57	42,23	42,67	43,26	43,65
k <sub>e</sub> [1e-5/mm]	1,39	1,29	1,23	1,15	1,1
EI <sub>e</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	2,99E+12	3,27E+12	3,47E+12	3,76E+12	3,97E+12
M <sub>ep</sub> [kNm]	n.v.t	86,42	94,84	102,29	104,58
k <sub>ep</sub> [1e-5/mm]	n.v.t	2,06	1,75	1,5	1,4
EI <sub>ep</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	n.v.t	4,2E+12	5,42E+12	6,82E+12	7,47E+12

Tabel 2: Overzicht vloeimomenten (M<sub>e</sub>), bijbehorende rotatie (k) en stijfheden (EI).



Grafiek 7 : Stijfheden (EI) behorend bij de vloeimomenten (M<sub>e</sub>) uit tabel 1 in een grafiek uitgezet.

#### NIET VOORGESPANNEN BETON:

Het verhogen van de kubusdruksterkte heeft amper invloed op de stijfheid van de niet voorgespannen kolom voor het vloeimoment. Hierbij is het de invloed van de wapening die steeds zorgt voor bijna hetzelfde moment. Als het wapeningspercentage het minimum wapeningspercentage onderschrijd kan het zelfs zo zijn dat het scheurmoment groter is dan het vloeien uiterst moment.

#### VOORGESPANNEN BETON:

Op de stijfheden bij het vloeimoment van de voorgespannen kolom heeft het verhogen van de kubusdruksterkte wel een grote invloed. Nog meer verhogen dan naar B85 lijkt onlogisch omdat vanaf daar de grafiek voor de voorgespannen kolom bijna horizontaal loopt, nog meer verhogen heeft dus waarschijnlijk minder effect op de stijfheid. Er moet worden opgemerkt dat bij betonkwaliteiten hoger dan B65 extra aandacht moet worden besteed aan de uitvoering.

Het scheurmoment van zowel de voorgespannen als de niet voorgespannen doorsnede wordt door het vergroten van de kubusdruksterkte aanzienlijk hoger. Waarbij het scheurmoment van de niet voorgespannen kolom relatief meer toeneemt omdat een verdubbeling van de kubusdruksterkte leidt tot een verdubbeling van het scheurmoment en bij de voorgespannen kolom zorgt bij eenzelfde toename de aanwezige spanning ten gevolge van het voorspannen voor minder dan een verdubbeling.

## 5.2 OPPERVLAKTE VAN BETON DOORSNEDE ( $A_b$ )

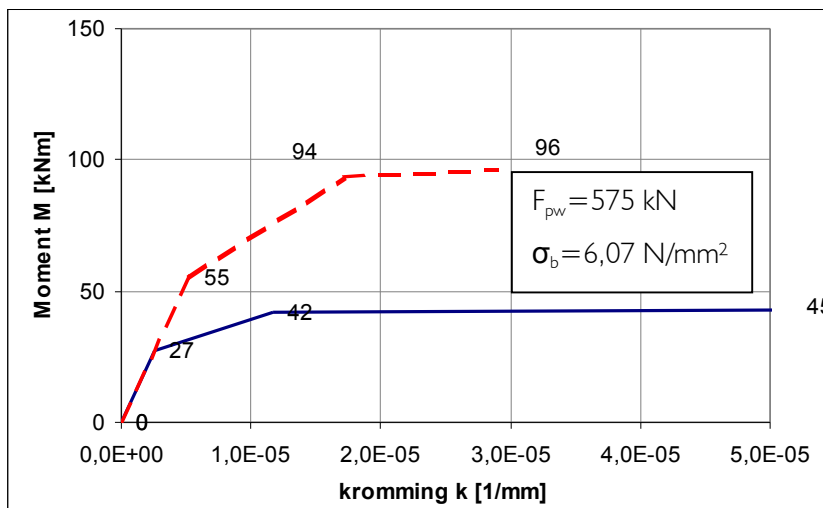
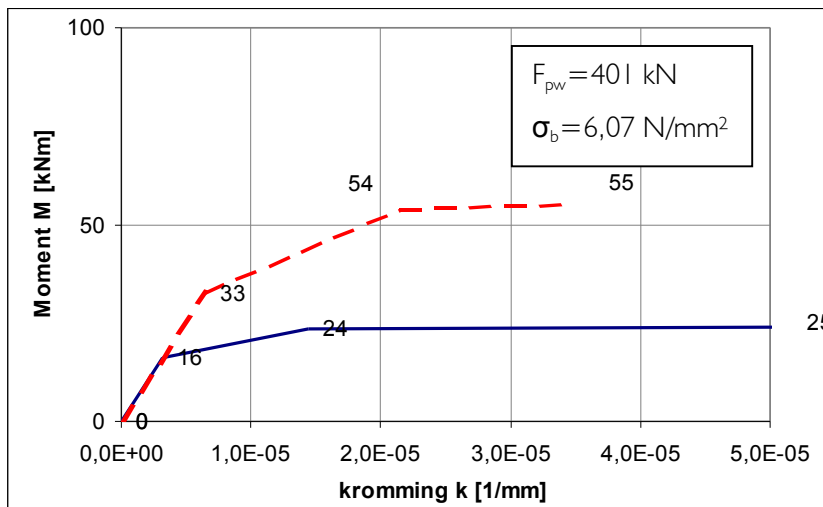
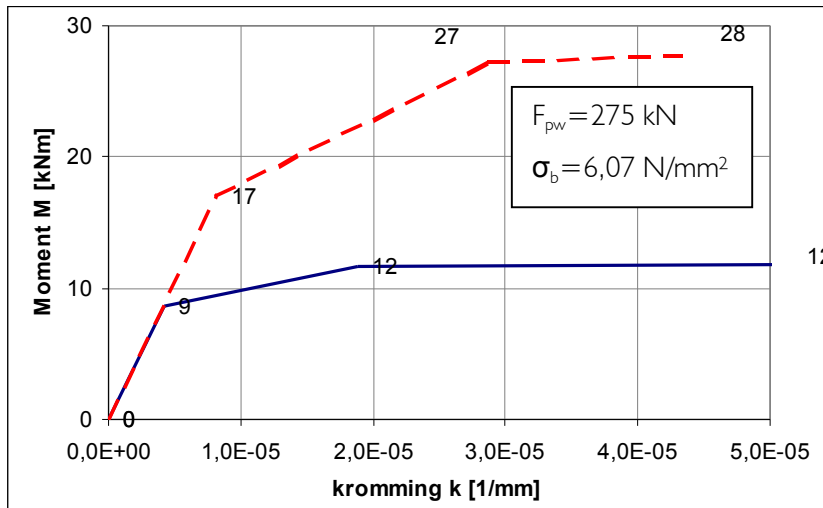
We variëren de oppervlakte van het beton door de breedte en de hoogte van de kolom te wijzigen we houden de breedte wel gelijk aan de hoogte, dus het blijft een vierkante kolom. De volgende afmetingen lengte \* breedte zijn gekozen: **200, 250, 300, 350 en 450 mm**.

Daarnaast wijzigen we ook de voorspankracht en het wapeningsstaal en wel zo dat de spanning in het beton ten gevolge van de voorspanning bij elke doorsnede hetzelfde is. We gaan hierbij uit van de 575 kN bij een oppervlak van 300\*300 wat neerkomt op een spanning in het beton van 6,07 N/mm<sup>2</sup>. In de onderstaande tabel is een overzicht gegeven van de verschillende oppervlaktes, de voorspankracht per doorsnede en de benodigde voorspanwapening en beton wapening. Door deze maatregel blijft ook de factor  $\alpha_p$  gelijk.

(b) = (h)	mm	200	250	300	350	400
( $A_c$ )	mm <sup>2</sup>	179	279	400	547	714
( $\omega_0$ )	%	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
( $A_b$ )	mm <sup>2</sup>	40.000	62.500	89.600	122.500	160.000
(A)	mm <sup>2</sup>	42.314	66.116	94.784	129.588	169.257
( $\sigma_b$ )	N/mm <sup>2</sup>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>
( $F_{pw}$ )	kN	257	401	575	786	1027
( $A_p$ )	mm <sup>2</sup>	179	279	400	547	714

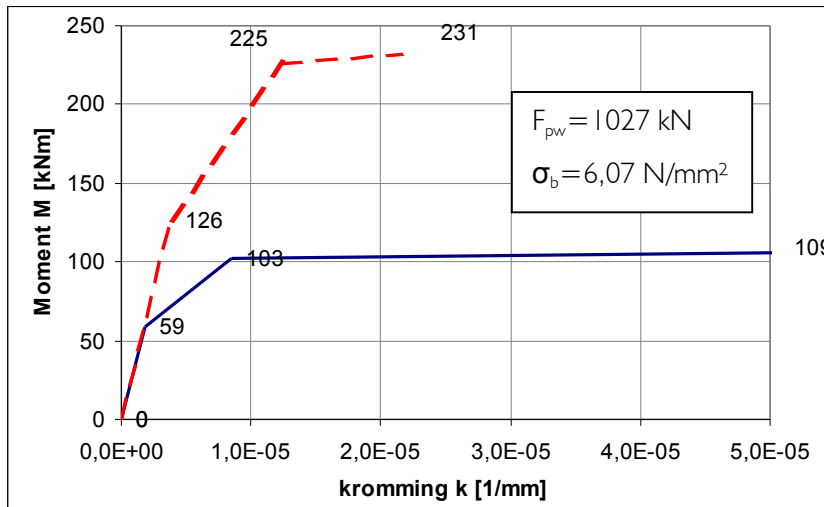
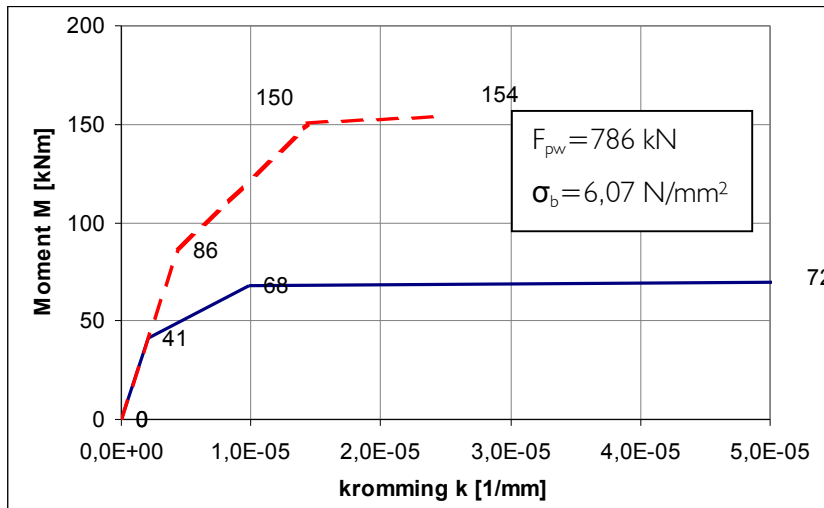
Tabel 3: Overzicht benodigde voorspanning om zelfde spanning in de betondoorsnede te krijgen.

Verder houden we dezelfde waardes aan als in het begin van het hoofdstuk is aangegeven. Bij de kleinste kolomdoorsnedes (200\*200 en 250\*250 mm<sup>2</sup>) is het zo dat bij het bezwijken van de betondoorsnede de wapening aan de getrokken zijde van de doorsnede wapening niet vloeit.



— niet voorgespannen      - - - - - voorgespannen

Grafiek 8: 200 x 200 mm<sup>2</sup>, Grafiek 9: 250 x 250 mm<sup>2</sup>, Grafiek 10: 300 x 300 mm<sup>2</sup>



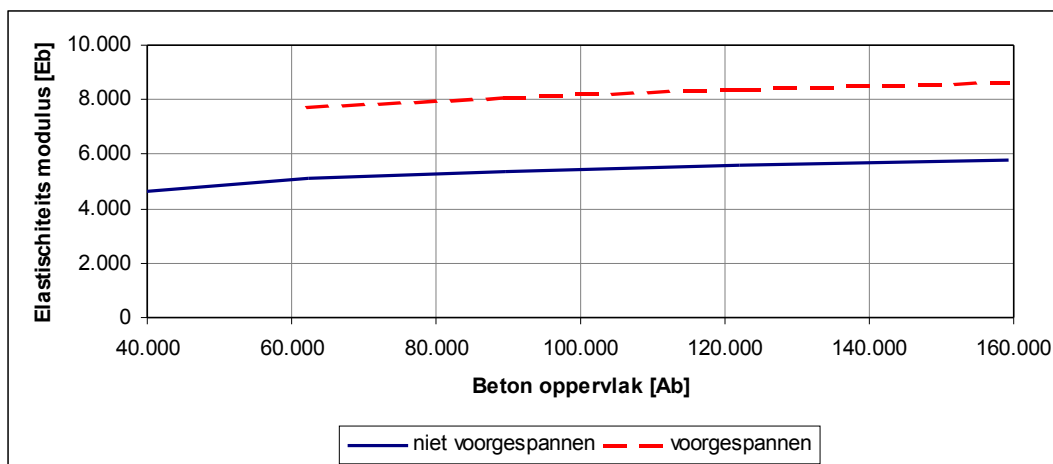
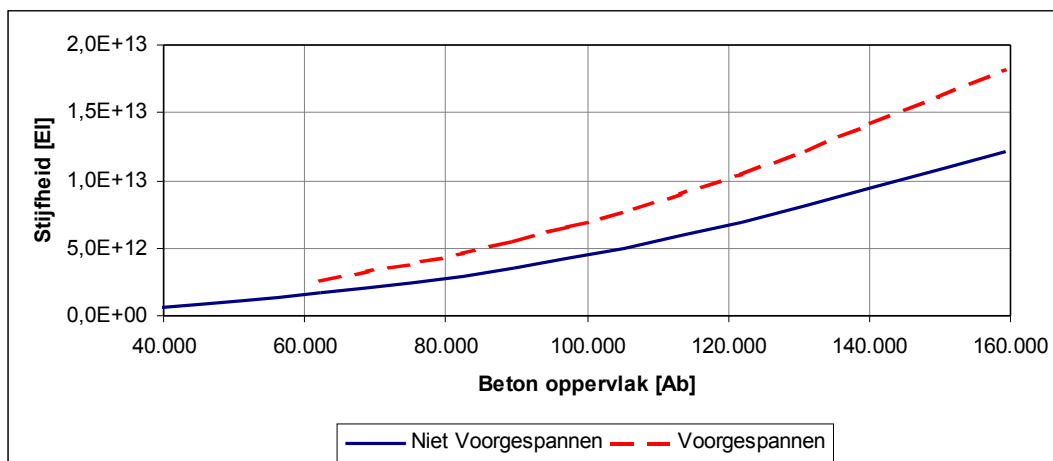
— niet voorgespannen      - - - - - voorgespannen

Grafiek 11: 350 x 350 mm², Grafiek 12: 400 x 400 mm²



$A_b$ [mm <sup>2</sup> ]	39.821	62.221	89.600	121.953	159.286
$M_e$ [kNm]	11,66	23,66	41,8	67,9	102,68
$k_e$ [1e-5/mm]	1,89	1,44	1,17	0,979	0,844
$El_e$ [Nmm <sup>2</sup> ]	6,17E+11	1,64306E+12	3,57265E+12	6,93565E+12	1,21659E+13
$E_e$ [N/mm <sup>2</sup> ]	4.669	5.093	5.340	5.596	5.754
$M_{ep}$ [kNm]	27,23	53,88	93,72	150,33	225,42
$k_{ep}$ [1e-5/mm]	2,87	2,16	1,73	1,45	1,24
$El_{ep}$ [Nmm <sup>2</sup> ]	9,4878E+11	2,49444E+12	5,41734E+12	1,03676E+13	1,8179E+13
$E_{ep}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	7.180	7.732	8.098	8.365	8.598

Tabel 4: Overzicht vloeimomenten ( $M_e$ ), bijbehorende rotatie ( $k_e$ ), stijfheden ( $El_e$ ) en Elasticiteit modulus ( $E_e$ )



Grafiek 13: Stijfheden ( $El_e$ ); Grafiek 14: Elasticiteit modulus ( $E_e$ ), beide uit tabel 2

## NIET VOORGESPANNEN BETON:

Het vergroten van de betondoorsnede heeft uiteraard een positief effect op de stijfheid ( $EI$ ) omdat het traagheidsmoment wordt vergroot, grafiek 14. De  $E$ -modulus van de niet voorgespannen kolom neemt naarmate het kolomoppervlak toeneemt een klein beetje toe maar blijft nagenoeg gelijk.

## VOORGESPANNEN BETON

Hetzelfde wat voor de niet voorgespannen kolom geldt, geldt ook voor de voorgespannen kolom. De  $E$ -modulus van de voorgespannen kolom is uiteraard hoger dan die van de niet voorgespannen kolom. In de grafieken lijkt het zo te zijn of de lijnen voor de voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede nagenoeg evenwijdig aan elkaar lopen. De invloed van de wapening is dus voor een voorgespannen kolom hetzelfde als voor een niet voorgespannen kolom.

## 5.3 OPPERVLAKTE VAN BETONSTAAL ( $A_s$ )

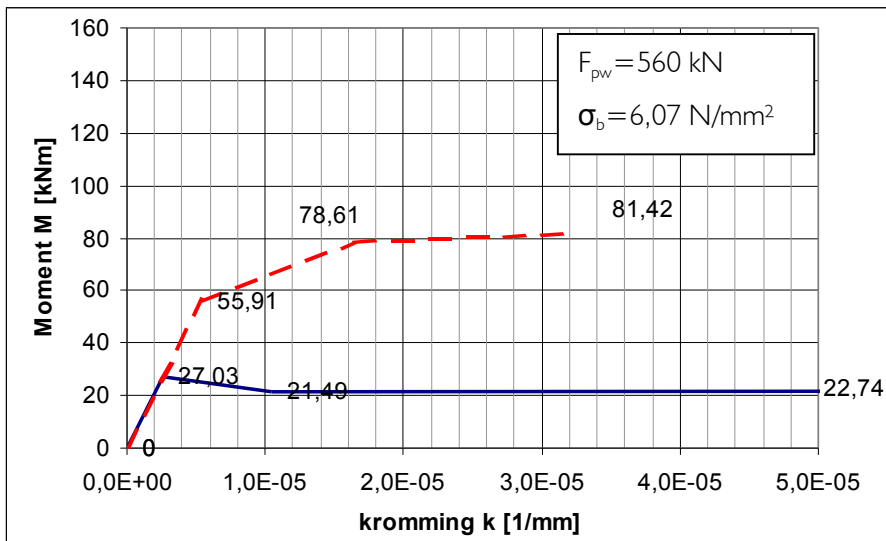
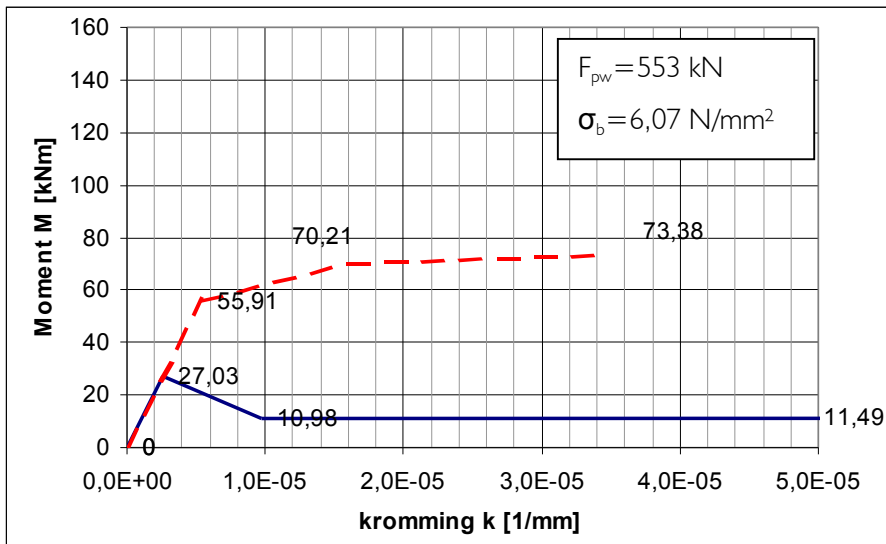
We variëren het wapeningsstaal ( $A_s$ ) van 0,25 tot 4 maal het voorspanstaal ( $A_p$ ), dit leid tot de volgende waarden voor ( $A_s$ ): 100, 200, 400, 800 en 1600 mm<sup>2</sup>, verhouding ( $A_p$ )/( $A_s$ ) 4, 2, 1, 0.5 en 0.25. Het gaat hier enkel om wapening aan de getrokken zijde van de doorsnede, zoals in figuur 1 is aangegeven.

Bij het verhogen van de hoeveelheid wapening in de doorsnede neemt de spanning in het beton af. Dit komt doordat de wapening relatief meer van de normaalkracht opneemt. Om toch te zorgen dat de spanning in het beton gelijk blijft verhogen/ verlagen we de voorspanning al naar gelang de hoeveelheid wapening, zoals aangegeven in de onderstaande tabel.

( $A_s$ )	mm <sup>2</sup>	100	200	400	800	1600
( $A_b$ )	mm <sup>2</sup>	89.900	89.800	89.600	89.200	88.400
( $A_t$ ) = $n \cdot A_s + A_b$	mm <sup>2</sup>	91.196	92.392	94.784	99.568	109.136
( $\sigma_b$ )	N/mm <sup>2</sup>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>	<b>6,07</b>
( $F_{pw}$ )	kN	553	560	575	604	662
( $A_p$ )	mm <sup>2</sup>	385	390	400	420	461

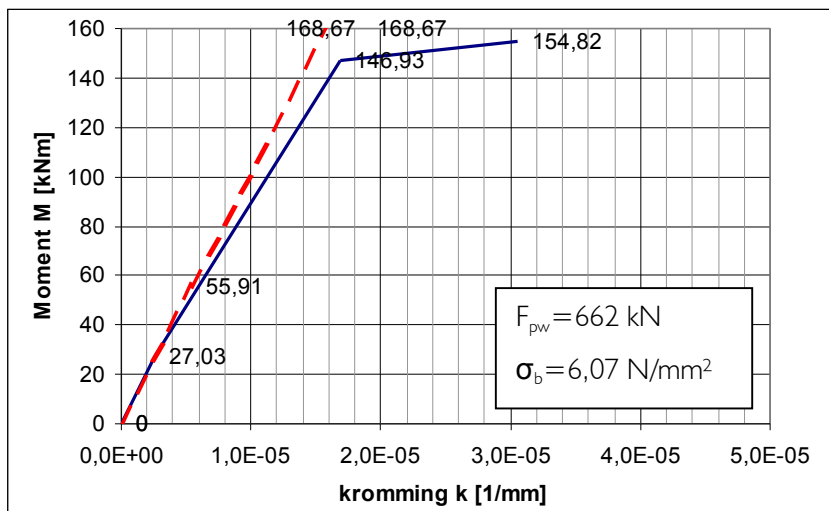
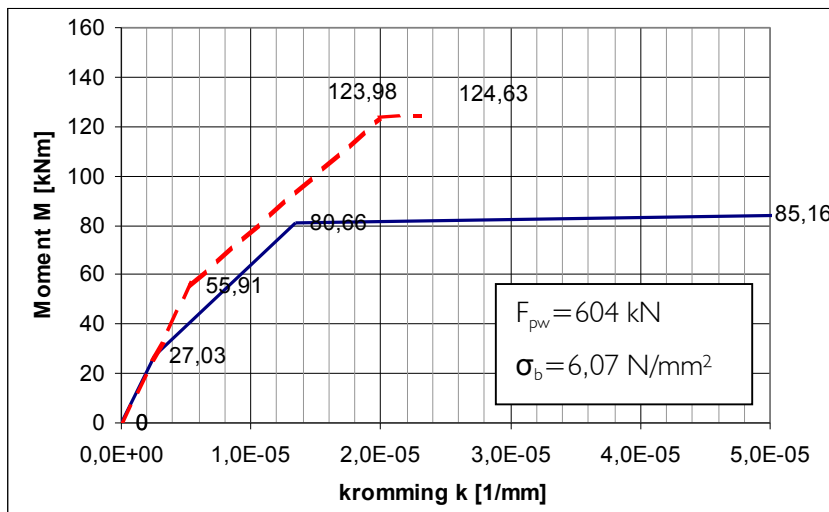
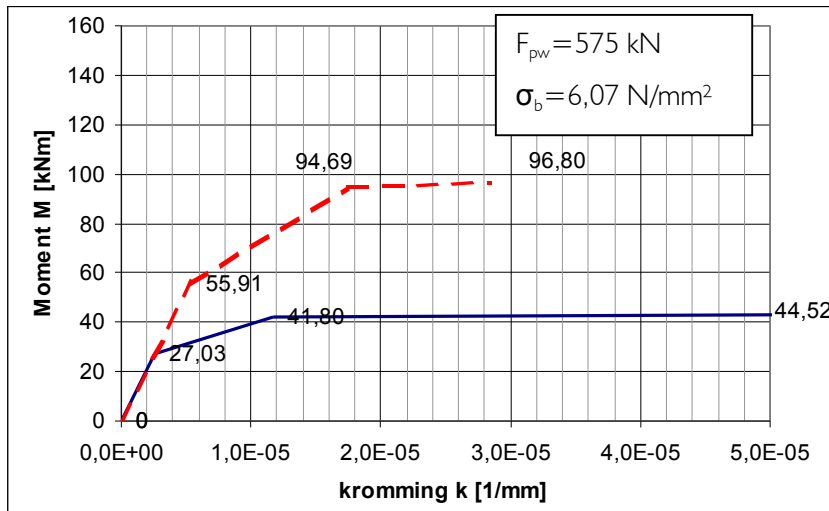
Tabel 5: Overzicht voorspankracht ( $F_{pw}$ ) en voorspanwapening ( $A_p$ ) behorend bij de verschillende wapenings doorsneden ( $A$ )

De andere waarden worden gehandhaafd zoals in het begin van het hoofdstuk aangegeven. Bij de lagere waarden voor het wapeningsstaal, bij de niet voorgespannen kolom, is het vloeimoment van de wapening lager dan het scheurmoment. Dit houdt in dat er in de betondoorsnede minder dan het minimum wapeningspercentage aanwezig is.



— niet voorgespannen      - - - - - voorgespannen

Grafiek 15: (A<sub>s</sub>) = 100 mm<sup>2</sup> (3,85), Grafiek 16: (A<sub>s</sub>) = 200 mm<sup>2</sup> (1,95)



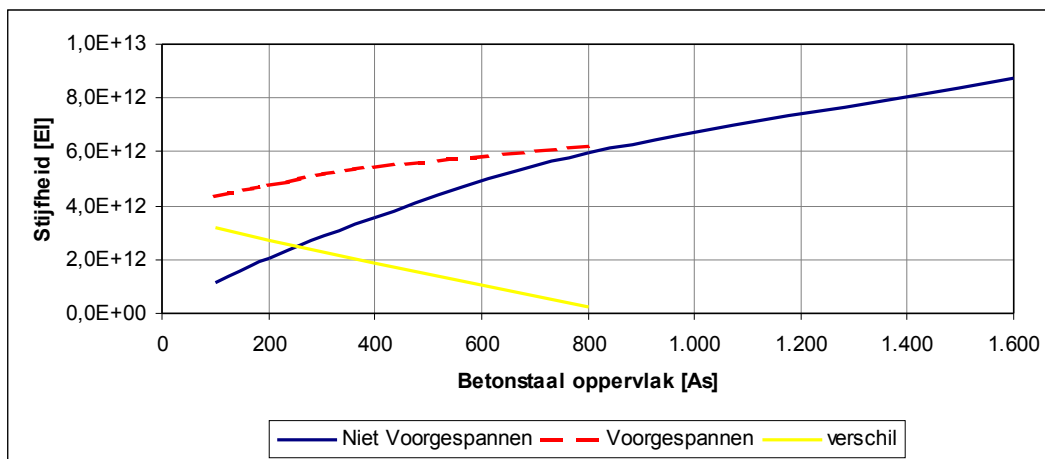
— niet voorgespannen      - - - - - voorgespannen

Grafiek 17: ( $A_s = 400 \text{ mm}^2$  (1)), Grafiek 18: ( $A_s = 800 \text{ mm}^2$  (0,53)), Grafiek 19: ( $A_s = 1600 \text{ mm}^2$  (0,29))

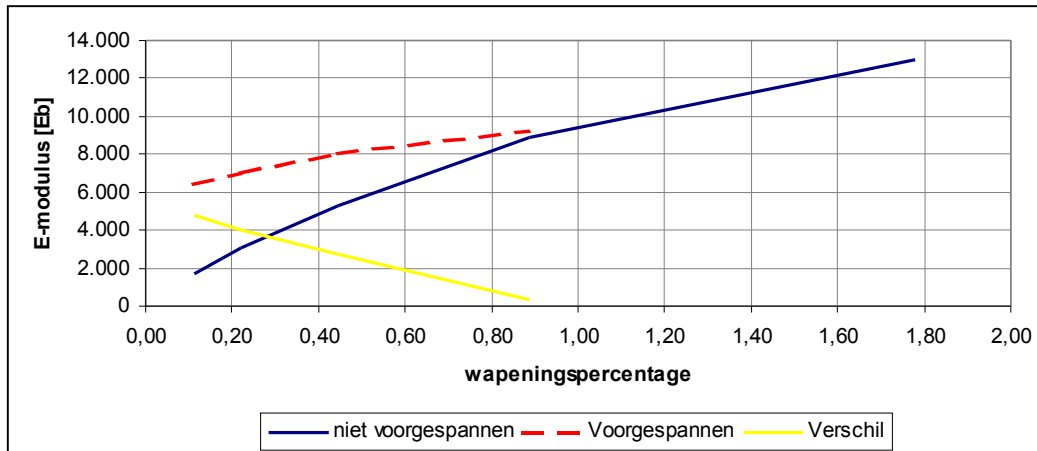


$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	100	200	400	800	1600
$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	385	390	400	420	461
$A_p/A_s$	3,85	1,95	1,00	0,53	0,29
$\omega$ [%]	0,11	0,22	0,44	0,89	1,78
$M_e$ [kNm]	11	21,49	41,8	80,66	146,93
$k_e$ [1e-5/mm]	0,975	1,05	1,17	1,35	1,68
$EI_e$ [Nmm <sup>2</sup> ]	1,13E+12	2,04667E+12	3,57265E+12	5,97481E+12	8,74583E+12
$E_e$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1.671	3.032	5.293	8.852	12.957
$M_{ep}$ [kNm]	68,17	76,97	93,72	123,83	N.v.t
$k_{ep}$ [1e-5/mm]	1,57	1,62	1,73	1,99	N.v.t
$EI_{ep}$ [Nmm <sup>2</sup> ]	4,34E+12	4,75123E+12	5,41734E+12	6,22261E+12	N.v.t
$E_{ep}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	6.433	7.039	8.026	9.219	N.v.t
$\Delta EI$ [Nmm <sup>2</sup> ]	3,2E+12	2,7E+12	1,8E+12	2,5E+11	N.v.t
$\Delta E$ [N/mm <sup>2</sup> ]	4.761	4.007	2.733	367	N.v.t

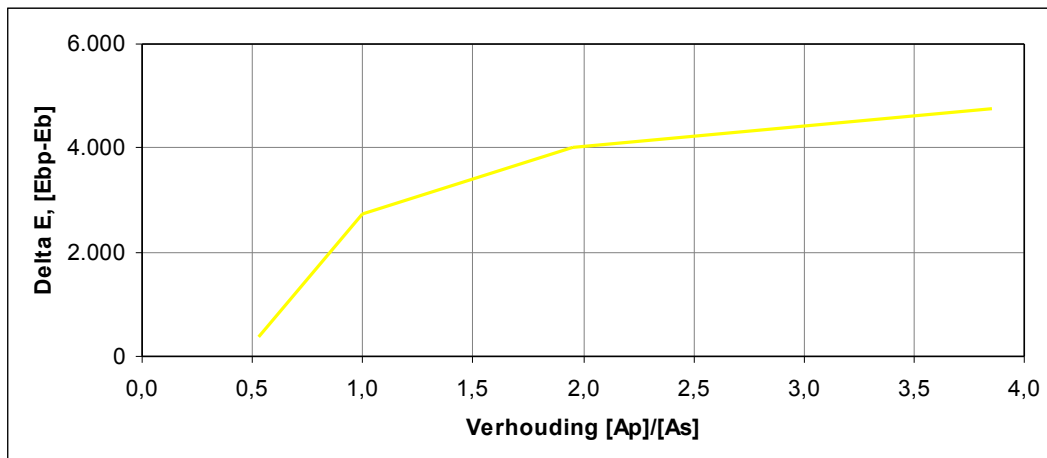
Tabel 6: Overzicht Vloeimomenten ( $M_e$ ), bijbehorende rotatie ( $k_e$ ), stijfeden ( $EI_e$ ) en Elasticiteitsmodulus ( $E_e$ )



Grafiek 20: Stijfheden ( $EI_e$ ) uitgezet tegen het oppervlak van het wapeningsstaal ( $A_s$ ), uit tabel 6



Grafiek 21: E-modulus ( $E_b$ ) uitgezet tegen wapeningspercentage



Grafiek 22: ( $E_b$ ) - ( $E_{bp}$ ), ( $\Delta E_b$ ) uitgezet tegen verhouding ( $A_p$ )/( $A_s$ ), uit tabel 3

#### NIET VOORGESPANNEN BETON.

In alle gevallen blijft het scheurmoment ( $M_r$ ), ( $M_{rp}$ ), de bijbehorende ( $k_r$ ) en ( $k_{rp}$ ) gelijk, er veranderen geen waardes die invloed hebben op het scheuren van de betondoorsnede.

Bij de niet voorgespannen kolom leidt het vergroten van de wapening bijna één-op-één tot de vergroting van het vloeimoment ( $M_e$ ).

#### VOORGESPANNEN BETON.

Bij de voorgespannen kolommen is die invloed lang niet zo groot, vandaar dat het verschil tussen ( $M_e$ ) en ( $M_{ep}$ ) afneemt naarmate ( $A_s$ ) groter wordt.

Hoe kleiner de verhouding  $(A_p)/(A_s)$ , dus meer voorspanwapening t.o.v wapeningsstaal, des te groter is het verschil tussen de E-modulus van de voorgespannen en niet voorgespannen kolommen.



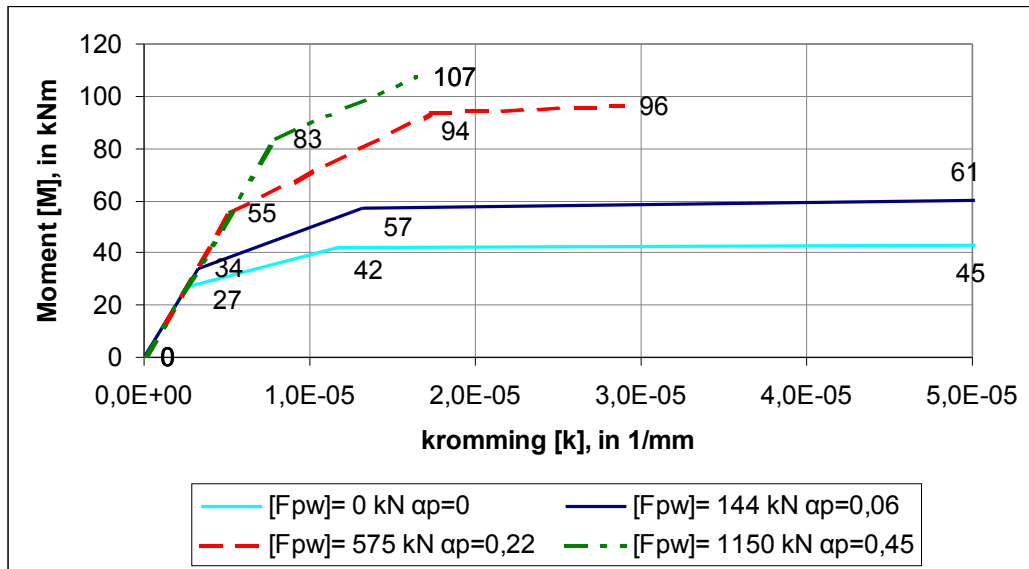
#### 5.4 OPPERVLAKTE VAN HET VOORSPANSTAAL ( $A_p$ ), VOORSPANKRACHT

Door het wijzigen van het oppervlak van het voorspanstaal wijzigen we direct de voorspankracht in de doorsnede, omdat we de spanning in het staal hetzelfde houden. Het is de enige eigenschap die wordt onderzocht die geen invloed heeft op het M-k diagram van de niet voorgespannen kolom.

Het voorspannen van een betonnen kolom heeft in feite dezelfde invloed als het aanbrengen van een normaalkracht. Het verhogen van de normaalkracht leidt tot een grotere stijfheid van de kolom, dit zelfde effect heeft ook de aangebrachte voorspanning. Door het verhogen van voorspanning wordt de stijfheid dus groter. De factor  $\alpha_n = N'_d / N_u$  geeft de verhouding tussen de aanwezige normaalkracht en de maximaal opneembare normaalkracht aan. Voor de normaalkracht kan je in dit geval ook de voorspankracht invullen, we noemen deze factor  $\alpha_p$ . Voor een M-k diagram dat wordt getekend van een kolom zonder voorspanning is  $\alpha_p = 0$ . In dit geval, als de voorspanning zorgt voor een normaaldrukkracht kunnen we  $\alpha_p$  schrijven als:

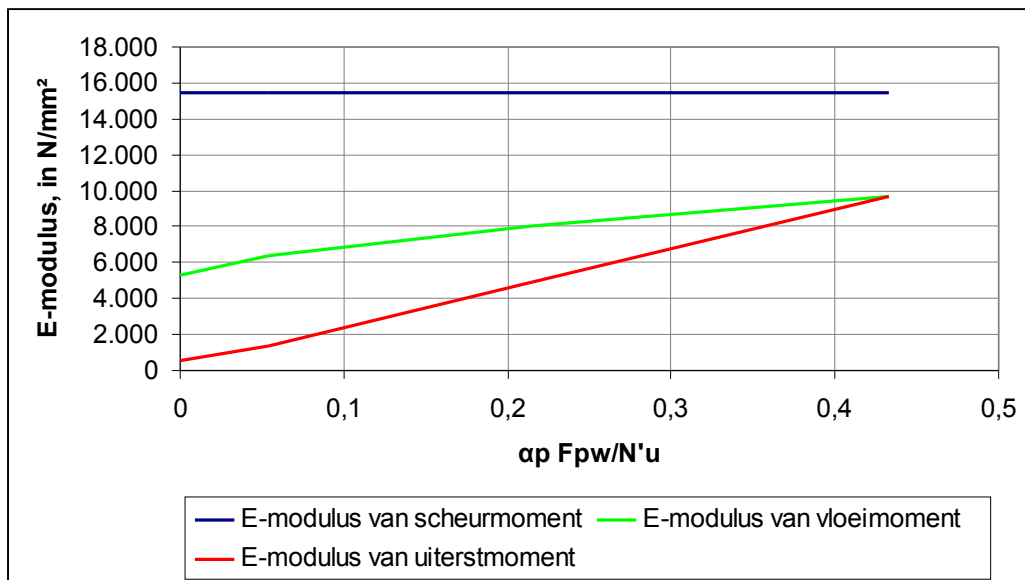
$$\alpha_p = \frac{F_{pw}}{(A_b * f'_b) + (A_s * f_s)}$$

We voeren voor ( $A_p$ ) de volgende waardes in: 100, 400 en 800 mm<sup>2</sup> met daarbij de volgende voorspankrachten ( $F_{pw}$ ): 144, 575 en 1150 kN.



Grafiek 23: M-N-k diagram met verschillende hoeveelheden voorsparstaal, en dus verschillende voorspankrachten.

Grafiek 23 geeft 4 M-k diagrammen voor verschillende voorspanningen. Drie van deze M-k diagrammen bestaan uit drie trajecten (0 -  $M_r$ ,  $M_r$  -  $M_e$ ,  $M_e$  -  $M_u$ ) voor deze kolommen geldt dat de doorsnede bezwijkt als de wapening aan de getrokken zijde vloeit en de betonstuik wordt bereikt. Bij het vierde M-k diagram is er geen sprake van een lijn van het scheurmoment naar het vloeimoment maar van het scheurmoment naar het uiterste moment. Voor deze kolom geldt dat als dat kolom bezwijkt op betonstuik de wapening aan de getrokken zijde niet vloeit.

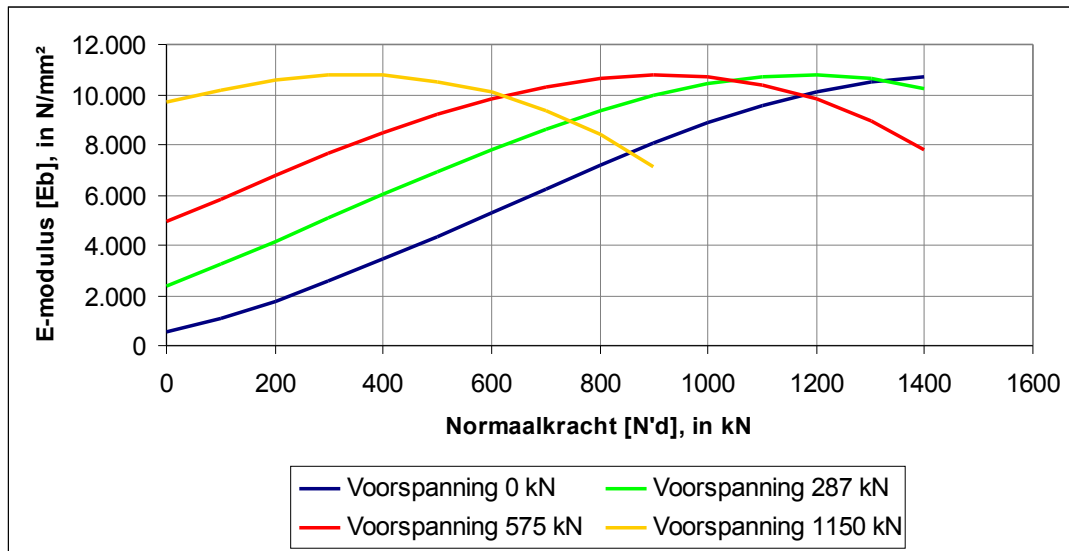


Grafiek 24:  $\alpha_p$  uitgezet tegen de (fictieve) E-modulus ( $E_b$ )

Uit de grafieken 23 en 24 blijkt duidelijk dat de stijfheid van kolom gelijk blijft totdat de doorsnede gescheurd is, voor de niet of minder voorgespannen kolommen gebeurt dit wel eerder dan bij de voorgespannen kolommen. De stijfheid bij het vloeimoment wordt groter naarmate de voorspanning in de kolom wordt verhoogd. Totdat de voorspanning zo hoog wordt dat de wapening niet meer vloeit voordat de betonstuk wordt bereikt. De stijfheid bij het uiterste moment vergroot bijna rechtlijnig bij het vergroten van  $\alpha_p$ . Het is echter aannemelijk dat ook voor het uiterste moment er een punt is waarna een verhoging van  $\alpha_p$  geen positieve invloed meer heeft op de stijfheid. De stijfheid bij het uiterste moment voor een niet voor gespannen kolom wordt bijna tot 0 gereduceerd.

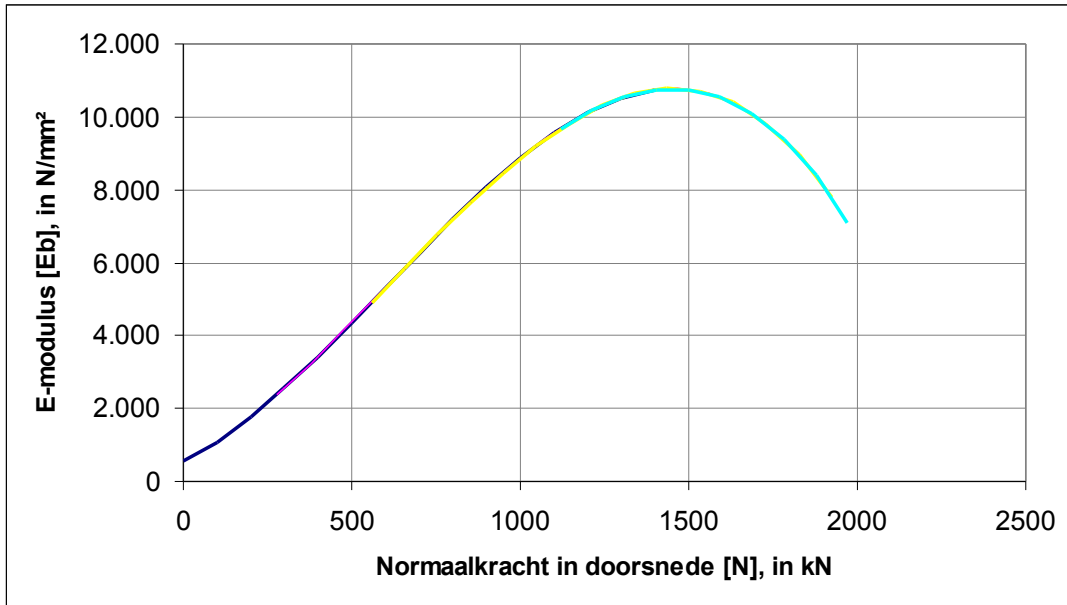


Tot slot is gekeken naar de invloed van een normaalkracht en de voorspankracht. Beide krachten hebben een zelfde invloed op de stijfheid van de kolom. In de onderstaande grafiek is voor een aantal voorspankrachten: 0, 287, 575 en 1150 kN (deze waarde horen bij de voorspanwapening van 0, 200, 400 en 800 mm<sup>2</sup>) gekeken naar de daarbij behorende stijfheid.

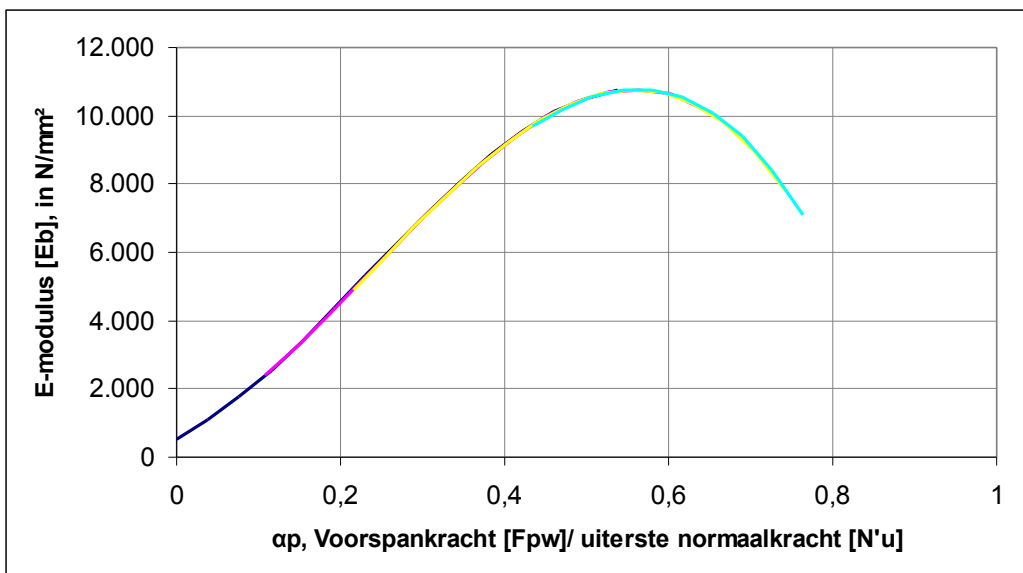


Grafiek 25: Voor verschillende voorspankrachten ( $F_{pw}$ ) de E-modulus ( $E_b$ ) uitgezet tegen de normaalkracht ( $N_d$ )

Uit de grafiek 25 blijkt dat het effect van voorspanning inderdaad hetzelfde is als een verticale belasting. De voorspanning zorgt voor een verhoging van de normaaldrukkracht in de betondoorsnede waardoor de factor  $\alpha_p$  toeneemt. Uit grafiek 26 blijkt dat eindeloos verhogen van de voorspanning geen zin heeft. Er is een maximum waarde waarna het verhogen van de voorspanning alleen een negatief effect heeft op de stijfheid van de doorsnede, in deze grafiek is de "top" van de grafiek ongeveer te vinden bij  $\alpha_p = 0,57$ . Na deze "top" is de spanning in de doorsnede door de normaaldrukkracht al groot waardoor er relatief weinig "vlees" overblijft om een moment op te nemen.



Grafiek 26: Normaalkracht in de doorsnede uitgezet tegen de (fictieve) E-modulus, geldt voor alle voorspanningen.



Grafiek 27: Zelfde grafiek als 26 alleen op de x-as  $\alpha_p$  uitgezet tegen de (fictieve) E-modulus.

## 5.5 HOLLE DOORSNEDE, KERN.

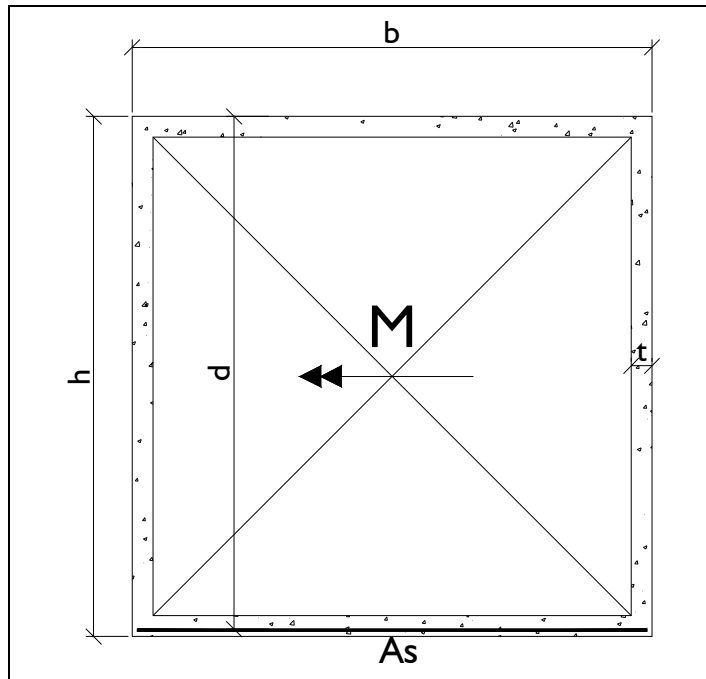
In dit hoofdstuk is tot nu toe alleen gesproken over een op druk belaste voorgespannen kolom. De conclusies aan de hand waarvan keuze voor voorspanning wordt gemaakt worden dus getrokken aan de hand van een massieve doorsnede. Dit terwijl de stabiliserende constructie onderdelen in een gebouw vaak holle doorsnede hebben, denk bijvoorbeeld aan een kern. Vandaar dat in deze paragraaf zal worden bekeken in hoeverre de voor massieve doorsnedes gevonden conclusies ook gelden voor "holle" doorsnedes. De vergelijking zal worden gemaakt aan de hand van M-(N)-k diagrammen, zoals ook voor de massieve doorsnede is gedaan. De "standaard" gegevens die hierbij worden gebruikt zijn hieronder weergegeven.

<b>Beton:</b>				
Kubusdruksterkte	$(f_{ck})$	B	45	N/mm <sup>2</sup>
druksterkte	$(f_b)$		27	N/mm <sup>2</sup>
Treksterkte	$(f_b)$		1,65	N/mm <sup>2</sup>
Buigtreksterkte	$(f_{b,m})$		3,3	N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteits modulus	$(E_b)$		33.500	N/mm <sup>2</sup>
hoogte doorsnede	$(h)$		5.000	mm
breedte doorsnede	$(b)$		5.000	mm
dikte kernwand	$(t)$		200	mm
Oppervlakte doorsnede	$(A)$		3.840.000	mm <sup>2</sup>
Traagheidsmoment	$(I)$		1,48E+13	mm <sup>4</sup>
Weerstandsmoment	$(W)$		4,61E+09	mm <sup>3</sup>
Lengte	$(l)$		50.000	mm
<b>betonstaal:</b>				
Staal treksterkte	$(f_{s,rep})$	FeB	500	N/mm <sup>2</sup>
	$(f_s)$		435	N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteits modulus	$(E_s)$		2,00E+05	N/mm <sup>2</sup>
Oppervlakte staal	$(A_s)$		18.000	mm <sup>2</sup>
E-modulus beton/ E-modulus staal	$(n_s)$		12,96	

Voorspan staal:			
Staal treksterkte	$(f_{purep})$	FeP 1860	N/mm <sup>2</sup>
	$(f_p)$	1437	N/mm <sup>2</sup>
Elasticiteits modulus	$(E_p)$	2,00E+05	N/mm <sup>2</sup>
Oppervlakte voorspanstaal	$(A_p)$	10.000	mm <sup>2</sup>
E-modulus beton/ E-modulus staal	$(n_p)$	12,96	
Aanwezige Voorspanning	$(F_p)$	14.373	KN
Aanwezige Normaaldrukkracht	$(N'_{ud})$	20.000	KN
Verkorting tgv Normaalkracht	$(\Delta l_{bn})$	7,77	mm
Verkleining voorspankracht tgv N	$(\Delta F_n)$	311	KN
Verkorting tgv Voorspankracht	$(\Delta l_{bp})$	5,47	mm
Overgebleven voorspankracht	$(F_{pw})$	13.843	KN
Normaalkracht in doorsnede	$(F)$	33.843	KN
spanning beton tgv voorspanning en/ of normaalkracht	$(\sigma_{fb})$	8,8	N/mm <sup>2</sup>
Uiterste normaalkracht	$(N_u)$	111.510	KN
voorspanning/ Uiterste Normaalkracht	$(\alpha_p)$	0,30	
dekking	$(c)$	25	mm
halve staafdiameter	$(\emptyset)$	8	mm
nuttige hoogte	$(d)$	4967	mm

Tabel 7: overzicht invoer gegevens "holle" doorsnede

De voorspanning die wordt aangebracht is een centrische voorspanning, zoals ook bij de massieve doorsnede het geval is. Verder is er alleen sprake van wapening aan de getrokken zijde van de doorsnede, zie figuur 4.



Figuur 4: doorsnede van "holle" doorsnede.

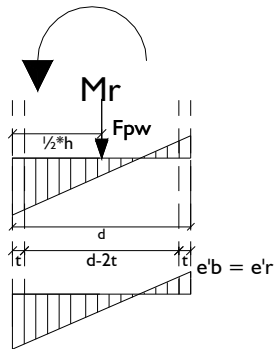
Om tot een snelle vergelijking te komen zal ik voor deze "holle" doorsnede een aantal M-k diagrammen maken op een soortgelijke manier als aan het begin van dit hoofdstuk is uitgelegd. De werkwijze en vergelijkingen verschillen iets van degene die gebruikt zijn voor de massieve doorsnede en zijn complexer. Dit heeft te maken met de betondruk zone ( $x_u$ ) deze kan zowel groter als kleiner kan zijn dan de wanddikte ( $t$ ). Daarnaast kan ook  $y$  groter of kleiner zijn dan de wanddikte. Deze mogelijkheden leiden tot een aantal mogelijke evenwichtsvergelijkingen voor het vloei en uiterst moment.

Omdat de evenwichtsvergelijkingen ingewikkelder maar vooral groter zijn dan die voor massieve doorsneden zijn deze ingevoerd in Maple. Dit programma lost vervolgens de vergelijking op van de betondrukzone ( $x_u$ ). Deze vergelijkingen kunnen worden ingevoerd in Excel. Hieronder zijn de evenwichtsvergelijkingen gegeven voor de verschillende punten van het M-k diagram. De momenten worden vervolgens bepaald ten opzichte van het rek nulpunt.



## SCHEURMOMENT

Het scheurmoment wordt op dezelfde manier berekend als voor de massieve doorsnede.



$$M_r = (1,4 * f_{br} + \sigma_{bmd}) * W \quad \text{met}$$

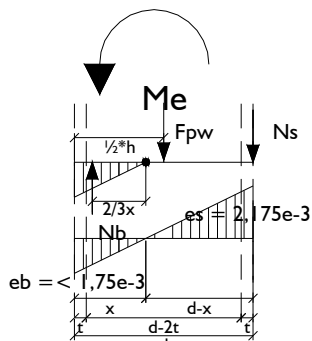
$$\kappa_r = \frac{M_r}{E * I} \quad \text{met } E = \frac{f'_b}{1,75 * 10^{-3}} \quad \text{wordt dit } \frac{1,75 * 10^{-3} * M_r}{f'_b * I}$$

## VLOEIMOMENT

Er zijn twee mogelijke spanning- rektoestanden mogelijk voor het vloeimoment.

### SPANNINGTOESTAND I

Voor de eerste spanningtoestand geldt dat de staalrek  $\epsilon_s = 2,175 * 10^{-3}$  en dat de betonrek  $\epsilon_b \leq 1,75 * 10^{-3}$  dus  $\sigma_s = f_s$  en  $\sigma_b \leq f_b$  dit leidt tot de volgende evenwichtvergelijking en oplossing.



$$e_1: \frac{1}{2} * \left( \sigma_b + \frac{x-t}{x} * \sigma_b \right) * b * t + \frac{(x-t)^2 * f_s * t}{x} = A_s * f_s + F_{pw}$$

$$\text{met } \sigma_b = \frac{f_s * x}{n * (d-x)}$$

Dit wordt een vierkantsvergelijking met de volgende oplossingen voor x:

$$\frac{1}{4} (-2 A_s f_s n - 2 f_s b t + 4 f_s t^2 - 2 F n + 2 \sqrt{A_s^2 f_s^2 n^2 + 2 A_s f_s^2 n b t - 4 A_s f_s^2 n t^2} + 2 A_s f_s n^2 F + f_s^2 b^2 t^2 - 2 f_s^2 b t^3 + 2 f_s b t F n - 4 f_s t^2 F n + F^2 n^2 + 4 f_s t F n d + 4 f_s^2 t A_s n d) / (f_s t)$$

en

$$\frac{1}{4} (-2 A_s f_s n - 2 f_s b t + 4 f_s t^2 - 2 F n - 2 \sqrt{A_s^2 f_s^2 n^2 + 2 A_s f_s^2 n b t - 4 A_s f_s^2 n t^2} + 2 A_s f_s n^2 F + f_s^2 b^2 t^2 - 2 f_s^2 b t^3 + 2 f_s b t F n - 4 f_s t^2 F n + F^2 n^2 + 4 f_s t F n d + 4 f_s^2 t A_s n d) / (f_s t)$$

Deze oplossingen van de vergelijking zijn afkomstig uit Maple en zijn ingevoerd in Excel zodat bij het wijzigen van de eigenschappen ook de oplossing aangepast wordt.

Het vloeimoment behorend bij deze evenwichtsvergelijking is.

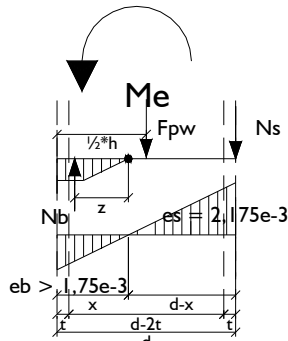
$$M_{e1} = N_b * \frac{2}{3} * x + N_s * (d-x) + F_{pw} * \left( \frac{1}{2} * h - x \right)$$

$$\varepsilon_b = \frac{2,175 * 10^{-3} * x}{(d-x)}$$

$$\kappa_e = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_s}{d}$$

## SPANNINGTOESTAND 2

Voor de tweede spanningtoestand geldt dat de staalrek  $\epsilon_s = 2,175 \cdot 10^{-3}$  en dat de betonrek  $\epsilon_b > 1,75 \cdot 10^{-3}$  en  $\epsilon_b < 3,5 \cdot 10^{-3}$  dus  $\sigma_s = f_s$  en  $\sigma_b = f_b$ . Er kunnen een tweetal evenwichtvergelijkingen ontstaan, welke evenwichtsvergelijking de juiste is hangt af van de grote van de betondrukzone.



Voor  $y < t$  geldt :

$$e_2 : y * f_b * b + \frac{1}{2} * b * (t - y) * \left( \frac{(x - t) * f_b}{x - y} + f_b \right) + \frac{(x - t)^2 * f_b * t}{x - y} = A_s * f_s + F_{pw}$$

$$\text{met } y = \frac{157}{87} * x - \frac{70}{87} * d$$

Dit wordt een vierkantsvergelijking met de volgende oplossingen voor  $x_i$ :

$$\frac{1}{2} (12180 A_s f_s + 21980 f_b b d - 30276 f_b t^2 + 12180 F + 15138 f_b b t + 348 \text{sqrt}(-6090 f_b t^2 F - 4270 f_b^2 b^2 t^2 + 2450 A_s f_s F + 8540 f_b^2 t^3 b - 5495 A_s f_s f_b b d - 6090 A_s f_s f_b t^2 - 10990 f_b^2 b d t^2 + 5495 f_b^2 b^2 d t - 5495 f_b b d F + 3045 F f_b b t + 1225 A_s^2 f_s^2 + 1225 F^2 + 3045 A_s f_s f_b b t + 6090 f_b t A_s f_s d + 2450 f_b^2 t b d^2 + 6090 f_b t F d)) / (24649 f_b b - 15138 f_b t)$$

en

$$\frac{1}{2} (12180 A_s f_s + 21980 f_b b d - 30276 f_b t^2 + 12180 F + 15138 f_b b t - 348 \text{sqrt}(2450 A_s f_s F - 6090 f_b t^2 F + 8540 f_b^2 t^3 b - 4270 f_b^2 b^2 t^2 - 5495 A_s f_s f_b b d - 6090 A_s f_s f_b t^2 - 10990 f_b^2 b d t^2 + 5495 f_b^2 b^2 d t - 5495 f_b b d F + 3045 F f_b b t + 1225 A_s^2 f_s^2 + 1225 F^2 + 3045 A_s f_s f_b b t + 6090 f_b t A_s f_s d + 2450 f_b^2 t b d^2 + 6090 f_b t F d)) / (24649 f_b b - 15138 f_b t)$$

Voor  $y > t$  geldt :

$$e_3 : t * f_b * b + f_b * 2t * (y - t) + f_b * t * (x - y) = A_s * f_s + F_{pw}$$

$$\text{met } y = \frac{157}{87} * x - \frac{70}{87} * d$$

Voor x is één oplossing:

$$\frac{1}{244} \frac{-87 f_b b t + 70 d f_b t + 174 f_b t^2 + 87 F + 87 A_s f_s}{f_b t}$$

In beide gevallen geldt voor het vloeimoment:

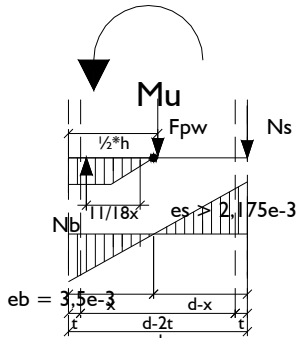
$$M_{e2} = N_b * z + N_s * (d - x) + F_{pw} * \left(\frac{1}{2} * h - x\right)$$

$$\varepsilon_b = \frac{2,175 * 10^{-3} * x}{(d - x)}$$

$$\kappa_e = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_s}{d}$$

## UITERST MOMENT

Bij het uiterst moment is slechts één spanningtoestand mogelijk, de betonrek  $\epsilon_b = 3,5 \cdot 10^{-3}$ , bezwijken op betonstuik, en de staalrek  $\epsilon_s > 2,175 \cdot 10^{-3}$  dus  $\sigma_b = f_b$  en  $\sigma_s = f_s$ . Er zijn twee evenwichtsvergelijking mogelijk.



Voor  $\frac{1}{2}x > t$ :

$$u_1: f_b \cdot t \cdot b + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}x - t\right) \cdot t \cdot f_b + \frac{1}{2} \cdot f_b \cdot t \cdot x = A_s \cdot f_s + F_{pw}$$

Voor deze vergelijking is één oplossing mogelijk:

$$\frac{2}{3} \frac{-fb b t + 2 fb t^2 + A_s f_s + F}{fb t}$$

Voor  $\frac{1}{2}x < t$ :

$$u_2: \frac{1}{2} \cdot f_b \cdot x \cdot b + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \left(\frac{2 \cdot (x-t) \cdot f_b}{x} + f_b\right) \cdot \left(t - \frac{1}{2} \cdot x\right) + \frac{2 \cdot (x-t)^2 \cdot f_b \cdot t}{x} = A_s \cdot f_s + F_{pw}$$

Dit is een vierkant vergelijking en heeft de volgende oplossing:

$$\frac{1}{2} \left( -16 fb t^2 - 4 F + 8 fb b t - 4 A_s f_s - 4 \sqrt{(8 fb t^2 F - 6 fb^2 t^3 b + 8 A_s f_s fb t^2 + F^2 - 4 F fb b t + 2 A_s f_s F + 3 fb^2 b^2 t^2 - 4 A_s f_s fb b t + A_s^2 f_s^2)} \right) / (fb b - 8 fb t)$$

en

$$\frac{1}{2} (-16 fb t^2 - 4 F + 8 fb b t - 4 As fs + 4 \sqrt{(8 fb t^2 F - 6 fb^2 t^3 b + 8 As fs fb t^2 + F^2 - 4 F fb b t + 2 As fs F + 3 fb^2 b^2 t^2 - 4 As fs fb b t + As^2 fs^2)}) / (fb b - 8 fb t)$$

In beide gevallen geldt voor het uiterste moment:

$$M_u = N_b * \frac{1}{18} * x + N_s * (d - x) + F_{pw} * (\frac{1}{2} * h - x)$$

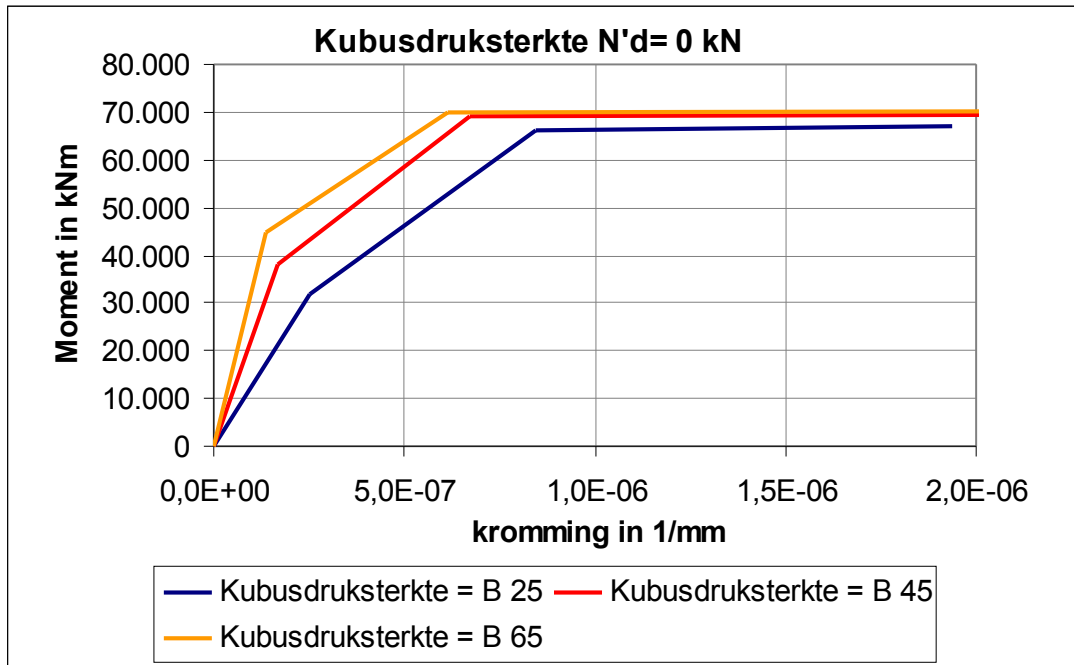
$$\varepsilon_b = \frac{2,175 * 10^{-3} * x}{(d - x)}$$

$$\kappa_u = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_s}{d}$$

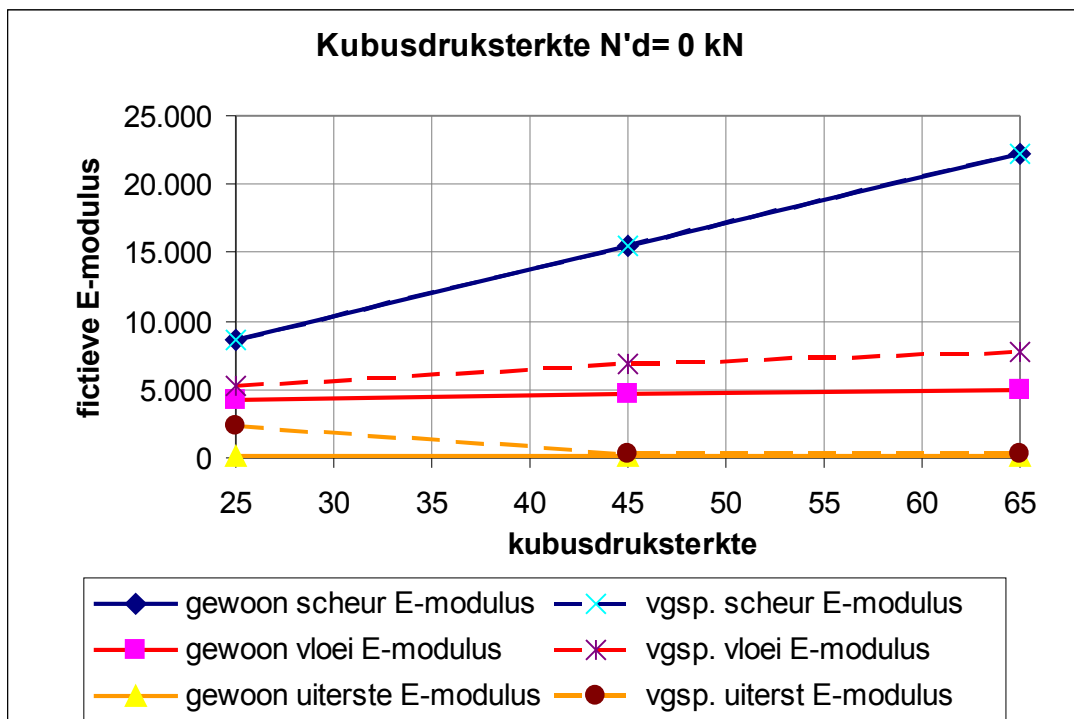
In het geval dat er meerdere evenwichtsvergelijkingen mogelijk zijn wordt aan de hand van de uitkomst voor  $x$ ,  $y$ ,  $\varepsilon_b$  en  $\varepsilon_s$  gekeken wat de juiste vergelijking is.

Ik zal hieronder een aantal M-k diagrammen geven die behoren bij een aantal eigenschappen uit tabel 7 die zijn gewijzigd om de invloed hiervan te bekijken. Met behulp van deze diagrammen moet een overzicht ontstaan van de invloeden en kan worden bekeken of er grote verschillen bestaan tussen de voorgespannen massieve doorsnede en de voorgespannen holle doorsnede.

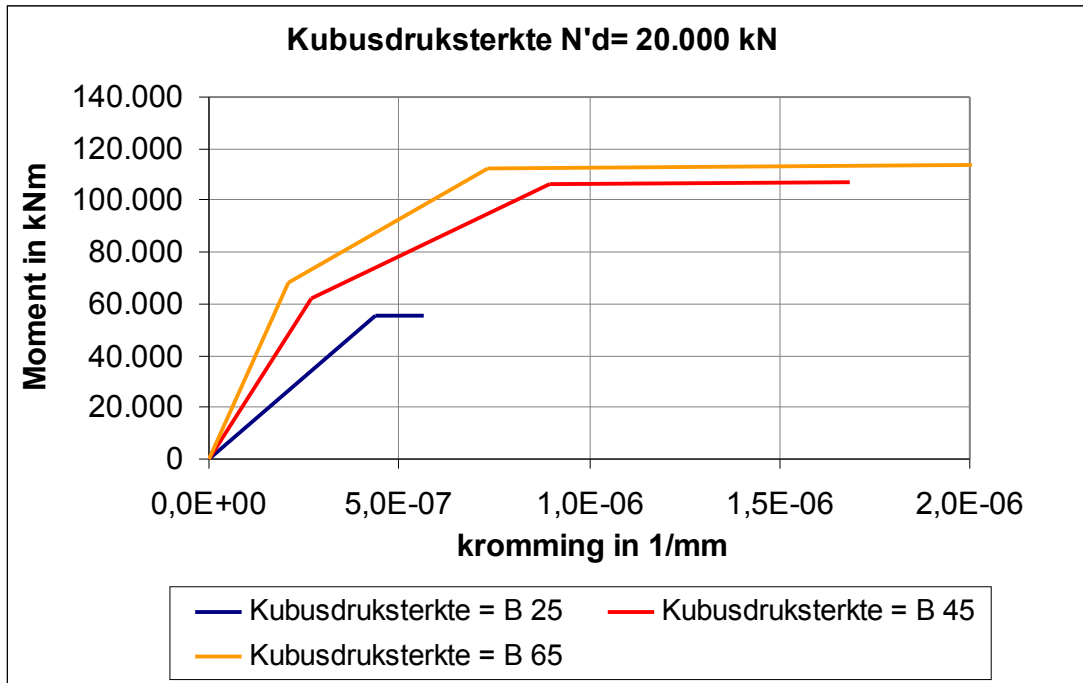
Aangezien het er vooral om gaat te onderzoeken of de invloed van voorspanning op holle en massieve doorsneden gelijk is zal op de grafieken die worden getekend alleen dieper worden ingegaan als er sprake is van een verschil tussen holle en massieve doorsneden. Is dit niet het geval, wat de verwachting is dan zal er snel doorheen worden gegaan. Voor alle onderzochte eigenschappen, behalve de normaalkracht is gekeken naar een normaalkracht van 0 kN en 20.000 kN. De grafieken vanaf de volgende pagina zijn als volgt weergegeven. Per eigenschap worden er een aantal M-k diagrammen voor verschillende waarden in één grafiek getekend. Vervolgens wordt de (fictieve) E-modulus uitgezet tegen de waardes van deze eigenschap. Zo wordt de invloed van deze eigenschap in een grafiek weergegeven en kan er een vergelijking worden gemaakt met de massieve doorsnede.



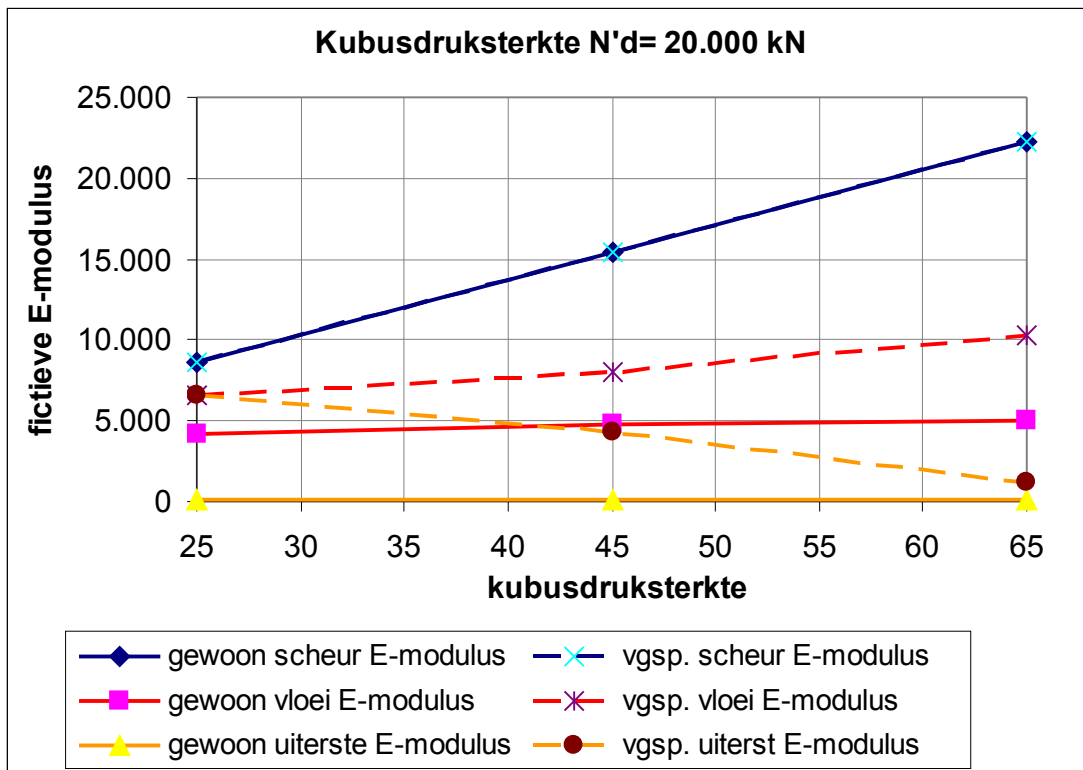
Grafiek 28: M-k diagram voor 3 verschillende betonkwaliteiten, slechts een deel van het complete traject is afgebeeld voor de twee hogere betonkwaliteiten (B45 en B65)



Grafiek 29: E-modulus voor scheur, vloeï en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de kubusdruksterkte.

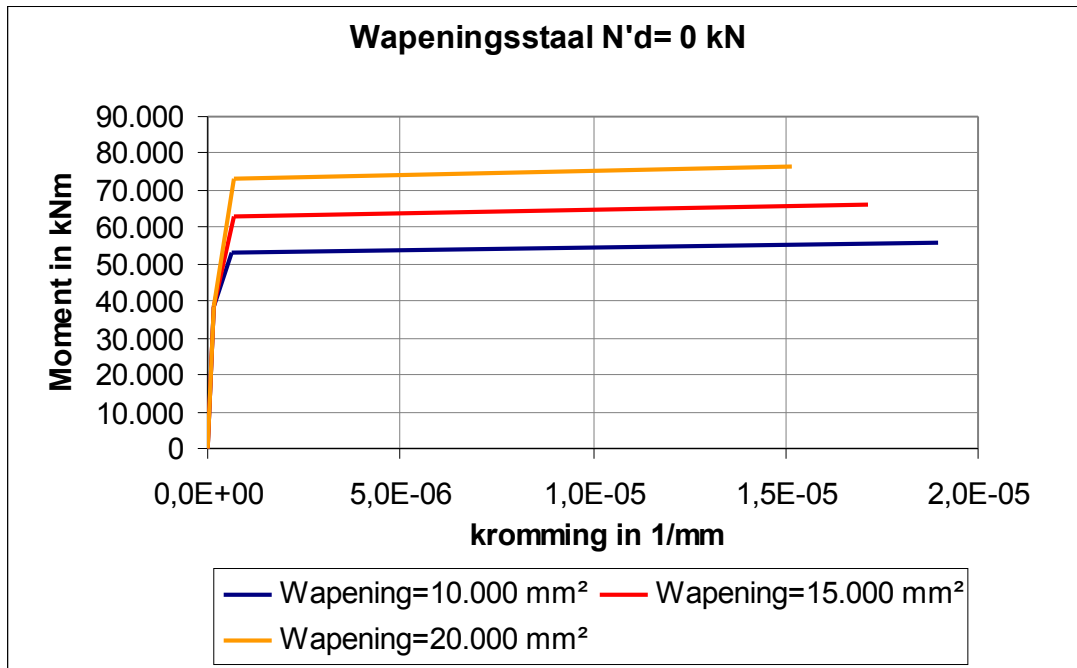


Grafiek 30: M-k diagram voor 3 verschillende betonkwaliteiten, slechts een deel van het complete traject is afgebeeld voor grootste betonkwaliteit B65

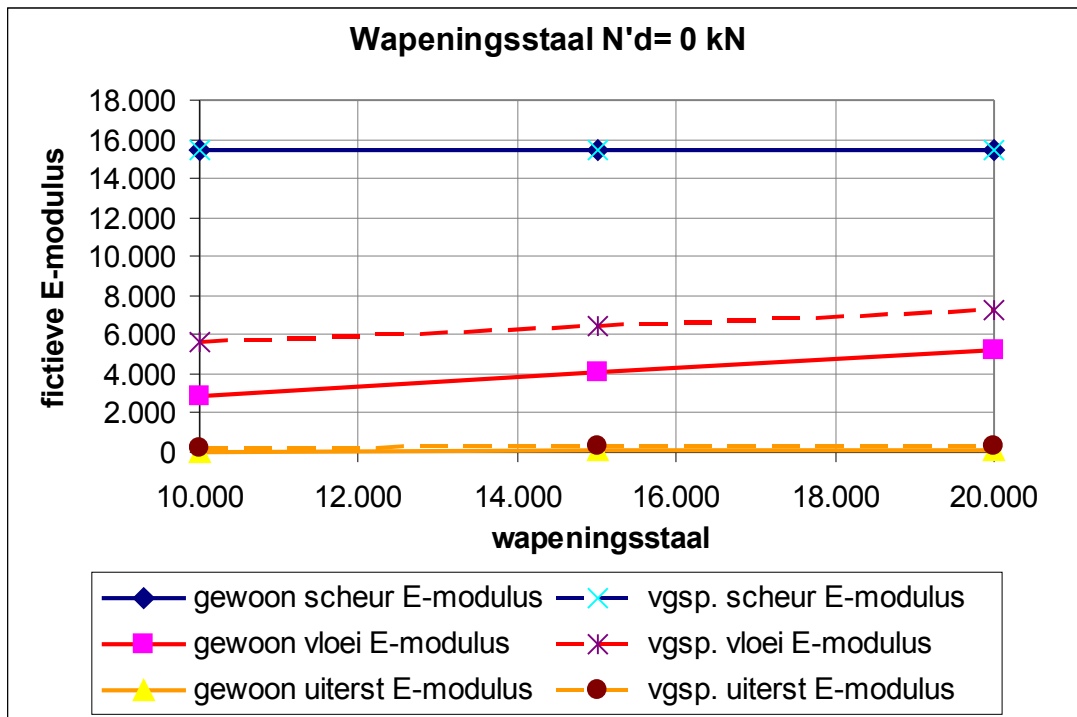


Grafiek 31: E-modulus voor scheur, vloe en uiterst moment (gewoon/voorgespannen) uitgezet tegen de kubusdruksterkte

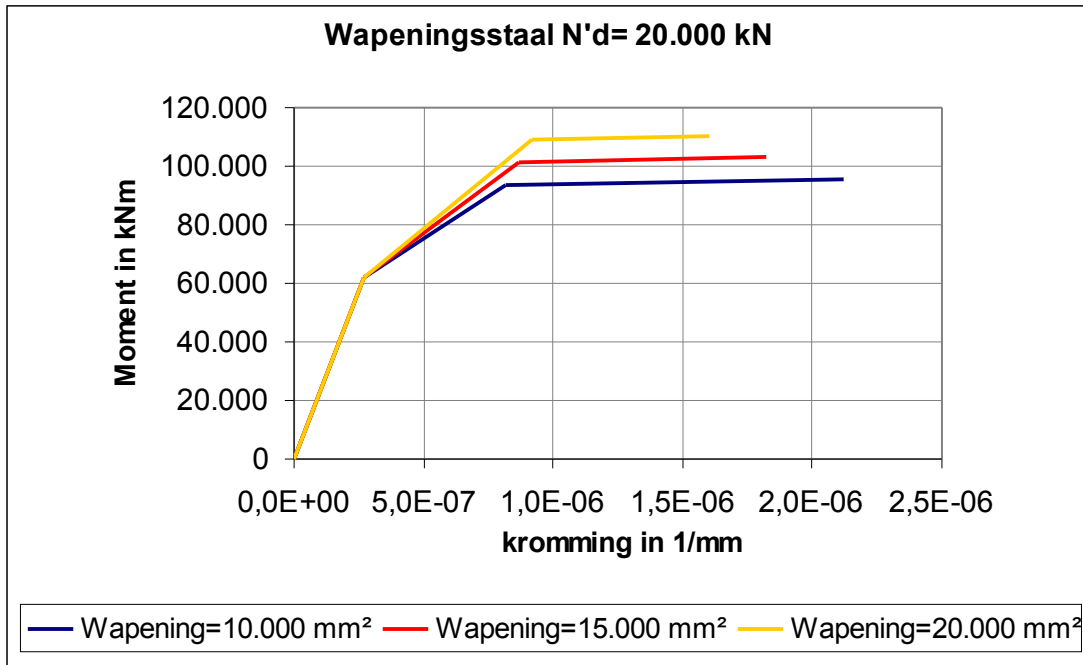




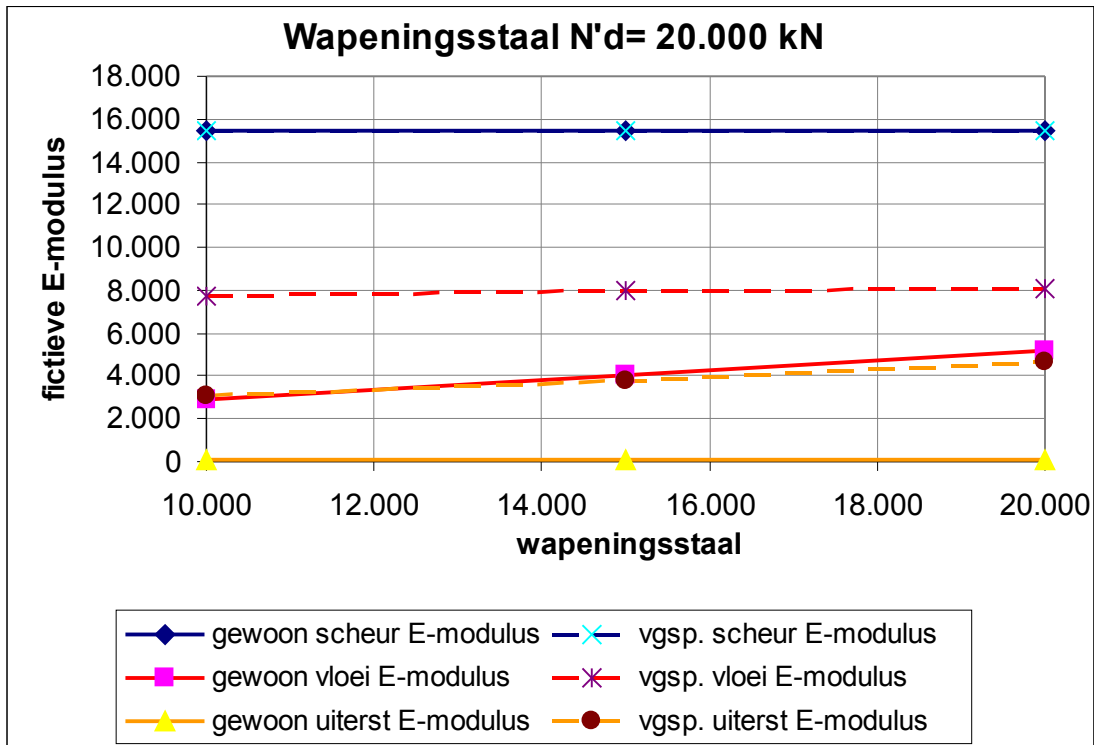
Grafiek 32: M-k diagrammen voor 3 verschillende hoeveelheden wapening



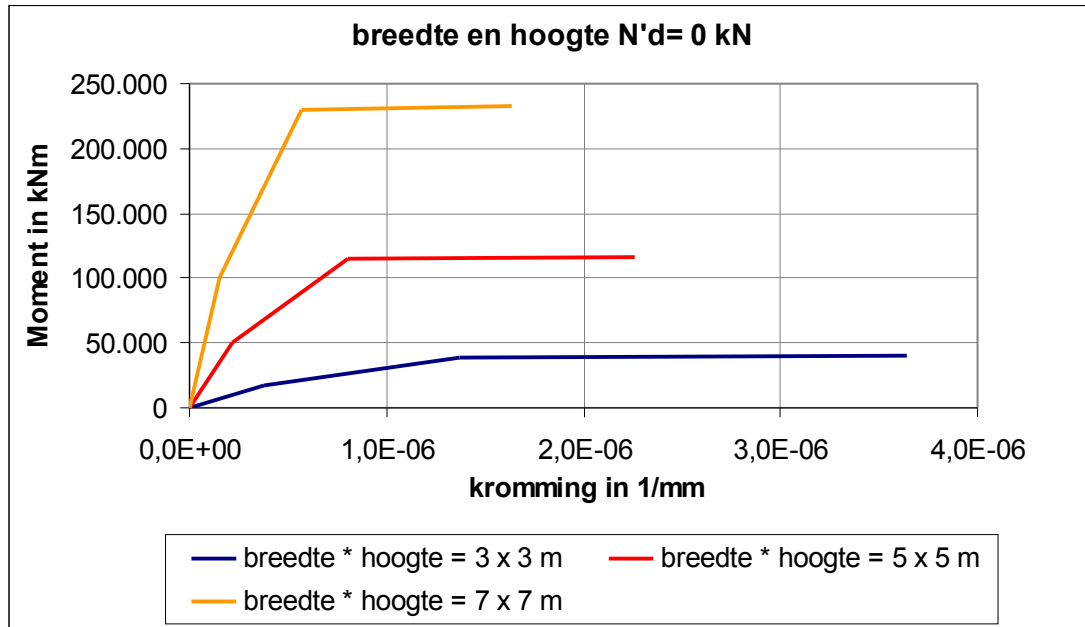
Grafiek 33: E-modulus voor het scheur, vloe en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de hoeveelheid wapeningsstaal.



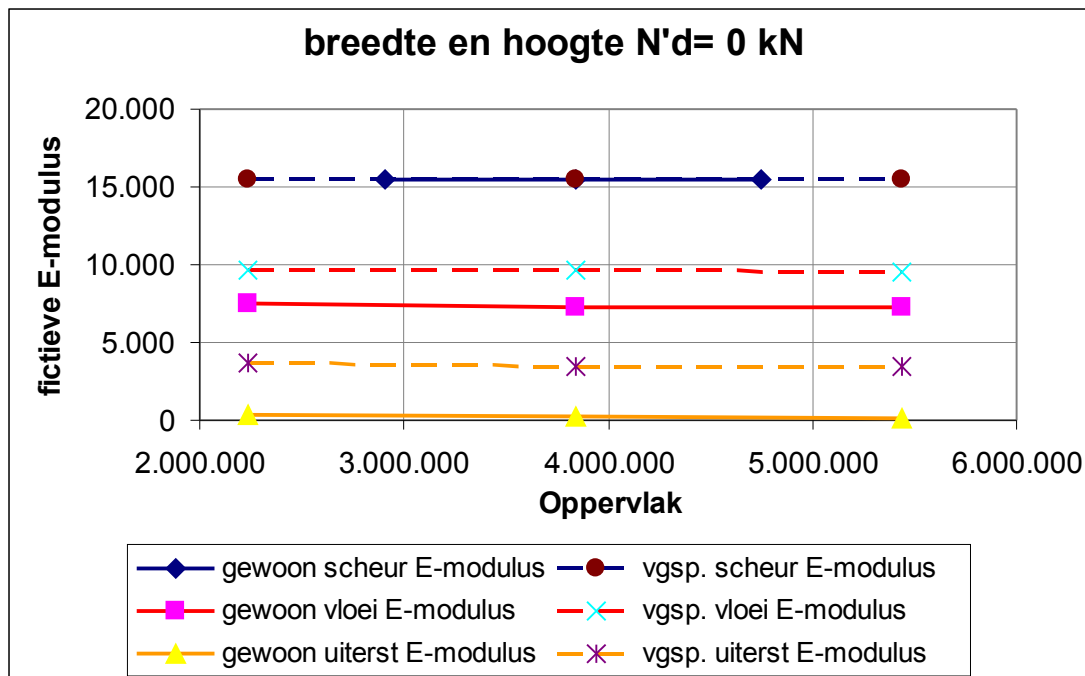
Grafiek 34: M-k diagrammen voor 3 verschillende hoeveelheden wapening



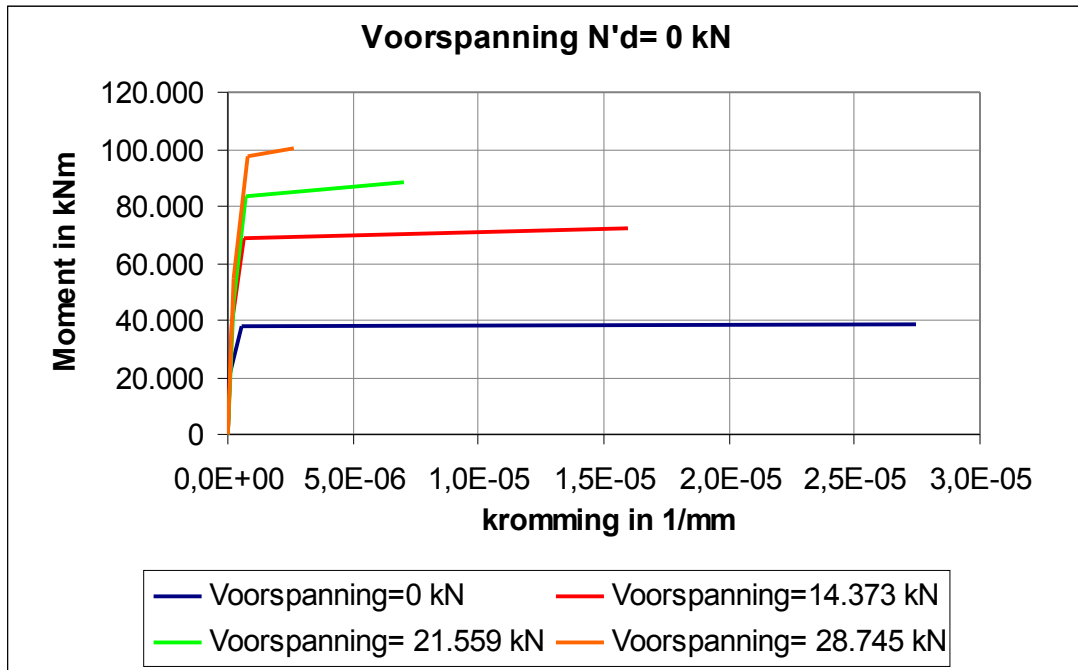
Grafiek 35: E-modulus voor het scheur, vloeit en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de hoeveelheid wapeningsstaal



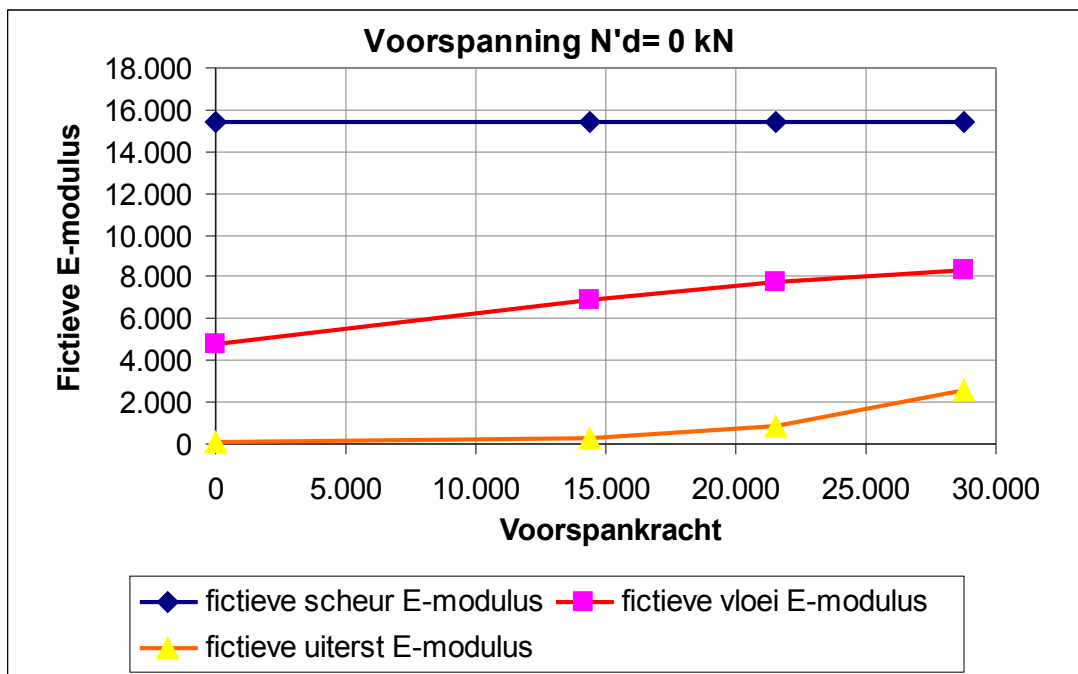
Grafiek 36: M-k diagram voor verschillende afmetingen, in alle gevallen is de spanning in het beton en het wapeningspercentage gelijk.



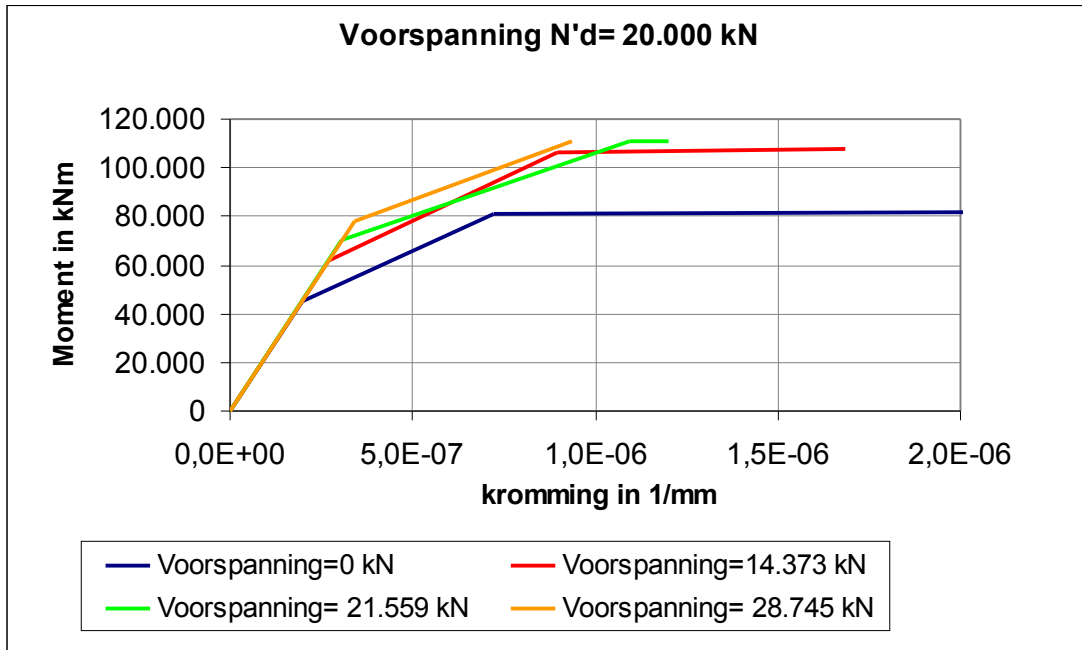
Grafiek 37: E-modulus voor het scheur, vloeit en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen het betonoppervlak, de spanning in het beton en het wapeningspercentage zijn bij verschillende doorsneden gelijk gehouden.



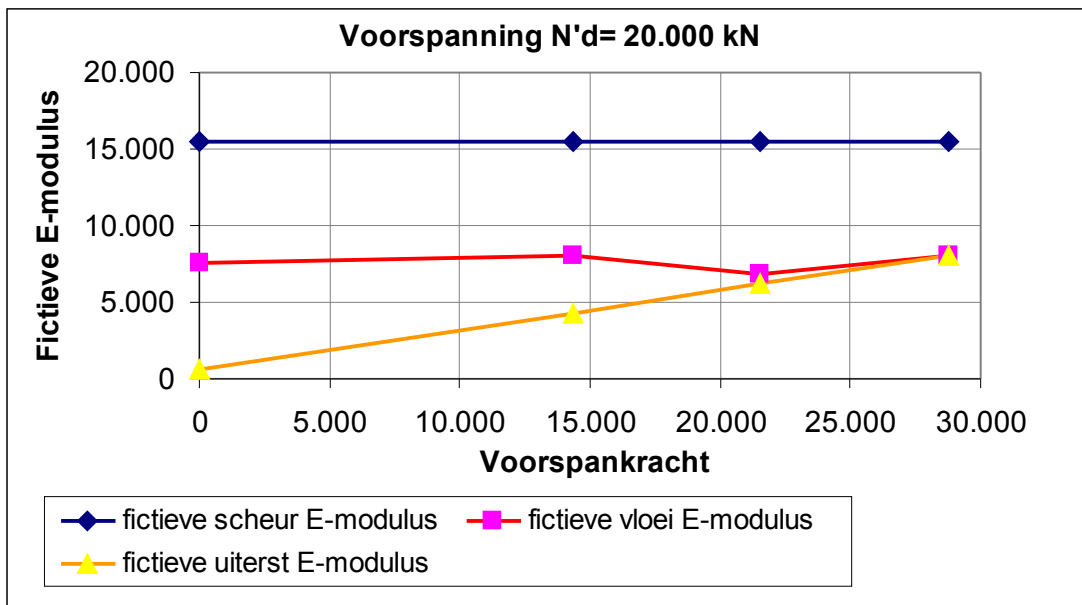
Grafiek 38: M-k diagram voor verschillende voorspankrachten, voorspankrachten zijn gekozen aan de hand van 0, 10.000, 15.000 en 20.000 mm<sup>2</sup> voorspanstaal.



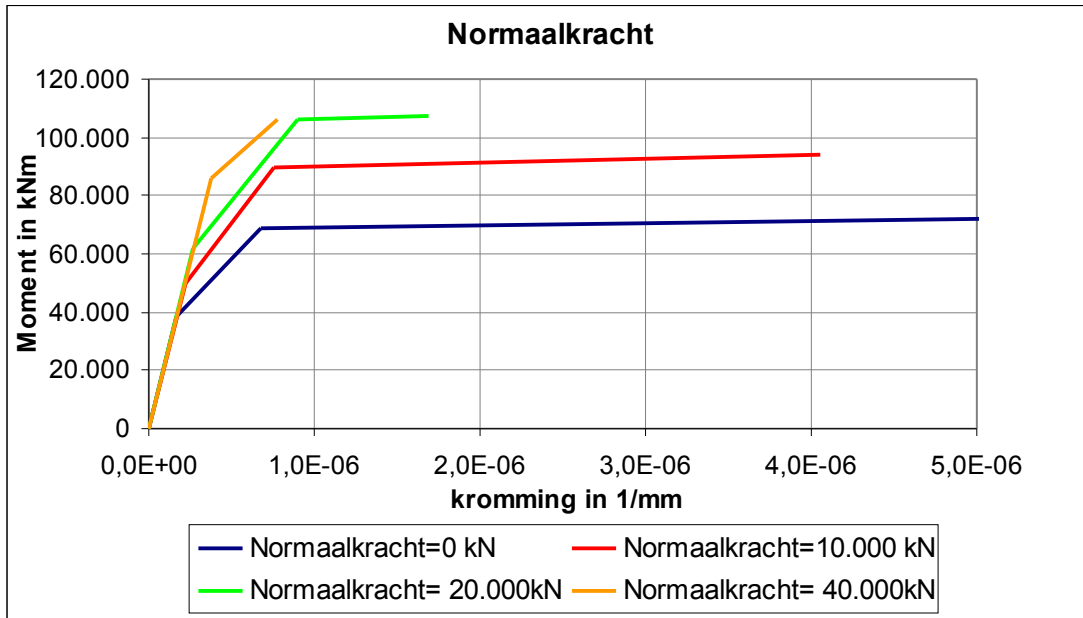
Grafiek 39: E-modulus voor het scheur, vloeit en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de voorspankracht.



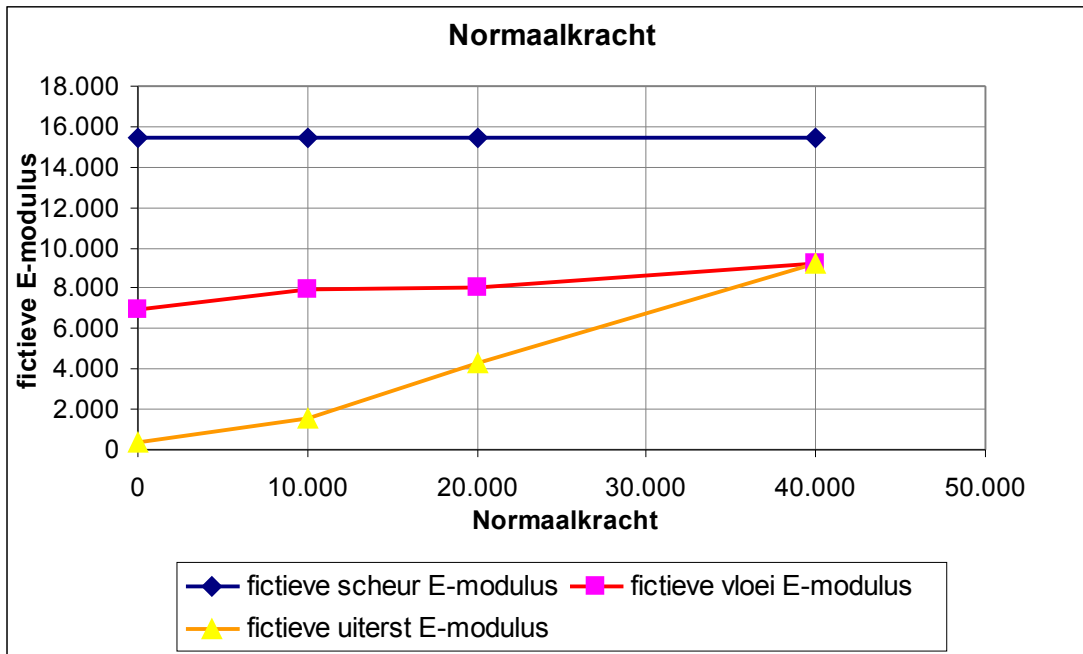
Grafiek 40: M-k diagram voor verschillende 4 voorspankrachten, voorspankrachten zijn gekozen aan de hand van 0, 10.000, 15.000 en 20.000 mm<sup>2</sup> voorspanstaal.



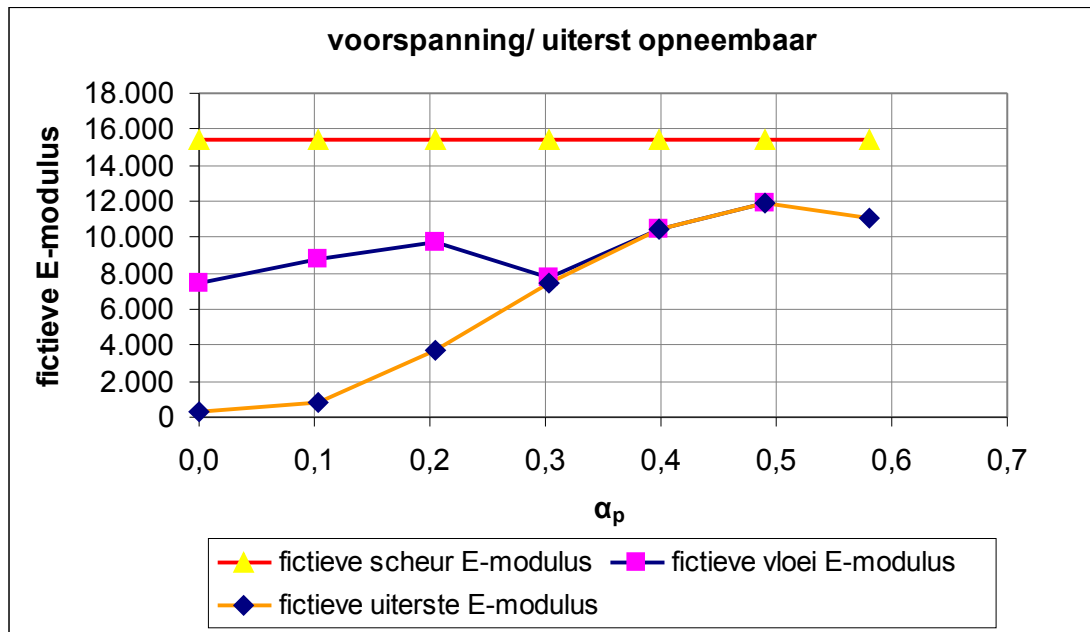
Grafiek 41: E-modulus voor het scheur, vloeit en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de voorspankracht.



Grafiek 42: M-k diagram voor verschillende 4 normaalkrachten.



Grafiek 43: E-modulus voor het scheur, vloeit en uiterst moment voor voorgespannen en niet voorgespannen doorsnede uitgezet tegen de normaalkracht.



Grafiek 44: E-modulus voor scheur, vloeit en uiterst moment uitgezet tegen factor  $\alpha_p$ .

In de bovenstaande grafieken zijn de eigenschappen bekeken die ook bij de massieve doorsnede de revue hebben gepasseerd. Uit deze grafieken is af te leiden dat het effect wat voorspanning en het wijzigen van bepaalde eigenschappen op een holle doorsnede heeft nagenoeg hetzelfde is als op de eerder beschouwde massieve doorsnede. Daarnaast geeft grafiek 44 een zelfde verloop als grafiek 27, voor een massieve doorsnede. De conclusies die in de vorige paragraaf getrokken zijn aangaande een massieve voorgespannen kolom gelden ook voor een holle voorgespannen doorsnede, kern.

## 5.6 SAMENVATTING CONCLUSIES B

1. Voorspanning werkt hetzelfde als een normaalkracht in de doorsnede, we introduceren een nieuwe factor  $\alpha_p$ , de verhouding tussen de aanwezig voorspankracht en de uiterst opneembare normaalkracht, worden geschreven als:

$$\alpha_p = \frac{F_{pw}}{(A_s * f_s) + (A_b * f'_b)}$$

In principe is het zo dat hoe hoger de voorspankracht, dus  $\alpha_p$ , hoe groter de stijfheid van de kolom/ kern. Een voorwaarde is dat bij de niet voorgespannen kolom/ kern het moment in de doorsnede groter is dan het scheurmoment, dus een gescheurde doorsnede. De verhoging van de stijfheid door het voorspannen van een kolom/ kern geldt tot een bepaalde waarde voor  $\alpha_p$  waarna een toename alleen nog zorgt voor een afname van de stijfheid. Vergroten van de voorspanning is dus slecht gunstig tot een zekere hoogte.

2. Een verhoging van de kubusdruksterkte heeft een positieve invloed op de stijfheid van de kolom/ kern. Dit komt doordat een verhoging van de kubusdruksterkte een verhoging van de Elasticiteits modulus tot gevolg heeft. Als je naar de factor  $\alpha_p$  kijkt leidt het verhogen van de betondruksterkte ( $f'_b$ ) (is gerelateerd aan de kubusdruksterkte) tot een lagere  $\alpha_p$  factor dus wordt de stijfheid relatief lager door de betondruksterkte te verhogen. Daarentegen kan bij een grotere betondruksterkte een groter voorspankracht worden aangebracht.
3. Voor kleinere betondoorsneden is dezelfde voorspanning relatief voordeliger doordat de spanning in de doorsnede groter is. Wordt de voorspanning aangepast aan de betondoorsnede, een gelijke spanning en dus eenzelfde  $\alpha_p$  voor de verschillende doorsneden blijft de E-modulus nagenoeg gelijk, hij stijgt een klein beetje als het betonoppervlak toeneemt. De invloed van het vergroten van de doorsnede voor een voorgespannen kolom/ kern verschilt niet met het vergroten van de doorsnede voor een niet voorgespannen kolom/ kern.



4. Als de verhouding tussen de hoeveelheid voorspanwapening en de hoeveelheid wapening toeneemt, dus een vermindering van de hoeveelheid wapeningsstaal, is de aanwezige voorspanning effectiever. Tegengesteld is het ook zo dat een relatief hoog wapeningspercentage in een kolom/ kern leidt tot een minder groot effect van voorspanning dan in een kolom/ kern met een lager wapeningspercentage

## 6. Invloed 2<sup>e</sup> orde effect

In dit onderzoek is alleen gekeken naar een centrisch voorgespannen kolom, de conclusies die worden getrokken zijn puur voor centrisch voorgespannen, vierkante kolommen. De belangrijkste conclusie is dat voorspannen van een betonnen kolom kan leiden tot een verhoging van de stijfheid van een kolom. Een verhoogde EI door voorspanning heeft de volgende gevolgen.

- Kleinere vervorming aan de top van de kolom, wanneer we uitgaan van een aan de onderkant volledig ingeklemde kolom geldt hiervoor:

$$\delta_{top} = \frac{q * l^4}{8 * EI}$$

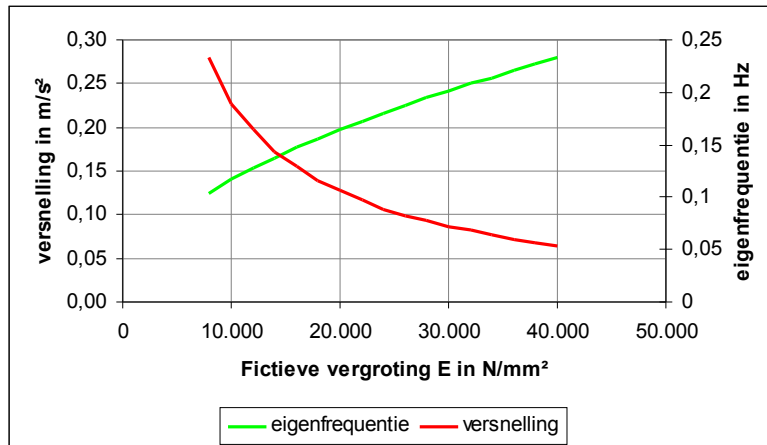
- Een grotere stijfheid van de kolom leidt tot een hogere eigenfrequentie, voor een ingeklemde kolom geldt:

$$f_e = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{k}{m_e}}$$

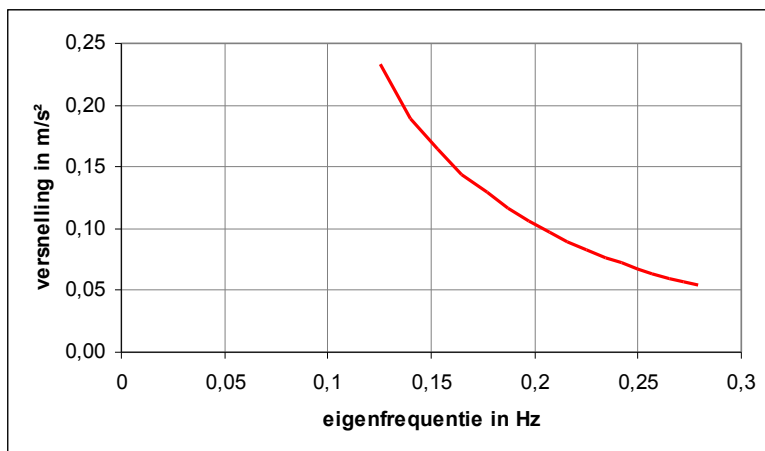
Uit de grafieken 28 en 29, waarin zowel de versnelling als de eigenfrequentie zijn uitgezet tegen de stijfheid, valt af te leiden dat de versnelling afneemt bij een grotere stijfheid en dus een hogere eigenfrequentie. Dit zou betekenen dat een grotere stijfheid gunstiger is voor de dynamische eigenschappen van een kolom (gebouw). Wat in beide grafieken niet is verwerkt is de invloed van de demping D. De demping wordt door de eigenfrequentie negatief beïnvloed waardoor de afname niet zo groot is als in grafieken 28 en 29 wordt geschetst. De invloed van de eigenfrequentie en de vervorming aan de top van een gebouw kan in formulevorm geschreven worden als:

$$D = 0,01 * f_e + 10^{0,5\sqrt{d}} * \frac{\hat{u}_{top}}{H}$$

In deze formule kan worden herkend dat door een groter stijfheid de maximale dynamische verplaatsing ( $\hat{u}_{top}$ ) afneemt waardoor ondanks dat de eigenfrequentie ( $f_e$ ) toeneemt de demping (D) minder wordt.



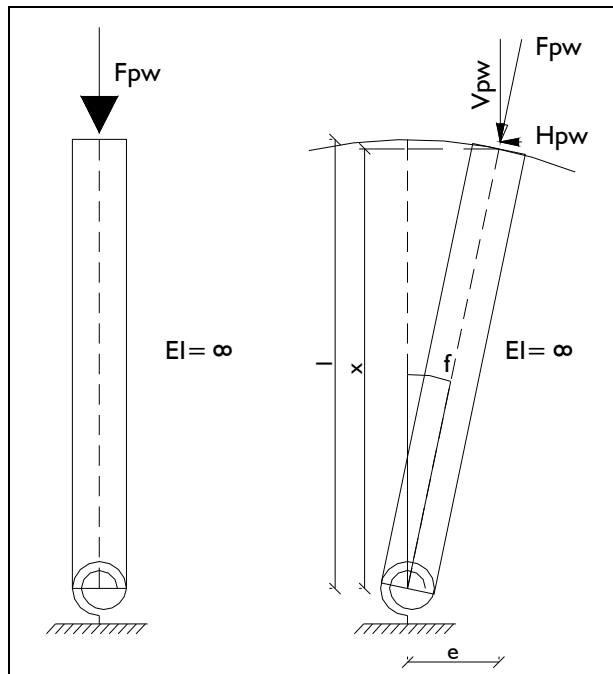
Grafiek 45: versnelling en eigenfrequentie uitgezet tegen elkaar en de elasticiteitsmodulus (geeft stijfheid weer)



Grafiek 46: eigenfrequentie uitgezet tegen de versnelling.

We hebben tot nu toe alleen gekeken naar de invloed van voorspanning op de stijfheid van een kolom. Het is daarnaast belangrijk om te kijken naar de invloed van voorspanning op het 2<sup>e</sup> orde effect. Als de vergroting van de voorspanning tevens zorgt voor een vergroting van het 2<sup>e</sup> orde moment is dat ongunstig voor de voorspanning en is het de vraag of verticaal voorspannen wel een gunstige invloed kan hebben op een (stabiliteitverzorgende) constructie.

Als we uitgaan van een simpel model, weergegeven in figuur 2, met een oneindig stijve kolom en een rotatieveer aan de onderkant. Dan kunnen we stellen dat er nooit een 2<sup>e</sup> orde moment zal ontstaan door de aanwezige voorspanning. De werklijn van deze resultante gaat namelijk altijd door de as van de kolom. Als we het momenten evenwicht uitschrijven blijkt dit ook zo te zijn.



Figuur 5: Schematisering van oneindig stijve kolom met voorspanning onder hoek  $f$

Moment ten gevolge van verticale component =  $V_{pw} * e$

Moment ten gevolge van horizontale component =  $H_{pw} * x$

Voor de excentriciteit  $e$ :  $\frac{e}{l} = \sin(\varphi)$   $e = l * \sin(\varphi)$

En voor de lengte  $x$ :  $\frac{x}{l} = \cos(\varphi)$   $x = l * \cos(\varphi)$

En voor  $V_{pw}$ :  $\frac{V_{pw}}{F_{pw}} = \cos(\varphi)$   $V_{pw} = F_{pw} * \cos(\varphi)$

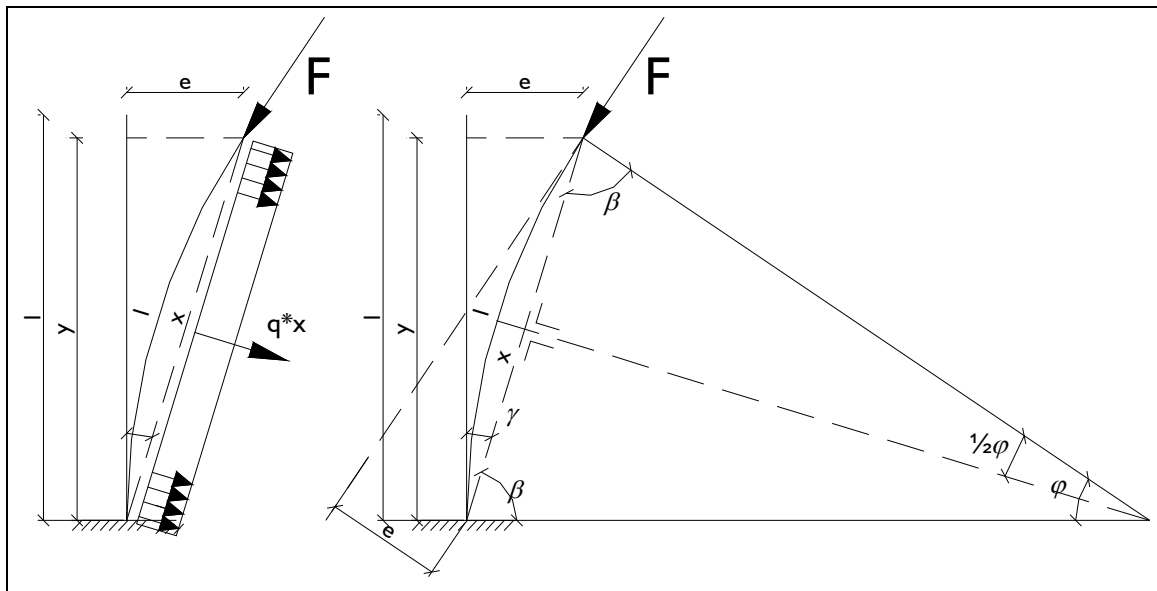
En voor  $H_{pw}$ :  $\frac{H_{pw}}{F_{pw}} = \sin(\varphi)$   $H_{pw} = F_{pw} * \sin(\varphi)$

Uitgeschreven momenten:  $M_h = F * \sin(\varphi) * l * \cos(\varphi) =$

$$M_v = F * \cos(\varphi) * l * \sin(\varphi)$$

Er is dus in dit model geen sprake van een 2<sup>e</sup> orde moment. Om te kunnen concluderen dat voorspanning geen invloed heeft op het 2<sup>e</sup> orde moment moeten we nog naar een ander schema gekeken worden.

Het vorige schema waarmee gekeken is naar de invloed van voorspanning op het 2<sup>e</sup> orde moment ging uit van een oneindig stijve kolom met een rotatieveer. Ik zal nu een schema bekijken waarbij de kolom niet een oneindige stijfheid heeft en dus vervormd, daarentegen is de kolom aan de onderkant ingeklemd. De vervorming van de kolom hebben we als cirkelvormig aangehouden. Als blijkt dat ook in dit geval geen sprake is van een 2<sup>e</sup> orde voorspanmoment is vastgesteld dat voorspanning geen invloed heeft op het 2<sup>e</sup> orde moment.



Figuur 6: schema van ingeklemde voorgespannen kolom en een niet oneindige stijfheid.

Het schema wat bij deze beschouwing zal worden bekeken is weergegeven in de bovenstaande figuur. Door de kromming van de kolom de kolom ontstaat er een gekromde kabel wat leidt tot een krommingsdruk ( $q_p$ ). Het moment ten gevolge van d krommingsdruk is even groot als het moment door de voorspankracht ( $F_p$ ) zodat er geen sprake is van een 2<sup>e</sup> orde moment.

De aangegeven hoeken worden gedefinieerd :

$$\beta = \frac{\pi - \varphi}{2}$$

en

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta = \frac{\pi + \varphi - \pi}{2} = \frac{\varphi}{2}$$

De krommings druk tgv het kabelverloop als :

$$q_p = \frac{F_p}{R}$$

De aangegeven lengtes worden geschreven als :

$$x = 2 * R * \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

en

$$e = 2 * R * \sin(\gamma) * \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2 * R * \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Hieruit volgt voor de momenten :

$$M_q = \frac{1}{2} * q_p * x^2 = \frac{F_p * \left(2 * R * \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)^2}{2 * R} = 2 * R * \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) * F_p =$$

$$M_f = F_p * e = 2 * R * \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) * F_p$$

Aangezien beide momenten gelijk zijn aan elkaar is geen sprake van een 2<sup>e</sup> orde moment ten gevolge van de voorspanning. Dit gecombineerd met het eerste schema met een oneindig stijve kolom duidt erop dat voorspanning in geen enkel geval voor een 2<sup>e</sup> orde moment zorgt.

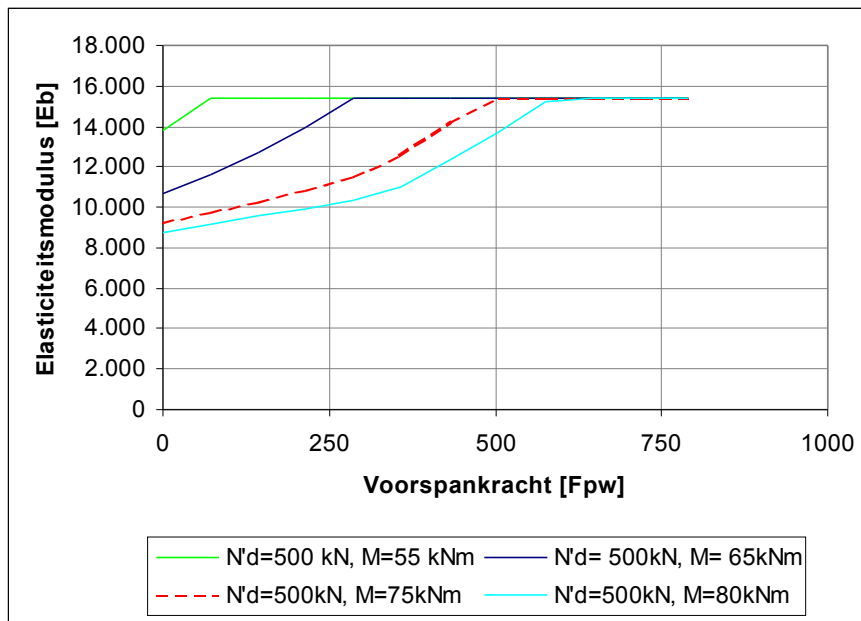
We kunnen vervolgens het effect van voorspanning in een grafiek weergeven hierbij gebruiken we voor de eulerse kniklast ( $F_E$ ) van een kolom de onderstaande formule.

$$F_E = \frac{\pi^2 * EI}{(l_k)^2}$$

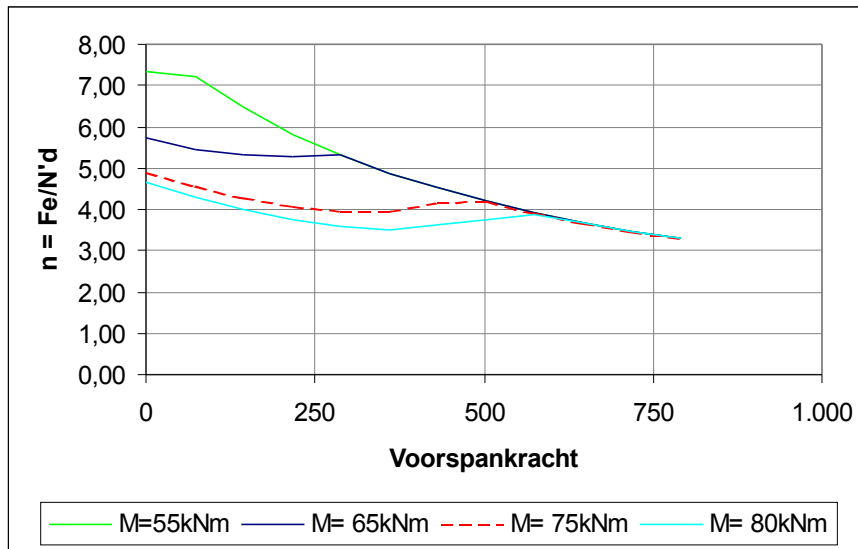
Waarna de knikfactor als volgt word bepaald.

$$n = \frac{F_E}{N'_d}$$

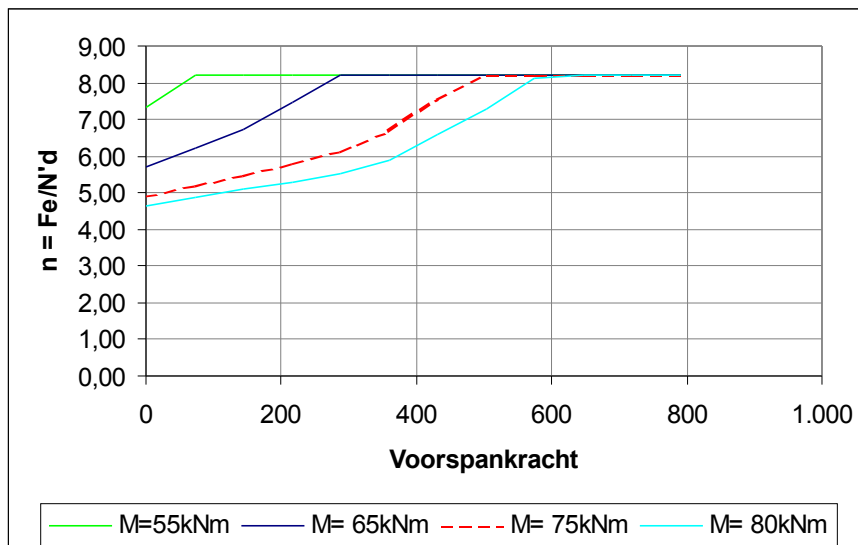
Ter vergelijking zullen we ook een grafiek maken voor de knik factor (n) voor een kolom waarbij de voorspankracht als 2<sup>e</sup> orde kracht meewerkt, hierbij wordt de normaalkracht (N) in de doorsnede gebruikt om het 2<sup>e</sup> orde moment te bepalen.



Grafiek 47: E-modulus (E) uitgezet tegen voorspankracht deze grafiek is gelijk voor het geval dat de voorspankracht het 2<sup>e</sup> orde effect vergroot en in het geval dat dit niet het geval is.



Grafiek 48: n-factor uitgezet tegen voorspankracht in het geval dat er sprake is van een vergroting van het 2<sup>e</sup> orde effect.



Grafiek 49: n-factor uitgezet tegen de voorspankracht in het geval er er geen vergroting van het 2<sup>e</sup> orde moment ontstaat door voorspanning.

Uit beide bovenstaande grafieken blijkt duidelijk dat voorspanning gunstig werkt in het geval dat de voorspanning niet voor een extra 2<sup>e</sup> orde moment zorgt. In het andere geval werkt het alleen negatief en gaan uiteindelijk alle lijnen op in de lijn:

$$n = \frac{\pi^2 * EI_r}{(l_k)^2 * F_{pw}}$$



Als er geen sprake is van een voorspan 2<sup>e</sup> orde moment gaan alle lijnen uiteindelijk op in de horizontale lijn:

$$n = \frac{\pi^2 * EI_r}{(l_k)^2}$$

## 6.1 CONCLUSIES C

Uit een tweetal modellen blijkt dat de voorspanning niet voor een 2<sup>e</sup> orde moment zorgt dus dat er geen invloed van voorspanning op het 2<sup>e</sup> orde moment is, dit houden we in het vervolg als uitgangspunt aan.

En aangezien de voorspanning niet voor een 2<sup>e</sup> orde moment zorgt heeft de verhoging van de stijfheid van de kolom een positieve invloed op de n-factor, de Eulerse kniklast ( $F_E$ ) wordt immers verhoogt door een grotere stijfheid ( $EI$ ). We kunnen dus stellen dat voorspanning gunstig is voor het 2<sup>e</sup> orde effect mits het moment in de kolom groter is als het scheurmoment voor de niet voorgespannen doorsnede.

Ook uit de grafieken blijkt dat het voorspannen van een kolom een positieve invloed heeft op het 2<sup>e</sup> orde effect. Zou de aanwezige voorspanning wel voor een 2<sup>e</sup> orde moment zorgen, waar we dus niet van uit gaan, dan is voorspanning ongunstig voor het 2<sup>e</sup> orde moment.

De grootste stijfheid van de kolom wordt bereikt wanneer het moment dat aanwezig is in de doorsnede kleiner is als het scheurmoment ( $M_{rp}$ ) uit het M-N-k diagram. Als door het voorspannen van de kolom dit is bereikt heeft het op de stijfheid geen (positief) effect meer om een grotere voorspanning aan te brengen.

In het geval dat de voorspanning geen invloed heeft op het 2<sup>e</sup> orde moment is voorspanning, tot op zekere hoogte altijd gunstig voor de 2<sup>e</sup> orde op de doorsnede. Als de verticale voorspanning wel invloed heeft op het 2<sup>e</sup> orde moment zal voorspannen ongunstig zijn voor het 2<sup>e</sup> orde moment. Hoewel er wel een combinatie van eigenschappen mogelijk is waar de voorspanning wel positief werkt moet hier goed naar gezocht worden.

## 7. Kruip, krimp en relaxatie

In dit hoofdstuk zal ik de invloed van krimp, kruip en relaxatie beschrijven op beton en in het bijzonder op voorgespannen beton. In de M-k diagrammen die in het vooronderzoek zijn gebruikt zijn deze factoren verwerkt in de spannings-rek diagrammen voor de lange duur.

Omdat krimp, zoals volgens de norm moet worden bepaald, niet afhankelijk is van de belasting op het beton zal die voor constructies voorgespannen en niet voorgespannen hetzelfde zijn. Aangezien kruip wel afhankelijk is van de aanwezige belasting zal de kruipvervorming groter zijn voor een voorgespannen kolom. Daarnaast zorgt de relaxatie van het voorspanstaal voor een verkleining van de voorspankracht in het voorspanstaal.

### 7.1 KRIMP

Krimp is in principe onafhankelijk van belasting op het beton. Factoren die de grote van de krimp bepalen zijn: relatieve vochtigheid, sterkteklasse van beton, afmetingen van beton, wapeningspercentage en ouderdom. De afmeting van het beton heeft eigenlijk alleen invloed op de snelheid waarmee de krimpverkorting zal plaatsvinden.

In de norm (NEN6720 art. 6.1.6) wordt de krimpverkorting op de volgende manier berekend:

$$\varepsilon'_r = \varepsilon'_c * k_b * k_h * k_p * k_t \quad \text{met hierin}$$

$\varepsilon'_c$  de basiskrimp afhankelijk van de relatieve vochtigheid

$k_b$  de invloed van de sterkteklasse van het beton

$k_h$  de invloed van de geometrie van de doorsnede

$k_p$  de invloed van het wapeningspercentage

$k_t$  de invloed van de ouderdom van het beton voor  $t = \infty$   $k_t = 1$

## 7.2 KRUIP

In tegenstelling tot krimp wordt kruip wel beïnvloed door de aanwezige belasting op het beton. Kruip bestaat uit een plastisch en een elastische gedeelte hoewel deze twee gedeeltes zelden tot nooit apart worden berekend.

In de norm (NEN6720, art. 6.1.5) wordt de kruipverkorting op de volgende manier berekend.

$$\varepsilon_{bc}(t) = \phi(t, t_c) * \varepsilon_{be} \quad \text{met hierin}$$

$$\phi(t, t_c) = k_c * k_d * k_b * k_h * k_t$$

$k_c$  de invloed van de relatieve vochtigheid

$k_d$  de invloed van de ouderdom op het tijdstip van belasten en de sterkteklasse van het cement

$k_b$  de invloed van de sterkteklasse van het beton

$k_h$  de invloed van de geometrie van de doorsnede

$k_t$  de invloed van de belastingstijd voor  $t = \infty$   $k_t = 1$

## 7.3 RELAXATIE VAN BETON

De afname van de spanning bij een gelijkblijvende vervorming, heeft geen invloed op de voorspanning op zich.

## 7.4 RELAXATIE VAN VOORSPANSTAAL

Ook voor de relaxatie van voorspanstaal geldt dat het hier gaat om een afname van de spanning bij een gelijkblijvende vervorming. De grote van de relaxatie van het voorspanstaal is voor een groot deel afhankelijk van aanvangsspanning, bij hogere spanningen zal het voorspanverlies ten gevolge van de relaxatie snel toenemen.

In de norm (6720 art. 4.1.4.5) wordt het voorspanverlies ten gevolge van relaxatie van het voorspanstaal op de volgende manier beschreven:

$$\Delta\sigma_p = 3 * \Delta\sigma_{prel} * \left( 1 - 2 * \frac{\Delta\sigma_{pkr}}{\sigma_{pi}} \right) \quad \text{met hierin:}$$

$\Delta\sigma_{prel}$  de relaxatie na 1000 uur

$\Delta\sigma_{pkr}$  het spanningsverlies ten gevolge van kruip en krimp.

Bekijken we dezelfde kolom die ook in het vooronderzoek wordt gebruikt (kolom 300x300 B45) met als toevoeging daaraan N'd=500 kN.

## NIET VOORGESPANNEN KOLOM

### KRUIP

$$\varepsilon_{bc}(t) = \phi(t, t_c) * \varepsilon_{be} = 1,108 * 0,1622 * 10^{-3} = 0,18 * 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{be} = \frac{500 * 10^3}{((89600 * 33500) + (402 * 2 * 10^5))} = 0,1622 * 10^{-3}$$

$$\phi(t, t_c) = k_c * k_d * k_b * k_h * k_t = 1,9 * 0,7 * 0,9 * 0,926 * 1 = 1,108$$

$$k_c = 1,9 \quad \text{in de buitenlucht RV=65\%}$$

$$k_d = 0,7$$

$$k_b = 0,9 \quad \text{voor B45}$$

$$k_h = 0,926 \quad \text{voor } h_m = 150$$

$$k_t = 1 \quad \text{voor } t = \infty$$

### KRIMP

$$\varepsilon'_r = \varepsilon'_c * k_b * k_h * k_p * k_t = 0,25 * 0,9 * 0,926 * 0,92 = 0,192 * 10^{-3}$$

$$\varepsilon'_c = 0,25 \quad \text{basiskrimp in de buitenlucht RV=65\%}$$

$$k_b = 0,9 \quad \text{voor B45}$$

$$k_h = 0,926 \quad \text{voor } h_m = 150$$

$$k_p = 0,92 \quad \text{wapeningspercentage van 0,45\%}$$

$$k_t = 1 \quad \text{voor } t = \infty$$

totale vervorming ten gevolge van kruip en krimp en verkorting tengevolge van kruip krimp en de elastische voorspanning tgv de Normaalkracht.

$$\varepsilon_{bkr} = 0,18 + 0,192 * 10^{-3} = 0,372 * 10^{-3} \quad \Delta l = (0,372 + 0,16) * 10^{-3} * 2500 = 1,33 \text{ mm}$$

## VOORGESPANNEN KOLOM

### KRUIP

$$\varepsilon_{bc}(t) = \phi(t, t_c) * \varepsilon_{be} = 1,108 * 0,34 * 10^{-3} = 0,377 * 10^{-3}$$

$$F_{pw} = F_{p0} - \frac{N'_d + F_{p0}}{1 + \frac{A_b * E_b}{E_p * A_p}} = 575 * 10^3 - \frac{(500 + 575) * 10^3}{1 + \frac{89600 * 33500}{2 * 10^5 * 400}} = 547.095 \text{ N}$$

$$\varepsilon_{be} = \frac{(500 + 547) * 10^3}{((89600 * 33500) + (402 * 2 * 10^5))} = 0,34 * 10^{-3}$$

$$\phi(t, t_c) = k_c * k_d * k_b * k_h * k_t = 1,9 * 0,7 * 0,9 * 0,926 * 1 = 1,108$$

$$k_c = 1,9 \quad \text{voor buitenlucht R.V}=65\%$$

$$k_d = 0,7$$

$$k_b = 0,9 \quad \text{voor B45}$$

$$k_h = 0,926 \quad \text{voor } h_m = 150$$

$$k_t = 1 \quad \text{voor } t = \infty$$

### KRIMP

$$\varepsilon'_r = \varepsilon'_c * k_b * k_h * k_p * k_t = 0,25 * 0,9 * 0,926 * 0,92 = 0,192 * 10^{-3}$$

- $\varepsilon'_c = 0,25$       basiskrimp in de buitenlucht  
 $k_b = 0,9$           voor B45  
 $k_h = 0,926$         voor  $h_m = 150$   
 $k_p = 0,92$          wapeningspercentage van 0,45%  
 $k_t = 1$              voor  $t = \infty$

totale vervorming ten gevolge van kruip en krimp

$$\varepsilon_{bkr} = 0,377 + 0,192 * 10^{-3} = 0,569 * 10^{-3} \quad \Delta l_{kr} = (0,569 + 0,34) * 10^{-3} * 2500 = 2,27 \text{ mm}$$

## RELAXATIE VOORSPANSTAAL

$$\Delta l_{voorspanstaal} = \frac{575 * 10^3 * 2500}{400 * 2 * 10^5} = 18 \text{ mm} \quad \Delta l_{kr} = 2,27 \text{ mm} \text{ tegen over } 1,33 \text{ mm bij de niet}$$

voorgespannen kolom.

$$\Delta \sigma_p = 3 * \Delta \sigma_{prel} * \left( 1 - 2 * \frac{\Delta \sigma_{pkr}}{\sigma_{pi}} \right) = 3 * 4,5 * \left( 1 - 2 * \frac{2,27}{18} \right) = 10,09 \text{ N/mm}^2$$

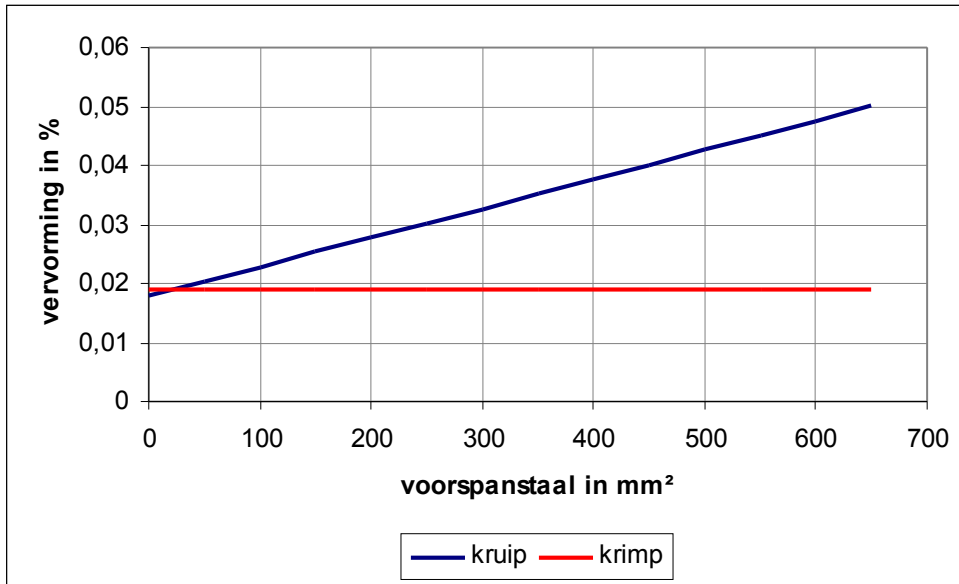
De voorspanning die overblijft van de aangebrachte voorspanning s

$$\sigma_{pw} = \frac{0,85 * 1860}{1,1} * \frac{18 - 2,27}{18} - 10,09 = 1246 \text{ N/mm}^2 \quad \frac{1246 * 100}{\frac{0,85 * 1860}{1,1}} = 86,7\%$$

In de uitwerking hierboven blijkt duidelijk dat de vervorming in een voorgespannen kolom aanzienlijk (bijna 2x) groter is als bij een niet voorgespannen kolom.

## 7.5 RELATIE VOORSPANNING KRIMP EN KRUIP

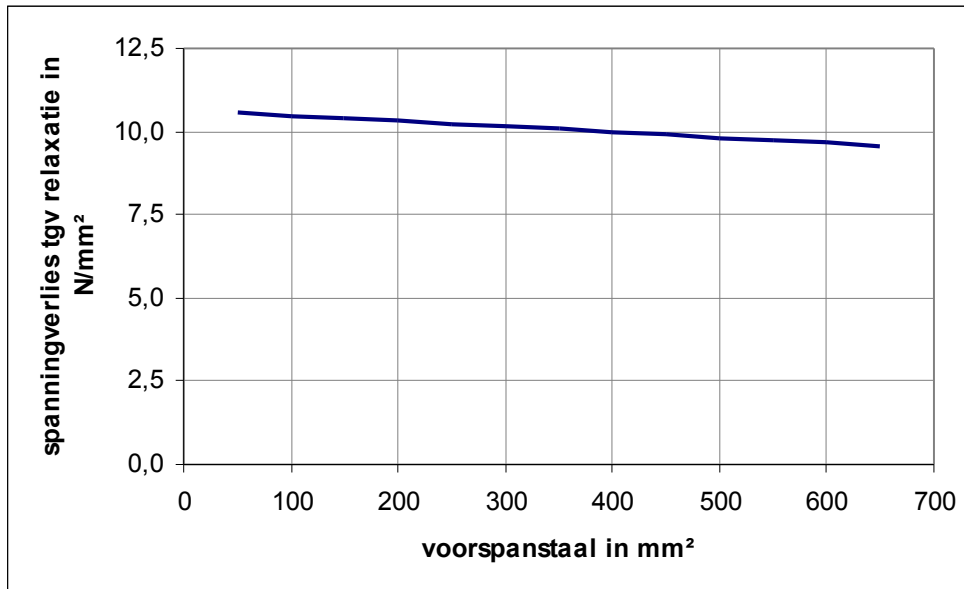
Bekijken we de kruip en de krimp vervorming uitgezet tegen de hoeveelheid  $\text{mm}^2$  voorspanstaal dan zien we dat de kruip aanzienlijk toeneemt bij een groter voorspankracht en dat de krimp gelijk blijft aangezien deze niet afhankelijk is van de belasting.



Grafiek 50: kruip en krimp vervorming uitgezet tegen het voorspanstaal in  $\text{mm}^2$

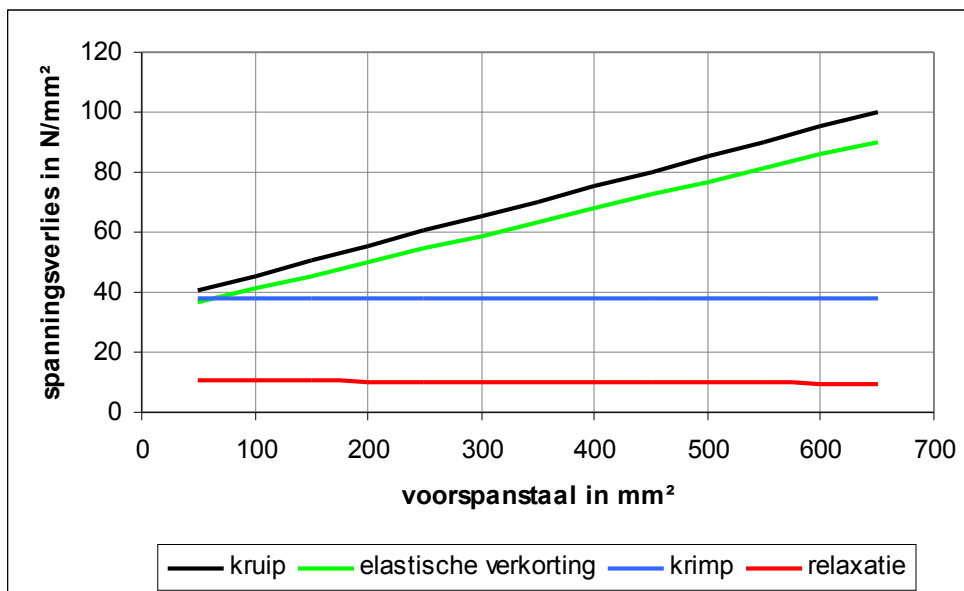
Bekijken we de relaxatie van het voorspanstaal dan zien we dat het gaat om ongeveer een spanningsafname van  $10 \text{ N/mm}^2$  wat neer komt op minder dan 1 procent. Uit de onderstaande grafiek blijkt ook dat de het spanningsverlies afneemt als er meer voorspanstaal (met de zelfde spanning) wordt toegepast. Dus minder relaxatie verlies bij een grotere voorspanning.



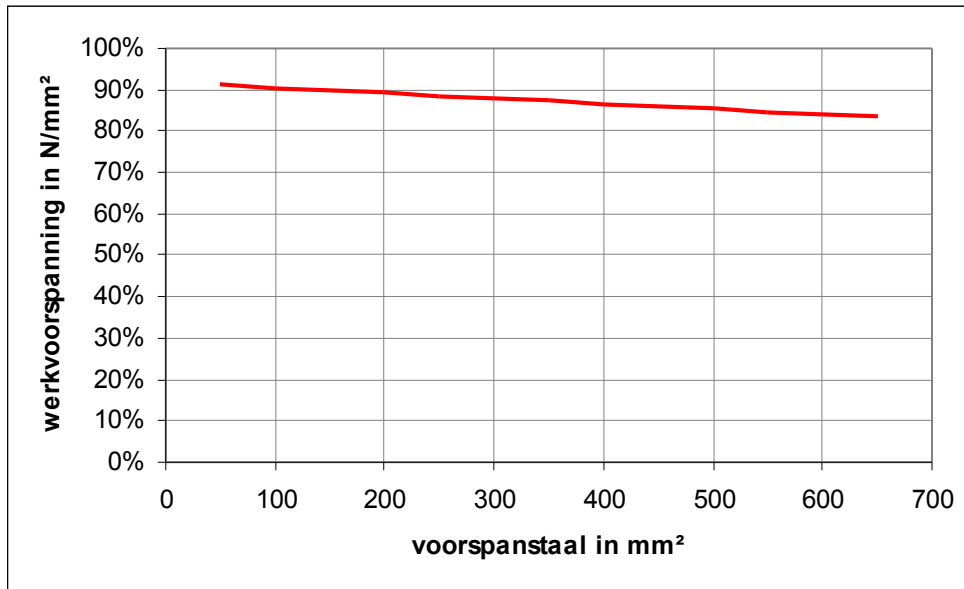


Grafiek 51: spanningsverlies ten gevolgen van relaxatie uitgezet tegen aantal mm² voorspanstaal

Bekijken we alle onderdelen die spanningsverlies tot gevolg hebben dan blijkt dat de grootste oorzaak hiervan worden verzorgd door kruip en de elastische vervorming van het beton. Beiden worden ook groter door een hogere voorspankracht. De werkvoorspanning ligt bij dit voorbeeld altijd boven de 80% van de aanvangsspanning.



Grafiek 52: soorten spanningsverlies uitgezet tegen de voorspankracht..



Grafiek 53: werkvoorspanning als percentage van aanvangsspanning uitgezet tegen voorspanstaal in mm<sup>2</sup>

## 7.6 GELDIGHEID

In de norm wordt voor de lange duur stijfheid een fictieve E gebruikt die gebruikt wordt voor het bepalen van de doorbuiging bij permanente (langdurige) belasting. Deze fictieve E is niet een materiaal eigenschap maar een manier om de vervorming in de richting van de langdurige belasting te bepalen. Voor het bepalen van een vervorming ten gevolge van een kort durende belasting, zoals wind, die bovendien niet in dezelfde richting is als de langdurende belasting hoeft de invloed van krimp en kruip niet in de E-modulus te worden verwerkt, en deze zal dus aanzienlijk groter zijn. Met de afname van de voorspanning ten gevolge van kruip en krimp voor de bepaling van de E-modulus moet wel worden gerekend.

## 8. Opmerkingen

Dit onderzoek heeft dus uitgewezen dat het toepassen van verticale voorspanning eventueel gunstig kan uitpakken. Als hetzelfde principe van voorspanning zal worden toegepast in een stabiliserend onderdeel van een gebouw, bijvoorbeeld een kern, zal deze voorspanning waarschijnlijk iets anders werken dan het geval is bij een centrisch voorgespannen kolom er zal dus voor die situatie nog apart een onderzoek gedaan moeten worden. Dat in Nederland niet veel voorbeelden bekend zijn van verticale voorspanning heeft te maken met de onbekendheid van verticale voorspanning maar zeker ook met het feit dat er in Nederland amper gebouwen zijn die daarvoor geschikt zijn.

In dit verslag is uitgegaan van een ingeklemde kolom met een normaalkracht bovenop (in) de kolom. Als er in een later stadium wordt gekeken naar kernen is de normaal kracht verdeeld over de hoogte van de kern waardoor de invloed van de voorspanning anders is, en de stijfheid van de kern over de hoogte kleiner wordt.

Er is in dit deelverslag niet op de verschillen van VMA en VZA in gegaan en als je de uitgangspunten bekijkt hebben ze het meest weg van een kolom voorgespannen met VZA. Bij VMA wordt de voorspankracht door de aanhechting met het beton niet alleen aan de uiteinden aan het beton doorgegeven maar ontstaan er ook spanningen ter plaatse van de aanhechting van het voorspanstaal in het beton, zo ontstaan een andere krachtswerking dan bij VZA. Voorspanning Met Aanhechting werkt in principe als wapening.

Net zoals bij een kolom belast met een normaal kracht zou moeten worden gerekend met een begin excentriciteit die voor een aanvangsmoment in het beton zorgt. Aangezien je de kabel nooit exact in het midden van de kolom kunt spannen. Voor een berekening van een voorgespannen kolom hoeft de voorspan-begin-excentriciteit niet te worden vergroot omdat er geen sprake is van een 2<sup>e</sup> orde invloed.

## 9. Literatuurlijst.

- [1] G.P.C. Oosterhout                      Wind induced dynamic behaviour of tall buildings, Proefschrift  
TU Delft juli 1996
- [2] P.W. Copier                                Voorgespannen betonplaten en enkelkabelsysteem,  
Afstudeeropdracht TU Delft juni 2001
- [3] NNI, NEN6720                            Voorschriften beton, constructieve eisen en  
rekenmethoden (VBC1995)
- [4] Cement 4 2002                            Pag 52-55, De Ostankino televisie toren na de brand.
- [5] CUR                                            Achtergronden bij de VBC 1990
- [6] prof. Dr. Ir. J.C. Walraven,            Betonpraktijkreeks 3: voorgespannen beton, ENCI Media 's-  
ir. J.C. Galjaard                                Hertogenbosch 1997
- [7] ir. W.C. Vis,                                Constructief ontwerpen in beton  
ing. R. Sagel
- [8] prof. Dr. Ir. A.S.G. Bruggeling        Theorie en praktijk van voorgespannen beton deel 1 en 2,  
professor Bakkerfonds, Delft, 1982

### Internet

[www.nd.edu/~tkijewsk/](http://www.nd.edu/~tkijewsk/)