

MASTER

Plastische splijtbreuk

onderzoek naar plastische splijtbreuk van duktiele metalen

van der Avoort, H.J.M.

Award date:
1979

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Plastische Spleijtbreuk

Onderzoek naar plastische spleijtbreuk van duktile metalen

Tilburg, december 1978

Harrie van der Avoort

P.T. - rapport no. 0444.

Samenvatting

Dit rapport bevat een samenvatting van het onderzoek naar het optreden van slijtbreuk van duktiële metalen na plastische deformatie.

Er bestond een vermoeden dat slijtbreuk wordt beïnvloed door de lokale isostatistische komponent van de spanningstoestand σ_m . Voor een onderzoek naar de invloed van een positieve σ_m kan gebruik worden gemaakt van gekerfde staven.

Mit vooronderzoek blijkt dat in de zone onder de kerf niet - uniforme deformatie optreedt. Op grond hiervan is een model gemaakt waarmee de lokale grootte van de spanningen en deformatie in de kleinste doorsnede berekend kan worden. Dit onderzoek met dit model blijkt dat $\sigma_m / \bar{\sigma}$ een aannemelijk en bruikbaar criterium vormt voor slijtbreuk.

Mit experimenten met verschillend gekerfde staven van een duktiel metaal, kan met dit model op grond van dit criterium een slijtbreukfunctie worden berekend. Met deze machinaal gekerfde staven kan echter alleen een beperkt gebied van breukrek worden onderzocht.

Dit onderzoek kan worden uitgebreid naar breuk bij kleinere deformatie door het aanbrengen van scherpere kerwen dmv. draadvonken en naar breuk bij grotere deformatie door breukproeven met ongekerfde staven onder hoge uitwendige druk uit te voeren.

Voowoord

Dit afstudeerwerk werd verricht in de vakgroep Produktietechnologie van de afdeling der Werktuigbouwkunde van de Technische Hogeschool Eindhoven in de sekte Omvormtechnologie, hoogleraar prof. dr. P. C. Keenstra, sekteleider ir. J. A. G. Kals.

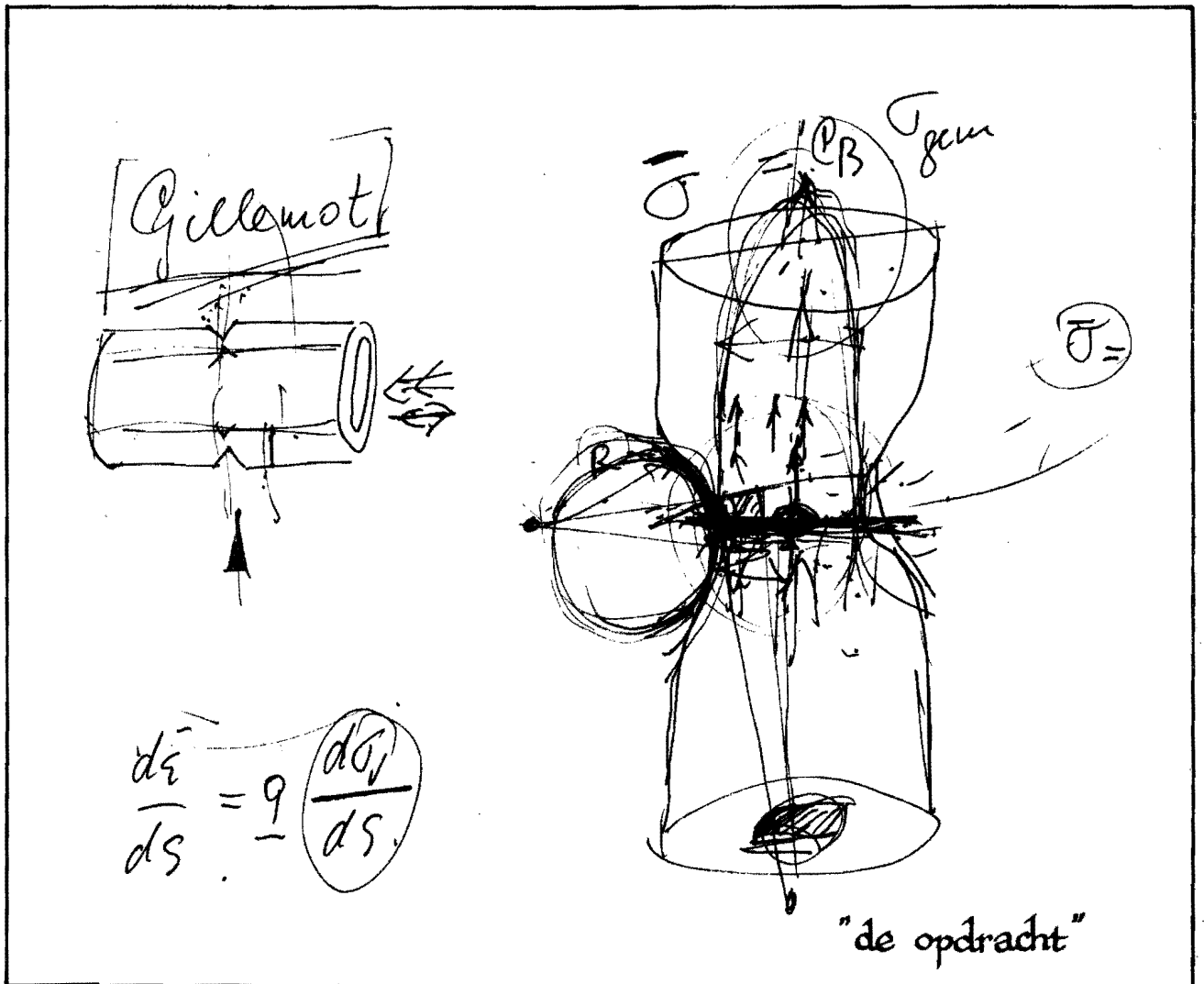
Het onderzoek van deze sekte is gericht op het ontwikkelen en analyseren van modellen van mathematische aard ter beschrijving van representatieve vormgevingsprocessen en het toetsen hiervan in de praktijk. De resultaten van deze analyses worden gebruikt om, rekening houdend met de bedrijfscondities, te komen tot een meer optimaal procesverloop.

Een van de belangrijke optimaliseringsgrootheden zijn de materiaaleigenschappen van produkt en gereedschap. In het kader hiervan is als afstudeerwerk het ontstaan van plastische slijtbreuk van metalen onderzocht. Hierbij werd ik begeleid door ir. J. A. G. Kals. Bij de realisatie van de experimenten werd ik bijgestaan door J. de Groot en A. van Dorland, welke de proefstukken heeft gedraaid.

Kaast voornoemde personen wil ik ook de overige medewerkers van de sekte Omvormtechnologie bedanken voor de prettige samenwerking.

Flavie van der Avoort.

Het papier is wit en onbeschreven,
 doch gedachten komen tot leven.
 Er ontstaat een kunstige tekening zowaar
 en ziet, de opdracht is daar.



Gedachten komen, gedachten gaan,
 zal ik deze proeve van bekwaamheid doorstaan?
 Een paar maanden van onderzoek gaan voorbij,
 dan komen alle metingen en modellen op een rij.

Een rapport ziet het licht,
 de beproefde is niet gezwicht.
 Het afstudeerwerk is klaar,
 het einde van de studie is daar.

Inhoudsopgave

blz.

Literatuurlijst	7
Symbolenlijst	9
1. <u>Inleiding</u>	11
1.1. Het ontstaan van breuk in een trekstaaf	13
1.2. Afbakening van het onderzoekgebied	14
1.3. Toepasbaarheid van het model van Bridgman	15
1.4. Opmerkingen bij het model van Bridgman	16
1.5. Analyse van de modelaannamen van Bridgman	17
1.6. Het snelheidsveld bij uniforme deformatie	19
1.7. De experimenten van Bridgman	21
1.8. De deformatie van een gekorfd staaf	22
1.9. Modelbeschouwingen voor de kleinste doorsnede van een gekorfd staaf	23
1.9.1. Berekening van het snelheidsveld	24
1.9.2. Berekening van de reksnelheden	27
1.10. Krachtenevenwicht aan de oppervlakte van de kerfzone	29
1.11. Resumé	30
2. <u>Experimenteel onderzoek naar de optredende deformatie in de kleinste doorsnede van de deformatiezone van ongekorfde- en gekorfd staven</u>	31
2.1. Hardheidsmetingen over de kleinste doorsnede van de deformatiezone	31
2.2. Kristalstructuur ter plaatse van de deformatiezone	33
2.3. Verandering van de korfgeometrie bij plastische deformatie	35
2.4. Opmerkingen n.a.v. het experimentele vooronderzoek	37
2.5. Resumé	38

Bijlagen

- A. Beknopte weergave Bridgman theorie
- B. Hardheidsmetingen en structuuronderzoek t.p.v. de kleinste doorsnede
- C. De berekening v.d. baan v.e. materieel deeltje met beginstraal r_0
- D. Uitdrukken van de evenwichtsvoorwaarde in σ_r

Uitwerking numerieke integratie

- E. De stapsgewijze deformatiemethode
- F. Het computerprogramma van het model

Verklaring van de gebruikte variabelen

Aanroepen van het programma

Stroomschema van het programma

Voorbeelden programmauitvoer

- G. Onderzoek naar het criterium voor plastische slijtbreukinitiatie
- H. Experimentele resultaten van het breukonderzoek
- I. Uitvoeren van een breukproef onder hoge uitwendige druk

Literatuurlijst

- [1] Bridgman, P. W.,
Studies in large plastic flow and fracture,
 McGraw - Hill, New York - London, (1952).
- [2] Kals, J. A. G.,
Het bezwijken van materiaal onder mechanische belasting,
 P.T. rapport no. 0427, (1978), T.H.E.
- [3] Jongenburger, P.,
Kennis der metalen deel I,
 Delftse uitgeverijmaatschappij B.V. (1973).
- [4] Ramaekers, J. A. H., J. Smit en P. C. Veenstra,
*Het verband tussen de Vickershardheid en de deformatiegraad
 van metalen,*
Metaalbewerking Jrg. 38, no. 16, (1973), blz. 355-357.
- [5] Veenstra, P. C.,
Technische Plasticiteitsleer,
 Kollegediktoraat T.H.E. no. 4.406, (1976).
- [6] Hill, R.,
The mathematical theory of plasticity,
 Oxford University Press, (1964).

- [7] Veltkamp, G.W. en A.J. Geurts,
Numerieke Methoden I en II,
Kollegediktant T.H.E. no. 2.211, (1977).
- [8] Gillemot, F.L.,
Criterion of crack initiation and spreading,
Engineering fracture mechanics, Vol. 8, (1976), blz. 239-253.
- [9] Lovrek, W. en O. Pawelski,
The influence of hydrostatic pressure on the plastic
deformation of metallic materials,
Max-Planck Institut für Eisenforschung,
Germany, Paper 127, (1974).
- [10] Pugh, H.L.D.,
Mechanical behaviour of materials under pressure,
Elsevier materials science series, (1970).

Symbolenlijst

- index f : grootheid bij breuk
index B : grootheid volgens model van Bridgman
index 0 : grootheid in ongedeformeerde toestand

<u>Symbol</u>	<u>Eenheid</u>	<u>omschrijving</u>
a, a_0, a_u, a_f	m	straal van de kleinste doorsnede
\dot{a}	m/s	snelheid v.d. straal v.d. kleinste doorsnede
C	N/m^2	effektieve spanning bij deformatie van 1
C_B	-	correctiefactor Bridgman
E	N/m^2	elasticiteitsmodulus
F, F^*	N	kraacht
h, h'	m	hoogte
K	-	(integratie)konstante
n	-	versterkingsexponent
p	N/m^2	hydrostatische druk
p, q	-	parameters
r, r_0, r_u	m	radiale coördinaat kleinste doorsnede
r^*	-	
R, R', R_0, R_f	m	oskulatiestraal
S, S_{ii}	m^2	oppervlakte
t	s	tijd
t_i, t_i^*	N/m^2	spanningsverdeling in richting i
$\dot{u}_r, \dot{u}_\theta, \dot{u}_z$	m/s	snelheid in richting r, θ, z, ϕ en i
\dot{u}_ϕ, \dot{u}_i		
V	m^3	volume
W_s, W_{sB}	Nm/m^3	specifieke deformatieenergie
x, z	m	coördinaten

<u>Symbol</u>	<u>Eenheid</u>	<u>Omschrijving</u>
α, β	-	parameters
μ	-	niet-uniformiteitsparameter
$\dot{E}_r, \dot{E}_\theta, \dot{E}_z, \dot{E}_\phi$	s^{-1}	reknelheid in richting r, θ, z, ϕ
$\dot{\bar{E}}$	s^{-1}	effektieve deformatiesnelheid
$\bar{E}, \bar{E}_f, \bar{E}_B, \bar{E}_{Bf}, \bar{E}_o$	-	effektieve deformatie
θ	-	koördinaat
λ, ν	-	parameters
σ_E	N/m^2	elastische spanning
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$	N/m^2	spanning in richting r, θ, z
$\sigma_{rB}, \sigma_{\theta B}, \sigma_{zB}$	N/m^2	
$\sigma_r', \sigma_\theta', \sigma_z'$	N/m^2	deviatorische spanning in richting r, θ, z
$\sigma_m, \sigma_{mf}, \sigma_{mB}, \sigma_{mBf}$	N/m^2	gemiddelde- of isostatische spanning
$\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_f, \bar{\sigma}_B, \bar{\sigma}_{Bf}$	N/m^2	effektieve spanning
τ	N/m^2	afschuifspanning
ϕ, ϕ'	-	koördinaten

1. Inleiding

Voor de meeste processen uit de omvormtechniek is met de huidige kennis van de plasticiteitsmechanica tot een belastingsmodel te komen dat de werkelijkheid in voldoende mate beschrijft. Met al dan niet geavanceerde computertechnieken kan hiermee soms de plaats van piekdeformatie en de bijbehorende spanningstoestand in de deformatiezone worden berekend. In aansluiting hierop ontbreekt echter een of andere omvormlimiet. Hierdoor is het nog steeds nauwelijks mogelijk het begrip „omvormbaarheid“ concreet te formuleren voor plastische processen.

Tot een van de belangrijke omvormlimieten moet breuk gerekend worden. In de loop van de tijd zijn er voor het ontstaan van breuk wel een aantal bezwijkcriteria voorgesteld, doch er bestaat op dit gebied nog veel onduidelijkheid. Als voorzaken kunnen worden genoemd:

- het optreden van verschillende scheurvormen die visueel onderscheidbaar zijn aan blinkend resp. mat breukvlak doch welke meestal in mengvorm verschijnen.
- de gespecialiseerde breukmechanica is zeer complex en weinig geschikt voor de technologische praktijk.
- de praktische realisatie van experimenten en de bijbehorende meettechnieken is vaak zeer moeilijk of zelfs onmogelijk

Het is, voor de omvormtechnologie, nodig voor plastisch ingeleide breuk meer duidelijkheid in deze materie te verkrijgen. Hoewel de totale breukmechanica een breed gebied beslaat, zal dit onderzoek beperkt worden tot de condities waaronder bij ductiele metalen na grote plastische deformatie,

lokaal een splijtbreuk geïnitieerd wordt. Hierbij zullen een aantal zaken zoals scheurvoortplanting tot breuk, dynamische effecten en metaalfysische achtergronden buiten beschouwing moeten blijven.

Het vermoeden bestaat dat splijtbreuk sterk wordt beïnvloed door de spannings-toestand en in het bijzonder door de lokale isostatische component σ_m hiervan, welke de eerste invariant is van de spanningstensor. De invloed van een negatieve σ_m is reeds door een aantal onderzoekers bestudeerd door middel van breukproeven onder hoge druk. Uit deze onderzoeken blijkt dat een negatieve σ_m -waarde breukremmend en soms zelfs breukverhinderend werkt.

Voor een onderzoek daarentegen naar de invloed van een positieve σ_m kan gedacht worden aan de omgeving van kerren omdat hierbij tijdens plastische deformatie zeer hoge positieve σ_m -waarden kunnen optreden als gevolg van de plaatselijke geometrie [2]. Waarschijnlijk is het toepassen van ronde trekstaven waarin machinaal een ronde kerf is aangebracht, hiervoor een doelbepreffende methode van onderzoek. Door eenvoudig de kerfradius te veranderen kunnen dan verschillende spannings toestanden worden verkregen.

Belangrijk hierbij is een goede modelvorming voor de deformatieruimte onder de kerf, om hiermee de optredende lokale spanningen en deformaties te kunnen berekenen. Een complicatie hierbij is de tijdens plastische deformatie veranderende kerfradius.

Indien deze testmethode en bijbehorende modelvorming tot bevredigende resultaten leidt, kan hiermee ondervraagd worden of de gemiddelde spanning inderdaad de bepalende factor zal zijn voor de door plastische deformatie ingeleide splijtbreukinitiatie, of dat hierop nog andere factoren

van invloed zijn. Voorts zal voor enkele metalen onderzocht worden of hiermee voor de praktijk hanteerbare breukfuncties kunnen worden vastgelegd. Waarschijnlijk is zo'n breukfunctie een belangrijke maatstaf voor de plastische vervormbaarheid van ductiele metalen en kan deze een fundamentele bijdrage leveren aan de plasticiteitsmechanica.

1.1. Het ontstaan van breuk in een trekstaaf

Voordat met een modelanalyse begonnen zal worden, is het nuttig eerst na te gaan, wat er zich in een trekstaaf tijdens het breukproces afspeelt [3]. Ter plaatse van de insnoering zullen zich in het materiaal tijdens plastische deformatie in de buurt van het hart, onder invloed van de zeer hoge plaatselijke spanningen, kleine holtes vormen door het ophopen van dislokaties en door het naar elkaar diffunderen van vakatures en andere metaalfysische processen. Bij voortgaande deformatie nemen deze poriën in grootte en aantal toe, waardoor het materiaal ertussen geleidelijk afbroekt, zodat in het hart van de insnoering en ongeveer loodrecht op de staafas een platte, min of meer lensvormige platte holte ontstaat.

Dit verbreken van de bindingen loodrecht op de grootste trekspanning wordt spltbreuk genoemd. De kristallen in de overblijvende ringvormige rand van de kleinste doorsnede, schuiven tenslotte onder de grootst optredende schuifspanning af.

Op deze wijze ontstaat de bekende kratervormige breuk welke dus een combinatie is van spltbreuk of brose breuk in het hart, met een mat oppervlak en afschuijbreek of taai breuk aan de rand van de staaf

met een glanzend oppervlak. Als eenmaal splijtbreuk in het hart is geïnitieerd, zal een belastingmodel waarmee lokaal de spanningen ter plaatse van de kleinste doorsnede in de insnoervorm berekend kunnen worden, niet meer gelden. Door de splijtbreuk raakt de axiale spanningsverdeling in elkaar omdat loodrecht op de lensvormige opening de normaalspanning nul moet zijn.

Met zo'n model zijn wel de spanningen tot net voor splijtbreuk te berekenen, zodat door extrapolatie de condities bepaald kunnen worden waarvoor deze breuk is opgetreden. Met dit model zijn dan ook geen uitspraken te doen over de condities waarvoor de laatste afschmijfbreuk optreedt.

1.2. Afbakening van het onderzoekgebied

Het onderzoek zal zich beperken tot splijtbreuk bij duktile metalen, ingeleid door plastische deformatie, waarbij scheurvoortplantingssnelheid, dynamische effecten en metaalfysische achtergronden buiten beschouwing blijven. Tot de factoren die van invloed zijn op het ontstaan van breuk, moeten de temperatuur en de deformatiesnelheid gerekend worden.

Het is uit waarnemingen bekend, dat bij hoge deformatiesnelheid breuk bij een kleinere deformatie optreedt dan bij lage deformatiesnelheid, terwijl bij hoge temperatuur van het metaal, breuk bij een grotere deformatie optreedt dan bij lage temperatuur.

Bij een gewone trekstaaf is de deformatiesnelheid omgekeerd evenredig met de lengte waarover deformatie optreedt. Om een trekproef uit te voeren met konstante deformatiesnelheid, moet de treksnelheid van de bank

evenredig met de lengte van de deformatierijne toenemen.

Tijdens de proef wordt deformatiearbeid omgezet in warmte. Om de temperatuur konstant te houden, moet warmte worden afgevoerd. Een trekproef uitvoeren waarbij de deformatiesnelheid en de temperatuur op een bepaalde waarde konstant worden gehouden, is daarom praktisch niet uitvoerbaar.

De invloed van deze beide factoren zal bij dit onderzoek dan ook niet betrokken worden. De deformatiesnelheid zal zeer laag worden gehouden en de trekproeven zullen bij laboratoriumtemperatuur worden verricht.

1.3. Toepasbaarheid van het model van Bridgman

Hoals reeds in de inleiding is opgemerkt, is het toepassen van ronde trekstaven waarin machinaal een ronde kerf is aangebracht waarschijnlijk een doeltreffende methode, om te onderzoeken wat de invloed is van positieve spanningen op de breuk. Grote positieve spanningen kunnen ontstaan als gevolg van de aangebrachte plaatselijke geometrie.

Ronde trekstaven verdienen de voorkeur omdat bij een rechthoekige staaf of platte strip een eenduidige beschrijving van de deformatierijne bij insnoeren meer problemen geeft.

Voor de modelvorming van de deformatierijne onder de aangebrachte kerf kan waarschijnlijk nuttig gebruik worden gemaakt van een model dat Bridgman heeft gemaakt voor de kleinste doorsnede van de insnoering van een ronde trekstaaf [1]. Een beknopte weergave van dit model is te vinden in bijlage A. Alvorens dit model voor toepassing in aanmerking

komt, zal een grondige analyse hiervan noodzakelijk zijn. Nagegaan moet worden of de aannamen die Bridgman in dit model doet, voor diep insnoerende ongekorfde en in het bijzonder voor gekorfde staven, gelden. Indien uit analyse en vooronderzoek blijkt dat voor gekorfde staven het model op essentiële punten de voor breuk belangrijke grootheden niet in voldoende mate beschrijft, dan moet het model worden aangepast door modelaannamen in te voeren die in overeenstemming zijn met de deformatie zoals die bij gekorfde staven optreedt.

Alvorens de aannamen van Bridgman op hun waarde te toetsen, worden allereerst een paar opmerkingen bij zijn model geplaatst.

1.4. Opmerkingen bij het model van Bridgman

Het model geldt alleen voor de kleinste doorsnede van de insnoering en geeft dus geen informatie over het spannings- en verplaatsingsveld buiten deze doorsnede. Het is echter waarschijnlijk dat het begin van breuk in de eerste plaats afhangt van de spanningen en deformatie in de kleinste doorsnede, waar ook de slijtbreuk wordt geïnitieerd.

De vorm van de insnoering wordt door Bridgman gekarakteriseerd door één enkele parameter, namelijk de radius R van de osculerende cirkel aan de kontour van de insnoering. Deze radius wordt gehanteerd als een onafhankelijk experimenteel bepaalde parameter. Een complete theorie zou deze radius moeten geven als een functie van de plastische parameters en de deformatiegraad van het materiaal, zonder invoering van nieuwe parameters.

De versterigingsexponent zal hierin een belangrijke grootheid zijn.

omdat bij duktiel metaal de grootte van het gebied dat bij de deformatie betrokken is, hiermee samengaat. Een theoretische benadering voor het bepalen van zo'n verband heeft nog geen resultaat gehad. Steker voor gekerfde staven, waarvoor uit vooronderzoek is gebleken dat voor bepaalde metalen de kerf aanvankelijk uit elkaar wordt getrokken en de oskulatiestraal toeneemt, om pas na een bepaald maximum geleidelijk te gaan afnemen, zou een theoretische benadering een studie op zich vergen.

Bij dit onderzoek zal daarom de straal k van de oskulerende cirkel aan de kontour van de insnoering, voor zowel ongekerfde als gekerfde staven, als een onafhankelijk experimenteel bepaalde parameter gehandhaafd blijven.

1.5. Analyse van de modelaannamen van Bridgman

De aannamen van Bridgman hebben betrekking op (I) de beschrijving van de insnoeringszone en (II) de deformatie ter plaatse van de kleinste doorsnede;

- I.
 - a. de insnoering heeft een torusvormige geometrie die te beschrijven is met cilindercoördinaten
 - b. er is rotatiesymmetrie tov. de z -as
 - c. er is spiegelsymmetrie tov. de kleinste doorsnede

- II
 - a. de rekken variëren zo weinig over de doorsnede dat $\bar{\epsilon}$ onafhankelijk van r genomen mag worden
 - b. de axiale rek is konstant over de kleinste doorsnede, hetgeen in overeenstemming is met II a.

AD. I; Door deze beschrijving zijn alle vlakjes van een volumeelement dat tegen de kleinste doorsnede ligt, hoofdspanningsvlakjes, zie bijlage A.2. Met deze modellering kan ook voor gekerfde staven worden ingestemd, al zal waarschijnlijk voor zeer kleine R het vlakje EFGH geen zuiver hoofdspanningsvlakje meer zijn.

AD. II; Van aanname II is uit het boek van Bridgman een kopie gemaakt; zie bijlage A.7. De aanname dat de axiale rek konstant is over de kleinste doorsnede is een belangrijke aanname.

Stel dat $\dot{\epsilon}_z$ niet konstant is over de doorsnede, dus dat $\dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}_z(r)$.

Met volumeinvariantie volgt: $\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta = -\dot{\epsilon}_z(r)$

Op grond van cirkelsymmetrie is dit te schrijven als:

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \dot{u}_r) = -\dot{\epsilon}_z(r)$$

$$r \cdot \dot{u}_r = - \int r \cdot \dot{\epsilon}_z(r) \cdot dr + K(z)$$

$\dot{u}_r(r=0) = 0$ dus moet $K(z) = 0$ zijn, zodat

$$\dot{u}_r = -\frac{1}{r} \int r \cdot \dot{\epsilon}_z(r) \cdot dr$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[-\frac{1}{r} \int r \cdot \dot{\epsilon}_z(r) \cdot dr \right]$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{u}_r}{r} = -\frac{1}{r^2} \int r \cdot \dot{\epsilon}_z(r) \cdot dr$$

Hieruit volgt dat dan ook $\dot{\epsilon}_r$, $\dot{\epsilon}_\theta$ en hiermee $\bar{\epsilon}$, $\bar{\epsilon}$ en $\bar{\sigma}$ niet konstant zijn over de kleinste doorsnede.

Alleen als $\dot{\epsilon}_z$ konstant is over de doorsnede geldt:

$$\dot{\epsilon}_r = -\dot{\epsilon}_z \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \int r \cdot dr \right] = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = -\dot{\epsilon}_z \cdot \frac{1}{r^2} \int r \cdot dr = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z$$

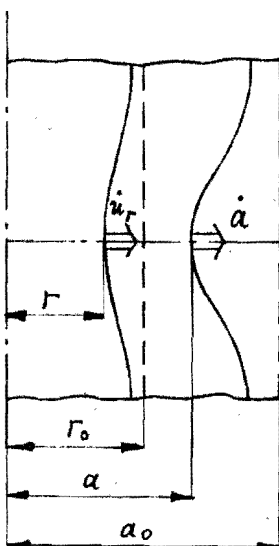
Nu is $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_\theta = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z = \text{konstant}$ over de kleinste doorsnede.

Ook $\dot{\epsilon}_z$, $\bar{\epsilon}$ en $\bar{\sigma}$ zijn nu konstant over de doorsnede, zodat de aanname $\dot{\epsilon}_z = \text{konstant}$, uniforme deformatie impliceert. Aannname II b. is dus in overeenstemming met II a., zoals ook door Bridgman wordt opgemerkt.

Als de werkelijk optredende deformatie van een diep insnoerende of gekerfde staaf niet uniform is, dan moet om een zo betrouwbare mogelijk resultaat te verkrijgen, het model hiervan uitgaan.

1.6. Het snelheidsveld bij uniforme deformatie

De aanname van uniforme deformatie kan ook vertaald worden in een



snelheidsveld ter plaatse van de kleinste doorsnede. Daar $\dot{\epsilon}_r$ konstant is over de doorsnede moet \dot{u}_r lineair zijn in r , zodat geschreven kan worden: $\dot{u}_r = p \cdot r + q$.
 Uit de randvoorwaarde $\dot{u}_r(r=0) = 0$ volgt $q = 0$ en uit $\dot{u}_r(r=a) = \dot{a}$ volgt $p = \dot{a} / a$.

Ter plaatse van de kleinste doorsnede van de insnoering kan op grond van rotatie- en spiegelsymmetrie het snelheidsveld beschreven worden door:

$$\begin{aligned} \dot{u}_r &= \dot{a} \cdot \frac{r}{a} \\ \dot{u}_\theta &= 0 \\ \dot{u}_z &= 0 \end{aligned}$$

Uit de radiale snelheid volgt: $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_\theta = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z = \frac{\dot{a}}{a}$

Omdat tgv. axiaalsymmetrie er ter plaatse van de kleinste doorsnede geen afschuiving is en omdat $\dot{\epsilon}_r : \dot{\epsilon}_\theta : \dot{\epsilon}_z = -\frac{1}{2} : -\frac{1}{2} : 1$ is hier sprake van een rechte rekweg.

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2)} = 2 \cdot \frac{|\dot{a}|}{a} = -2 \cdot \frac{\dot{a}}{a}$$

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}} \, dt = -2 \int_0^t \frac{\dot{a}}{a} \, dt = -2 \int_{a_0}^a \frac{da}{a} = -2 \ln \frac{a}{a_0}$$

$$\bar{\epsilon} = 2 \ln \frac{a_0}{a} = \text{konstant}$$

Dit stemt overeen met de uniforme deformatie volgens Bridgman, doch $\bar{\epsilon}$ is hier via een andere weg berekend.

Uit de radiale snelheid kan de radiale verplaatsing worden afgeleid:

$$\dot{u}_r = \dot{r} = \dot{a} \cdot \frac{r}{a} \Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{da}{a}$$

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = \int_{a_0}^a \frac{da}{a} \Rightarrow \ln \frac{r}{r_0} = \ln \frac{a}{a_0} \Rightarrow \frac{r}{a} = \frac{r_0}{a_0}$$

Ook Bridgman neemt aan dat bij uniforme deformatie over de kleinste doorsnede moet gelden $r/a = r_0/a_0$. Een uitwerking van deze radiale verplaatsing naar radiale snelheid en vervolgens naar de reknelheden en de effectieve rek, om te laten zien dat hieruit inderdaad uniforme deformatie volgt, geeft hij echter niet. Wel is hij aan de hand van experimenten nagegaan of bovenstaande gelijkheid juist is.

2.7. De experimenten van Bridgman

Bridgman bracht een ronde kernstaaf met straal r_0 aan in een holle cilinder, straal a_0 , en soldeerde die met zilver aan elkaar. De kernstaaf en de holle cilinder - beide van roest staal - vervormden als een geheel. Nadat de trekstaaf was ingesnoerd en de oppervlakte van de doorsnede met 42 procent was verminderd, werd de staaf in lengterichting doorgesneden en de verhouding van de buitenste straal a van de cilinder tot de buitenste straal r van de kernstaaf werd bepaald ter plaatse van de kleinste doorsnede. Deze proef werd uitgevoerd bij atmosferische druk voor de verhoudingen r_0/a_0 van 1.46, 1.95 en 2.88.

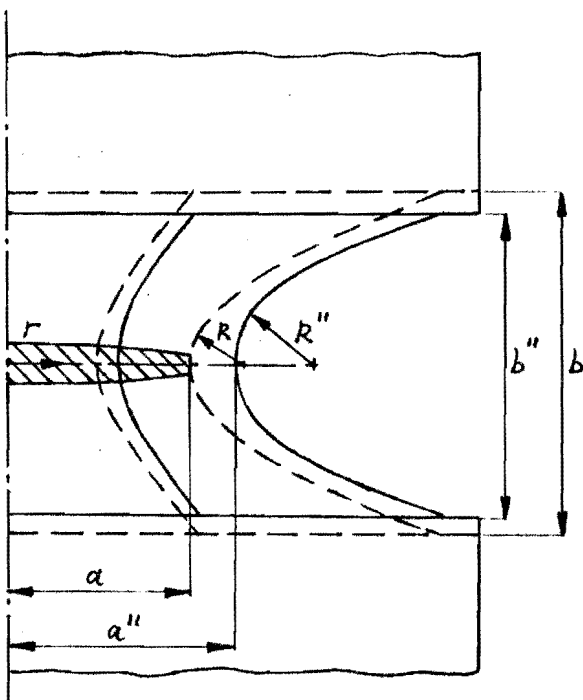
Op elk van deze gevallen vond hij dat de verhouding r/a na deformatie konstant en gelijk was aan de oorspronkelijke waarde r_0/a_0 voor deformatie. Deze experimenten ondersteunen de aanname van uniforme deformatie bij ongekroefde staven. De deformatie gaat hierbij slechts tot

een oppervlakte vermindering van de doorsnede van 42 procent, hetgeen overeenkomt met $\bar{\epsilon}_B = \ln(1/0.58) = 0.54$. Breuk bij een recht staal zoals armko-ijzer treedt echter pas op bij $\bar{\epsilon}_B \approx 1.9$.

Dat bij deze grote deformatie net voor breuk nog sprake is van uniforme deformatie is met deze experimenten niet aangetoond. Vooral de verhouding a/R is bepalend voor de optredende deformatie; hierover wordt bij de experimenten van Bridgman niets vermeld.

Aangezien de staaf begint in te smoren bij $\bar{\epsilon}_B = n$, is bij de rek van 0.54 de waarde van a/R voor een recht staal nog zodanig laag, dat enige niet-uniformiteit van de deformatie namelijk zal zijn waar te nemen. Voor diep insmerende - en voor gekerfde staven moet daarom onderzocht worden of de optredende deformatie uniform is.

1.8. De deformatiemône van een gekerfde staaf



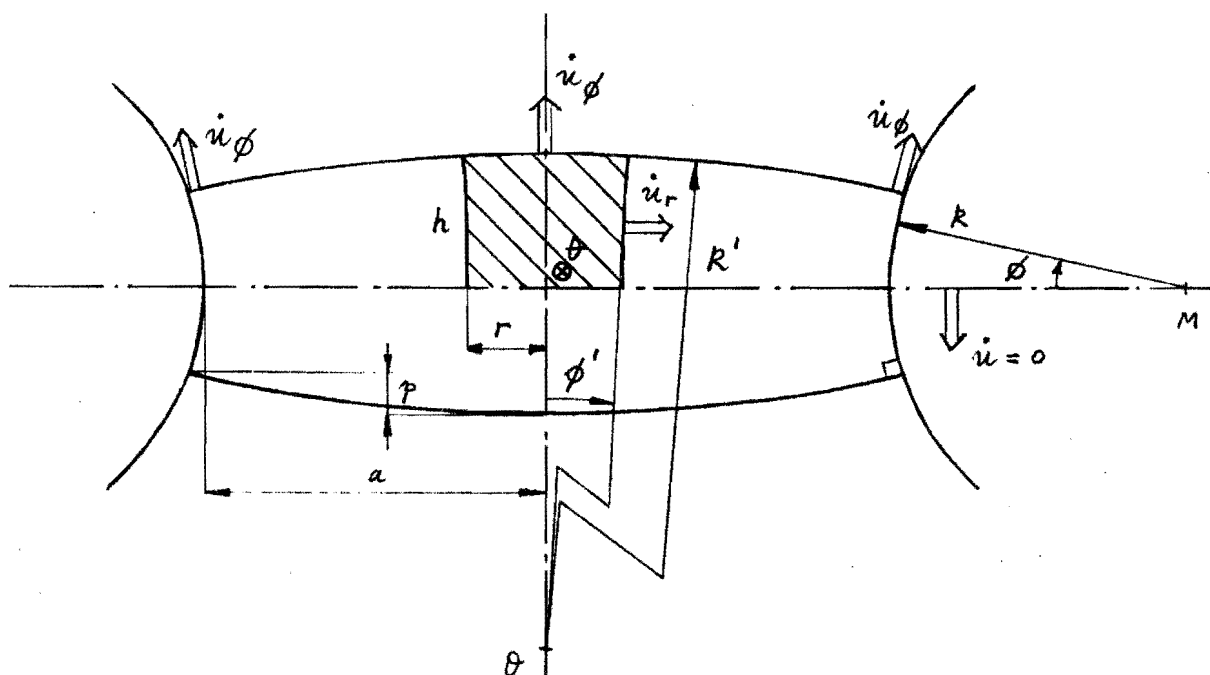
In nebenstaande figuur is de helft van de deformatiemône van een gekerfde staaf weergegeven. Bij voldoende diep aangebrachte kerwen vindt de deformatie uitsluitend plaats over de kerf-breedte b . Indien bij voortgezette deformatie de gekerfde staaf wordt verlengd met $b - b''$, dan zal de oskulatiestraal

aan de contour van de kerf veranderen van R'' tot R en de straal van de kleinste doorsnede van a'' tot a . In de tekening is te zien dat de langtrek van de schil aan de contour, die bij deze verlenging overgaat van de getrokken in de gestreepte toestand, groter is dan de langtrek van een schil in de buurt van het hart van de staaf.

Deze eerste grafische beschouwing laat zien dat ϵ_z niet konstant is over de doorsnede zodat de deformatie Δp over de kleinste doorsnede niet uniform is. Het is nuttig bovenstaande nader te analyseren. Daartoe wordt in de omgeving van de kleinste doorsnede het gearbeide gebied nader bekeken.

2.9. Modelbeschouwingen voor de kleinste doorsnede van een gekerfde staaf

Voor de geometrische beschrijving van de deformatiezone in de omgeving van de kleinste doorsnede onder de kerf, kan nuttig gebruik worden gemaakt van de torusvormige beschrijving met het model van Bridgman; zie bijlage A2, fig. I.



Het bolsektoroppervlak met straal R' en middelpunt O dat de kontour onder hoek ϕ snijdt en dat in de limiet $\phi \rightarrow 0$ in een plat vlak overgaat, wordt in dit model een vlak met konstante verplaatsing; zie fig. op vorige blz.. Verder zal in het model worden uitgegaan van cirkel- en axiaalsymmetrie. Alleen het deel voor $z \geq 0$ wordt bekeken.

Stel dat het bolsektoroppervlak onder hoek ϕ , over het hele oppervlak met u_ϕ naar buiten beweegt, waarbij u_ϕ een van de componenten is van het totale snelheidsveld. De andere snelheidscomponenten kunnen nu met volumeinvariantie worden berekend.

De snelheid u_ϕ moet aan een aantal voorwaarden voldoen; u_ϕ moet een oneven funktie zijn in ϕ en $u_\phi(\phi=0) = 0$. Bij uitwerking van $u_\phi = \alpha \cdot \phi$ blijkt dat deze de werkelijkheid niet voldoende beschrijft, omdat de hiermee berekende u_r onafhankelijk is van ϕ , zodat de u_ϕ onder de kerf alleen slanker zou worden en niet plaatselijk zou insnoeren. Een derde konditie die daarom aan u_ϕ gesteld moet worden is, dat de met volumeinvariantie te berekenen u_r ook afhankelijk moet zijn van ϕ .

Hieraan blijkt de oneven funktie $u_\phi = \alpha \cdot \phi - \beta \cdot \phi^3$ te voldoen, waarin α en $\beta > 0$ en $\alpha = (du_\phi/d\phi)_{\phi=0}$.

1.g.1. Berekening van het snelheidsveld

Uit lokale volume invariantie volgt:

$$u_\phi \cdot \text{opp. bolsektor} + \int 2\pi r \cdot u_r \cdot dh = 0 \quad (1)$$

$$\text{opp. bolsektor} = 2\pi k' \cdot p \quad (\text{algemene meetkundige formule})$$

$$p = R'(1 - \cos \phi')$$

$$k' = a / \phi$$

$$\cos \phi' \simeq 1 - r^2 \phi^2 / 2a^2$$

Met deze herleidingen zoals ook Bridgman deze toepast volgt dan:

$$\text{Opp. bolsektor} \simeq 2\pi (a/\phi)^2 [1 - (1 - r^2 \phi^2 / 2a^2)]$$

$$\therefore \text{opp. bolsektor} \simeq \pi r^2 \quad (2)$$

$$h = \phi \cdot \left(R + \frac{a^2 - r^2}{2a} \right) \quad \text{zie ook bijlage A4. (23)}$$

$$dh = d\phi \cdot \left(R + \frac{a^2 - r^2}{2a} \right) \quad (3)$$

(2) en (3) in (1) substitueren geeft:

$$\dot{u}_\phi \cdot \pi r^2 + \int_0^\phi 2\pi r \cdot \dot{u}_r \cdot \left(R + (a^2 - r^2) / 2a \right) \cdot d\phi = 0.$$

Hoewel k, a als r zijn onafh. van ϕ

$$\dot{u}_\phi \cdot \pi r^2 \cdot a + \pi r \cdot (2ak + a^2 - r^2) \cdot \int_0^\phi \dot{u}_r \cdot d\phi = 0$$

$$\int_0^\phi \dot{u}_r \cdot d\phi = -\dot{u}_\phi \cdot r \cdot a / (2ak + a^2 - r^2)$$

$$\text{waarin } \dot{u}_\phi = \alpha \cdot \phi - \beta \cdot \phi^3$$

$$\dot{u}_r = \frac{d}{d\phi} \left[(\beta \cdot \phi^3 - \alpha \cdot \phi) \cdot r \cdot a / (2aR + a^2 - r^2) \right]$$

$$\dot{u}_r = (3\beta\phi^2 - \alpha) \cdot r \cdot a / (2aR + a^2 - r^2) \quad (4)$$

controle van $\dot{u}_r(r, \phi)$:

a. ter plaatse van de kleinste doorsnede

$$\dot{u}_r(r, 0) = -\alpha \cdot r \cdot a / (2aR + a^2 - r^2)$$

$$\dot{u}_r(0, 0) = 0$$

b. op de kontour van de insnoering

$$\dot{u}_r(a, \phi) = (3\beta\phi^2 - \alpha) \cdot a / 2R$$

$$\dot{u}_r(a, 0) = -\alpha \cdot a / 2R$$

Onderdaad is $|\dot{u}_r(a, \phi)|$ maximaal in $\phi = 0$, hetgeen een essentiële voorwaarde is voor insnoeren. Uit $\dot{u}_r(a, \phi)$ is te zien dat hierbij de verhouding α/R belangrijk is. Het snelheidsveld in de omgeving van de kleinste doorsnede van de insnoering dat ook aan cirkelsymmetrie voldoet is nu bekend:

$$\dot{u}_\phi = 0$$

$$\dot{u}_\phi = \alpha \cdot \phi - \beta \cdot \phi^3$$

$$\dot{u}_r = (3\beta\phi^2 - \alpha) \cdot r \cdot a / (2aR + a^2 - r^2)$$

1.9.2. Berekening van de reknelheden

Een volumedeeltje dat tegen de kleinste doorsnede van de insnoering ligt wordt voor een deel beschreven door de cilindercoördinaten r en θ en voor een deel door de bolcoördinaten R' en ϕ' welke laatste zijn uit te drukken in R en ϕ . Omdat er sprake is van cirkelsymmetrie kan voor dit complexe volumeelementje als goede benadering voor de radiale en tangentiële reknelheid worden genomen: $\dot{\epsilon}_{rr} = \partial \dot{u}_r / \partial r$ en $\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \dot{u}_r / r$. Het verband tussen $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}$ en \dot{u}_ϕ ligt complexer, doch $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}$ volgt nu eenvoudig met $\dot{\epsilon}_{rr}$ en $\dot{\epsilon}_{\theta\theta}$ uit lokale volumeinvariantie

Berekening van de reknelheden:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \partial \dot{u}_r / \partial r = a(3\beta\phi^2 - \alpha) \cdot (2aR + a^2 + r^2) / (2aR + a^2 - r^2)^2$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \dot{u}_r / r = a(3\beta\phi^2 - \alpha) / (2aR + a^2 - r^2)$$

$$\dot{\epsilon}_{\phi\phi} = -(\dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{rr}) = 2a^2(\alpha - 3\beta\phi^2) \cdot (2R + a) / (2aR + a^2 - r^2)^2$$

a. Ter plaatse van de kleinste doorsnede zijn de reknelheden:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = -\alpha \cdot a(2aR + a^2 + r^2) / (2aR + a^2 - r^2)^2$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -\alpha \cdot a / (2aR + a^2 - r^2)$$

$$\dot{\epsilon}_{\phi\phi} = \alpha \cdot 2a^2(2R + a) / (2aR + a^2 - r^2)^2$$

b. In de kleinste doorsnede geldt in $r=0$;

$$\dot{\epsilon}_{rr} = -\alpha \cdot a (2aR + a^2) / (2aR + a^2)^2 = -\alpha / (2R + a)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -\alpha \cdot a / (2aR + a^2) = -\alpha / (2R + a)$$

$$\dot{\epsilon}_{\phi\phi} = 2\alpha / (2R + a)$$

Hieruit volgt dat in $r=0$ geldt $\dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta}$

c. In de kleinste doorsnede geldt in $r=a$;

$$\dot{\epsilon}_{rr} = -\alpha \cdot a (2aR + 2a^2) / (2aR)^2 = -\alpha \cdot (R + a) / 2R^2$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -\alpha \cdot a / 2aR = -\alpha / 2R$$

$$\dot{\epsilon}_{\phi\phi} = \alpha (2R + a) / 2R^2$$

Als $R \gg a$ dan geldt in $r=a$ dat $\dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta}$. Als aan de voorwaarde $R \gg a$ niet voldaan is, dan is ook $\dot{\epsilon}_{rr} \neq \dot{\epsilon}_{\theta\theta}$. Uit b. en c. kunnen nu $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=0)$ en $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=a)$ worden vergeleken ;

$$\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=a) / \dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=0) = \left(1 + a/k \cdot 2\right)^2$$

Als uniforme axiale rek zou optreden, dan moet overal op de kleinste doorsnede $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=a) / \dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=0) = 1$ zijn. In dit model is te zien dat alleen $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=a) / \dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=0) = 1$ als a/k zeer klein, dus R groot is. Bij gekerfde - en diep insnoerende ongekerfde staven kan a/k grote waarden aannemen en volgt op grond van dit model dat de deformatie niet - uniform zal zijn.

Als b.v. $a/R = 2$, dan is $\dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=a) = 4 * \dot{\epsilon}_{\phi\phi}(r=0)$.

Dit model is gebaseerd op de aanname dat het hele bolsectoroppervlak dat de kontour onder hoek ϕ snijdt, met de snelheid v_{ϕ} naar buiten beweegt. Aan de grootte van de berekende rekken mag daarom niet te veel waarde worden gehecht.

Dit model toont echter wel duidelijk bepaalde tendensen in de axiale rek, waaruit volgt dat de deformatie niet-uniform is en dat de mate van niet-uniformiteit vooral bepaald wordt door de grootte van a/R .

Ook op grond van krachterevenwicht aan de oppervlakte van de gekerfde rone of bij een diepe insnoering, is in te zien dat de aannamen van Bridgman hierbij niet juist zijn.

1.10. Krachterevenwicht aan de oppervlakte van de kerfrone

Mit de aanname van Bridgman dat in de kleinste doorsnede van de insnoering uniforme axiale rek optreedt, volgt ook dat $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_{\phi}$, zie blz. 29.

Mit de Levy - Von Mises vergelijkingen volgt dan dat $\sigma_r = \sigma_{\phi}$. Aan de oppervlakte van de kerf of insnoering moet voldaan zijn aan de randvoorwaarde $\sigma_r(r=a) = 0$, zodat hier volgens de Bridgman aanname ook moet gelden $\sigma_{\phi}(r=a) = 0$.

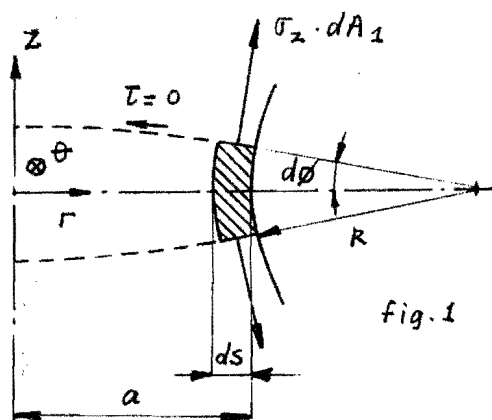


fig. 1

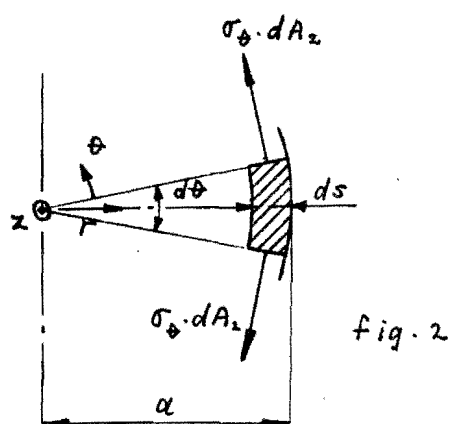


fig. 2

De figuren 1 en 2 geven resp. een axiale en een radiale doorsnijing van een volumedeeltje aan de oppervlakte van de insnoering of kerfrone.

Het buitenoppervlak van de insnoer- of kerfrone is schuifspanningsvrij, zodat de vlakken loodrecht op deze kontour hoofdspanningsvlakken zijn, waarop de spanning σ_z werkt.

Aan het buitenoppervlak is $\sigma_r = 0$ en over een verplaatsing ds naar binnen neemt σ_r slechts weinig toe. In het zr -vlak werken daarom alleen de krachten $\sigma_z \cdot dA_1$ met als resulterende kracht $F_1 = 2 \cdot \sigma_z \cdot dA_1 \cdot d\phi$.

De kracht F_1 kan alleen in het θr -vlak worden opgeheven als $\sigma_\theta \neq 0$ en een eindige positieve waarde heeft. Uit radiaal evenwicht van het volumedeeltje volgt dan $\sigma_\theta \cdot dA_2 \cdot d\theta = 2 \cdot \sigma_z \cdot dA_1 \cdot d\phi$.

Als aan de oppervlakte $\sigma_\theta > 0$, dan is dit niet in overeenstemming met de aannamen van Bridgman.

1.1.1. Resumé

Het toepassen van ronde trekstaven, waarin machinaal een ronde kerf is aangebracht, is waarschijnlijk een doeltreffende methode om te onderzoeken wat de invloed is van positieve spanningen op de breukrek.

Onderzocht is of het model van Bridgman, dat is opgesteld voor de kleinste doorsnede van de insnoering van een ongekerfde staaf, ook gebruikt kan worden voor gekerfde staven.

Het model van Bridgman gaat uit van uniforme deformatie t.p.v. de kleinste doorsnede. Uit modelbeschouwingen volgt echter, dat bij gekerfde staven de deformatie t.p.v. de kleinste doorsnede, niet-uniform is en de mate van niet-uniformiteit is afhankelijk van de grootte a/k van de kerf of insnoering.

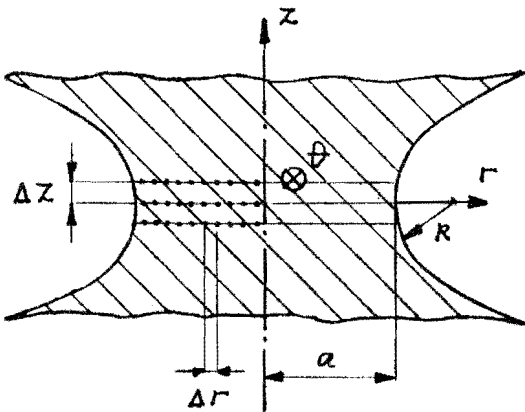
2. Experimenteel onderzoek naar de optredende deformatie in de kleinste doorsnede van de deformatierijne van ongekroefde - en gekroefde staven

Uit voorgaande theoretische analyses volgt, dat voor gekroefde - en diep insnoerende staven de deformatie niet - uniform zal zijn.

Door experimenteel onderzoek zal een en ander worden geverifieerd.

2.1. Hardheidsmetingen over de kleinste doorsnede van de deformatierijne

De effectieve deformatiegraad kan gemeten worden door middel van de Vickershardheid [4]. Om de hardheid ter plaats van de kleinste doorsnede van de deformatierijne te kunnen meten moet deze rijne eerst uit de staaf worden geraagd en hiervan moet door het hart een axiale doorsnede worden gemaakt, zie onderstaande fig. Het uit de staaf geraagde stukje moet



vervolgens worden ingebed en met verschillende korrelgrootten schuurpapier worden behandeld om ten slotte te worden gepolijst. Omdat de indrukking van de diamant bij een hardheidsmeting zeer klein is, kan in de buurt van de kleinste doorsnede

over zo'n drie axiale posities gemeten worden, zonder dat de metingen door opsturing van het materiaal elkaar beïnvloeden.

Indien bij gekroefde of diep insnoerende staven de effectieve deformatie niet uniform is, dan zal dit tot uitdrukking komen in gemeten indrukdiagonalen. Veel deformatie komt overeen met een kleine - en weinig deformatie met een

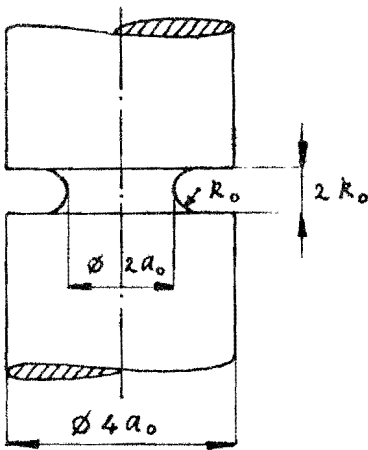
32
grote indrukking. Om te toetsen of deze methode bruikbaar is, kan in axiale richting over de doorsnede van een insnoering gemeten worden. Een ongekroefde staaf, materiaal staal 50, is getrokken tot in de kleinste doorsnede van de insnoering de effectieve deformatie volgens Bridgman $\bar{\epsilon}_B = 0.63$ waarbij $a/R \approx 0.35$. Op de mikrohardheidsmeter is een gewicht van 300 gram gebruikt.

Deze metingen staan in bijlage B 1, fig. 1, waar horizontaal de axiale positie in m.m. en vertikaal de gemiddelde indrukdiagonaal van de indrukking in μm uitstaat. Door de meetpunten is een kurve te trekken die duidelijk de verwachte tendens weergeeft, zodat deze methode bruikbaar lijkt. Vervolgens is op hetzelfde proefstuk ter plaatse van de kleinste doorsnede in radiale richting gemeten, zie bijlage B 1, fig. 2. Hierbij is voor deze en alle nog volgende metingen op de mikrohardheidsmeter een gewicht van 200 gram gebruikt. Horizontaal staat nu de radiale positie in m.m. en vertikaal weer de gemiddelde indrukdiagonaal in μm .

De getrokken kurve geeft al lichtelijk de verwachte tendens weer, doch door de meetpunten kan ook nog een rechte lijn getrokken worden. De afwijking van uniforme deformatie zal waarschijnlijk klein zijn.

Vervolgens is een ingekroefde staaf armko-ijzer getrokken tot in de kleinste doorsnede van de insnoering $\bar{\epsilon}_B = 1.42$, waarbij $a/R \approx 0.7$, zie bijlage B 1, fig. 3. De spreiding in de meetpunten tov. de getrokken kurve is groter dan bij staal 50. Bij deze grafiek kunnen dezelfde opmerkingen worden gemaakt als bij grafiek 2.

Vervolgens is overgegaan op gekroefde staven. Voor de geometrie van de aangebrachte kromming, zie fig. volgende blz. Een armko-ijzeren staaf met in ongedeformeerde toestand $a_0/R_0 \approx 2.5$ is gedeformeerd tot in de



kleinste doorsnede $\bar{\epsilon}_B = 0.70$. Tijdens het deformer-
ren wordt bij dit materiaal de kerf aanvanke-
lijk opengetrokken en neemt a/R af tot
 ≈ 1.5 bij de gegeven deformatie. De hardheids-
metingen zijn ter plaatse van de kleinste door-
snede verricht over twee lijnen die axiaal
onderling $100 \mu\text{m}$ van elkaar verschoven liggen.

De metingen zijn weergegeven in bijlage B 2.,

fig. 4 en 5. De getrokken curven laten nu duidelijk een tendens zien,
waaruit blijkt dat de deformatie in de richting van het hart van de staaf
afneemt. Voor de laatste hardheidsmetingen is een gekerfde staaf armko
tot breuk getrokken, waarbij $\bar{\epsilon}_B = 1.31$ en $a/R \approx 1.9$.
Ook deze metingen, zie bijlage B 2, fig. 6, laten zien dat de deforma-
tie radiaal naar buiten toe groter is.

2.2. Kristalstructuur ter plaatse van de deformatiezone

Bij niet-uniforme deformatie is de axiale rek niet konstant. Door de kristal-
structuur ter plaatse van de kleinste doorsnede van de deformatiezone te
bekijken, kan daarom eenvoudig worden nagegaan of de deformatie
niet-uniform is. Voor dit structuuronderzoek is armko-ijzer gebruikt,
omdat dit de verlangde kwaliteiten bezit.

Het is goed verwormbaar, heeft een eenfasige structuur en geeft een precieze
mikroskopische aftekening van de kristalgrenzen. De samenstelling van dit
ijzer is $0.04 \% C$, $0.04 \% Mn$, $0.01 \% Si$ en $0.36 \% Cu$. Als etsmiddel
is een oplossing van enkele procenten salpeterzuur in alcohol gebruikt.

Geprobeerd is om met een warmtebehandeling een nog homogenere structuur van het ongedeformeerde armko te verkrijgen, doch uit vergelijking van de structuren blijkt, dat deze warmtebehandeling nauwelijks de toch al redelijk homogene structuur verbetert.

Allereerst is de structuur van een tot breuk getrokken ongetoefd staafje bekeken. De kristallen hebben hierbij een zeer grote deformatie ondergaan, namelijk $\bar{\epsilon}_B \approx 1.9$, waardoor de kristalgrenzen zijn uitgesmeerd en het onmogelijk is om een objectief beeld te krijgen van eventuele verschillen in deformatie.

Ook van enkele gedeformeerde gekerfde staven is de structuur ter plaatse van de kleinste doorsnede bekeken. Bijlage B 3. Toont de doorsnede van het laatste in paragraaf 2.1. besproken gekerfde staafje armko dat tot breuk is getrokken. In deze structuurfoto is duidelijk een tendens te zien. In de omgeving van de kontour van de insnoering zijn de kristallen langer gerekt en in radiale richting slanker dan de kristallen in de omgeving van het hart van de staaf.

Opgemerkt moet worden dat de breuk in het hart van de staaf is begonnen en dat deze zich heeft voortgeplant naar de rand, zodat het materiaal naar buiten toe nog wat is nagrekt tov. het materiaal in het hart van de staaf. Deze sekundaire deformatie aan de rand zal echter niet zo'n groot aandeel hebben omdat door de hoge gemiddelde spanning σ_m tgv. de kerf bijna over de hele doorsnede een splitsbreuk is opgetreden.

2.1. Verandering van de kerfgeometrie bij plastische deformatie

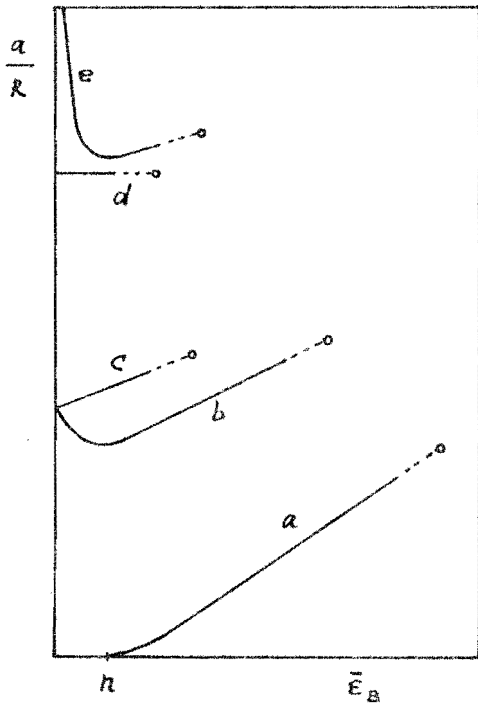
Terwijl uit de theoretische analyses als uit voorgaand onderzoek blijkt, dat de mate van niet-uniformiteit van de deformatie voor een groot deel afhankelijk is van de grootte a/R van de kerf of insnoering. Bij dit experimentele vooronderzoek is daarom nagegaan hoe de kerf en daarmee a/R verandert tijdens plastische deformatie.

Door met een profielprojector de deformatiezone te vergroten kan de oskulatiestraal van de kerf of insnoering worden gemeten. De diameter van de kleinste doorsnede van de deformatiezone kan gemeten worden met een speciale mikrometer. Een tweetal factoren kunnen deze metingen beïnvloeden; anisotropie van het materiaal waardoor a en R over de omtrek van de insnoering niet konstant zijn in omzied van het oppervlak tgv. de deformatie. Er zijn natuurlijk metalen die van beide factoren geen hinder ondervinden.

Indien het metaal niet helemaal isotroop is, of als het oppervlak ruw wordt, dan moet meer malen over de omtrek de a en R gemeten worden om hieruit een gemiddelde te berekenen.

De grootte van a/R als functie van de deformatie volgens Bridgman $\bar{\epsilon}_B$ kan nu worden gemeten tot vóór breuk. Als eenmaal breuk is opgetreden passen de twee gebroken delen meestal slechts ruw tegen elkaar. Doordat de kontour door de breuk is verstoord, is de R welke op een gebroken deel gemeten kan worden, niet gelijk aan de R die tijdens breuk aanwezig was. De diameter $2a_f$ bij breuk kan doorgaans wel van een gebroken deel worden gemeten. Een betrouwbare waarde voor R_f bij breuk kan nu worden verkregen door het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ gemeten vóór breuk, te extrapoleren tot $\bar{\epsilon}_{B,f}$ bij breuk,

en hiermit met a_f de R_f te berekenen. De grootheden bij breuk zullen in het vervolg de index f (fracture) krijgen omdat index B al gebruikt wordt voor de Bridgman grootheden.



In nevenstaande figuur zijn (afgezien van hun numerieke grootte) een aantal verbanden $\frac{a}{R}(\bar{E}_B)$ getekend zoals deze bij een aantal metalen met verschillende kerven zijn waargenomen.

Alle bij dit onderzoek betrokken ongekervde staven (staal 27, armko, staal 60 en R.V.S.) vertonen na een kleine aanloop, exact een lineair verband $\frac{a}{R}$, weergegeven door lijn a.

Ho'n staaf begint in te smeren als

$\bar{E}_B \cong n$ en vanaf dit moment wordt R kleiner.

Bij een (niet zo scherp) gekerfde staaf kan afhankelijk van het metaal verband b of c optreden. Bij een ductiel materiaal zal de kerf eerst worden opengesproken, zodat a/R aanvankelijk afneemt, om pas daarna te gaan toenemen; zie lijn b.

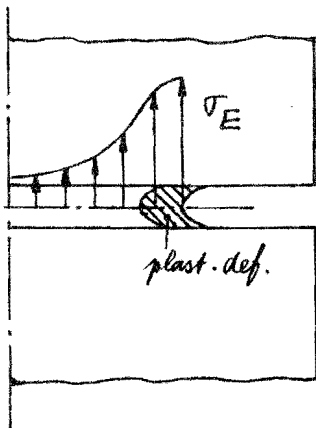
Bij een minder ductiel metaal zal de kerfradius R direct gaan afnemen, zie lijn c. Voor gekerfde staven met een kleine kerfradius treedt bij ductiele metalen verband e en bij minder ductiele verband d op.

Bij het maken van een belastingsmodel voor de deformatiezone van gekerfde en diep insnoerende ongekervde staven moet met het veranderen van a/k tijdens plastische deformatie rekening worden gehouden. Daartoe zijn de verbanden a, c en d met een eenvoudige lineaire functie vast te leggen.

Bij het vinden van een functie voor de verbanden b en e zullen vereenvoudigingen moeten worden aangebracht om tot een eenvoudige analytische beschrijving te kunnen komen.

2.4. Opmerkingen n.a.v. het experimentele vooronderzoek

Blijkbaar is bij scherp gekerfde staven de ontwikkeling van de plastische zone niet over de gehele kleinste doorsnede gelijkmatig verdeeld. Direct onder de



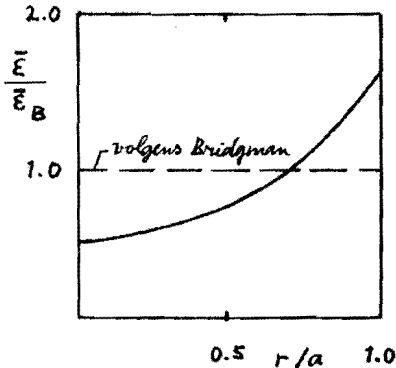
kerf is de elastische spanning σ_E het grootst (zie bovenstaande fig.). Hier ter plaatse zal de plastische deformatie beginnen en zo verder naar het hart van de staaf uitgroeien. Dit is in overeenstemming met de voor ductiele metalen gemeten $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_c)$ verbanden.

Als de plastische deformatie is begonnen en alleen het gebied onder de kerfradius plastisch is, dan wordt de kerf opgetrokken, waarbij k toe- en a/R afneemt. Pas als de gehele doorsnede plastisch is zal k gaan af- en a/R gaan toenemen. Hoe scherper de kerf, des te groter is de afname van a/R aan het begin van de deformatie; vergelijk verband e en b .

Bij oorspronkelijk ongekerfde staven is aan het begin van innoeren de gehele doorsnede al plastisch zodat k alleen af- en a/R toeneemt; zie verband a .

Uit voorgaande paragrafen is duidelijk geworden, dat de deformatie in de kleinste doorsnede van de insnoerzone van gekerfde en diep

insnoerende ongekerfde staven, niet-uniform is. Het model van Bridgman is daarom alleen toepasbaar voor ongekerfde staven die niet diep insnoeren, m.a.w. waarbij $a/R \lesssim 0.5$ blijft, zodat bij benadering de rekken uniform zijn over de kleinste doorsnede.



Het verschil tussen de deformatie volgens het model van Bridgman en de werkelijk optredende deformatie in het hart van een gekerfde staaf kan aanzienlijk zijn; zie overeenstaande figuur.

Indien we met gekerfde staven de condities willen bepalen waaronder bij ductiele metalen na plastische deformatie lokaal een slijtbreuk wordt geïnitieerd, dan moeten we in de eerste plaats beschikken over een model dat uitgaat van deze niet-uniforme deformatie. Daarom zal in het volgende hoofdstuk een model worden opgezet voor de berekening van de spanningen in de kleinste doorsnede van de insnoeringszone, uitgaande van niet-uniforme deformatie.

2.5. Resumé

Uit het experimentele onderzoek volgt, dat de deformatie in de kleinste doorsnede van de deformatiezone van gekerfde staven niet-uniform is, omdat als gevolg van de spanningstoestand de plastische deformatie zich begint te ontwikkelen onder de kerf en zo verder naar het hart van de staaf uitgroeit. Dit is ook in overeenstemming met de veranderende kerfgeometrie tijdens plastische deformatie.

3. Model uitgaande van niet-uniforme deformatie in de kleinste doorsnede van de insnoerzone

Hoewel het volume dat in de insnoerzone aan de deformatie deelneemt, als het snelheidsveld buiten de kleinste doorsnede zijn onbekend. Dit model kan daarom niet worden uitgewerkt in de richting van het bovengrens-theorema. Blijft over te proberen een ondergrensoplossing te vinden, waarbij op de eerste plaats voldaan moet zijn aan evenwicht. Voor krachterevenwicht ter plaatse van de kleinste doorsnede kan nuttig gebruik worden gemaakt van de evenwichtsvoorwaarde zoals deze door Bridgman is afgeleid uit evenwicht van krachten in radiale richting: zie bijlage A.

Geprobeerd zal worden om uitgaande van niet-uniforme deformatie via de Levy-Von Mises relaties en de vloeivoorwaarde de evenwichtsvoorwaarde uit te drukken als functie van één spanning. Voor de beschrijvende coördinaten van de kerf resp. van de insnoerzone, zie volgende blz. fig. 1 en 2.

Hierin is r een momentane - en r_0 een initiële radiale coördinaat, a de momentane - en a_0 de initiële straal van de kleinste doorsnede en R de momentane oskulatiestraal van de contour of kerf.

Een oorspronkelijk ongekerfde staaf deformeert eerst uniform van de straal a_u in uitgangstoestand tot a_0 bij begin van insnoeren, zie fig. 2. Voor deze uniforme deformatie geldt $r/a = r_u/a_u$ en dus $r_0/a_0 = r_u/a_u$. De modelvorming voor de deformatie van deze staaf bij insnoeren wordt gelijk genomen aan die voor een gekerfde staaf.

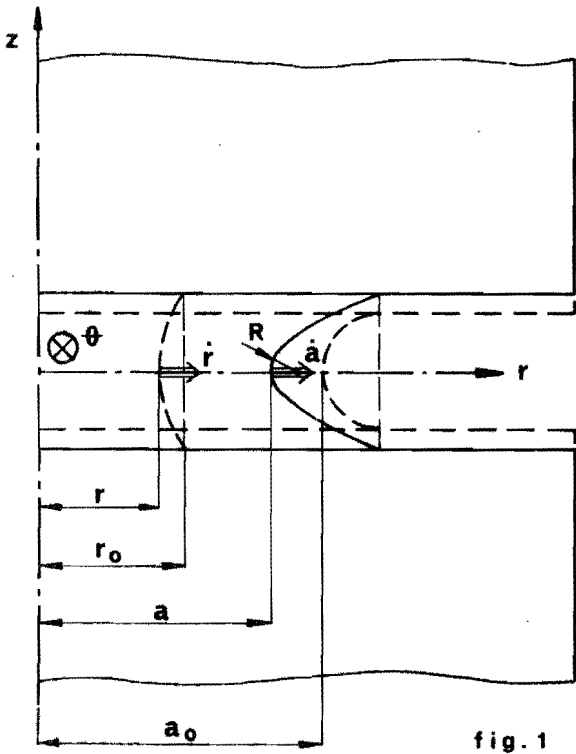


fig. 1

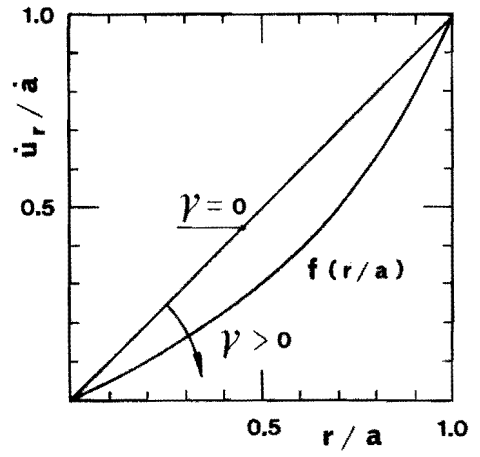


fig. 3

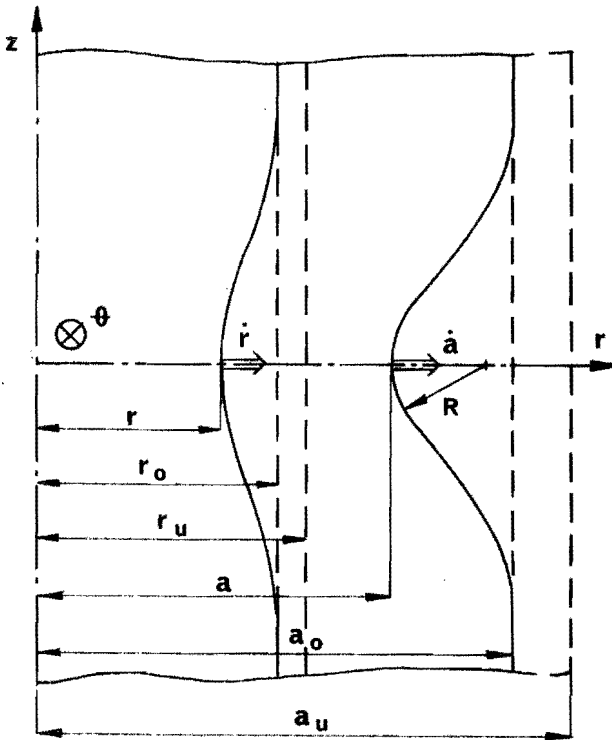


fig. 2

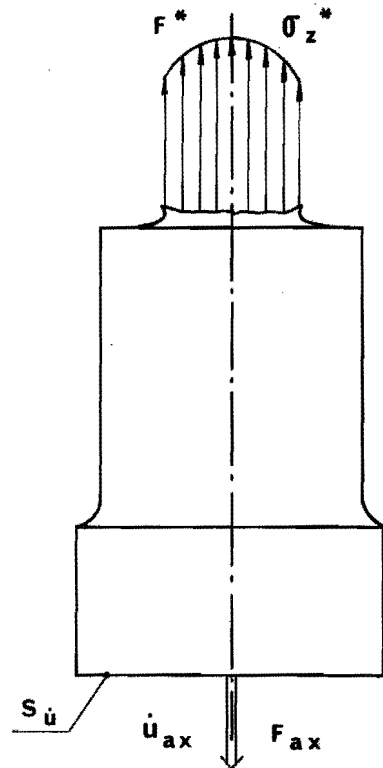


fig. 4

3.1. De keuze van een snelheidsveld

Bij uniforme deformatie is de radiale snelheid toe plaatse van de kleinste doorsnede (zie ook § 1.6.);

$$u_r = \dot{a} \cdot \frac{r}{a}$$

Voor niet - uniforme deformatie kan daarom algemeen geschreven worden;

$$u_r = \dot{a} \cdot f\left(\frac{r}{a}\right) \quad \text{zie fig. 3}$$

Hierin kan $f\left(\frac{r}{a}\right)$ bijvoorbeeld een polynoom zijn. In de numerieke methoden echter worden hyperbolische functies regelmatig toegepast, omdat deze met één parameter te beschrijven zijn en een eenvoudige afgeleide hebben. Daarom is hier gekozen voor een sinh.-functie:

$$f\left(\frac{r}{a}\right) = K \cdot \sinh\left(\gamma \cdot \frac{r}{a}\right)$$

Uit de randvoorwaarde $u_r (r = a)$ volgt $K = 1 / \sinh(\gamma)$

De radiale snelheid wordt nu:

$$u_r = \dot{a} \sinh\left(\gamma \cdot \frac{r}{a}\right) / \sinh(\gamma)$$

De γ is hierin een parameter die de mate van niet - uniformiteit beschrijft. Substitutie van $\gamma = 0$ geeft met reeksontwikkeling van de sinh. weer uniforme deformatie; $u_r (\gamma = 0) = \dot{a} \cdot r / a$. Naarmate γ groter wordt neemt de niet - uniformiteit toe, zie fig. 3.

Ter plaatse van de kleinste doorsnede is er zowel cirkelsymmetrie als axiaalsymmetrie, zodat hier voor het snelheidsveld geschreven kan worden:

$$\begin{aligned} \dot{u}_z &= 0 \\ \dot{u}_\theta &= 0 \\ \dot{u}_r &= \dot{a} \cdot \sinh(\gamma \cdot r/a) / \sinh(\gamma) \end{aligned}$$

3.2. Berekening van de reknelheden

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = \dot{a} \cdot \gamma \cdot \cosh(\gamma \cdot r/a) / (a \cdot \sinh(\gamma))$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{u}_r}{r} = \dot{a} \cdot \sinh(\gamma \cdot r/a) / (r \cdot \sinh(\gamma))$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = -(\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta})$$

Bij $\dot{\epsilon}_{\theta\theta}$ komt r in de noemer voor. Voor $r=0$ heeft $\dot{\epsilon}_{\theta\theta}$ toch een eindige waarde, hetgeen met reeksontwikkeling van de \sinh kan worden aangetoond:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\dot{a}}{r} \left[\gamma \cdot \frac{r}{a} + \left(\gamma \cdot \frac{r}{a} \right)^3 \cdot \frac{1}{3!} + \dots \right] \cdot \frac{1}{\sinh \gamma} = \frac{\dot{a} \cdot \gamma}{a \cdot \sinh \gamma}$$

Ter plaatse van de kleinste doorsnede is er vanwege symmetrie geen afschuiving zodat:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{rr}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2)}$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{|\dot{a}|}{\sinh \chi} \sqrt{\frac{2}{3} \left[\frac{\chi^2}{a^2} \cosh^2 \left(\chi \frac{r}{a} \right) + \frac{1}{r^2} \sinh^2 \left(\chi \frac{r}{a} \right) + \left(\frac{r}{a} \cosh \left(\chi \frac{r}{a} \right) + \frac{1}{r} \sinh \left(\chi \frac{r}{a} \right) \right)^2 \right]}$$

Toepassen van $\cosh^2 = 1 + \sinh^2$ en uitschrijven van de kwadraten geeft:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{|\dot{a}|}{\sinh \chi} \sqrt{\frac{4}{3} \left[\sinh^2 \left(\chi \frac{r}{a} \right) \left(\frac{\chi^2}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{\chi^2}{a^2} + \frac{\chi}{a \cdot r} \cosh \left(\chi \frac{r}{a} \right) \cdot \sinh \left(\chi \frac{r}{a} \right) \right]}$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = |\dot{a}| \cdot \sqrt{\varphi(a, r, \chi)} / \sinh \chi$$

3.3. Berekening van de effectieve deformatie

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}} \cdot \delta t$$

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \left[\left| \frac{da}{dt} \right| \cdot \sqrt{\varphi(a, r, \chi)} / \sinh \chi \right] \cdot \delta t$$

$$\bar{\epsilon} = - \int_{a=a_0}^a \left[\sqrt{\varphi(a, r, \chi)} / \sinh \chi \right] \cdot da$$

Voor een oorspronkelijk ongekerfde staaf moet aan deze $\bar{\epsilon}(r)$ ten gevolge van niet-uniforme deformatie nog worden toegevoegd $2 \ln(a_u/a_0)$, zijnde de uniforme deformatie voor insnoeren. De integraal voor de berekening van $\bar{\epsilon}(r)$ kan niet zonder meer worden opgelost. Eerst moet de baan $r = r(r_0, a_0, a)$ worden vastgelegd, die een materieel deeltje met beginstraal r_0 volgt. Deze baan kan worden gevonden door uit te gaan van de radiale snelheid; zie bijlage C.

$$r(r_0, a_0, a) = a \cdot \left[1 + (a/a_0)^{2/\lambda} \cdot ((a_0/r_0)^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{waarin } \lambda = 1 + \frac{b}{\mu^2}$$

Door numerieke integratie van:

$$\bar{\epsilon} = - \int_{a=a_0}^a \left[\sqrt{\varphi(a, r(r_0, a_0, a), \mu)} / \sinh(\mu) \right] \cdot da \quad (\text{I})$$

wordt $\bar{\epsilon}(r)$ verkregen. Nu kan $\bar{\sigma}(r)$ verkregen worden uit een materiaalmodel. Hiervoor wordt de versterigingsfunctie van Nadai genomen zodat:

$$\bar{\sigma}(r) = C (\bar{\epsilon}(r) + \bar{\epsilon}_0)^n$$

3.4. Berekening van de spanningen

Voor het krachtenevenwicht ter plaatse van de kleinste doorsnede zal de evenwichtsvoorwaarde zoals deze door Bridgman is afgeleid uit evenwicht van de krachten in radiale richting, worden gebruikt; zie ook bijlage A.

$$(\sigma_z - \sigma_r) \cdot \frac{r^2}{a} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot r \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$\text{waarin } \frac{h}{\phi} = R + \frac{a^2 - r^2}{2a}$$

De oplossingsmethode om deze evenwichtsvoorwaarde in σ_r uit te drukken via de rekken, twee Levy-Kan Mises relaties en de vloeivoorwaarde

is in bijlage D1 weergegeven om te kunnen vergelijken met de methode zoals hier zal worden uitgewerkt. De evenwichtsvoorwaarde kan worden uitgedrukt in de deviatorische - en de gemiddelde spanning :

$$(\sigma_z' - \sigma_r') \frac{r^2}{a} + \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_r' + \sigma_m) \cdot r \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_r' - \sigma_\theta') \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

Met $\frac{h}{\phi} = R + \frac{a^2 - r^2}{2a}$ is dit te schrijven als :

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial r} = \frac{(\sigma_r' - \sigma_z') \cdot \frac{r}{a}}{R + \frac{a^2 - r^2}{2a}} + \frac{\sigma_\theta' - \sigma_r'}{r} - \frac{\partial \sigma_r'}{\partial r}$$

Met de drie Levy - Von Mises vergelijkingen, welke aan het vloeikriterium van Von Mises voldoen, kunnen de deviatorische spanningen worden uitgedrukt in de berekende reknelheden :

$$\sigma_r' = \frac{2}{3} \bar{\sigma} \cdot \frac{\dot{\epsilon}_r}{\dot{\bar{\epsilon}}} = \frac{2}{3} \bar{\sigma} \cdot \frac{\dot{a} \cdot \gamma \cdot \cosh(\gamma \frac{r}{a}) / (a \cdot \sinh(\gamma))}{|\dot{a}| \cdot \sqrt{\varphi(a, r, \gamma)} / \sinh(\gamma)}$$

Met $\frac{\dot{a}}{|\dot{a}|} = -1$ en verder vereenvoudigen volgt :

$$\sigma_r' = -\frac{2}{3} C (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \cdot \gamma \cdot \cosh(\gamma \frac{r}{a}) / (a \cdot \sqrt{\varphi(a, r, \gamma)}) ,$$

waarin $\bar{\epsilon}(r)$ wordt berekend met integraal (I), zie vorige blz.

Zo kan ook σ_θ' worden berekend :

$$\sigma_{\theta}' = -\frac{2}{3} C (\bar{E} + \bar{E}_0)^n \cdot \sinh(\gamma \cdot \frac{r}{a}) / (r \cdot \sqrt{\varphi(a, r, \gamma)})$$

$$\sigma_z' = -(\sigma_{\theta}' + \sigma_r')$$

Nu kunnen de drie deviatorische spanningen in de evenwichtsvoorwaarde worden gesubstitueerd en kan $\sigma_m(r)$ berekend worden door numerieke integratie naar r . De uitwerking van deze integratie is weergegeven in bijlage D.2. Voordat met de numerieke integratie begonnen kan worden moet een randvoorwaarde voor σ_m gegeven zijn. Deze kan worden gevonden op de ombrek, omdat daar geldt: $\sigma_r(r=a) = 0$.

$$\sigma_r = \sigma_m + \sigma_r'$$

$$\sigma_m(r=a) = -\sigma_r'(r=a) = -\frac{2}{3} C (\bar{E} + \bar{E}_0)^n \cdot \gamma \cdot \cosh(\gamma) / (a \cdot \sqrt{\varphi(a, \gamma)})$$

Uit de deviatorische spanningen en de gemiddelde spanning volgen nu de spanningsverdelingen over de kleinste doorsnede:

$$\sigma_z(r) = \sigma_z'(r) + \sigma_m(r) \text{ enz.}$$

3.5. Berekening van de niet-uniformiteitsparameter

De spanningsverdelingen die aan mechanisch evenwicht voldoen, zijn nu berekend als functie van de niet-uniformiteitsparameter γ . Bij variatie van deze parameter varieert de axiale spanningsverdeling $\sigma_z(r)$. De optimale spanningsverdeling kan worden bepaald met het

ondergrenstheorema [6].

$$\int_{S_i} t_i^* \cdot \dot{u}_i \cdot dS \leq \int_{S_i} t_i \cdot \dot{u}_i \cdot dS$$

Hierin is S_i een vlak waarop de snelheid is voorgeschreven, t_i de werkelijk optredende spanningsverdeling en t_i^* is een gekozen statisch toelaatbare spanningsverdeling in richting i . Het vlak waarop de snelheid is voorgeschreven is hier de borst aan het uiteinde van de staaf; zie fig. 4, blz. 40. Deze snelheid is konstant over de doorsnede en ter plaatse werkt alleen een axiale spanning. Daarom kan voor het ondergrenstheorema geschreven worden:

$$\dot{u}_{ax} \int_{S_i} \sigma_{ax}^* \cdot dS \leq \dot{u}_{ax} \cdot \int_{S_i} \sigma_{ax} \cdot dS$$

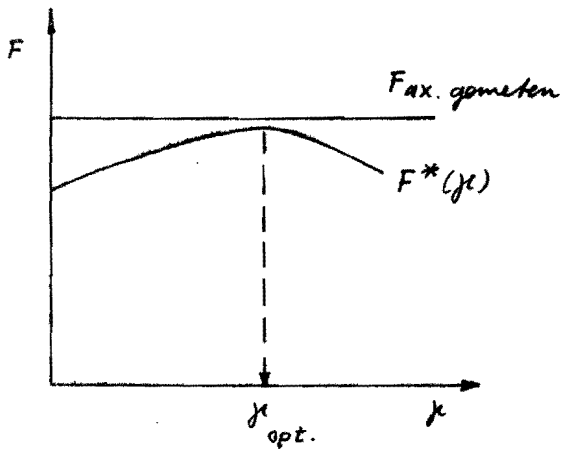
$$F^* \leq F_{ax}$$

De trekkracht die door de trekbank op de borst wordt uitgeoefend is in evenwicht met de axiale kracht ter plaatse van de kleinste doorsnede.

F^* die geoptimaliseerd moet worden kan daarom berekend worden uit de axiale spanning σ_z^* ter plaatse van de kleinste doorsnede.

De optimale μ volgt nu uit:

$$\frac{\partial F^*}{\partial \mu} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[2\pi \cdot \int_{r=0}^{r=a} \sigma_z^*(\mu, r) \cdot r \cdot dr \right] = 0.$$



Aangezien de integratie voor de berekening van F^* numeriek moet gebeuren, moet ook de optimalisatie naar x numeriek worden aangepakt. Als toetsing van het model kan $F^*(x_{opt})$ worden vergeleken met de werkelijk gemeten axiale kracht F_{ax} .

Met deze optimale niet-uniformiteitsparameter liggen nu zowel de optimale deformatieverdeling als de optimale spanningsverdelingen ter plaatse van de kleinste doorsnede van de deformatiezone vast.

3.6. Uitbreiding van het model voor niet konstante x

Tot nu is de niet-uniformiteitsparameter als een konstante behandeld. De mate van niet-uniformiteit van de deformatie is echter afhankelijk van de momentane waarde a/R van de kerf of insmering. Uit het vooronderzoek is gebleken dat tijdens plastische deformatie de kerf en daarmee a/R verandert, zodat ook de niet-uniformiteitsparameter x zal veranderen.

Uit eerste berekeningen met het model, waarbij voor een aantal verschillende kerwen de verhouding a/R tijdens deformatie konstant is genomen, blijkt dat het verband tussen de optimale x en a/R benaderd kan worden door een lineaire functie; $x = \nu \cdot a/R$. Dit verband voldoet aan de verwachtingen, nl. als R zeer groot, dus $a/R \approx 0$, dan zal de deformatie uniform zijn, m.a.w. $x = 0$ en als de verhouding a/R toeneemt zal ook de niet-uniformiteit toenemen.

Voor zeer scherpe kerven ($a/R \geq 3$ à 4) voldoet deze lineaire benadering niet meer, en moet op een niet lineair verband worden overgegaan.

In de meeste gevallen kan het vóór breuk opgemeten verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ worden weergegeven door een functie met twee parameters;

$\frac{a}{R} = f(\alpha, \beta, \bar{\epsilon}_B)$. Voor de niet-uniformiteitsparameter kan bij een veranderende kerf ($\frac{a}{R} \leq 3$) daarom algemeen geschreven worden:

$$y = v * f(\alpha, \beta, \bar{\epsilon}_B)$$

Als het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ lineair is, dan is

$$y = v * \left(\alpha \cdot 2 \ln \frac{a_0}{a} + \beta \right)$$

Voor de optimalisatie naar y wordt nu de parameter v genomen.

Bij de berekening van $\bar{\epsilon}(r)$ moet overal waar achter de integraal y voorkomt deze functie van a worden gesubstitueerd en mee worden geïntegreerd. Voor die kerwen waarbij het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ een willekeurig verloop heeft, en niet in een analytische functie is uit te drukken, is in bijlage E een stapsgewijze deformatiemethode weergegeven, waarmee in zulke gevallen toch tot een oplossing kan worden gekomen.

Deze stapsgewijze methode is niet verder in een computerprogramma uitgewerkt. T.a.v. deze methode, zie ook § 5. opmerking d.

3.7. Het computerprogramma van het model

Voor het besproken model is een computerprogramma gemaakt. Naast de verdelingen van de spanningen en de deformatie over de kleinste doorsnede, worden in het programma ook berekend de specifieke deformatieenergie W_s en ter vergelijking de spanningen volgens het model van Bridgman.

Berekening van de specifieke deformatieenergie :

$$dW_s = \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon}$$

$$W_s(r) = \int_{\bar{\epsilon}=0}^{\bar{\epsilon}(r)} C \cdot (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \cdot d\bar{\epsilon}$$

$$W_s(r) = \left((\bar{\epsilon}(r) + \bar{\epsilon}_0)^{n+1} - \bar{\epsilon}_0^{n+1} \right) \cdot C / (n+1)$$

De in het programma berekende Bridgman - grootheden zijn :

$$\bar{\epsilon}_B = 2 \ln(a_0/a) ; \quad \bar{\sigma}_B = C (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n ;$$

$$W_{sB} = \left((\bar{\epsilon}_B + \bar{\epsilon}_0)^{n+1} - \bar{\epsilon}_0^{n+1} \right) \cdot C / (n+1) ;$$

$$\bar{\sigma}_{zB} = \bar{\sigma}_B \left(1 + \ln(q(a, R, r)) \right) ;$$

$$\bar{\sigma}_{rB} = \bar{\sigma}_{\theta B} = \bar{\sigma}_B \cdot \ln(q(a, R, r)) ;$$

$$\bar{\sigma}_{mB} / \bar{\sigma}_B = 1/3 + \ln(q(a, R, r)) ;$$

$$\text{waarin } q(a, R, r) = 1 + \frac{a}{2R} - \frac{r^2}{2aR}$$

Het programma is weergegeven in bijlage F 1 en F 2. Een verklaring van de gebruikte variabelen geeft bijlage F 3. Het programma staat op pack, user 4, en er kan via de remote mee worden gerekend.

Het is zodanig in konversatievorm geschreven dat het de variabelen en parameters vraagt die het voor de berekening nodig heeft. Voor het aanroepen van het programma: zie bijlage F 3. Als toelichting op de structuur van het programma is in bijlage F 4 en F 5 het stroomschema weergegeven.

Bij het bepalen van de optimale x door variatie van v is alleen de axiale kracht van belang. Als een waarde voor v wordt ingevoerd verschijnt na berekening alleen deze axiale kracht op het beeldscherm van de remote. Door nu een aantal malen een waarde voor v in te voeren en de bijbehorende berekende axiale krachten te vergelijken, kan de optimale v bepaald worden, waarmee de optimale x -functie vast ligt. Pas als de optimale v voor een tweede keer is ingevoerd, wordt op het rekencentrum de bijbehorende programmitvoer geprint.

3.8. De uitvoer van het computerprogramma

Een voorbeeld van de uitvoer van het programma geeft bijlage F 6.

Hierin zijn parameters gebruikt zoals deze optreden bij armko-ijzer voor een gekerfde staaf met $a_0/R_0 = 1.2$ en waarbij $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ een lineair verband heeft. De afmetingen zijn in m.m. en de spanningen, dus ook C en W_5 , zijn in kN/m^2 gegeven. Allereerst zijn afgedrukt: n , C en $\bar{\epsilon}_0$ van het materiaal,

de oorspronkelijke doorsnede $2a_0$, $2a_f$ en R_f in gebroken toestand, vervolgens α en β die het lineaire verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ vastleggen en als laatste de geoptimaliseerde v . Vervolgens staan er 15 kolommen afgedrukt met daarin: r_0/a_0 , r/a , u_r/a , σ_z/C , σ_θ/C , σ_r/C , σ_m/C , $\bar{\epsilon}$, $\bar{\sigma}$, $\sigma_m/\bar{\sigma}$, W_s/C ten gevolge van niet-uniforme deformatie en vervolgens de Bridgman-spanningen σ_{zB}/C , $\sigma_{rB}/C (= \sigma_{\theta B}/C)$, $\sigma_{mB}/\bar{\sigma}_B$ en als laatste kolom σ_{mB}/C . Al deze waarden gelden net vóór breuk voor de r/a verhoudingen in gedeformeerde toestand zoals deze in de 2^e kolom staan. De spanningen zijn dimensieloos gemaakt door deze te delen door de karakteristieke spanning C , behalve de 10^e en 14^e kolom waar σ_m en σ_{mB} gerelateerd zijn aan $\bar{\sigma}$ resp. $\bar{\sigma}_B$. Aan het eind van de programma uitvoer worden de axiale kracht bij niet-uniforme deformatie en de Bridgmanwaarden $\bar{\epsilon}_B$, $\bar{\sigma}_B$ en W_{sB} afgedrukt.

Om te toetsen of het programma juist is, kan worden uitgegaan van uniforme deformatie; $\mu = 0$. De resultaten van deze berekeningen zullen overeen moeten stemmen met het model van Bridgman. Bijlage F7 geeft de resultaten van deze berekening en er blijkt uit, - de numerieke integratie van zowel $\bar{\epsilon}$ als de evenwichtsvoorwaarde voor de berekening van σ_m in aanmerking genomen - dat deze waarden exact overeen komen met het model van Bridgman.

3.9. Resumé

Aitgaande van niet-uniforme deformatie en rekening houdend met de tijdens plastische deformatie veranderende kerf, is een model gemaakt dat op grond van het ondergrenstheorema de optimale deformatie- en spanningsverdelingen ter plaatse van de kleinste doorsnede van de deformatiezone berekend.

Vervolgens is voor dit model een computerprogramma gemaakt en is dit voor een aantal gevallen getest.

Met het programma kan worden nagegaan wat de invloed is van de optredende niet-uniforme deformatie op een aantal voor breuk belangrijke grootheden.

4. Onderzoek naar het criterium voor ontstaan van een plastische slijtbreuk en het bepalen van een breukfunctie op grond van dit criterium

Met behulp van het in hoofdstuk 3 opgezette model, dat op grond van het ondergrenstheorema de optimale deformatie- en spanningsverdelingen ter plaatse van de kleinste doorsnede van een insnoerende of gekerfde staaf berekend, kan onderzocht worden wat voor het ontstaan van slijtbreuk na plastische deformatie een aannemelijk en bruikbaar criterium is.

Door nu dit criterium door middel van experimenten met ongekerfde en gekerfde staven te variëren, kan waarschijnlijk een materiaalafhankelijke slijtbreukfunctie worden vastgesteld.

Hoewel breukfunctie zal echter beperkt blijven tot het deformatiegebied dat i.v.m. praktische realiseerbaarheid van de kernen, bestreken kan worden.

4.1. Onderzoek naar het criterium voor plastische slijtbreukinitiatie

In het verleden zijn voor het ontstaan van de verschillende breuktypen een aantal bezwijkcriteria voorgesteld, doch er bestaat in dit gebied nog veel onduidelijkheid. De criteria die voor plastische slijtbreuk in aanmerking komen zijn:

a. Het kritische normaalspanningscriterium

Dit houdt in dat de materiaalsamenhang plaatselijk wordt verbroken als de grootte van de trekspanning een kritische en materiaalafhankelijke waarde bereikt.

b. Het criterium van de kritische isostatische spanningscomponent

Hiermee wordt gesteld dat de materiaalsamenhang wordt verbroken

als de eerste invariant van de spanningstensor een kritische en van het materiaalafhankelijke waarde aanneemt. Deze isostatistische component van de plaatselijke spanningstoestand kan uitsluitend elastische volumeverandering veroorzaken.

c. Het criterium van de kritische plastische vormveranderingsarbeid

Dit criterium voor plastische breuk is recent voorgesteld door Gillemot [8] en stelt dat scheuren worden geïnitieerd, indien de lokale specifieke vormveranderingsarbeid een kritische en materiaalafhankelijke waarde bereikt.

Laten we gewoon eens kijken hoe ter plaatse van de kleinste doorsnede van de deformatierzone, de verschillende voor breuk waarschijnlijk belangrijke grootheden zich lokaal gedragen.

Veronderstel dat we een aantal verschillend gekerfde staven hebben die zodanig deformerem dat de verhouding a/R bij benadering konstant blijft, zodat in het lineaire verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$, $\alpha = 0$ en $\beta = 1$ zijn.

Voor dit rekenonderzoek is armko-ijzer genomen en zijn de gekozen a/R verhoudingen resp. 0.5, 1.5, en 3.5. Uit een trekproef van een ongekerfde armko staaf volgt voor de versterigingsfunctie van Nadai; $n = 0.27$, $C = 530 \text{ N/mm}^2$ en $\bar{\epsilon}_0 = 0$. De drie gekerfde staven zullen worden gedeformeerd tot $\bar{\epsilon}_B = 0.70$.

De ocherp gekerfde staaf met $a/R = 3.5$ zal bij deze rek waarschijnlijk nog niet gebroken zijn hetgeen volgt uit extrapolatie van de experimentele resultaten die in § 4.3.1. besproken worden.

In bijlage 6 zijn in fig. 1 $\frac{t}{m \delta}$ voor de geoptimaliseerde μ -waarden de resultaten van de berekeningen met het niet-uniformiteitsprogramma grafisch weergegeven.

De drie gekerfde staven met $a/R = 0.5$, 1.5 en 3.5 zijn hierin genummerd met 1, 2 en 3. De gestreepte lijnen geven de verbanden zoals deze met het model van Bridgman voor de drie kerwen berekend zijn.

Deze grafieken laten een aantal interessante tendensen zien. In fig. 3 is te zien dat naarmate de kerf scherper is, de effectieve deformatie in het hart van de staaf afneemt tov. $\bar{\epsilon}_B$, hetgeen ook te verwachten is. Voor de kerf met $a/k = 3.5$ is $\bar{\epsilon}$ in het hart van de staaf zelfs minder dan 50% van $\bar{\epsilon}_B$. De invloed van de niet-uniformiteit van de deformatie kan bij scherpe kerwen dus groot zijn.

Het verloop over de doorsnede van de specifieke plastische deformatieenergie $W_s(r/a)/C$, zie fig. 2, is analoog aan het verloop van $\bar{\epsilon}(r/a)$, omdat deze onderling samenhangen. Het maximum van $W_s(r/a)/C$ in een staaf treedt op aan de oppervlakte van de kerf. Spleetbreukinitiatie treedt echter op in het hart van de staaf.

Het is daarom onwaarschijnlijk dat de specifieke plastische deformatieenergie een criterium vormt voor spleetbreukinitiatie, zoals recent door Gjillemot is voorgesteld, zie punt c. Deze conclusie kan natuurlijk niet op grond van de resultaten van het model van Bridgman worden getrokken, omdat volgens dit model de specifieke deformatieenergie over de doorsnede konstant is; zie gestreepte lijn in fig. 2.

In fig. 6 zijn de functies $\sigma_z(r/a)/C$ weergegeven. Hierin is te zien dat naarmate de kerf scherper wordt (staven 2 en 3), de axiale spanning niet meer maximaal is in het hart van de staaf. Het is daarom minder waarschijnlijk dat de normaalspanning een criterium vormt voor spleetbreukinitiatie in het hart van de staaf. (zie punt a.).

Belangrijk is het te konstateren dat de functies $\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}(r/a)$ maximaal zijn in het hart van de staaf. Deze berekeningen ondersteunen daarom de veronderstelling dat de lokale grootte van $\sigma_m / \bar{\sigma}$ bepalend is voor de initiatie van plastische spltjtbreuk in het hart van de staaf. (zie [2])
 Uit onderlinge vergelijking van de figuren 4 en 5 blijkt dat zowel bij variatie van a/r , als bij variatie van de kerfscherpte α/k , hierbij $\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}(r/a)$ een gevoeliger grootheid is dan $\sigma_m(r/a)/C$.

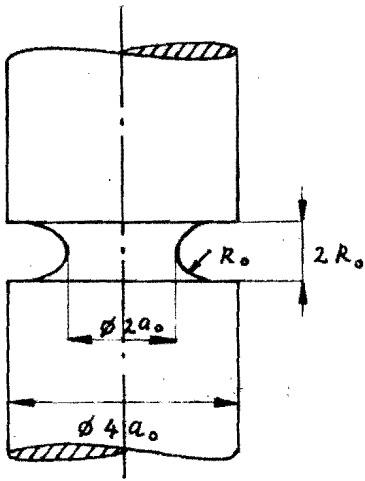
Als aannemelijk en bruikbaar criterium voor plastische spltjtbreukinitiatie zal daarom $\sigma_m / \bar{\sigma}$ in het hart van de staaf genomen worden. Dit criterium kan ook als een kritische volumevergroting worden gezien omdat $\sigma_m \simeq \Delta V / \alpha \cdot V$, waarin de kompressibiliteit $\alpha = 3(1 - 2\nu) / E$. Uit vergelijking van $\sigma_m / \bar{\sigma}$ volgens dit niet-uniformiteitsmodel en het model van Bridgman blijkt, dat de verschillen voor niet te scherpe kerwen niet groot zijn. Dit is te verklaren uit het feit dat zowel σ_m als $\bar{\epsilon}$ en daarmee ook $\bar{\sigma}$ volgens dit model in het hart van de staaf kleiner zijn dan in het model van Bridgman, zodat daarom beide quotiënten ook ongeveer gelijk kunnen zijn.

In de grafieken zijn ook tendensen te zien die in overeenstemming zijn met eerder in dit rapport gemaakte modelanalyses. Zo is uit vergelijking van fig. 7 en 8 te zien dat σ_θ en σ_r in het hart van de staaf gelijk zijn. Met de Levy - von Mises relaties volgt dat hier dan ook $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_\theta$, hetgeen in overeenstemming is met § 1.9.2.

In fig. 7 is voorts te zien dat σ_θ in $r=a$ niet naar nul gaat, hetgeen weer in overeenstemming is met § 1.10.

4.2. De experimentele aanpak van de breukproeven met gekerfde staven

Door bij ronde staven de ingedraaide kerfstraal R te variëren, kunnen in het hart van de staaf verschillende waarden van $\sigma_m / \bar{\sigma}$ gekweekt worden; zie bijlage G, fig. 5. De gekozen geometrie van de machinaal aangebrachte kerf is in nebenstaande fig. weergegeven.



kerf is in nebenstaande fig. weergegeven.

Uit het vooronderzoek is gebleken dat bij deze kerfdiepte, de deformatie beperkt blijft tot de kerfbreedte $2R$. Zoals in § 4.1. is vastgesteld is de optredende deformatie o.a. afhankelijk van de verhouding a/R van de kerf, welke in het algemeen echter tijdens plastische deformatie verandert.

Om deze reden moet de kerfstraal R en de doorsnede $2a$, tijdens de deformatie worden gemeten en moet het trekken van de staaf intermitterend gebeuren.

Door met een profielprojector de deformatiëone te vergroten, b.v. 20 of 40 maal, kan de oskulatiëstraal van de veranderende kerf worden gemeten. De afleesnaauwkeurigheid bij een vergroting van 20 maal is 0.05 mm.

De diameter van de kleinste doorsnede van de deformatiëone kan eevrondig worden gemeten met een mikrometer, afleesnaauwkeurigheid 0.01 mm., met speciaal hiervoor geslepen dunne stiften.

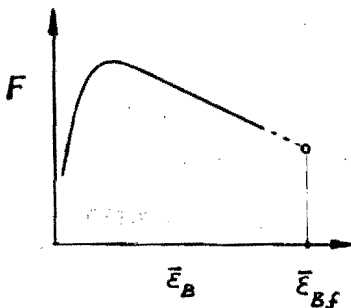
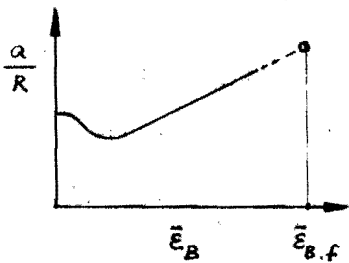
Hoals in § 2.3. is opgemerkt kunnen de metingen worden beïnvloed door anisotropie van het metaal en ruwheid van het oppervlak tgv. de deformatie.

Om deze reden moeten bij een bepaalde deformatie, R en $2a$ verschillende malen over de omtrek van de deformatiëone gemeten worden, om hieruit een gemiddelde a en R te berekenen.

Als de spreiding in a en R door genoemde factoren te groot wordt, heeft het geen zin om verder te meten, temeer omdat ook het model uitgaat van isotroop, homogeen materiaal.

De staven zullen op een Hornsfield Tensometer worden getrokken; maximum belasting 20 kN, afleesnauwkeurigheid ≈ 2.5 N.

Met de intermitterende trekproef kunnen als functie van de deformatie volgens Bridgman $\bar{\epsilon}_B = 2 \ln(a_0/a)$ de verbanden $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ en $F_{\frac{a}{R}}(\bar{\epsilon}_B)$ tot op enige afstand voor break bepaald worden; zie onderstaande figuren.



Door de tijdens belasting in de trekbank opgehoopte elastische energie, zal het laatste stukje van de deformatie tot aan break, spontaan verlopen. Dit laatste stukje kan daarom niet gemeten worden en is in bovenstaande figuur gestreept weergegeven.

Hoe groot de werkelijke a en R van de kleinste doorsnede zijn bij initiatie van de plastische splitsbreak, is mede door deze reden niet te meten. Als eerste orde benadering voor de diameter bij break zal de doorsnede $2a_f$ in gebroken toestand gemeten worden. Met a_f ligt dan $\bar{\epsilon}_{B,f} = 2 \ln(a_0/a_f)$ vast. De grootte van a_f/R_f en F_f tijdens break kan nu benaderd worden door de vóór break gemeten verbanden $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ en $F(\bar{\epsilon}_B)$ te extrapoleren tot $\bar{\epsilon}_{B,f}$. Bovenstaande geldt niet alleen voor gekerfde-, doch ook voor insnoerende oorspronkelijk ongekerfde staven.

De n , c en $\bar{\epsilon}_0$ die de versterigingsfunctie van Nadai vastleggen, zullen bepaald worden uit de deformatie vóór insnoeren van de ongekerfde staaf.

Met deze n , C en \bar{E}_0 kan, uitgaande van een maximumbelasting van 10 kN voor de ongekerfde staaf, de diameter $2a_0$ worden berekend. Voor de gekerfde staven van hetzelfde materiaal zal onder de kerf dezelfde diameter genomen worden, omdat naarmate de kerf scherper wordt, de maximale kracht ook toeneemt. Deze grootste kracht mag nu bij scherper wordende kerf toenemen van 10 tot 20 kN.

Voor dit brekondervzoek zijn twee tegengestelde metalen gekozen, namelijk armko-ijzer dat zeer goed- en staal 60 dat weinig ductiel is, om duidelijk de tegenstelling in omvormbaarheid in de brekfunctie naar voren te laten komen.

4.3. Experimentele resultaten van de brekproeven

4.3.1. Resultaten van de brekproeven met armko-ijzer

Uit de trekproef op een ongekerfde armko staaf volgt voor de versterigingsfunctie van Nadai; $n = 0.27$, $C = 530 \text{ N/mm}^2$ en $\bar{E}_0 = 0$. Hiermee wordt de diameter van de kleinste doorsnede van de gekerfde staven $\phi 7 \text{ mm}$. Voor de stralen van de kerren wordt gekozen (afhankelijk van de voorradige ronde instekbeitels) $R = 1, 1.5, 3$ en 5 m.m. De verhoudingen a_0/R_0 worden hiermee 3.5, 2.34, 1.17 en 0.70.

Bij de gedraaide proefstukken worden echter iets andere a_0/R_0 verhoudingen gemeten omdat $2a_0$ niet precies $\phi 7 \text{ mm}$ is en ook de kerfstralen afwijken van de opgegeven beitelstralen tgv. het verspanen.

Met de vier gekerfde- en de ongekerfde staaf kunnen nu 5 punten van de brekfunctie bepaald worden.

Bijlage H fig. 1 en 2 geven voor de verschillende armke staven resp. $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ en $F(\bar{\epsilon}_B)$ in kN. Van iedere kerf zijn drie staven tot breuk getrokken en de resultaten zijn goed reproduceerbaar, indien tenminste de beginafmetingen a_0 en R_0 niet te veel van elkaar afwijken (een grotere a_0 geeft een grotere F enz.)

De in fig. 1 en 2 aangegeven meetpunten zijn echter van één serie staven, dus niet de gemiddelden van de drie staven. Het meten van a/R van de ongekerfde - en de gekerfde staven met a_0/R_0 van 0.65 en 1.22 levert geen problemen op en de meetpunten, welke de gemiddelden zijn van een aantal metingen over de smtrek, vertonen tov. de getrokken lijnen weinig spreiding.

De meetpunten a/R van de gekerfde staven met a_0/R_0 van 2.62 en 3.45 tonen meer spreiding, omdat de kleine R van deze kerf moeilijk is te meten. Hetzelfde voor de scherpst gekerfde staaf is het moeilijk om een eenduidig verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ vast te leggen, omdat na het aanvankelijk opentrekken van de kerf, de deformatie vóór breuk waarbij nog metingen mogelijk zijn, nog maar klein is.

Het meten van de kracht $F(\bar{\epsilon}_B)$ levert voor geen van de staven problemen op. Na een toename tot de maximum kracht, welke ook bij de gekerfde staven optreedt in de omgeving van $\bar{\epsilon}_B = n$, neemt de kracht voor alle staven lineair af. Als een bepaalde deformatie is aangebracht, vertoont de belasting een kleine afname tgv. spanningsrelaxatie. Daarom is bij de metingen, een tot twee minuten na aanbrengen van de deformatie de belasting afgelesen, om het materiaal te laten relaxeren. Van de gekerfde staven is de belasting alleen gemeten om hieraan de geoptimaliseerde kracht, zoals deze met het niet-uniformiteitsmodel wordt berekend, te kunnen toetsen.

4.3.2. Resultaten van de breukproeven met staal 60.

Uit een trekproef op een ongekerfde staaf staal 60 volgt voor de versterkingsfunctie van Nadai; $n = 0.15$, $C = 970 \text{ N/mm}^2$ en $\bar{\epsilon}_0 = 0$.

Op grond hiervan wordt de diameter van de kleinste doorsnede van de gekerfde staven $\varnothing 4.5 \text{ m.m}$ gekozen. Voor de breukproeven zijn 4 verschillende staven genomen; een ongekerfde - en drie gekerfde staven met a_0/R_0 van 0.47, 0.80 en 2.3.

In bijlage H, fig. 3 zijn de resultaten van de metingen weergegeven. Hier is de belasting alleen voor de ongekerfde staaf gemeten omdat deze nodig is voor de bepaling van n , C en $\bar{\epsilon}_0$. Bij de ongekerfde staaf kunnen een groot aantal metingen a/R en F worden verricht vóór break en deze twee verbanden laten dezelfde tendensen zien als de ongekerfde armko staaf.

De drie gekerfde staven breken bij een tov. de ongekerfde staaf, relatief kleine deformatie. Hierdoor is het niet mogelijk veel meetpunten te bepalen. Hier staat tegenover dat in gebroken toestand zowel a_f als R_f goed gemeten kunnen worden omdat de totale plastische deformatie nog klein is en de kontour door de break niet is verstoord.

Bij de gekerfde staven met a_0/R_0 van 0.80 en 2.3 kan daarom alleen in ongedeformeerde - en in gebroken toestand gemeten worden. In tegenstelling tot armko - ijzer wordt bij staal 60 de scherpe kerf niet eerst opengetrokken, doch smooert meteen in. Deze kerf vertoont hier over bijna de gehele doorsnede een spltjtbreek.

4.4. Het bepalen van de breukfuncties op grond van de meetresultaten

Voor de verwerking van de meetgegevens met het niet-uniformiteitsprogramma moeten voor een staaf bekend zijn: het aantal stappen NS waarin de functie $\sigma_m(r/a)$ uit de evenwichtsdifferentiaalvergelijking opgelost moet worden, n , c , $\bar{\epsilon}_0$, a_f , a_0 , R_f , α en β die het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ beschrijven. In geval van een ongekromde staaf moet naast a_0 bij begin van insnoeren, ook de straal a_u in ongedeformeerde uitgangstoestand bekend zijn, zie blz. 40, fig. 2.

De verbanden $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ van de staven staal 60, zijn onder meer lineair te benaderen. Een analytische beschrijving van de verbanden $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ van de gekromde armko staven is niet eenvoudig, zeker niet voor de scherpst gekromde staven. Alleen de stapsgewijze deformatiemethode zoals deze in bijlage E is weergegeven, zal hier de werkelijkheid het beste benaderen. Deze methode is echter (nog) niet in een computerprogramma uitgewerkt.

Voor een eerste orde benadering zijn ook voor armko, alle verbanden $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ lineair benaderd; zie de gestreepte lijnen in bijlage H, fig. 1., zodat wordt aangenomen $\gamma = \nu \cdot (\alpha \cdot 2 \ln(a_0/a) + \beta)$.

Door optimalisatie van γ kunnen nu de optimale functies $\frac{\sigma_{mf}}{\sigma_f}(r/a)$ en $\bar{\epsilon}_f(r/a)$ over de kleinste doorsnede voor $a = a_f$ en $R = R_f$ voor iedere staaf berekend worden. Alvorens dit voor de armko staven te doen, eerst nog het volgende. Om het onderzochte deformatiegebied uit te breiden is in fig. 1 de lijn $\frac{a_f}{R_f}(\bar{\epsilon}_{B,f})$ die de breukpunten van de 5 staven verbindt, naar de deformatie $\bar{\epsilon}_{B,f} = 1.2$ geëxtrapolerd. Deze denkbeeldige staaf zou bij breuk hebben $a_f = 1.92$ en $R_f \approx 0.89$.

De functies $\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f$ en $\bar{\epsilon}_f$ voor de rooijst geseemde denkbeeldige staaf, de armko staven met $a_0/R_0 = 0.65$ en 2.62 en de oorspronkelijk omgekeerde staaf zijn weergegeven in bijlage H fig. 7 en 8.

Voor staal 60 staan voor de 4 beproefde staven, genoemde functies in bijlage H fig. 5 en 6.

In fig. 7 is te zien, dat bij de omgekeerde staaf (bovenste lijn) de niet uniformiteit procentueel gezien veel kleiner is, dan bij de denkbeddige staaf met $a_f/R_f = 2.17$ (onderste lijn).

Zoals in § 4.1. is besloten zal als spltbreukcriterium $\frac{\sigma_{mf}}{\bar{\sigma}_f} (\frac{r}{a} = 0)$ voor de bijbehorende onafhankelijk variabele $\bar{\epsilon}_f (\frac{r}{a} = 0)$ worden genomen. In bijlage H, fig. 4 zijn deze plastische spltbreukfuncties voor armko en staal 60 weergegeven. De gestreepte lijnen geven de breukfuncties als het model van Bridgman wordt toegepast. Tussen de gestreepte en getrokken functies is vooral bij armko tgv. de niet-uniforme deformatie een duidelijke verschuiving te zien.

Uit regressieanalyse blijkt dat door de breukfunctie van armko-ijzer op het deformatiegebied $0.8 \leq \bar{\epsilon}_f \leq 1.75$ zeer goed een machtsfunctie gaat;

$$\frac{\sigma_{mf}}{\bar{\sigma}_f} = p * \bar{\epsilon}_f^{-q} \quad (*)$$

waarin $p = 0.9503$, $q = 0.4551$ met regressiecoëfficiënt $r = 0.999732$

Dit verband kan ook geschreven worden als;

$$\sigma_{mf} * \bar{\epsilon}_f^{q-n} = p * C = K \quad \underline{\underline{\text{Breukfunctie}}}$$

Als men machtsfunctie (*) ook voor andere ductiele metalen geldt, dan kan de

bijbehorende breukfunctie eenvoudig bepaald worden door $\frac{\sigma_{mf}}{\bar{\sigma}_f}(\bar{\epsilon}_f)$ van twee staven, b.v. een ongekerfde en een scherp gekerfde staaf, met te zetten op dubbellogarithmisch papier en deze punten te verbinden door een rechte lijn:

$$\log(\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f) = \log p - q \log \bar{\epsilon}_f$$

Uitdrukkelijk moet worden opgemerkt dat de machtsfunctie voor armko alleen geldt voor het opgegeven deformatiegebied. Uit deze analytische functie mogen dus geen conclusies worden getrokken voor andere deformaties zoals $\bar{\epsilon}_f \rightarrow 0$.

Voor de breukfunctie van het weinig duktiële staal 60 kan geen passend analytisch verband worden gevonden. Waarschijnlijk hebben de meeste duktiële metalen een spltbreukfunctie die ligt tussen die van het zeer duktiële armko en het weinig duktiële staal 60. Uit de spltbreukfuncties is te zien dat een grote σ_m breukbevorderend - en een lage σ_m breukremmend werkt, hetgeen bekend is.

Een metaal zoals zacht messing dat vóór breuk weinig of niet insnoert, zal als de breukproeven met gekerfde - en ongekerfde staven onder atmosferische omstandigheden worden uitgevoerd, een breukfunctie hebben die altijd nog ligt boven $\sigma_m / \bar{\sigma} = 1/3$. Als namelijk een ongekerfde staaf breekt vóór er een noemenswaardige insnoering is, dan is er bij benadering nog lijnspanning, zodat $\sigma_r = \sigma_\theta \approx 0$. Nu is $\bar{\sigma} \approx \sigma_z$ en $\sigma_m \approx \sigma_z / 3$, zodat $\sigma_m / \bar{\sigma} \approx 1/3$. Deze in uiterste gevallen haalbare ondergrens voor $\sigma_m / \bar{\sigma}$ is in fig. 4 gestreepd getrokken.

Een gekerfde - of ongekerfde staaf die onder atmosferische omstandigheden breekt kan in het hart van de staaf nooit een lagere $\sigma_m / \bar{\sigma}$ waarde dan $1/3$ hebben.

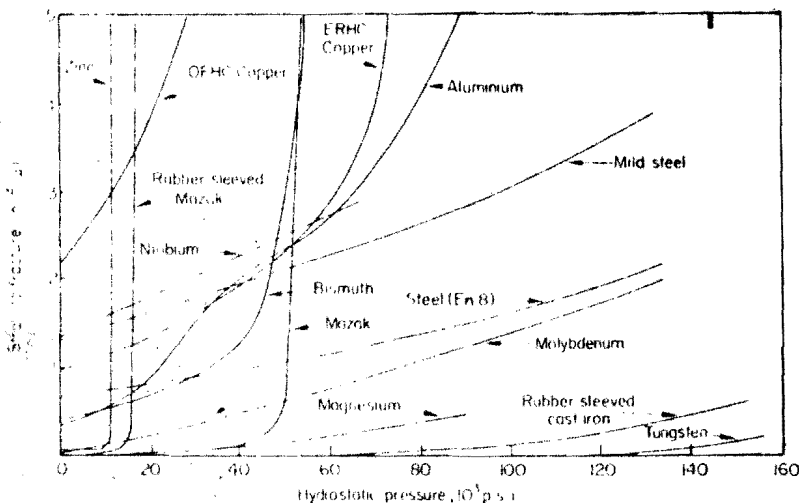
Mit vergelijking van de berekende optimale axiale belasting en de lineair geëxtrapolerde gemeten kracht bij breuk van de armko staven blijkt, dat deze goed overeenkomen. Het verschil voor de ongekorfde staaf is ≈ 0.1 kN. Naarmate de korf scherper wordt, groeit dit verschil bij de scherpst gekorfde staaf aan tot ≈ 0.25 kN, omdat de berekende kracht groter is dan de gemeten kracht. Dit verschil is tov. de gemeten kracht nog geen 4 procent.

4.5. Uitbreiding van het deformatiegebied van de splaytrekfunctie

De in bijlage H, fig. 4 getekende splaytrekfuncties voor armko en staal 60, gelden slechts op een beperkt deformatiegebied. Een uitbreiding van de armko breukfunctie naar zowel grotere-als kleinere deformatie zou waardevolle informatie geven tov. de twee extremen: $\bar{\epsilon}_f$ gaat naar nul resp. $\bar{\epsilon}_f$ wordt zeer groot. De breukfunctie kan de $\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f$ - as nooit snijden omdat bij iedere deformatie altijd $\bar{\epsilon}_f > 0$ is. Wel kan de breukfunctie deze as asymptotisch kunnen naderen als $\bar{\epsilon}_f \rightarrow 0$, zoals dit ook waar te nemen is bij staal 60. Belangrijk is daarom de conclusie, dat geen extreme waarde $\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f$ bepaald kan worden waarbij $\bar{\epsilon}_f \equiv 0$.

Voor onderzoek van armko bij kleinere breukrek moeten scherpere kerven worden aangebracht. Om dit te kunnen verwezenlijken kan gedacht worden aan het aambrengen van kerven d.m.v. draadronken. Met draad van 0.15 mm dikte kunnen zeer scherpe kerven gevormd worden. Het is echter de vraag of het gebruikte evenwichtsmodel ter plaatse van de kleinste doorsnede voor deze scherpe kerven nog bruikbaar is.

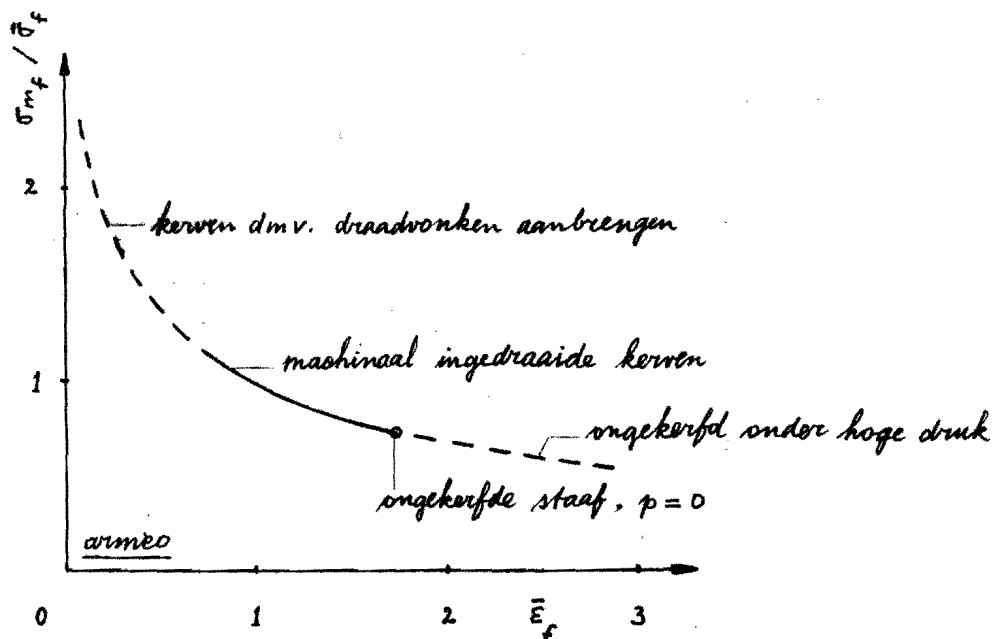
Voor uitbreiding van het meetgebied naar grotere brekrek (kleinere σ_{mf}) kan gedacht worden aan proeven met ongekerfde staven onder hoge uitwendige druk p , welke overeenkomt met een negatieve σ_m . Voor de praktische uitvoering, zie bijlage I (uit [9]). Zulke proeven zijn reeds door een aantal onderzoekers verricht en van hun resultaten kan nuttig gebruik worden gemaakt [9], [10]. In onderstaande grafiek zijn voor een aantal metalen



Experimenten
van Pugh.

de experimentele resultaten van Pugh weergegeven [10]. Om aansluiting te verkrijgen aan de slijtbreukfunctie van fig. 4, bijlage H, waarin de punten 1 en 2 van de ongekerfde staven zijn, bij atmosferische druk (dus $p = 0$), moet i.p.v. de uitwendige druk p de in het hart van de staaf optredende $\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f$ en i.p.v. $\bar{\epsilon}_B$ de in het hart van de staaf optredende $\bar{\epsilon}_f$ worden berekend.

Bij breukproeven onder hoge druk op warmte-ijzer, zal waarschijnlijk een zelfde soort verband optreden als voor "mild steel" in bovenstaande grafiek. Als nu de slijtbreukfunctie van warmte naar kleinere en grotere brekrek is uitgebreid, dan zal op grond van bovenstaande de breukfunctie waarschijnlijk een verloop hebben, zoals op de volgende blz. is geschetst.



In principe zou de breukfunctie bij steeds verdergaande verhoging van p de $\bar{\epsilon}_f$ -as moeten kunnen snijden, zodat dan $\sigma_{mf} / \bar{\sigma}_f$ nul is. Een probleem dat zich echter voordoet is, dat naarmate p groter wordt, het spltbreukoppervlak van de breuk, afneemt. Bij zeer hoge p is daarom in mindere mate sprake van spltbreuk. Het is mogelijk dat voor taaiere breuk die dan ontstaat, $\sigma_m / \bar{\sigma}$ niet meer als criterium geldt, doch dat dan een andere grootte als criterium geldt.

4.6. Het in de praktijk snel bepalen van het breukgedrag van een metaal

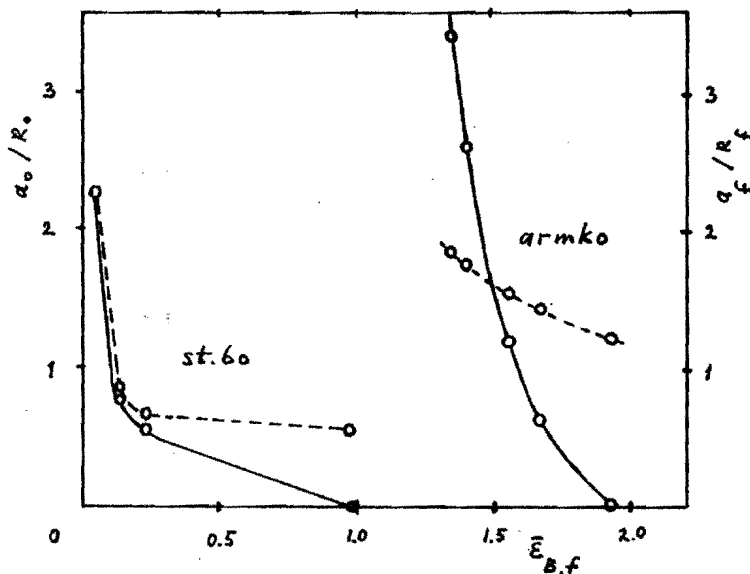
Met de gekorfdde staven, waarbij de kerwen door konventioneel verspanen worden aangebracht, is voor een metaal een beperkt breukgebied te onderzoeken.

Niettemin leidt deze methode tot resultaten waaruit een indruk over de ductiliteit van metalen tov. elkaar verkregen kan worden. De hele meetprocedure en de numerieke uitwerking ervan kost echter veel tijd.

De praktijk van de omvormtechnologie wil meestal snel voor een metaal iets weten over het breukgedrag. Indien het hierbij niet gaat om de "exakte" spltbreukfunctie, doch om een indruk van de omvormbaarheid vóór breuk,

kan toch snel goed hanteerbare informatie worden verkregen door de op de assen uitstaande berekende grootheden te vervangen door in de praktijk eenvoudig meetbare waarden. Hierbij kan worden gedacht aan a_0/R_0 ipv. $T_{mf}/\bar{\sigma}_f$ en $\bar{E}_{B.f}$ ipv. \bar{E}_f .

De grootte van R_0 kan eenvoudig worden benaderd door de halve breedte van de radus - insteekboitel en de straal a_0 van de kleinste doorsnede kan of gemeten worden met een stiftmikrometer, of door met de nonius van de draaibank nauwkeurig de insteekdiepte te bepalen. $\bar{E}_{B.f} = 2 \ln(a_0/a_f)$ kan worden berekend als in gebroken toestand de kleinste doorsnede $2a_f$ met een schroefdraadmikrometer kan worden gemeten. In onderstaande grafiek geven de getrokken lijnen de verbanden $\frac{a_0}{R_0}(\bar{E}_{B.f})$ voor armko en staal 60, waaruit duidelijk de verschillen in omvormbaarheid naar voren komen.



Een variant op deze grafiek wordt verkregen als ipv. a_0/R_0 wordt uitgezet a_f/R_f . Hiervoor moet men echter de beschikking hebben over een profielprojector, microscoop of fotoapparatuur waarmee zodanig vergroot kan worden dat R_f kan worden bepaald. De grafiek $\frac{a_f}{R_f}(\bar{E}_{B.f})$ heeft als voordeel dat $\frac{a_f}{R_f}$ samenhangt met T_{mf} , zodat een verband verkregen wordt,

dat analoog is aan de slijtbreukfunctie; zie gestreepte lijnen. Een derde mogelijkheid is reeds gegeven in bijlage H, fig. 4; $\sigma_{m.B.F.} / \bar{\sigma}_{B.F.}$ als functie van $\bar{\epsilon}_{B.F.}$, waarbij er nogmaals op wordt gewezen dat dit verband wel een indruk geeft over de omvormbaarheid voor breuk, maar bij scherpere kerven van ductiele metalen dit verband niet representatief is voor de breukfunctie.

4.7. Resumé

De lokale grootte van $\sigma_m / \bar{\sigma}$ is een aannemelijk en bruikbaar criterium voor plastische slijtbreukinitiatie van ductiele metalen.

Uit de experimenten met verschillend gekerfde staven, waarbij de kerven door konventioneel verspanen worden aangebracht, is op grond van dit criterium en met gebruikmaking van het niet-uniformiteitsmodel, een slijtbreukfunctie te bepalen op een beperkt deformatiegebied.

Uit de voor staal 60 en armko-ijzer bepaalde slijtbreukfuncties komt duidelijk het verschil in omvormbaarheid naar voren.

Een uitbreiding van het deformatiegebied van de slijtbreukfunctie naar zowel kleinere - resp. grotere breukrek lijkt mogelijk door scherpere kerven resp. hoge uitwendige druk.

5. Diskussie

Dit onderzoek op het gebied van de plastische breukmechanika kan in het kader van het afstudeerwerk niet meer zijn dan een eerste aanzet.

In deze discussie zijn daarom een aantal punten samengebracht die van nut kunnen zijn bij een eventueel vervolg van dit onderzoek.

- zoals in § 4.5 is opgemerkt kan het onderzoek worden uitgebreid naar kleinere breukrek door het aanbrengen van scherpere kerven dmv. draadronken en naar grotere breukrek door het doen van breukproeven met ongekeerde staven onder hoge uitwendige hydrostatische druk.
- In dit onderzoek is gekozen voor een diepe ronde kerf. Niet onderzocht is de invloed van een andere kerfgeometrie bv. een V-vormige, en hoe diep de kerf minimaal moet zijn om de deformatiezone te beperken tot de kleinste doorsnede onder de kerf.
- Voor de radiale snelheid ter plaatse van de kleinste doorsnede is gekozen:

$$\dot{u}_r = \dot{a} \cdot K \cdot \sinh(\gamma \cdot r^*)$$

waarin $r^* = r/a$. Niet onderzocht is of dezelfde geoptimaliseerde spanningen en deformatie verkregen worden als een andere analoge radiale snelheid wordt genomen zoals:

$$\dot{u}_r = \dot{a} (p r^* + q \cdot r^{*q})$$

waarin $q = (1-p)$ o.g.v. $\dot{u}_r(a) = \dot{a}$, of

$$\dot{u}_r = \dot{a} \cdot K \cdot \tanh(\gamma r^*)$$

enz.
- 1 De niet-uniformiteitsparameter γ is in eerste orde benadering evenredig genomen met de momentane \dot{a}/R . Uit onderzoek met het programma blijkt echter, dat als \dot{a}/R konstant

gehouden wordt, μ iets afneemt bij groter wordende deformatie.

2. Bij de afleiding van de baan van een deeltje met beginstraat r_0 is $\lambda(\mu)$ onafhankelijk genomen van r^* , hetgeen alleen juist is als tijdens deformatie μ konstant blijft.

Bij de stapsgewijze deformatiemethode, bijlage E, waarbij de momentane a/κ een willekeurig verloop mag hebben, hoeft geen aanname te worden gedaan over het verband $\mu(a/\kappa)$ en wordt bij voldoende kleine deformatiestap de baan van een deeltje en de momentane μ exact berekend. Bij een vervolg van dit onderzoek verdient het daarom aanbeveling voor deze stapsgewijze deformatiemethode een computerprogramma te maken om hiermee de experimentele resultaten van de metingen te verwerken.

- e. In het model van hoofdstuk 3 wordt gebruik gemaakt van de radiale evenwichtsvergelijking van Bridgman. Uit vergelijking van de berekende en gemeten axiale kracht, blijkt dat er een verschil ontstaat bij scherper wordende kerf, zie § 4.4. Als wordt overgegaan op scherpe kerwen dmv. draadronken, dan zullen de bolvlakken weerszijde van de kleinste doorsnede waarschijnlijk geen hoofdspanningsvlakken meer zijn, zie bijlage A2, fig. I en II.

Voor zulke scherpe kerwen is het waarschijnlijk nodig, een correctiefactor in te voeren die de berekende axiale kracht terugbrengt tot de gemeten kracht, met welke factor dan ook de spanningen gecorrigeerd kunnen worden. Als dit niet lukt kan geprobeerd worden een andere evenwichtsvergelijking op te stellen.

- f. Bij de gebruikte Hounsfield Tensometer is de maximum belasting 20 kN. Hierdoor moeten de afmetingen van de gekerfde staafjes klein blijven,

hetgeen het meten van R bemoeilijkt. Bij een trekbank met een grotere maximum belasting mag de doorsnede groter zijn en voor een bepaalde waarde a/k wordt dan ook R groter, waardoor deze makkelijker te meten is.

- g. In de omvormtechnologie worden veel producten uit plaatmateriaal gemaakt. Uit dikkere plaat kunnen kleine staafjes worden gedraaid. Door nu gekerfde staafjes te maken uit de lengte- en dwarsrichting van de plaat, kan de invloed van plastische anisotropie op de slijtbreakfunctie worden onderzocht.
- h. Een klassieke werktuigbouwkundige materiaalktest is de kerfslagproef. Het zal duidelijk zijn dat de begrippen duktiliteit en kerfgevoeligheid met elkaar samenhangen. Een nadere bestudering van de kerfslagproef door gekerfde staven aan buiging te onderwerpen en door plasticiteitsmodellen voor de deformatiezone op te stellen in analogie met het model van hoofdstuk 3, maakt deze testmethode wellicht bruikbaar voor een snelle bepaling van de duktiliteit van een metaal.
- i. Ook is het interessant gekerfde proefstukken aan dynamische belasting te onderwerpen. De modelvorming hierbij is echter complex, omdat periodische drukbelasting de kerf dicht drukt en daardoor scherper maakt. De plastische deformatie zal zich hierbij waarschijnlijk uitsluitend concentreren rond de kerf zonder dat vormverandering uitwendig waarneembaar is.
- j. Gezien vanuit het standpunt van de konstruktieve betekent de kerfscherpte een versterking van de kleinste doorsnede. Onderzoek naar de invloed van de kerfscherpte van verschillende typen schroefdraad op de belastbaarheid is uit sterkte-technisch oogpunt een interessant onderzoek.

k. Voor de praktijk van de omvormtechnologie is het interessant om te weten hoe de breukfunctie van een metaal verandert als functie van de deformatiesnelheid en de temperatuur van het materiaal. Experimenteel onderzoek naar deze invloeden zal veel praktische problemen met zich mee brengen.

l. Voor een ongekerfde staaf is het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ lineair;

$\frac{a}{R} = \alpha \cdot \bar{\epsilon}_B + \beta$, waarin $\bar{\epsilon}_B = 2 \ln(a_0/a)$ en alleen geldt voor $a > a_0$, dus niet $\bar{\epsilon}_B = 2 \ln(a_n/a)$! In $\bar{\epsilon}_B \approx n$ begint deze lijn te stijgen, zodat hier $\beta = 0$. In verband met de numerieke verwerking in het programma van β , mag deze echter niet nul zijn; voer daarom bv. in $\beta = 10^{-6}$.

Bijlagen

bijlagen bij P.T. - rapport no. 0444.

Elastische Spleijtbreuk

Onderzoek naar elastische spleijtbreuk van duktiële metalen

Inhoudsopgave Bijlage

- A. Beknopte weergave Bridgman theorie
- B. Hardheidsmetingen en structuuronderzoek t.p.v. de kleinste doorsnede
- C. De berekening van de baan van een materieel deeltje met beginstraal r_0
- D. Uitdrukken van de evenwichtsvoorwaarde in σ_r

Uitwerking numerieke integratie

- E. De stapsgewijze deformatiemethode
- F. Het computerprogramma van het model

Verklaring van de gebruikte variabelen

Aanroepen van het programma

Stroomschema van het programma

Voorbeelden programmauitvoer

- G. Onderzoek naar het criterium voor plastische slijtbreukinitiatie
- H. Experimentele resultaten van het breukonderzoek
- I. Uitvoeren v.e. breukproef onder hoge nitwendige druk

Beknopte weergave Bridgman theorie

De analyse volgens Bridgman maakt het mogelijk een correctiefactor te berekenen voor het effect van de insnoering op de uitkomst van de trekproef. Voor de aannamen van Bridgman: zie rapport § 1.5.

Mit deze aannamen volgt dat $\epsilon_r = \epsilon_\theta = -\frac{1}{2} \epsilon_z = \text{konstant}$ zodat $\bar{\epsilon}$ en $\bar{\sigma}$ uniform zijn over de kleinste doorsnede.

Voor de aangenomen torusvormige geometrie: zie volgende blz. fig. I.

Binnen die torus wordt het radiale evenwicht beschouwd van een infinitesimaal volumelement ter plaatse van de kleinste doorsnede: zie fig. II.

Alle grensvlakken van het volumelement zijn hoofdspansingsvlakken.

Krachtenevenwicht in radiale richting geeft:

$$(1) \quad \left(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \cdot h \right) \cdot \sin \left(\phi' + \frac{d\phi'}{2} \right) \cdot \left(r + \frac{dr}{2} \right) \cdot d\theta +$$

$$\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot dr \right) \cdot \cos \frac{\phi}{2} \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot h' - 2 \sigma_\theta \cdot \frac{h+h'}{2} \cdot dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2}$$

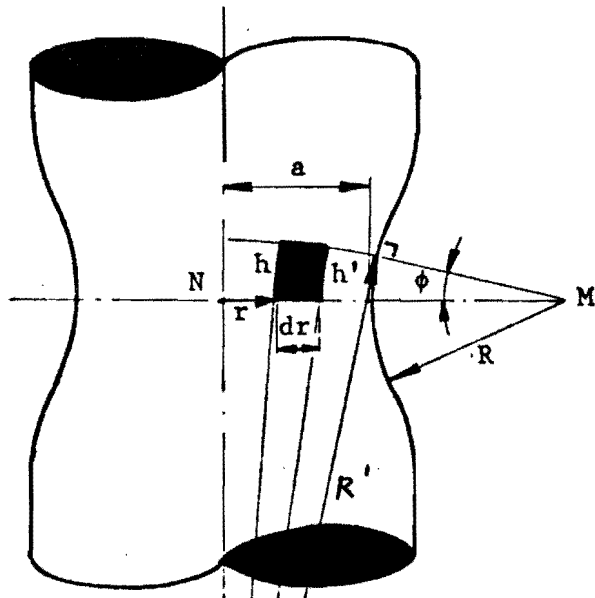
$$- \sigma_r \cdot \cos \frac{\phi}{2} \cdot r \cdot d\theta \cdot h = 0$$

Voor kleine hoeken geldt:

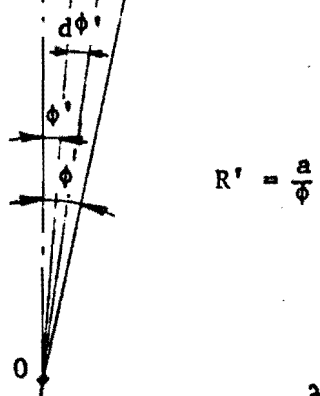
$$(2) \quad 2 \sin \frac{d\theta}{2} \simeq 2 \cdot \frac{d\theta}{2} = d\theta$$

$$(3) \quad \sin \left(\phi' + \frac{d\phi'}{2} \right) \simeq \phi' + \frac{d\phi'}{2} \simeq \phi'$$

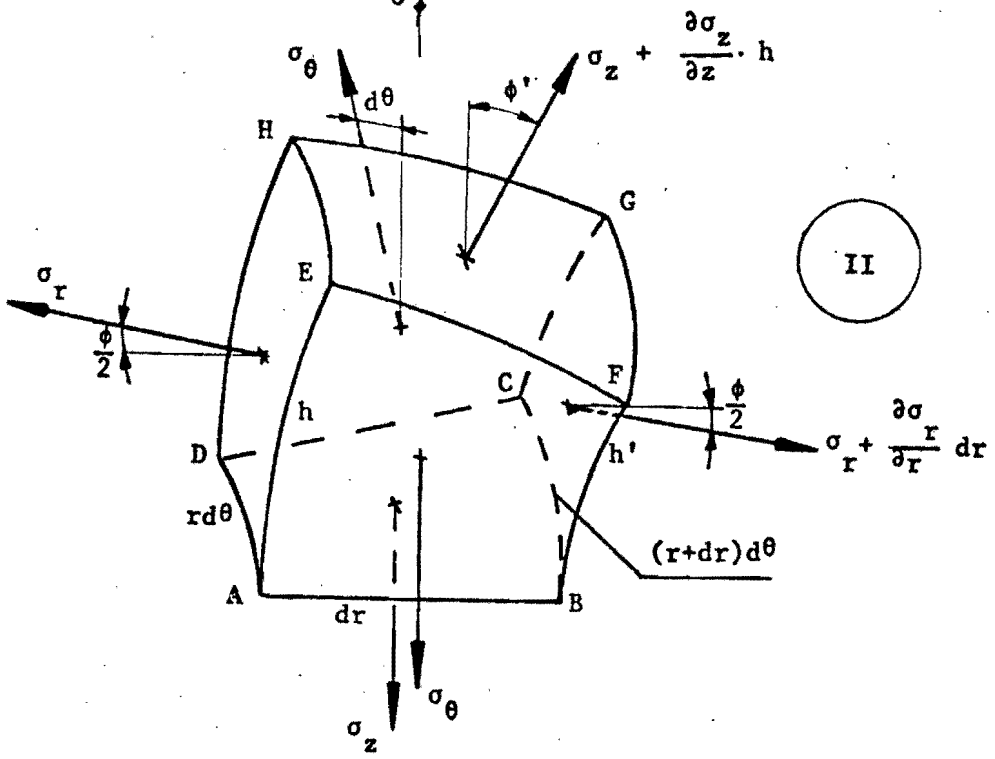
$$(4) \quad \cos d\phi' \simeq 1$$



I



$$R' = \frac{a}{\phi}$$



II

Enige uit fig. I volgende geometrische relaties zijn:

$$(5) \quad R = \frac{a}{\phi}$$

$$(6) \quad h = R \cdot \phi + R' \cdot \cos \phi' - R' \cdot \cos \phi = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} (\cos \phi' - \cos \phi)$$

$$(7) \quad h' = R \cdot \phi + R' \cdot \cos(\phi' + d\phi') - R' \cdot \cos \phi = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} [\cos(\phi' + d\phi') - \cos \phi]$$

$$(8) \quad \sin \phi' = \frac{r}{a} \cdot \sin \phi \rightarrow \phi' = \frac{r}{a} \cdot \phi$$

$$(9) \quad \sin d\phi' = \frac{dr}{a} \cdot \phi \rightarrow d\phi' = \frac{dr}{a} \cdot \phi$$

In verg. (7) is nu: $\cos(\phi' + d\phi') = \cos \phi' \cdot \cos d\phi' - \sin \phi' \cdot \sin d\phi' \simeq$

$$\cos \phi' - \phi' \cdot d\phi' \simeq \cos \phi' - \frac{\phi^2}{a^2} \cdot r \cdot dr$$

Hiermee gaat (7) over in $h' = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} \left[\cos \phi' - \frac{\phi^2}{a^2} \cdot r \cdot dr - \cos \phi \right]$

$$(10) \quad h' = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} (\cos \phi' - \cos \phi) - \frac{\phi}{a} \cdot r \cdot dr = h - \frac{\phi}{a} \cdot r \cdot dr$$

Substitutie van (2) [±]/m (10) in (1) met verwaarlozing van hogere orde termen en delen door $\phi \cdot d\theta \cdot dr$ geeft:

$$(11) \quad \sigma_z \cdot \frac{r^2}{a} + h \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \cdot \frac{r^2}{a} + \cos \frac{\phi}{2} \left[-\frac{r^2}{a} \cdot \sigma_r + \frac{h}{\phi} \cdot \sigma_r + \frac{r}{\phi} \cdot h \cdot \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right] - \sigma_\theta \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$(12) \quad \cos \frac{\phi}{2} = 1 - \frac{(\phi/2)^2}{2!} + \dots \simeq 1 \quad \text{als } \phi \ll 1$$

De kleinste doorsnede van de insnoerzone is een symmetrieveld voor σ_z :

$$(13) \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

Substitutie van (12) en (13) in (11) geeft:

$$(14) \quad (\sigma_z - \sigma_r) \frac{r^2}{a} + \frac{r \cdot h}{\phi} \cdot \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

Met vergelijking (14) is één vergelijking van het stelsel dat het probleem beschrijft, verkregen. De 2^e vergelijking volgt uit de vloeivoorwaarde:

$$(15) \quad 2 \bar{\sigma}^2 = (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Uit de aanname van uniforme axiale rek volgt:

$$(16) \quad d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta$$

Substitutie van (16) in de Levy - von Mises relaties geeft:

$$(17) \quad \sigma_r = \sigma_\theta$$

Substitutie van (17) in (15) geeft:

$$(18) \quad \bar{\sigma} = \sigma_z - \sigma_r$$

Substitutie van (17) en (18) in (14) geeft:

$$(19) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \bar{\sigma} \cdot \frac{r}{a} \cdot \frac{\phi}{h} = 0$$

$$(20) \quad \frac{h}{\phi} = R + \frac{a}{\phi^2} (\cos \phi' - \cos \phi)$$

$$(21) \quad \cos \phi \approx 1 - \frac{\phi^2}{2}$$

$$(22) \quad \cos \phi' = 1 - \frac{\phi'^2}{2} + \dots \approx 1 - \frac{\phi'^2}{2} = 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \cdot \frac{\phi^2}{2}$$

Invullen van (21) en (22) in (20) geeft:

$$(23) \quad \frac{\phi}{h} = \frac{1}{R + \frac{a^2 - r^2}{2a}}$$

Substitutie van (23) in (19) geeft dan tenslotte:

$$(24) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -\bar{\sigma} \cdot \frac{2r}{2aR + a^2 - r^2}$$

Bij uniforme \bar{E} is ook $\bar{\sigma}$ konstant over de doorsnede, zodat $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial r} = 0$.

Integreren van (24) naar r geeft:

$$\sigma_r = -2\bar{\sigma} \int \frac{r \cdot dr}{2aR + a^2 - r^2} = \bar{\sigma} \int \frac{d(2aR + a^2 - r^2)}{2aR + a^2 - r^2}$$

$$\sigma_r = \bar{\sigma} \cdot \ln(2aR + a^2 - r^2) + C$$

$$\text{Randvoorwaarde: } \sigma_r(r=a) = 0 \rightarrow C = -\bar{\sigma} \cdot \ln 2aR$$

$$(25) \quad \sigma_{\theta} = \sigma_r = \bar{\sigma} \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

Met (18) volgt dan: $\sigma_z = \sigma_r + \bar{\sigma}$

$$(26) \quad \sigma_z = \bar{\sigma} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) \right]$$

$$\sigma_m = (\sigma_r + \sigma_{\theta} + \sigma_z) / 3$$

$$(27) \quad \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3} + \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

$$F = 2\pi \int_{r=0}^a \sigma_z(r) \cdot r \cdot dr$$

$$F = \pi \cdot \bar{\sigma} \int_{r=0}^a \left[\ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) + 1 \right] \cdot dr^2$$

$$F = \pi \cdot \bar{\sigma} \int_0^a dr^2 - 2aR \cdot \pi \cdot \bar{\sigma} \int_0^a \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) \cdot d \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

Toepassen van $\int_0^a \ln x \cdot dx = x \cdot \ln x \Big|_0^a - x \Big|_0^a$ geeft tenslotte:

$$(28) \quad F = \pi \cdot \bar{\sigma} \cdot a^2 \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right)$$

$$\bar{\sigma} = C_B \cdot \frac{F}{\pi a^2} \quad \text{met} \quad C_B^{-1} = \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right)$$

This single condition is obviously not enough to determine a solution. We must consider in addition the conditions imposed by the plastic behavior of the material. For this purpose we shall use the von Mises function $(\widehat{r\dot{r}} - \widehat{\theta\dot{\theta}})^2 + (\widehat{\theta\dot{\theta}} - \widehat{z\dot{z}})^2 + (\widehat{z\dot{z}} - \widehat{r\dot{r}})^2$. The value of this von Mises plasticity function varies with the conditions. If the body is "ideally" plastic, the function is a constant. This assumption would usually give a first approximation. But actually there is strain-hardening and the function depends on the strains. The precise dependence is most complicated and probably never has been completely determined for any actual material. We shall make a second approximation here, recognizing that the von Mises function depends on the strains but assuming that the strains vary so little across the neck that the von Mises function may be taken independent of r all the way across. The experimental justification for this assumption will be presented in due course.

In general, there are also conditions on the strains to be satisfied in the plastic range. Assuming isotropy of strain-hardening, these are

$$\begin{aligned} e_r &= \beta[\widehat{r\dot{r}} - \frac{1}{2}(\widehat{\theta\dot{\theta}} + \widehat{z\dot{z}})] \\ e_\theta &= \beta[\widehat{\theta\dot{\theta}} - \frac{1}{2}(\widehat{z\dot{z}} + \widehat{r\dot{r}})] \\ e_z &= \beta[\widehat{z\dot{z}} - \frac{1}{2}(\widehat{r\dot{r}} + \widehat{\theta\dot{\theta}})] \end{aligned} \quad (1-6)$$

Here β is in general a function of the strains, to be determined by experiment.

These strains are subject to an additional condition if we suppose that, in conformity with our assumption about strain-hardening, e_z is constant across the section. The conditions of volume conservation give for the radial displacement $\bar{\rho}$ under these circumstances the equation

$$\rho = -\frac{e_z}{2}r + \frac{c}{r}$$

Here, in order to avoid infinities on the axis, $c = 0$, and $\rho = -(e_z/2)r$. This gives

$$e_r = e_\theta = -\frac{1}{2}e_z \quad (1-7)$$

The question now is: can we find a stress system which meets the various requirements thus far imposed? If we can find such a system, then we know by the usual physical and mathematical arguments that it is unique and hence *the* solution. Inspection shows that we can satisfy certain of these conditions in a rather simple way. If we set $\widehat{r\dot{r}} = \widehat{\theta\dot{\theta}}$, we can satisfy the condition on e_r and e_θ . In addition, the von Mises plasticity condition is satisfied if we set $\widehat{z\dot{z}} = \widehat{z\dot{z}}_a + \widehat{r\dot{r}}$. This stress system is simply described. It is a longitudinal tension uniform all the way across the section of the neck, with a superposed hydrostatic tension ($r\dot{r} = \widehat{\theta\dot{\theta}} - \widehat{z\dot{z}}_a$) which vanishes at the outer boundary because of

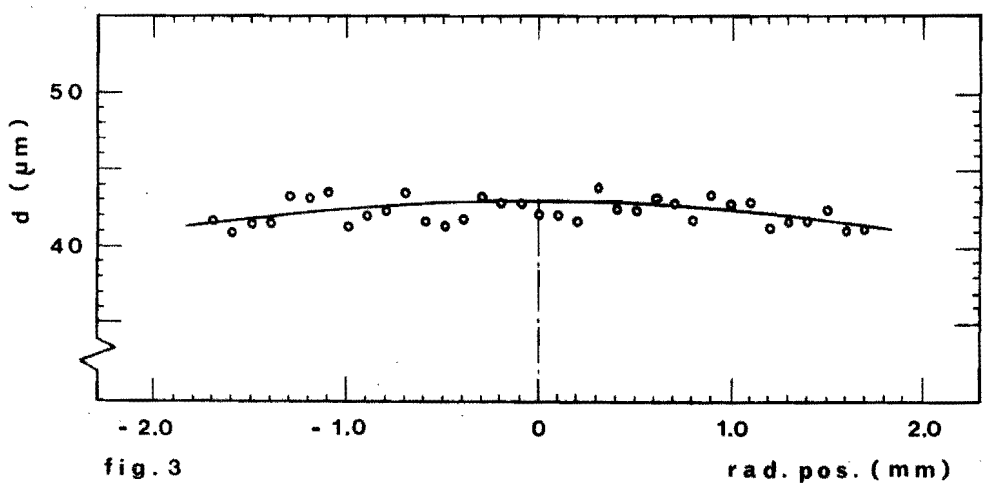
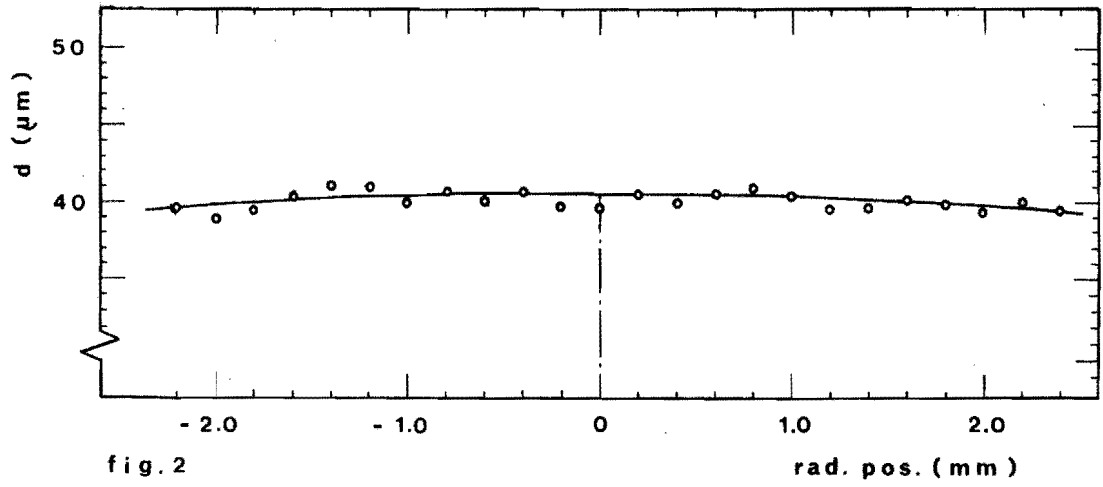
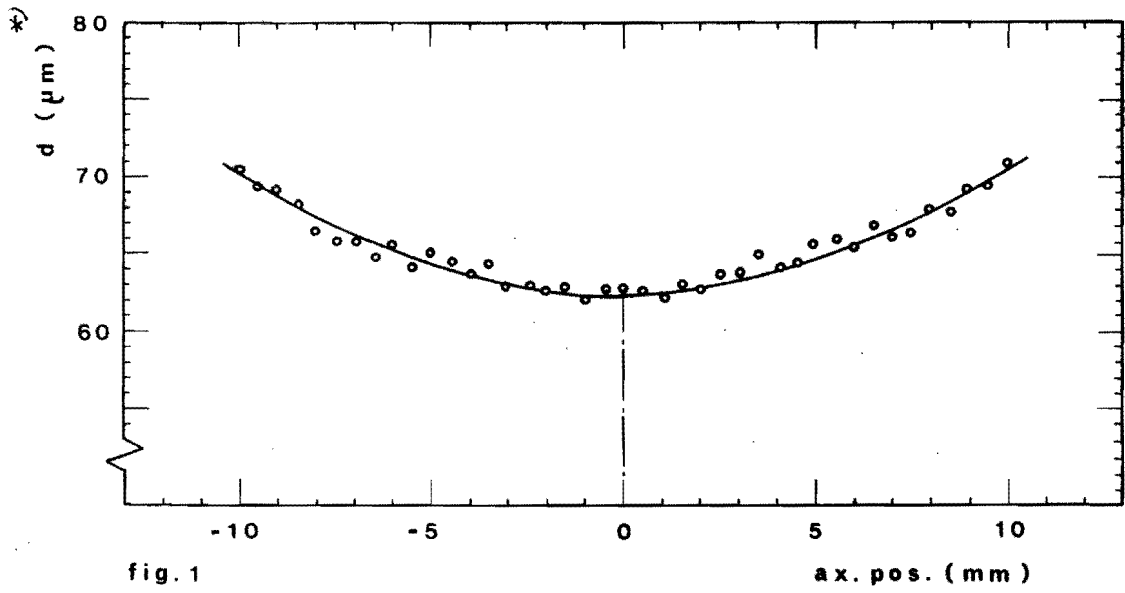
HardheidsmetingenOngekorfde staven

- fig. 1 : staal 50, $\bar{\epsilon}_B = 0.63$, $a/R \approx 0.35$, 300 gram.
 fig. 2 : staal 50, $\bar{\epsilon}_B = 0.63$, $a/R \approx 0.35$, 200 gram.
 fig. 3 : armko, $\bar{\epsilon}_B = 1.42$, $a/R \approx 0.70$, 200 gram.

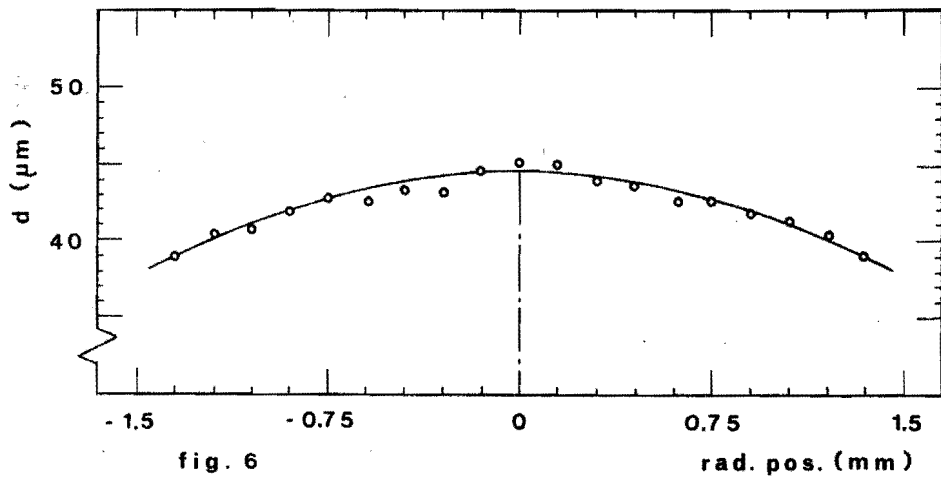
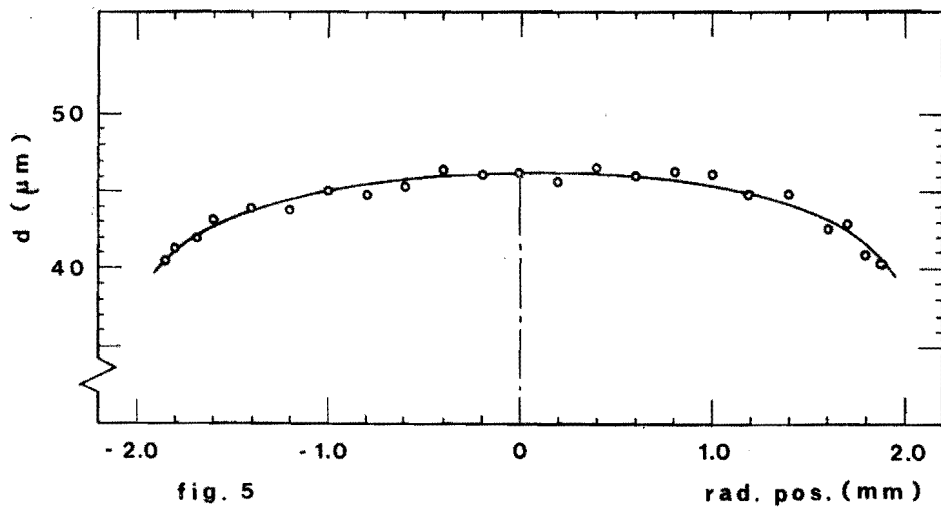
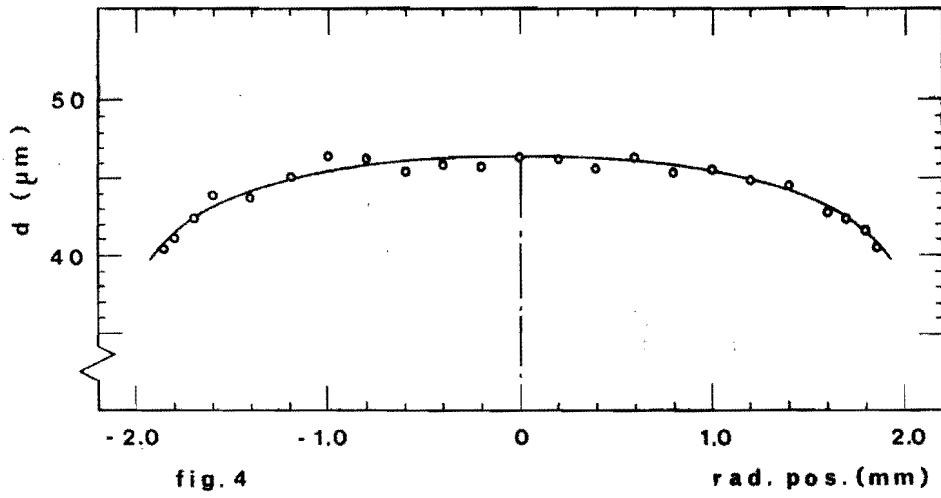
Gekorfde staven

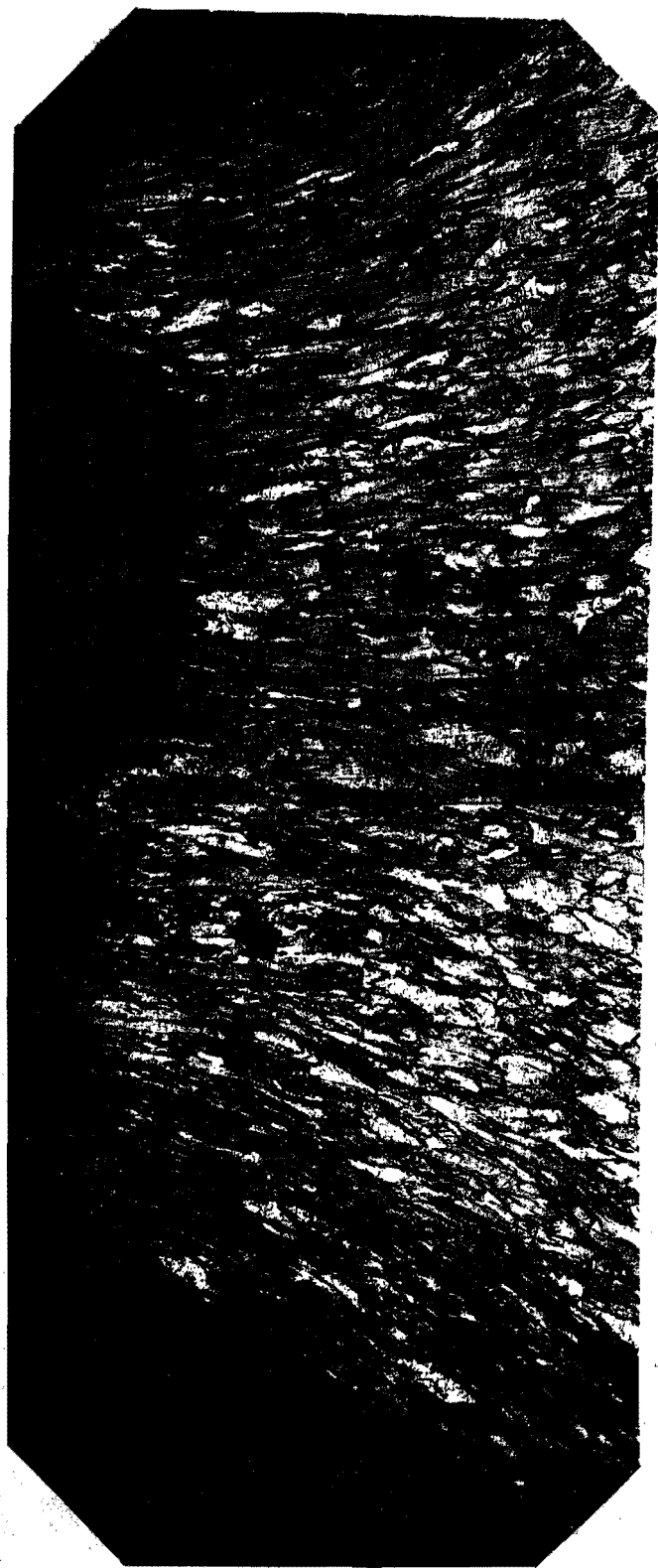
- fig. 4 : armko, $\bar{\epsilon}_B = 0.70$, $a/R \approx 1.5$, 200 gram.
 fig. 5 : " , " , " , "
 fig. 6 : " , $\bar{\epsilon}_{B.f} = 1.31$, $a/R = 1.9$, 200 gram.

Hardheidsmetingen en structuuronderzoek t.p.v. de kleinste doorsnede



*) Vickers indruktodiagonaal





gebroeken gekerfde armko steef, $\bar{\epsilon}_{B.f.} = 1.31$, vergroting 60 maal.

De berekening van de baan van een materieel deeltje met beginstraal r_0 .

Deze baan kan worden gevonden door uit te gaan van de radiale snelheid :

$$v_r = \dot{a} \sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi$$

$$dr = \left[\sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi \right] \cdot da$$

Koer in $r^* = r/a$; $r = r^* \cdot a$

$$dr = r^* \cdot da + a \cdot dr^* = \left[\sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi \right] da$$

$$a \cdot dr^* = \left[-r^* + \sinh(\chi \cdot r^*) / \sinh \chi \right] \cdot da$$

Scheiding van variabelen is nu mogelijk :

$$\frac{da}{a} = \frac{dr^*}{\underbrace{-r^* + \frac{\sinh(\chi r^*)}{\sinh \chi}}_{(1)}}$$

Met behulp van reeksontwikkeling kan geschreven worden :

$$\frac{\sinh(\chi r^*)}{\sinh \chi} = \frac{r^* + \chi^2 \cdot \frac{r^{*3}}{3!} + \chi^4 \cdot \frac{r^{*5}}{5!} + \dots}{1 + \frac{\chi^2}{3!} + \frac{\chi^4}{5!} + \dots} \quad \forall \chi r^* \in \mathbb{R}$$

De derde en daarop volgende termen in teller én noemer worden verwaarloosd. Als $r^* = 1$ of 0 dan is de fout door dit afbreken nul. De maximum fout zal optreden voor $r^* = 0.5$. Uit voorlopige berekeningen is gebleken dat $\chi_{\max} \leq 2$. De grootte van de derde term in de

teller is dan ; $2^4 * 0.5^5 / 120 = 0.0042$. T.o.v. de som van de eerste en tweede term is dit relatief gezien : $0.0042 / (0.5 + 0.08) = 0.007$, dus 0.7%. De fout door bij de derde term af te breken zal dus niet groot zijn.

$$\frac{\sinh(\gamma r^*)}{\sinh \gamma} = \frac{r^* (1 + \gamma^2 r^{*2} / 3!)}{1 + \gamma^2 / 3!}$$

$$(1) \frac{-r^* (1 + \frac{\gamma^2}{3!}) + r^* (1 + \frac{\gamma^2}{3!} r^{*2})}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}} = \frac{-r^* \frac{\gamma^2}{3!} + r^{*3} \frac{\gamma^2}{3!}}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}}$$

$$(2) \frac{r^* \frac{\gamma^2}{3!} (r^{*2} - 1)}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}} = \frac{r^* (r^{*2} - 1)}{\lambda} \quad \text{met } \lambda = 1 + \frac{3!}{\gamma^2}$$

$$\frac{da}{a} = \frac{\lambda dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)} \quad \rightarrow \quad \int_{a_0}^a \frac{da}{a} = \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)}$$

waarin $r_0^* = \frac{r_0}{a_0}$ en $r^* = \frac{r}{a}$

$$\frac{\lambda}{r^* (r^{*2} - 1)} = \frac{A}{r^*} + \frac{B r^* + C}{r^{*2} - 1}$$

Uitwerken van deze gelijkheid geeft: $A = -\lambda$, $B = +\lambda$, $C = 0$

$$\int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)} = - \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^*} + \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda r^* dr^*}{r^{*2} - 1}$$

Neem λ onafhankelijk van r^* :

$$\int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^*(r^{*2}-1)} = -\lambda \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{dr^*}{r^*} + \frac{\lambda}{2} \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{d(r^{*2}-1)}{r^{*2}-1}$$

$$\int_{a_0}^a \frac{da}{a} = -\lambda \ln r^* \Big|_{r_0^*}^{r^*} + \frac{\lambda}{2} \ln(r^{*2}-1) \Big|_{r_0^*}^{r^*}$$

$$\ln \frac{a}{a_0} = \ln \left(\frac{r_0^*}{r^*} \right)^\lambda + \ln \left(\frac{r^{*2}-1}{r_0^{*2}-1} \right)^{\frac{\lambda}{2}}$$

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{r_0^*}{r^*} \right)^\lambda \cdot \left(\frac{r^{*2}-1}{r_0^{*2}-1} \right)^{\frac{\lambda}{2}}$$

$$\frac{r^{*2}-1}{r^{*2}} = \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \frac{(r_0^{*2}-1)}{r_0^{*2}}$$

$$\frac{1}{r^{*2}} = 1 + \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \left(\frac{1}{r_0^{*2}} - 1 \right)$$

$$r(a, a_0, r_0, \mu) = a \cdot \left[1 + \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \left(\left(\frac{a_0}{r_0} \right)^2 - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{waarin } \lambda = 1 + \frac{3!}{\mu^2}$$

Uitdrukken van de evenwichtsvoorwaarde in σ_r

De evenwichtsvoorwaarde :

$$(1) \quad (\sigma_z - \sigma_r) \frac{r^2}{a} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot r \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$\text{waarin } \frac{h}{\phi} = R + \frac{a^2 - r^2}{2a}$$

De twee Levy - Von Mises relaties:

$$(2) \quad \dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \left(\sigma_r - \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} \right)$$

$$(3) \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \left(\sigma_\theta - \frac{\sigma_r + \sigma_z}{2} \right)$$

Uit (2) en (3) volgt :

$$(4) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right)$$

De vloeivoorwaarde:

$$2\bar{\sigma}^2 = (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Substitutie van (4) hierin geeft:

$$2\bar{\sigma}^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right) \right)^2 + \left(\sigma_r - \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right) - \sigma_z \right)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Uit deze V.K.V. kan σ_z analytisch worden opgelost naar σ_r :

$$(5) \quad \sigma_z = \sigma_z(\dot{\epsilon}_{rr}, \dot{\epsilon}_{\theta\theta}, \dot{\epsilon}, \bar{\sigma}, \sigma_r)$$

Substitutie van (4) en (5) in (1) geeft een D.V. in σ_r met als randvoorwaarde $\sigma_r(r=a) = 0$.

Deze oplossingsmethode is lastiger als de in § 3.4. aangegeven methode, door vergelijking (5) en omdat in de evenwichtsvoorwaarde nu zowel σ_r , σ_r^2 als $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r}$ voorkomen, hetgeen het bepalen van een analytische oplossing er niet eenvoudiger op maakt.

Nitwerking numerieke integratie

$$\frac{d\sigma_m}{d(r/a)} = \frac{\sigma_\theta' - \sigma_r'}{(r/a)} - \frac{d\sigma_r'}{d(r/a)} + \frac{2(r/a)}{2R/a + 1 - (r/a)^2} \cdot (\sigma_r' - \sigma_z')$$

$$\frac{d\sigma_m(x)}{dx} = \frac{\sigma_\theta'(x) - \sigma_r'(x)}{x} - \frac{d\sigma_r'(x)}{dx} + \frac{2x}{c - x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x))$$

waarin $x = r/a$ en $c = 1 + 2R/a$

x volgt uit:

$$x = \left[1 + (a/a_0)^{2/\lambda} * ((a_0/r_0)^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Integreren v.d. D.V. van x_n tot x_{n+1} geeft:

$$\int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{d\sigma_m(x)}{dx} \cdot dx = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{\sigma_+'(x) - \sigma_r'(x)}{x} \cdot dx - \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{d\sigma_r'(x)}{dx} \cdot dx +$$

$$+ \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{2x}{c-x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x)) \cdot dx$$

$$\sigma_m(x_{n+1}) - \sigma_m(x_n) = -\sigma_r'(x_{n+1}) + \sigma_r'(x_n) + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x) \cdot dx$$

$$\text{met } f(x) = \frac{\sigma_+'(x) - \sigma_r'(x)}{x} + \frac{2x}{c-x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x))$$

Met toepassing v.d. trapeziumregel volgt hieruit:

$$\sigma_m(x_{n+1}) = \sigma_m(x_n) - \sigma_r'(x_{n+1}) + \sigma_r'(x_n) + \frac{1}{2}(x_{n+1} - x_n) \cdot (f(x_{n+1}) + f(x_n))$$

Omdat de R.V. is gegeven voor $x=1$ moet worden geïntegreerd van

$$x=1 \text{ tot } x=0 \quad ; \quad x_0 := 1$$

$$x_{n+1} := x_n - |\Delta x|$$

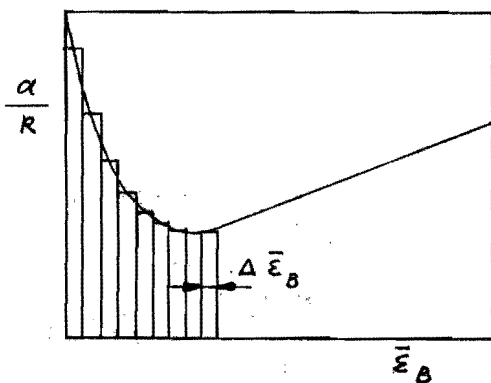
De stapsgewijze deformatiemethode

Er zijn kerven waarbij het verband $\frac{\alpha}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ een willekeurig verloop heeft, en niet eenvoudig in een analytische functie is uit te drukken.

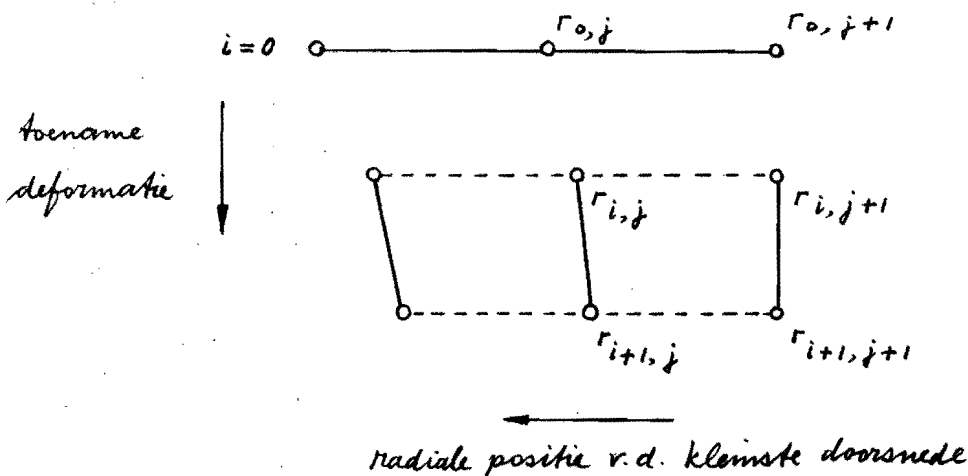
De bijbehorende momentane μ zal dan ook een willekeurig verloop hebben.

Hier kan nu toch tot een oplossing worden gekomen door stapsgewijs te deformerem tot de eindtoestand is bereikt. Over een afstand $\Delta \bar{\epsilon}_B$ wordt $\frac{\alpha}{R}$

konstant genomen: zie nevensstaande figuur. De parameter μ wordt over deze deformatiestap ook konstant genomen en wordt bepaald door met de ondergrens theorie de momentane F^* te optimaliseren.



De stapsgewijze deformatie wordt verkregen door de totale doorsnede vermindering in ND stappen te verdelen: $i = 1 \pm 1/m ND$. De straal van de kleinste doorsnede wordt in $NS + 1$ radiale posities verdeeld: $j = 0 \pm 1/m NS$ zie onderstaande figuur.



In het vlak van de kleinste doorsnede wordt een radiale positie weergegeven door $r_{i,j}$. De index i is het nummer van de deformatiestap en de index j is het nummer van de radiale positie die gevolgd wordt vanuit de ongedeformeerde toestand tot de eindtoestand. Na een doorsnede vermindering van $z \cdot \Delta a$ is een radiale positie veranderd tot $r_{i+1,j}$.

Alleen in de beginttoestand liggen de radiale posities die tijdens de deformatie gevolgd worden, op een gelijke afstand $\Delta r = a_0 / NS$ van elkaar. Als de niet-uniforme deformatie eenmaal begonnen is, zal de gelijkheid van de onderlinge afstand verloren gaan. De grootte van een deformatiestap ligt vast door $\Delta a = (a_0 - a_{\text{eind}}) / ND$.

De nieuwe positie $r_{i+1,j}$ moet berekend worden uit $r_{i,j}$. Hiervoor is de radiale snelheid ter plaatse van de kleinste doorsnede nodig:

$$v_r = \dot{a} \sinh\left(\gamma \frac{r}{a}\right) / \sinh \gamma$$

$$\Delta r = \left[\sinh\left(\gamma \frac{r}{a}\right) / \sinh \gamma \right] \cdot \Delta a$$

$$r_{i+1,j} := r_{i,j} - \Delta r$$

$$r_{i+1,j} := r_{i,j} - \Delta a \cdot \sinh\left(\gamma \frac{r_{i,j}}{a_i}\right) / \sinh \gamma$$

De grootte van de effectieve deformatie bij een stap volgt uit:

$$\dot{\epsilon} = \left| \frac{\dot{a}}{\sinh \gamma} \right| \sqrt{\frac{4}{3} \left[\sinh^2\left(\gamma \frac{r}{a}\right) \left(\frac{\gamma^2}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{\gamma^2}{a^2} + \frac{\gamma}{ar} \cdot \cosh\left(\gamma \frac{r}{a}\right) \cdot \sinh\left(\gamma \frac{r}{a}\right) \right]}$$

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sinh \chi} \sqrt{\varphi(a, r, \chi)} \cdot \Delta a$$

$$\Delta \bar{\varepsilon}_j := \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varphi(a_i, r_i, \chi)} + \sqrt{\varphi(a_{i+1}, r_{i+1}, \chi)} \right] \cdot \Delta a / \sinh \chi$$

(trapezium regel)

De berekening bij deformatiestap $i+1$ verloopt als volgt:

$$a_{i+1} = a_i - \Delta a$$

$$\bar{\varepsilon}_B = 2 \ln(a_0 / a_{i+1})$$

Uit substitutie van $\bar{\varepsilon}_B$ in de functie $\frac{a}{R}(\bar{\varepsilon}_B)$ volgt een discrete waarde $\frac{a}{R}$. Hieruit volgt met $a = a_{i+1}$ de waarde R_{i+1} . Voor $j = 0 \dots N-1$ wordt nu berekend:

$$r_{i+1, j} := r_{i, j} - \Delta a \cdot \sinh\left(\chi \cdot \frac{r_{i, j}}{a_i}\right) / \sinh \chi$$

Voor de berekening van alle $r_{i+1, j}$ moeten alle $r_{i, j}$ en a_i uit de voorgaande stap nog bekend zijn, dus moeten in een eendimensionale array opgeslagen zijn.

$$\Delta \bar{\varepsilon}_j := \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varphi_i} + \sqrt{\varphi_{i+1}} \right] \cdot \Delta a / \sinh \chi$$

$$\bar{\varepsilon}_j := \bar{\varepsilon}_j^{\text{opt}} \quad (\text{de vorige geoptimaliseerde waarde})$$

$$\bar{\varepsilon}_j := \bar{\varepsilon}_j + \Delta \bar{\varepsilon}_j$$

$$\bar{\sigma}_j := c (\bar{\epsilon}_j + \bar{\epsilon}_0)^n$$

$$\sigma_{r_j}' := -\frac{2}{3} \bar{\sigma}_j \cdot \frac{\gamma}{a_{i+1}} \cdot \cosh\left(\gamma \cdot \frac{\Gamma_{i+1,j}}{a_{i+1}}\right) / \sqrt{\Psi_{i+1}}$$

$$\sigma_{\theta_j}' := -\frac{2}{3} \bar{\sigma}_j \cdot \sinh\left(\gamma \cdot \frac{\Gamma_{i+1,j}}{a_{i+1}}\right) / (\Gamma_{i+1,j} \cdot \sqrt{\Psi_{i+1}})$$

$$\sigma_{z_j}' := -(\sigma_{r_j}' + \sigma_{\theta_j}')$$

Substitueer σ_{r_j}' , σ_{θ_j}' en σ_{z_j}' in de evenwichtsvoorwaarde:

$$(\sigma_{z_j}' - \sigma_{r_j}') \frac{\Gamma_{i+1,j}^2}{a_{i+1}} + \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{r_j}' + \sigma_{\theta_j}') \cdot \Gamma_{i+1,j} \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_{r_j}' - \sigma_{\theta_j}') \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$\text{met } \frac{h}{\phi} = R_{i+1} + \frac{a_{i+1}^2 - \Gamma_{i+1,j}}{2a_{i+1}}$$

Numeriek integreren geeft σ_{m_j} en hieruit volgt:

$$\sigma_{z_j} := \sigma_{z_j}' + \sigma_{m_j}$$

$$\Delta F := 2\pi a_{i+1}^2 \cdot \frac{1}{2} (X_j - X_{j-1}) \cdot (\sigma_{z_j} \cdot X_j + \sigma_{z_{j-1}} \cdot X_{j-1})$$

$$\text{waarin } X_j = \frac{\Gamma_{i+1,j}}{a_{i+1}}$$

$$F := F + \Delta F$$

Als dit voor alle j is berekend, dan is $F = F^*(j)$ bekend.

F^* moet nu met j als parameter worden geoptimaliseerd. Hiervoor moeten alle berekeningen voor een deformatiestap in de procedure „EXTREME” worden uitgevoerd; zie T.H.E - RC. 14905 blz. 28. Als startwaarde voor j kan de optimale j uit de vorige deformatiestap worden gesubstitueerd. Pas als j optimaal is kan worden berekend

$$\bar{\epsilon}_j \text{ opt} := \bar{\epsilon}_j \text{ opt} + \Delta \bar{\epsilon}_j$$

$$\sigma_{rj} := \sigma_{rj}' + \sigma_{mj}, \text{ enz.}$$

Vervolgens wordt i met één opgehoogd en de optimalisatie procedure wordt weer uitgevoerd totdat $i = ND$. Als $i = ND$ dan is de hele deformatieweg doorlopen en kunnen de eindwaarden van de spanningen en de effectieve deformatie enz. worden geprint.

Als gegevens voor de stapsgewijze deformatie moeten bekend zijn:

n , c , $\bar{\epsilon}_0$, a_0 , a_{eind} , ND , NS , j_{start} en de functie $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ die eventueel opgebouwd mag zijn uit een aantal lineaire stukken:

$$\frac{a}{R} = \alpha_1 \cdot \bar{\epsilon}_B + \beta_1 \quad \text{op} \quad \bar{\epsilon}_1 \leq \bar{\epsilon}_B \leq \bar{\epsilon}_2, \text{ enz.}$$

De stapsgewijze deformatiemethode is hiermee zodanig beschreven dat hiervoor een algol-programma is op te stellen.

ARRY (10/30/78)

11:2

```

$'SET'THELIBRARY
'BEGIN' 'COMMENT' 'H.V.D.AVOORT PROGR.2 SPANNING EN DEFORMATIE IN KLEINSTE
DOORSNEDE VAN EEN GEKERFDE STAAF T.G.V. NIET UNIFORME DEFORMATIE;
'FILE' IN(KIND=REMOTE),OUT(KIND=PRINTER),REM(KIND=REMOTE);
'INTEGER' J,NS,T,AANTAL,SOM;'BOOLEAN' PRINT;
'REAL' A,AD,AU,NU,NUOUD,XN,XNE,ROSC,N,C,DELRO,
EFREK,EFSPAN,VDEF,RDSE,RDS,XO,ERROR,ALFA,BETA,
TDSE,ADSE,GSPE,GSP,FXNE,FXN,ASPE,ASP,RSP,TSP,R,RO,
KRACHT,HA,HB,HC,HD,HE,HF,HG,HH,HI,PIE,BAS,
BRS,BGSQ,BED,BES,WS,BWS,AV;
'REAL' 'PROCEDURE' WFIE(AV,KAPPA,R);
'VALUE' AV,KAPPA,R;'REAL' AV,KAPPA,R;
'BEGIN' 'REAL' HPE,HPT,HPD;
HPE:=SINH(KAPPA*R/AV);
HPT:=(KAPPA/AV)**2;
HPD:=SQRT(1+HPE**2);
WFIE:=SQRT((HPE**2*(HPT+1/R**2)
+HPT+KAPPA*HPD*HPE/(AV*R))*4/3);
'END' WFIE;
'REAL' 'PROCEDURE' FR(AV,AD,RO,GAMMA);
'VALUE' AV,AD,RO,GAMMA;'REAL' AV,AD,RO,GAMMA;
'BEGIN' 'REAL' LAMBDA;
LAMBDA:=1+6/(GAMMA**2);
FR:=AV/SQRT(1+(AV/AD)**(2/LAMBDA)*((AD/RO)**2-1));
'END' FR;
'REAL' 'PROCEDURE' GAMMA(AV);
'VALUE' AV;'REAL' AV;
GAMMA:=NU*(ALFA*2*LN(AO/AV)+BETA);
WRITE(REM,<"HOEVAAK_WILT_U_EEN_PROBLEEM_DOORREKENEN?:">);
READ(IN,/,AANTAL);
WRITE(REM,<"WAT_IS_HET_AANTAL_STAPPEN_NS?:">);
READ(IN,/,NS);PIE:=4*ARCTAN(1);
'FOR' SOM:=1'STEP'1'UNTIL'AANTAL'DO'
'BEGIN'WRITE(OUT(SKIP(1)));
WRITE(REM,<"GEEF_DE_WAARDEN_VAN_:N,C,VDEF,A,AD,ROSC,AU,
ALFA_EN_BETA.">);
READ(IN,/,N,C,VDEF,A,AD,ROSC,AU,ALFA,BETA);
NUOUD:=0;NU:=1;PRINT:='FALSE';
'WHILE' 'NOT' PRINT'DO'
'BEGIN'WRITE(REM,<"GEEF_DE_WAARDE_VAN_NU?:">);READ(IN,/,NU);
PRINT:=NU=NUOUD;NUOUD:=NU;
'IF' PRINT'THEN'
WRITE(OUT,</,X4,"AFMETINGEN_IN_MM._EN_SPANNINGEN_IN_KN/MM**2"
///,X4,"VERST.EXP._="F6.3,X5,"DOORSPR.DOORSN._="
F5.2,X5,"ALFA_="F5.2,/,X4,"KAR.SPANN._="
F6.3,X5,"GED.KL.DOORSN._="F5.2,X5,"BETA_="
F5.2,/,X6,"VOORDEF._="F6.3,X8,"OSC.
STRAAL._="F5.2,X7,"NU_="F5.2>,N,2*AU,
ALFA,C,2*A,BETA,VDEF,ROSC,NU);
'IF' PRINT'THEN'WRITE(OUT,<////"RO/AO____R/A____UR/A____
OZ/C____OT/C____OR/C____OM/C____EFF.REK__
EFF.SP.__OM/OEFF__WS/C____
OZB/C____ORB/C____OMB/OEF__OMB/C",/,>);
HE:=1+2*ROSC/A;DELRO:=AO/NS;
RO:=AO+DELRO;KRACHT:=T:=0;
BED:=2*(LN(AO/A)+LN(AU/AO));HF:=1+A/(2*ROSC);
BES:=C*(BED+VDEF)*N;HI:=N+1;
BWS:=((BED+VDEF)**HI-VDEF**HI)*C/HI;
'FOR' J:=0'STEP'1'UNTIL'NS-1'DO'

```

```

*BEGIN*RO:=RO-DELRO;R:=FR(A,AD,RO,GAMMA(A));
XNE:=R/A;XD:=RO/AO;HA:=SINH(GAMMA(A)*XNE);
HB:=SQRT(1+HA**2);
HG:=R**2/(2*A*ROSC);
HH:=LN(HF-HG);BRS:=BES*HH;
BAS:=BRS+BES;BGSQ:=HH+1/3;
EFREK:=INTEGRAAL(WFIE(AV,GAMMA(AV),FR(AV,AD,RO,GAMMA(AV)))/
SINH(GAMMA(AV)),AV,A,AD,0.0005,ERROR)+2*LN(AU/AO);
WS:=((EFREK+VDEF)**HI-VDEF**HI)*C/HI;
EFSPAN:=C*(EFREK+VDEF)**N;
HD:=-2*EFSPAN/(3*WFIE(A,GAMMA(A),R));
RDSE:=HD*HB*GAMMA(A)/A;TDSE:=HD*HA/R;
ADSE:=-RDSE-TDSE;
FXNE:=(TDSE-RDSE)/XNE+2*XNE*
(RDSE-ADSE)/(HE-XNE**2);
*IF*J*NEQ*0
*THEN*GSPE:=GSP-RDSE+RDS+(XNE-XN)*(FXNE+FXN)/2
*ELSE*GSPE:=-RDSE;
RSP:=RDSE+GSPE;TSP:=TDSE+GSPE;
ASPE:=ADSE+GSPE;
*IF*J*NEQ*0
*THEN*KRACHT:=KRACHT+PIE*A**2*
(XN-XNE)*(ASPE*XNE+ASP*XN);
*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT,</,F5.2,14F9.3>,XO,XNE,
HA/SINH(GAMMA(A)),ASPE/C,TSP/C,RSP/C,GSPE/C,
EFREK,EFSPAN,GSPE/EFSPAN,
WS/C,BAS/C,BRS/C,BGSQ,BGSQ*BES/C);
T:=T+1;
*IF*T*EQL*5*THEN*
*BEGIN*T:=0;*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT[SPACE(1)])*END*;
XN:=XNE;FXN:=FXNE;RDS:=RDSE;
GSP:=GSPE;ASP:=ASPE;
*END*;
*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT,<///X4,"AXIALE_KRACHT_BIJ_NIET_
UNIFORME_DEF._=">,F7.4,"_KN"/>,X4,"UNIFORME_DEFOR
MATIE_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"EFFEKTIEVE_
SPANNING_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"SPEC._
DEF._ENERGIE_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"GAMMA
_BY_BREUK_">,F6.3>,KRACHT,BED,BES,BWS,GAMMA(A));
WRITE(REM,<"AXIALE_KRACHT_BIJ_NIET_UNIFORME_
DEF._=">,F10.6,"_KN"/>,KRACHT)
*END*
*END*;
*END*.

```

Verklaring gebruikte variabelen

N	n	RDSE	$\sigma_r'(x_{n+1})$	BES	$\bar{\sigma}_B$
C	C	RDS	$\sigma_r'(x_n)$	BWS	w_{SB}
VDEF	\bar{E}_0	TDSE	$\sigma_\theta'(x_{n+1})$	KRACHT	F
EFREK	\bar{E}	ADSE	$\sigma_z'(x_{n+1})$	WS	w_s
EFSPAN	$\bar{\sigma}$	GSPE	$\sigma_m(x_{n+1})$	HA ^t /m HI	hulpgr. rotheden
A	α	GSP	$\sigma_m(x_n)$	HPE, HPT, HPD	hulpgr. proc.
AO	a_0	ASPE	$\sigma_z(x_{n+1})$	J, T, SOM	Aellers
AV	a_{variabel}	ASP	$\sigma_z(x_n)$	AANTAL	
AU	a_u	RSP	$\sigma_r(x_{n+1})$	ALFA	α
R	r	TSP	$\sigma_\theta(x_{n+1})$	BETA	β
RO	r_0	FXNE	$f(x_{n+1})$	GAMMA	γ
DELRO	Δr_0	FXN	$f(x_n)$	KAPPA	κ
NS	aantal stappen Δr_0	BAS	σ_{zB}	LAMBDA	λ
XO	x_0	BRS	σ_{rB}	NU	ν
XN	x_n	BGSQ	$\sigma_{mB} / \bar{\sigma}_B$	NUOUD	vroige ν
XNE	x_{n+1}	BED	\bar{E}_B	PIE	π

Aanroepen van het programma

HELLØ na iedere opdracht "SHIFT SEND" invoeren

U 3668 5 2 2 5 / WACHTWOORD

FA-DISK = PØØL - ØTHERWISE - DISK

GET - VDAVØØRT / BREUK - ØN - USER 4 - AS - HARRY

Mogelijkheid om programma te listen ("L") en te veranderen

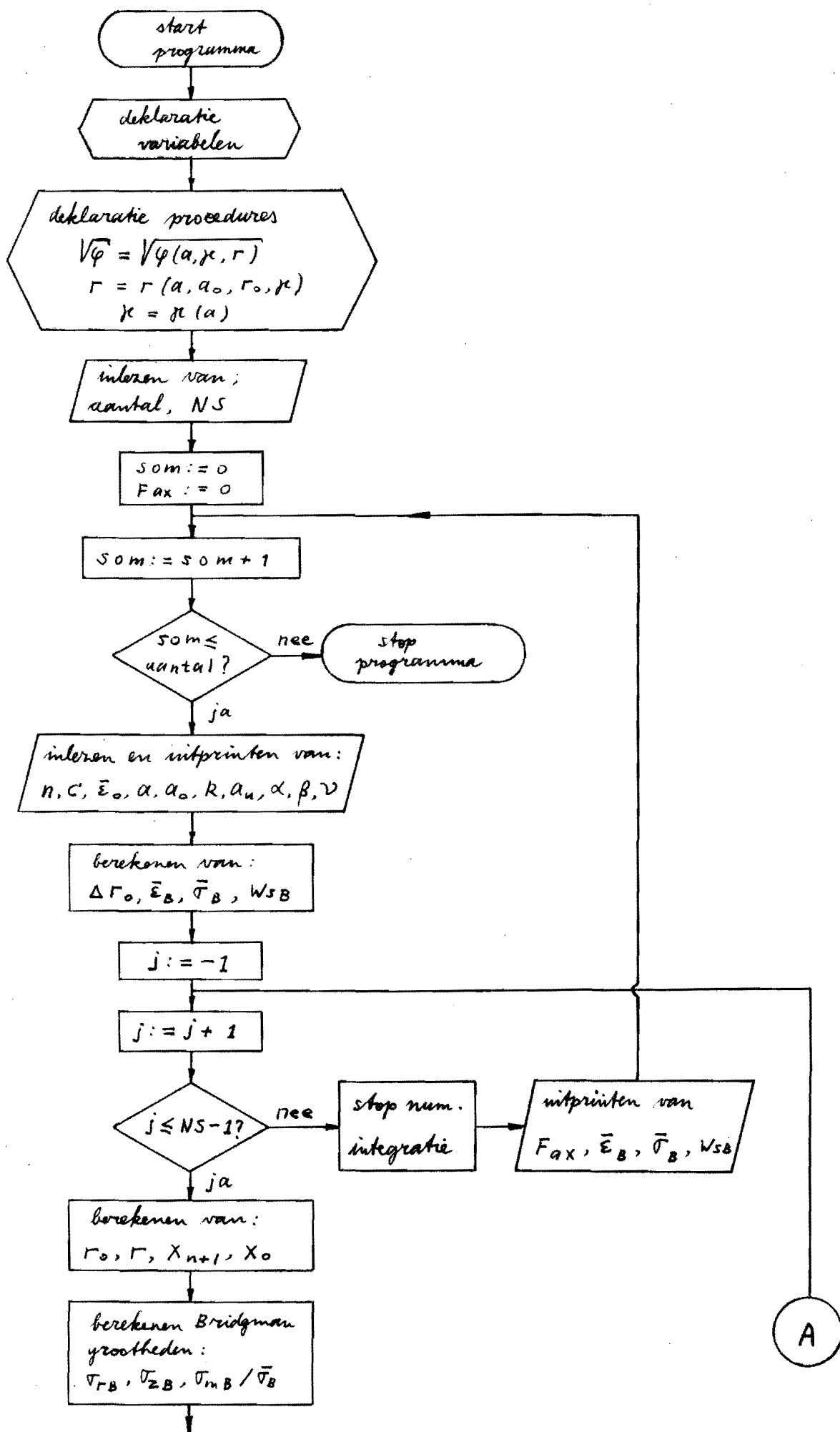
CØMPILE - WITH - BEATHE

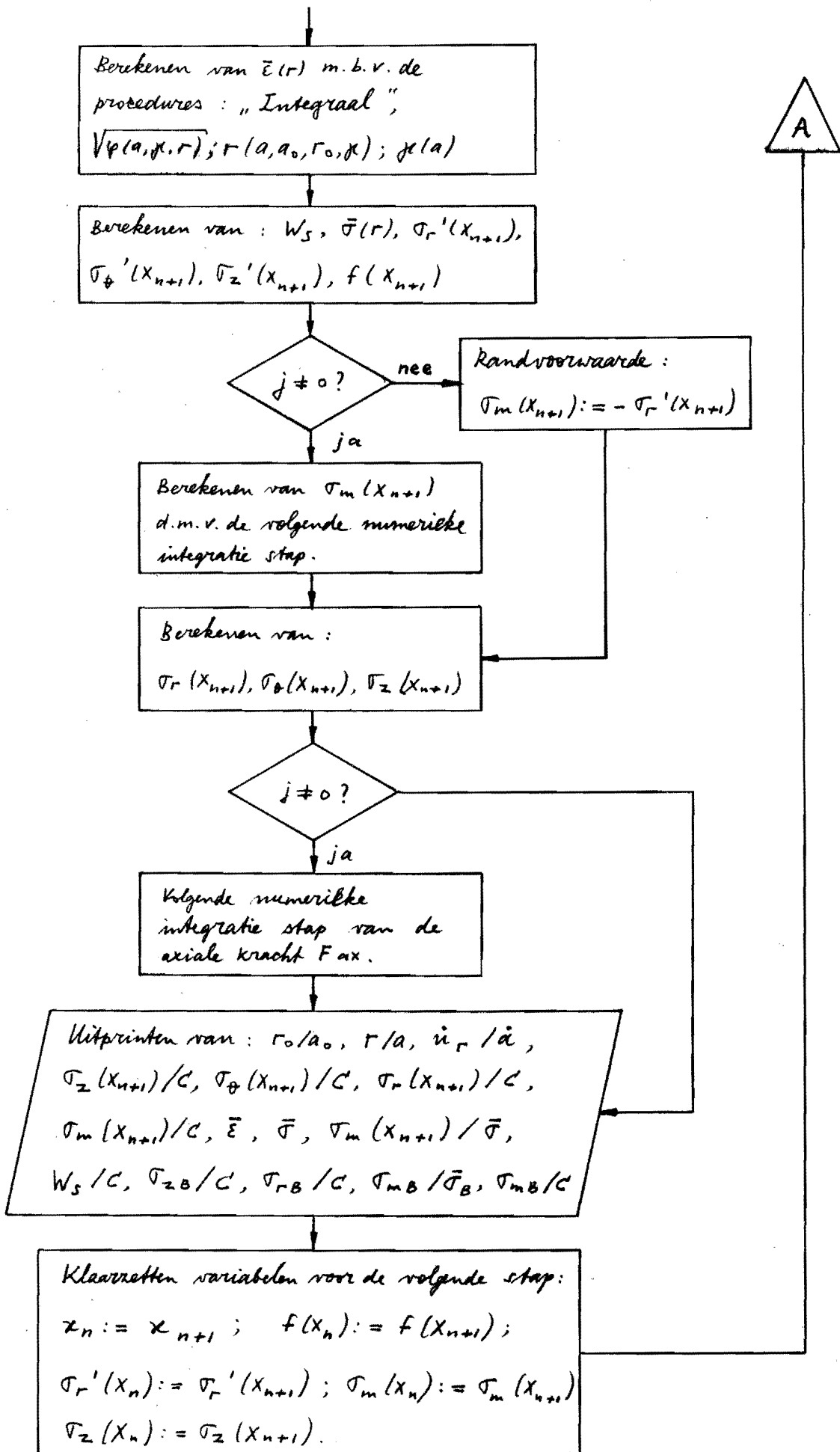
SAVE - RUN , invoeren gevraagde variabelen

BYE

Stroomschema van het programma

F4





APPELTINDEN IN KM. EN SPANNINGEN IN KN/MM**2

VERST. EXP. = 0.270 CONSPR. OCCURS. = 7.02 ALFA = 0.40
 KAN. SPANN. = 0.530 GEW. KL. OCCURS. = 3.24 BETA = 0.95
 VEGROEFF. = 0.000 USC. STAAL. = 1.04 NU = 0.96

RC/AU	R/A	CR/A	QZ/C	QT/C	QR/C	QM/C	EFF. REK	EFF. SP.	QM/DEFF	WS/C	QZB/C	QRB/C	QMB/DEF	QMB/C
1.00	1.000	1.000	1.276	0.195	0.000	0.490	1.906	0.631	0.412	1.767	1.125	-0.000	0.333	0.375
1.95	0.965	0.945	1.318	0.242	0.057	0.539	1.844	0.625	0.457	1.713	1.181	0.056	0.383	0.431
0.90	0.931	0.891	1.359	0.286	0.111	0.585	1.784	0.620	0.500	1.643	1.236	0.111	0.432	0.486
0.85	0.894	0.836	1.394	0.326	0.162	0.626	1.727	0.614	0.542	1.576	1.288	0.163	0.479	0.538
0.80	0.855	0.781	1.429	0.363	0.210	0.667	1.672	0.609	0.581	1.513	1.339	0.214	0.524	0.585
0.75	0.814	0.726	1.468	0.396	0.255	0.703	1.620	0.604	0.617	1.453	1.387	0.262	0.567	0.637
0.70	0.771	0.672	1.485	0.426	0.297	0.738	1.571	0.599	0.652	1.397	1.433	0.309	0.608	0.683
0.65	0.727	0.619	1.512	0.452	0.336	0.766	1.524	0.594	0.684	1.345	1.477	0.352	0.646	0.727
0.60	0.680	0.566	1.537	0.475	0.371	0.793	1.481	0.589	0.713	1.297	1.518	0.394	0.683	0.768
0.55	0.631	0.514	1.550	0.495	0.404	0.817	1.441	0.585	0.740	1.252	1.557	0.432	0.718	0.807
0.50	0.581	0.462	1.565	0.512	0.433	0.837	1.404	0.581	0.764	1.211	1.593	0.468	0.749	0.843
0.45	0.529	0.412	1.587	0.526	0.459	0.855	1.370	0.577	0.786	1.174	1.626	0.501	0.779	0.876
0.40	0.475	0.363	1.591	0.538	0.487	0.870	1.335	0.574	0.804	1.141	1.656	0.531	0.805	0.906
0.35	0.419	0.315	1.600	0.546	0.503	0.883	1.312	0.570	0.821	1.112	1.683	0.558	0.829	0.933
0.30	0.362	0.267	1.607	0.553	0.520	0.894	1.285	0.568	0.834	1.087	1.706	0.581	0.850	0.956
0.25	0.304	0.221	1.613	0.558	0.535	0.902	1.269	0.565	0.846	1.065	1.726	0.601	0.868	0.976
0.20	0.245	0.176	1.617	0.562	0.546	0.908	1.252	0.563	0.855	1.048	1.743	0.618	0.883	0.993
0.15	0.184	0.131	1.619	0.564	0.555	0.913	1.240	0.562	0.862	1.034	1.756	0.631	0.894	1.006
0.10	0.123	0.097	1.621	0.566	0.562	0.916	1.231	0.561	0.866	1.025	1.765	0.640	0.903	1.015
0.05	0.062	0.043	1.622	0.566	0.565	0.918	1.225	0.560	0.869	1.019	1.771	0.646	0.908	1.021

AXIALE KRACHT BIJ NIET UNIFORME DEF. = 6.5101 KN
 UNIFORME DEFORMATIE VOLGENS BRIDGMAN = 1.546
 EFFEKTIEVE SPANNING VOLGENS BRIDGMAN = 0.556
 SPEC. DEF. ENERGIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.726

AFMETINGEN IN MM. EN SPANNINGEN IN KN/MM**2

VERST.EXP. = 0.270 DOORSPR.DOORSN. = 7.00 ALFA = 0.00
 KAR.SPANN. = 0.530 GED.KL.DOORSN. = 4.93 BETA = 1.00
 VOORDEF. = 0.000 USC.STRAAL. = 1.64 NU = 0.00

RO/AD	R/A	UR/A	UZ/C	UT/C	UR/C	UM/C	EFF.REK	EFF.SP.	UM/UEFF	WS/C	UZB/C	URB/C	UME/UEF.	UMB/C
1.00	1.000	1.000	0.908	0.000	0.000	0.303	0.700	0.481	0.333	0.501	0.908	-0.000	0.333	0.303
0.95	0.950	0.950	0.973	0.064	0.064	0.367	0.700	0.481	0.404	0.501	0.972	0.064	0.404	0.367
0.90	0.900	0.900	1.030	0.121	0.121	0.424	0.700	0.481	0.467	0.501	1.029	0.121	0.467	0.424
0.85	0.850	0.850	1.080	0.172	0.172	0.475	0.700	0.481	0.523	0.501	1.080	0.172	0.522	0.475
0.80	0.800	0.800	1.126	0.217	0.217	0.520	0.700	0.481	0.573	0.501	1.125	0.217	0.572	0.520
0.75	0.750	0.750	1.166	0.258	0.258	0.561	0.700	0.481	0.617	0.501	1.166	0.258	0.617	0.561
0.70	0.700	0.700	1.203	0.295	0.295	0.597	0.700	0.481	0.658	0.501	1.203	0.294	0.657	0.597
0.65	0.650	0.650	1.236	0.327	0.327	0.630	0.700	0.481	0.694	0.501	1.235	0.327	0.693	0.630
0.60	0.600	0.600	1.265	0.357	0.357	0.659	0.700	0.481	0.726	0.501	1.264	0.356	0.725	0.659
0.55	0.550	0.550	1.291	0.383	0.383	0.685	0.700	0.481	0.755	0.501	1.290	0.382	0.754	0.685
0.50	0.500	0.500	1.314	0.406	0.406	0.709	0.700	0.481	0.780	0.501	1.314	0.405	0.780	0.708
0.45	0.450	0.450	1.335	0.426	0.426	0.729	0.700	0.481	0.803	0.501	1.334	0.426	0.802	0.729
0.40	0.400	0.400	1.353	0.444	0.444	0.747	0.700	0.481	0.822	0.501	1.352	0.444	0.822	0.747
0.35	0.350	0.350	1.368	0.460	0.460	0.763	0.700	0.481	0.840	0.501	1.368	0.459	0.839	0.762
0.30	0.300	0.300	1.381	0.473	0.473	0.776	0.700	0.481	0.854	0.501	1.381	0.473	0.854	0.775
0.25	0.250	0.250	1.392	0.484	0.484	0.787	0.700	0.481	0.866	0.501	1.392	0.484	0.866	0.786
0.20	0.200	0.200	1.401	0.493	0.493	0.796	0.700	0.481	0.876	0.501	1.401	0.493	0.876	0.795
0.15	0.150	0.150	1.408	0.500	0.500	0.803	0.700	0.481	0.884	0.501	1.408	0.500	0.883	0.802
0.10	0.100	0.100	1.413	0.505	0.505	0.808	0.700	0.481	0.889	0.501	1.413	0.504	0.889	0.807
0.05	0.050	0.050	1.416	0.508	0.508	0.811	0.700	0.481	0.892	0.501	1.416	0.507	0.892	0.810

AXIALE KRACHT BIJ NIET UNIFORME DEF. = 11.9689 KN
 UNIFORME DEFORMATIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.700
 EFFEKTIEVE SPANNING VOLGENS BRIDGMAN = 0.481
 SPEC. DEF. ENERGIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.265
 GAMMA BY BREUK = 0.000

Onderzoek naar het criterium voor plastische slijtbreukinitiatie

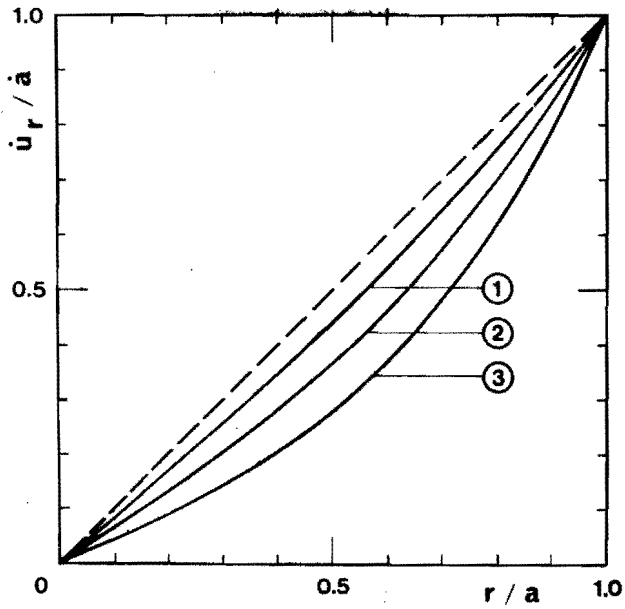


fig. 1

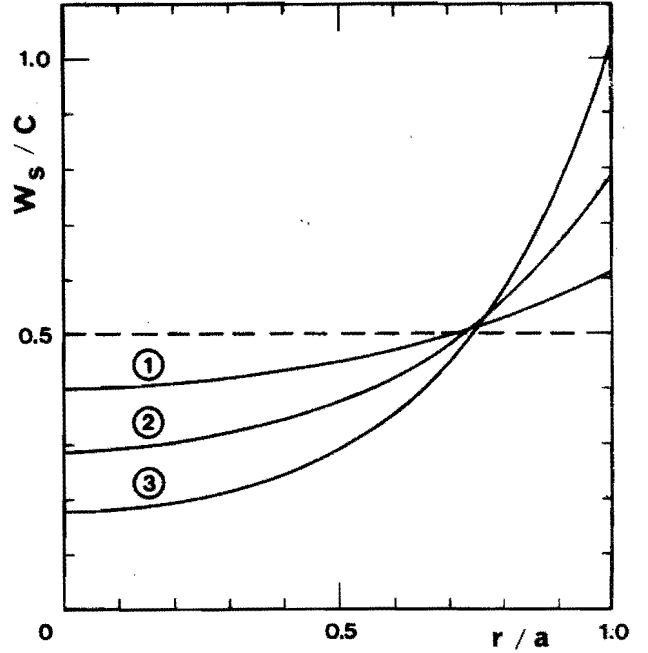


fig. 2

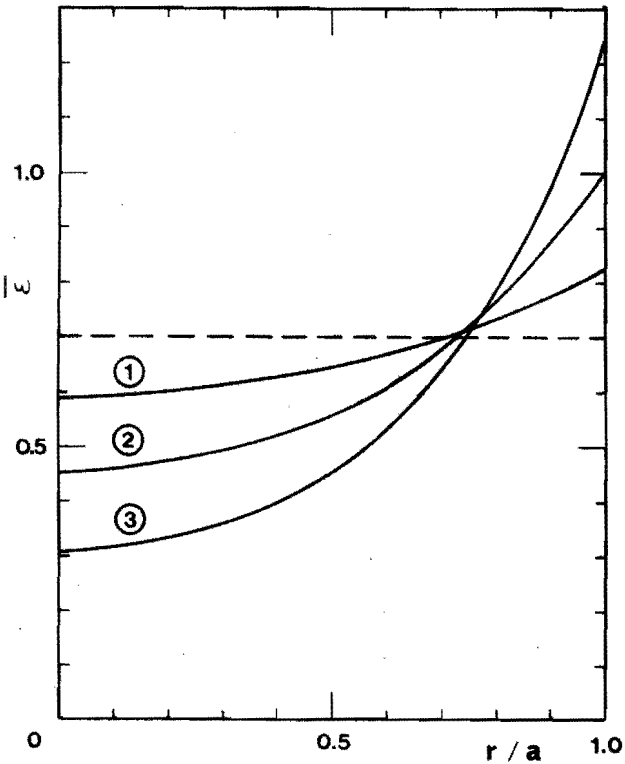


fig. 3

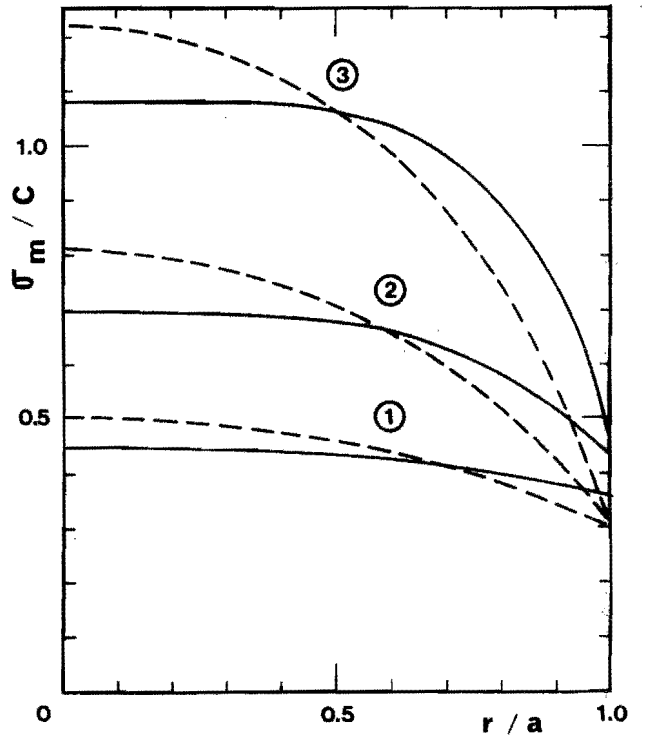


fig. 4

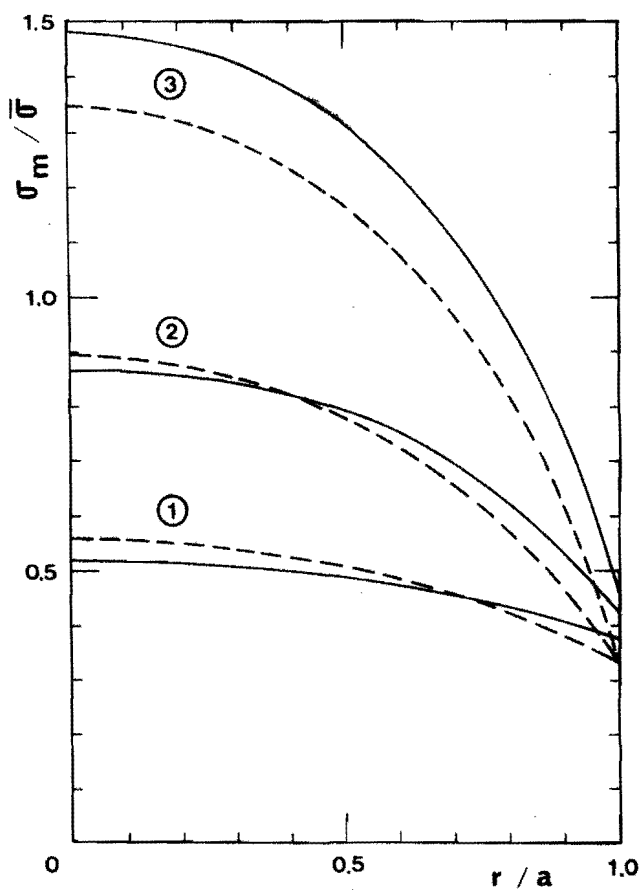


fig. 5

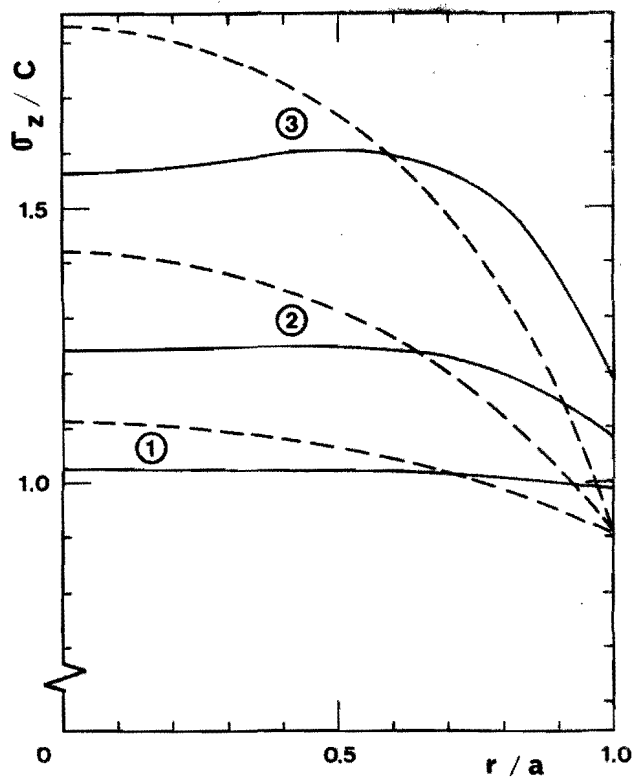


fig. 6

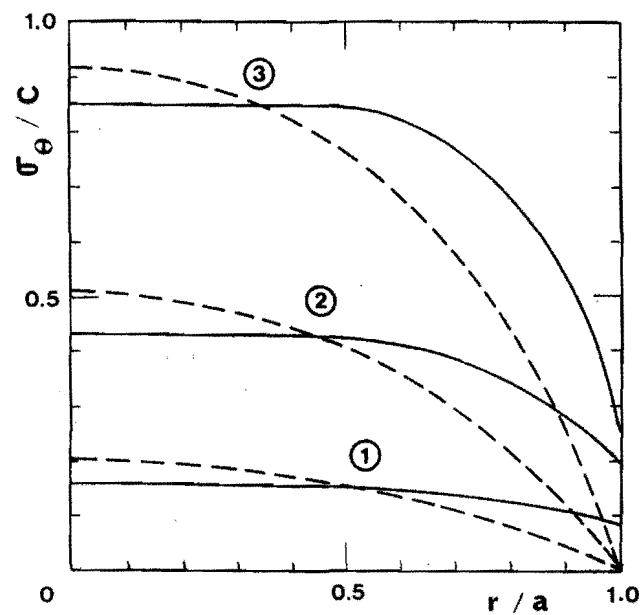


fig. 7

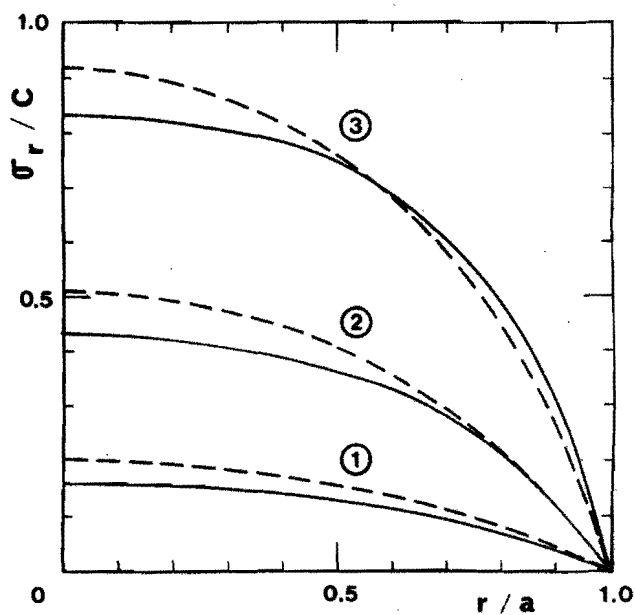


fig. 8

Experimentele resultaten van het breukonderzoek

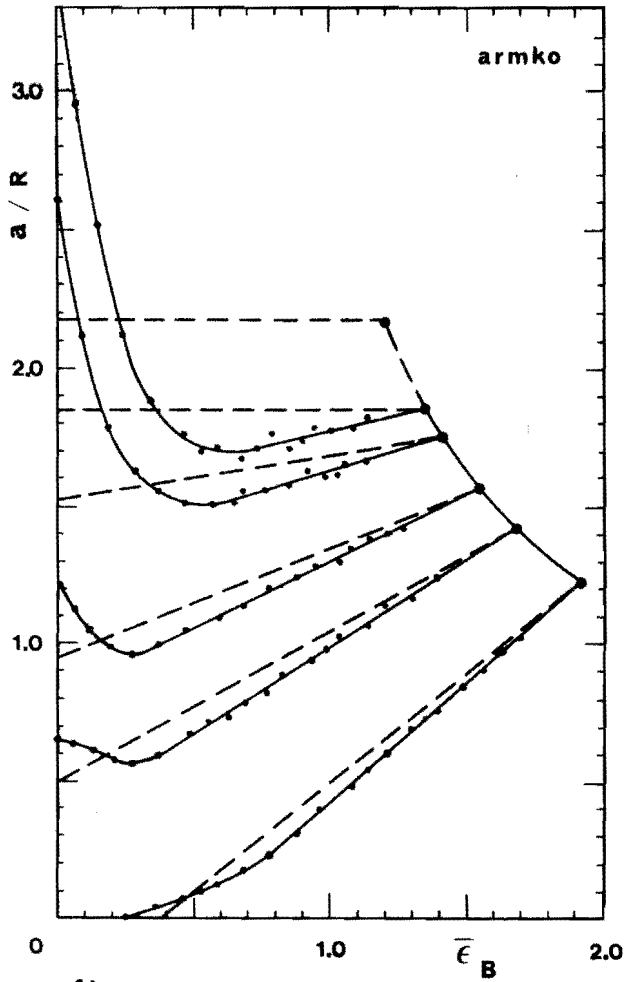


fig. 1

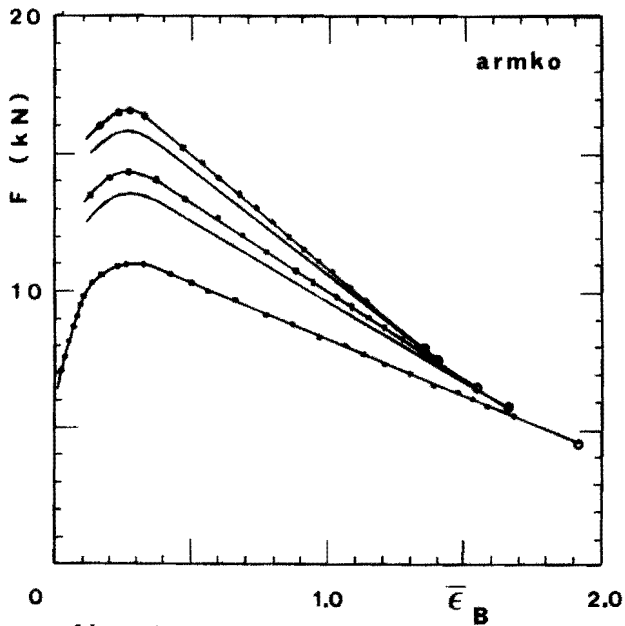


fig. 2

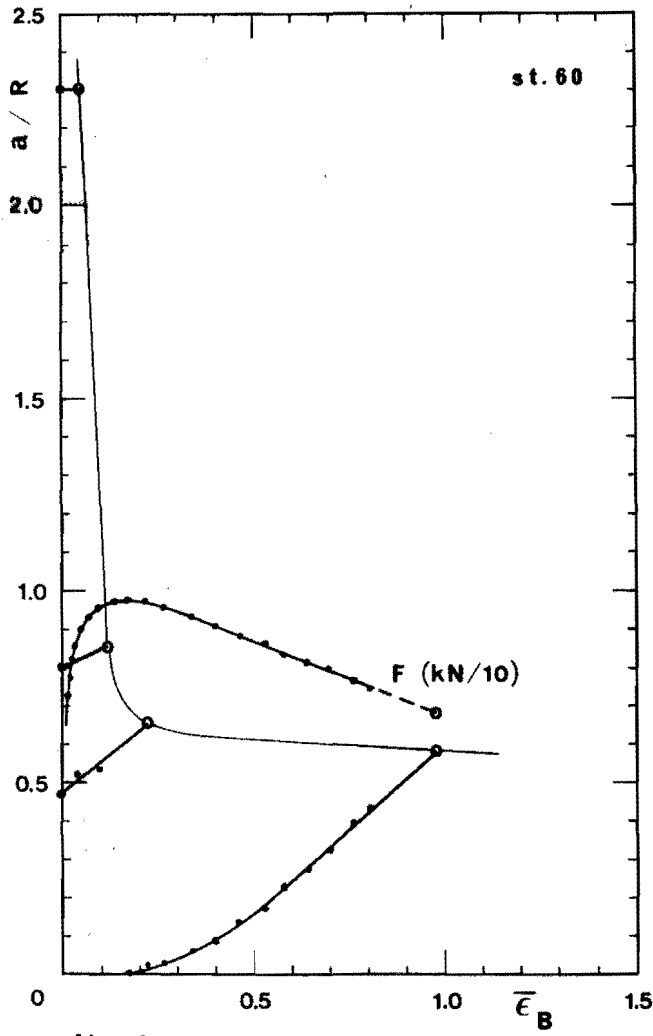


fig. 3

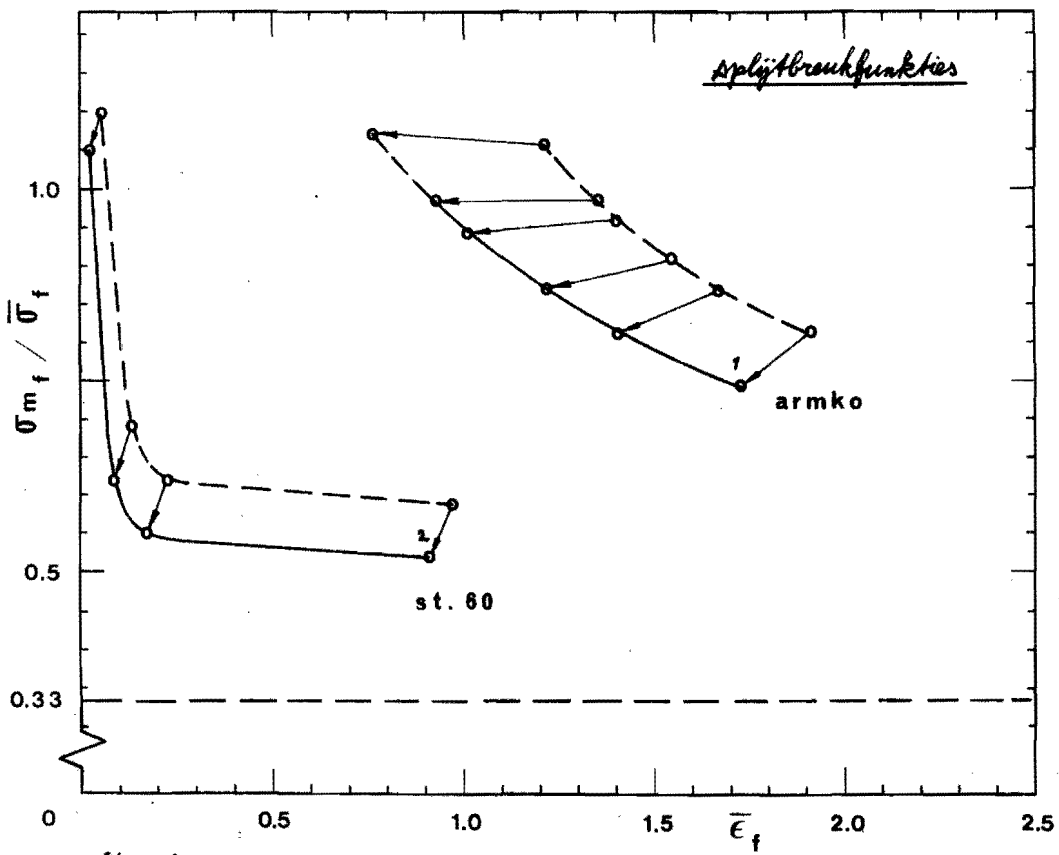


fig. 4

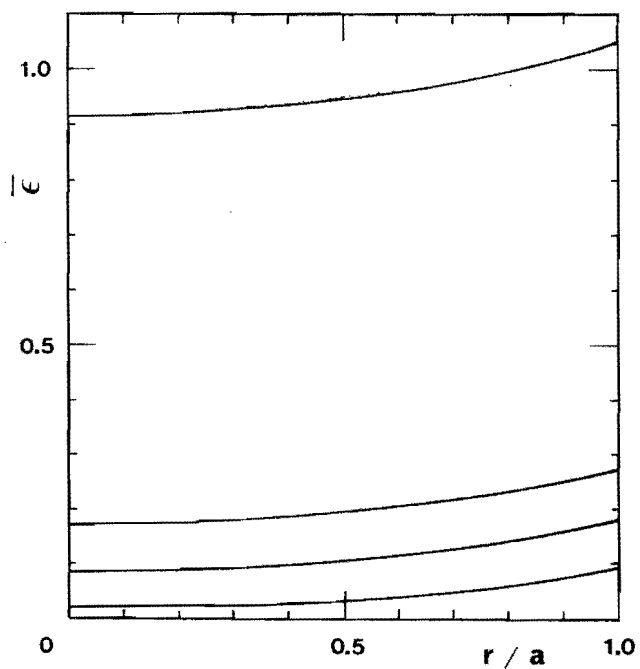


fig. 5

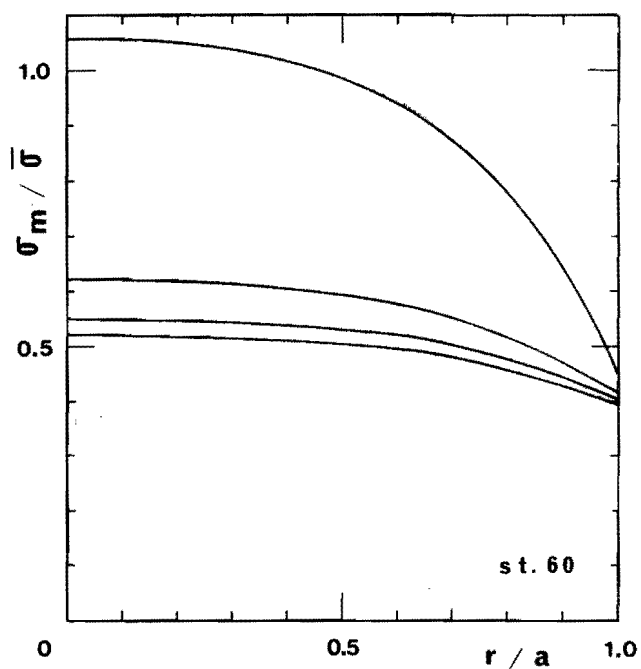


fig. 6

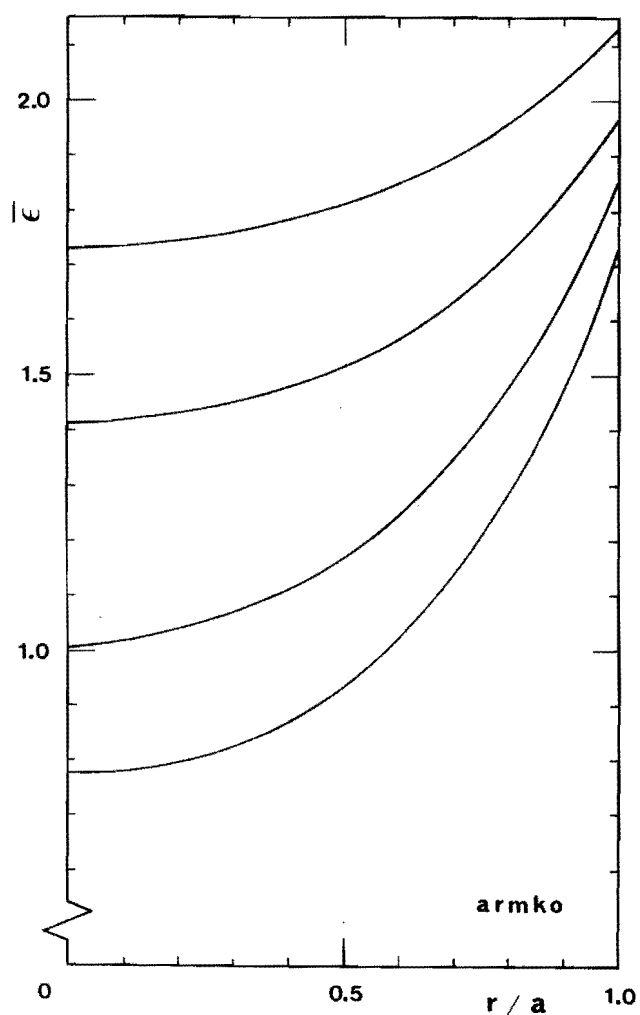


fig. 7

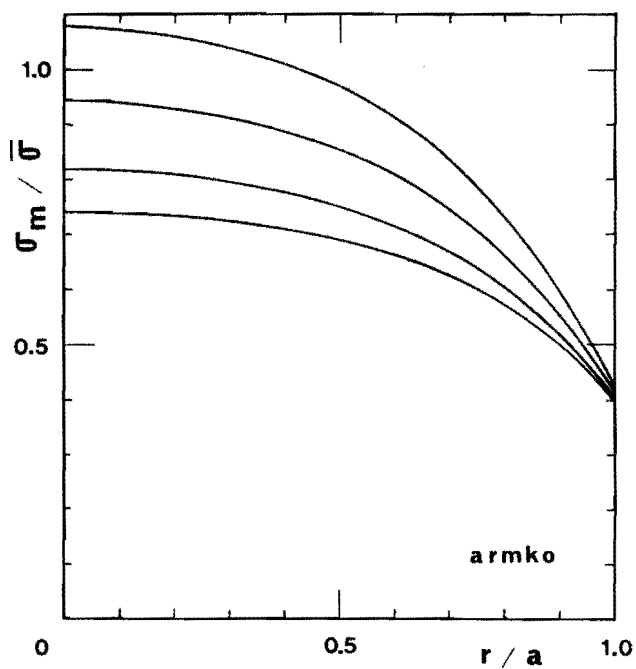


fig. 8

Uitvoeren van een breukproef onder hoge uitwendige druk

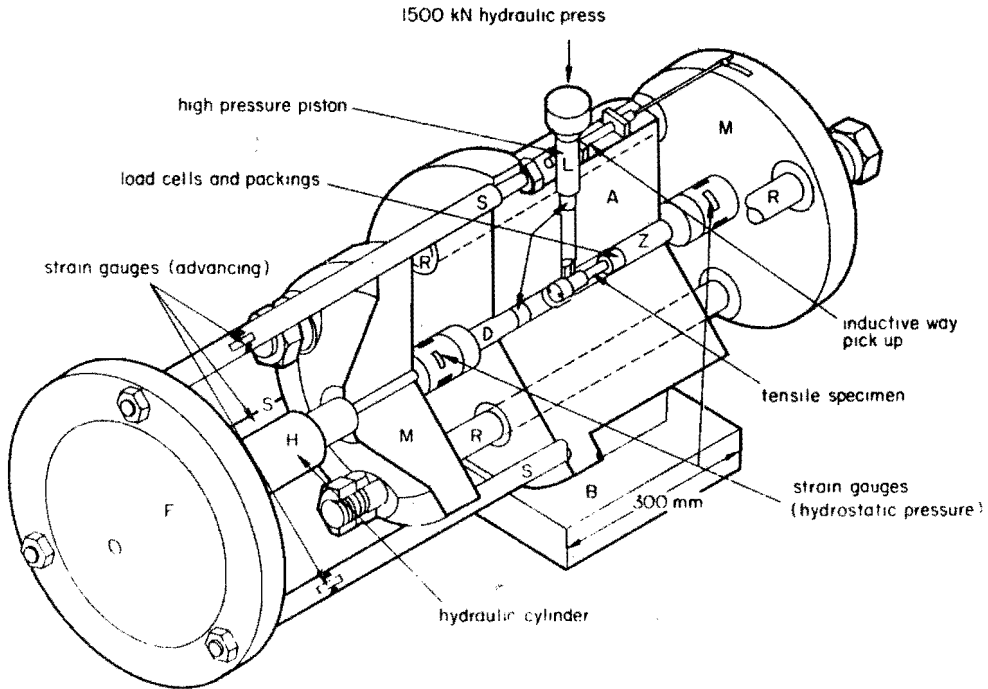


Figure 1. General arrangement of hydrostatic pressure apparatus up to 15 kbars.

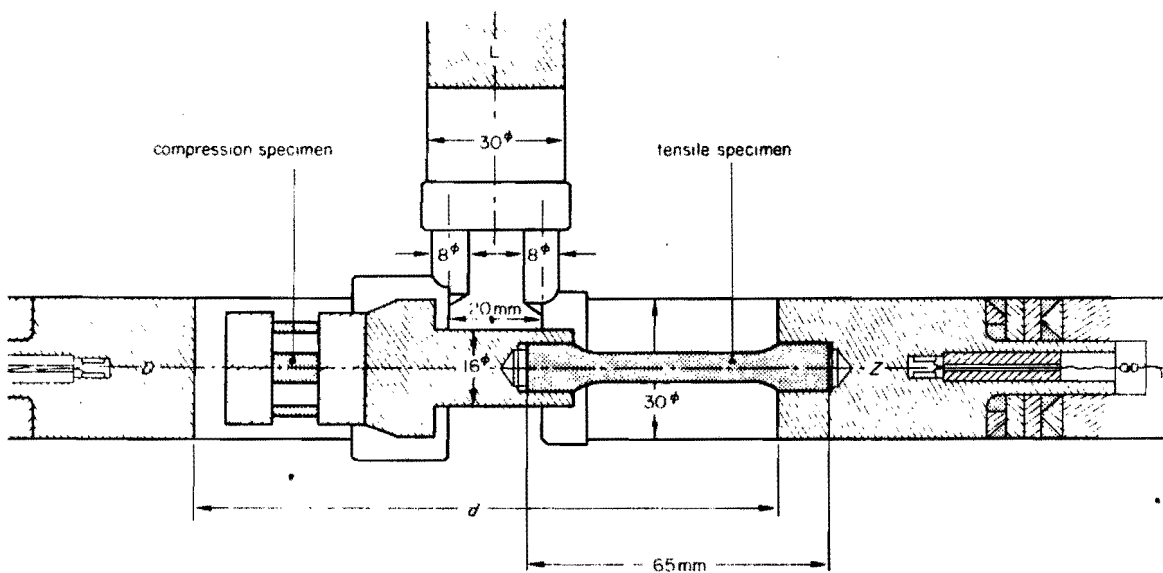


Figure 2. Internal arrangement of pressure chamber.

Bijlagen

bijlagen bij P.T. - rapport no. 0444.

Plastische Splejtbreuk

Onderzoek naar plastische splejtbreuk van duktiële metalen

Inhoudsopgave Bijlage

- A. Beknopte weergave Bridgman theorie
- B. Hardheidsmetingen en structuuronderzoek t.p.v. de kleinste doorsnede
- C. De berekening van de baan van een materieel deeltje met beginstraal r_0
- D. Uitdrukken van de evenwichtsvoorwaarde in T_r

Uitwerking numerieke integratie

- E. De stapsgewijze deformatiemethode
- F. Het computerprogramma van het model

Verklaring van de gebruikte variabelen

Aanroepen van het programma

Stroomschema van het programma

Voorbeelden programmauitvoer

- G. Onderzoek naar het criterium voor plastische slijtbreukinitiatie
- H. Experimentele resultaten van het breukonderzoek
- I. Uitvoeren v.e. breukproef onder hoge nitwendige druk

Beknopte weergave Bridgman theorie

De analyse volgens Bridgman maakt het mogelijk een correctiefactor te berekenen voor het effect van de insnoering op de uitkomst van de trekproef. Voor de aannamen van Bridgman: zie rapport § 1.5.

Mit deze aannamen volgt dat $\epsilon_r = \epsilon_\theta = -\frac{1}{2} \epsilon_z = \text{konstant}$ zodat $\bar{\epsilon}$ en $\bar{\sigma}$ uniform zijn over de kleinste doorsnede.

Voor de aangenomen torusvormige geometrie: zie volgende blz. fig. I.

Binnen die torus wordt het radiale evenwicht beschouwd van een infinitesimaal volumelement ter plaatse van de kleinste doorsnede: zie fig. II

Alle grensvlakken van het volumelement zijn hoofdspanningsvlakken.

Krachtenevenwicht in radiale richting geeft:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \left(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \cdot h \right) \cdot \sin \left(\phi' + \frac{d\phi'}{2} \right) \cdot \left(r + \frac{dr}{2} \right) \cdot dr \cdot d\theta + \\
 & \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot dr \right) \cdot \cos \frac{\phi}{2} \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot h' - 2 \sigma_\theta \cdot \frac{h + h'}{2} \cdot dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} \\
 & - \sigma_r \cdot \cos \frac{\phi}{2} \cdot r \cdot d\theta \cdot h = 0
 \end{aligned}$$

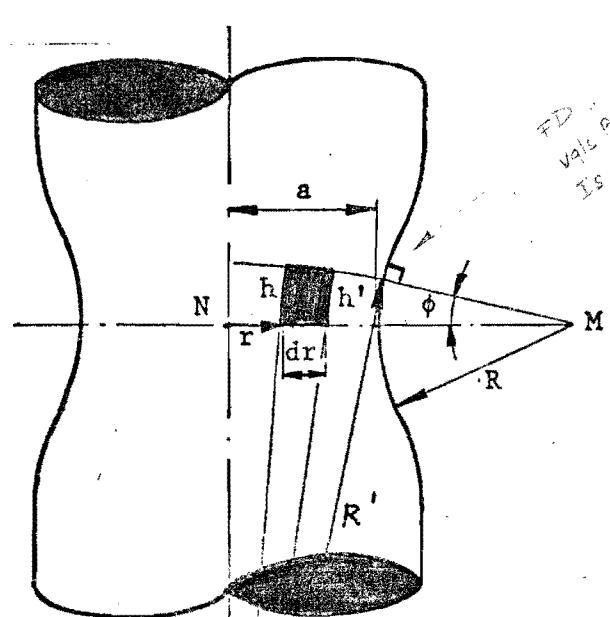
Voor kleine hoeken geldt:

$$(2) \quad 2 \sin \frac{d\theta}{2} \simeq 2 \cdot \frac{d\theta}{2} = d\theta$$

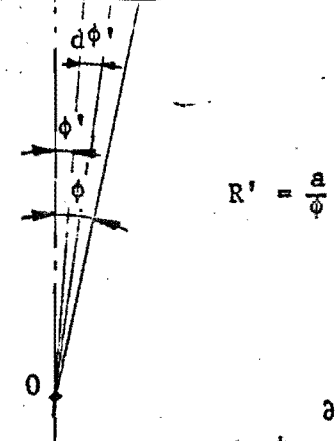
$$(3) \quad \sin \left(\phi' + \frac{d\phi'}{2} \right) \simeq \phi' + \frac{d\phi'}{2} \simeq \phi'$$

$$(4) \quad \cos d\phi' \simeq 1$$

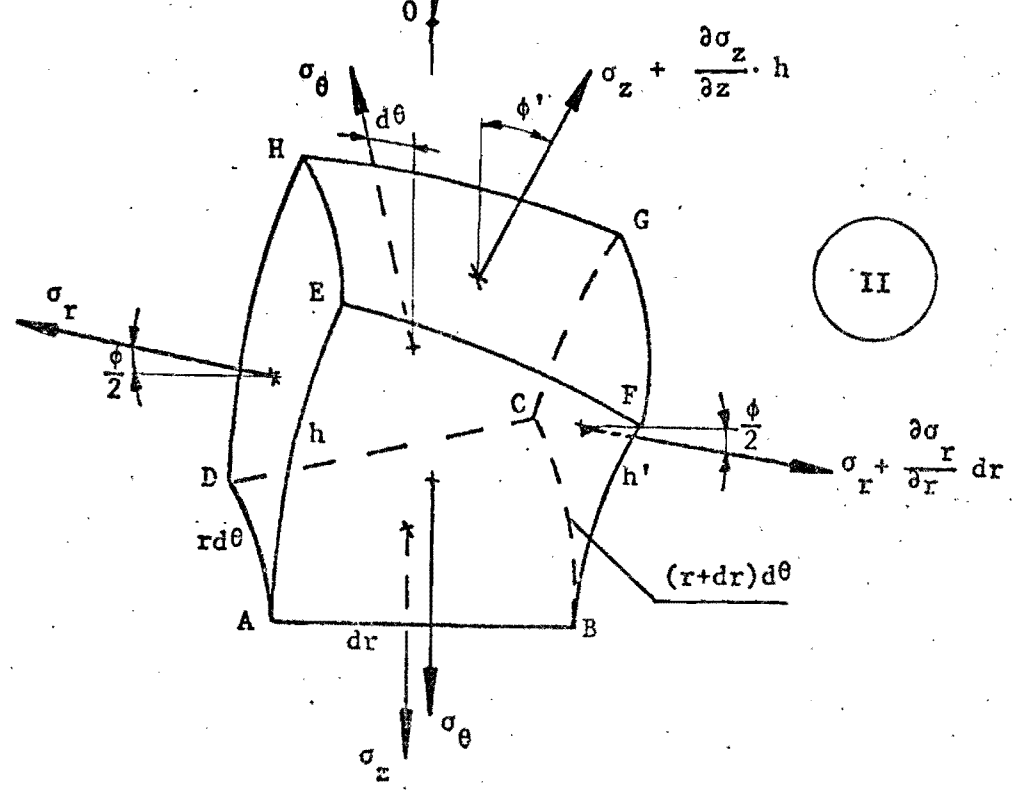
FD
 valt Peris's man → R gekoppelt R'
 Is dit wel zo eenvoudig
 om te zien dat om te zien
 Als je R en R' koppelt via hyl hoogte!
 zie pag 23



I



$$R' = \frac{a}{\phi}$$



II

Enige uit fig. I volgende geometrische relaties zijn:

$$(5) \quad R = \frac{a}{\phi}$$

$$(6) \quad h = R \cdot \phi + R' \cdot \cos \phi' - R' \cdot \cos \phi = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} (\cos \phi' - \cos \phi)$$

$$(7) \quad h' = R \cdot \phi + R' \cdot \cos(\phi' + d\phi') - R' \cdot \cos \phi = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} [\cos(\phi' + d\phi') - \cos \phi]$$

$$(8) \quad \sin \phi' = \frac{r}{a} \cdot \sin \phi \rightarrow \phi' = \frac{r}{a} \cdot \phi$$

$$(9) \quad \sin d\phi' = \frac{dr}{a} \cdot \phi \rightarrow d\phi' = \frac{dr}{a} \cdot \phi$$

In verg. (7) is nu: $\cos(\phi' + d\phi') = \cos \phi' \cdot \cos d\phi' - \sin \phi' \cdot \sin d\phi' \simeq$

$$\cos \phi' - \phi' \cdot d\phi' \simeq \cos \phi' - \frac{\phi^2}{a^2} \cdot r \cdot dr$$

Hiërmee gaat (7) over in $h' = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} \left[\cos \phi' - \frac{\phi^2}{a^2} \cdot r \cdot dr - \cos \phi \right]$

$$(10) \quad h' = R \cdot \phi + \frac{a}{\phi} (\cos \phi' - \cos \phi) - \frac{\phi}{a} \cdot r \cdot dr = h - \frac{\phi}{a} \cdot r \cdot dr$$

Substitutie van (2) [†]/m (10) in (1) met verwaarlozing van hogere orde termen en delen door $\phi \cdot d\phi \cdot dr$ geeft:

$$(11) \quad \sigma_z \cdot \frac{r^2}{a} + h \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \cdot \frac{r^2}{a} + \cos \frac{\phi}{2} \left[-\frac{r^2}{a} \cdot \sigma_r + \frac{h}{\phi} \cdot \sigma_r + \frac{r}{\phi} \cdot h \cdot \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right] - \sigma_\phi \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$(12) \quad \cos \frac{\phi}{2} = 1 - \frac{(\phi/2)^2}{2!} + \dots \simeq 1 \quad \text{als } \phi \ll 1$$

De kleinste doorsnede van de insnoerkone is een symmetrieveld voor σ_z :

$$(13) \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

Substitutie van (12) en (13) in (11) geeft:

$$(14) \quad (\sigma_z - \sigma_r) \frac{r^2}{a} + \frac{r \cdot h}{\phi} \cdot \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

Met vergelijking (14) is één vergelijking van het stelsel dat het probleem beschrijft, verkregen. De 2^e vergelijking volgt uit de vloeivoorwaarde:

$$(15) \quad 2 \bar{\sigma}^2 = (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Uit de aanname van uniforme axiale rek volgt:

$$(16) \quad d\epsilon_r = d\epsilon_\theta$$

Substitutie van (16) in de Levy - von Mises relaties geeft:

$$(17) \quad \sigma_r = \sigma_\theta$$

Substitutie van (17) in (15) geeft:

$$(18) \quad \bar{\sigma} = \sigma_z - \sigma_r$$

Substitutie van (17) en (18) in (14) geeft:

$$(19) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \bar{\sigma} \cdot \frac{r}{a} \cdot \frac{\phi}{h} = 0$$

$$(20) \quad \frac{h}{\phi} = R + \frac{a}{\phi^2} (\cos \phi' - \cos \phi)$$

$$(21) \quad \cos \phi \approx 1 - \frac{\phi^2}{2}$$

$$(22) \quad \cos \phi' = 1 - \frac{\phi'^2}{2} + \dots \approx 1 - \frac{\phi'^2}{2} = 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \cdot \frac{\phi^2}{2}$$

Invullen van (21) en (22) in (20) geeft:

$$(23) \quad \frac{\phi}{h} = \frac{1}{R + \frac{a^2 - r^2}{2a}}$$

Substitutie van (23) in (19) geeft dan tenslotte:

$$(24) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -\bar{\sigma} \cdot \frac{2r}{2aR + a^2 - r^2}$$

Bij uniforme $\bar{\sigma}$ is ook $\bar{\sigma}$ konstant over de doorsnede, zodat $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial r} = 0$.

Integreren van (24) naar r geeft:

$$\sigma_r = -2\bar{\sigma} \int \frac{r \cdot dr}{2aR + a^2 - r^2} = \bar{\sigma} \int \frac{d(2aR + a^2 - r^2)}{2aR + a^2 - r^2}$$

$$\sigma_r = \bar{\sigma} \cdot \ln(2aR + a^2 - r^2) + C$$

Randvoorwaarde: $\sigma_r(r=a) = 0 \rightarrow C = -\bar{\sigma} \cdot \ln 2aR$

$$(25) \quad \sigma_{\theta} = \sigma_r = \bar{\sigma} \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

Met (18) volgt dan: $\sigma_z = \sigma_r + \bar{\sigma}$

$$(26) \quad \sigma_z = \bar{\sigma} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) \right]$$

$$\sigma_m = (\sigma_r + \sigma_{\theta} + \sigma_z) / 3$$

$$(27) \quad \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3} + \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

$$F = 2\pi \int_{r=0}^a \sigma_z(r) \cdot r \cdot dr$$

$$F = \pi \cdot \bar{\sigma} \int_{r=0}^a \left[\ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) + 1 \right] \cdot dr^2$$

$$F = \pi \cdot \bar{\sigma} \int_0^a dr^2 - 2aR \cdot \pi \cdot \bar{\sigma} \int_0^a \ln \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right) \cdot d \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2aR} \right)$$

Toepassen van $\int_0^a \ln x \cdot dx = x \cdot \ln x \Big|_0^a - x \Big|_0^a$ geeft tenslotte:

$$(28) \quad F = \pi \cdot \bar{\sigma} \cdot a^2 \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right)$$

$$\bar{\sigma} = c_B \cdot \frac{F}{\pi a^2} \quad \text{met} \quad c_B^{-1} = \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right)$$

This single condition is obviously not enough to determine a solution. We must consider in addition the conditions imposed by the plastic behavior of the material. For this purpose we shall use the von Mises function $(\hat{r}\hat{r} - \hat{\theta}\hat{\theta})^2 + (\hat{\theta}\hat{\theta} - \hat{z}\hat{z})^2 + (\hat{z}\hat{z} - \hat{r}\hat{r})^2$. The value of this von Mises plasticity function varies with the conditions. If the body is "ideally" plastic, the function is a constant. This assumption would usually give a first approximation. But actually there is strain-hardening and the function depends on the strains. The precise dependence is most complicated and probably never has been completely determined for any actual material. We shall make a second approximation here, recognizing that the von Mises function depends on the strains but assuming that the strains vary so little across the neck that the von Mises function may be taken independent of r all the way across. The experimental justification for this assumption will be presented in due course.

In general, there are also conditions on the strains to be satisfied in the plastic range. Assuming isotropy of strain-hardening, these are

$$\begin{aligned} e_r &= \beta[\hat{r}\hat{r} - \frac{1}{2}(\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{z}\hat{z})] \\ e_\theta &= \beta[\hat{\theta}\hat{\theta} - \frac{1}{2}(\hat{z}\hat{z} + \hat{r}\hat{r})] \\ e_z &= \beta[\hat{z}\hat{z} - \frac{1}{2}(\hat{r}\hat{r} + \hat{\theta}\hat{\theta})] \end{aligned} \quad (1-6)$$

Here β is in general a function of the strains, to be determined by experiment.

These strains are subject to an additional condition if we suppose that, in conformity with our assumption about strain-hardening, e_z is constant across the section. The conditions of volume conservation give for the radial displacement $\hat{\rho}$ under these circumstances the equation

$$\rho = -\frac{e_z}{2}r + \frac{c}{r}$$

Here, in order to avoid infinities on the axis, $c = 0$, and $\rho = -(e_z/2)r$. This gives

$$e_r = e_\theta = -\frac{1}{2}e_z \quad (1-7)$$

The question now is: can we find a stress system which meets the various requirements thus far imposed? If we can find such a system, then we know by the usual physical and mathematical arguments that it is unique and hence *the* solution. Inspection shows that we can satisfy certain of these conditions in a rather simple way. If we set $\hat{r}\hat{r} = \hat{\theta}\hat{\theta}$, we can satisfy the condition on e_r and e_θ . In addition, the von Mises plasticity condition is satisfied if we set $\hat{z}\hat{z} = \hat{z}\hat{z}_a + \hat{r}\hat{r}$. This stress system is simply described. It is a longitudinal tension uniform all the way across the section of the neck, with a superposed hydrostatic tension ($\hat{r}\hat{r} = \hat{\theta}\hat{\theta} = \hat{z}\hat{z} - \hat{z}\hat{z}_a$) which vanishes at the outer boundary because of

HardheidsmetingenOngekorfde staven

fig. 1 : staal 50, $\bar{\epsilon}_B = 0.63$, $a/R \approx 0.35$, 300 gram.

fig. 2 : staal 50, $\bar{\epsilon}_B = 0.63$, $a/R \approx 0.35$, 200 gram.

fig. 3 : armko, $\bar{\epsilon}_B = 1.42$, $a/R \approx 0.70$, 200 gram.

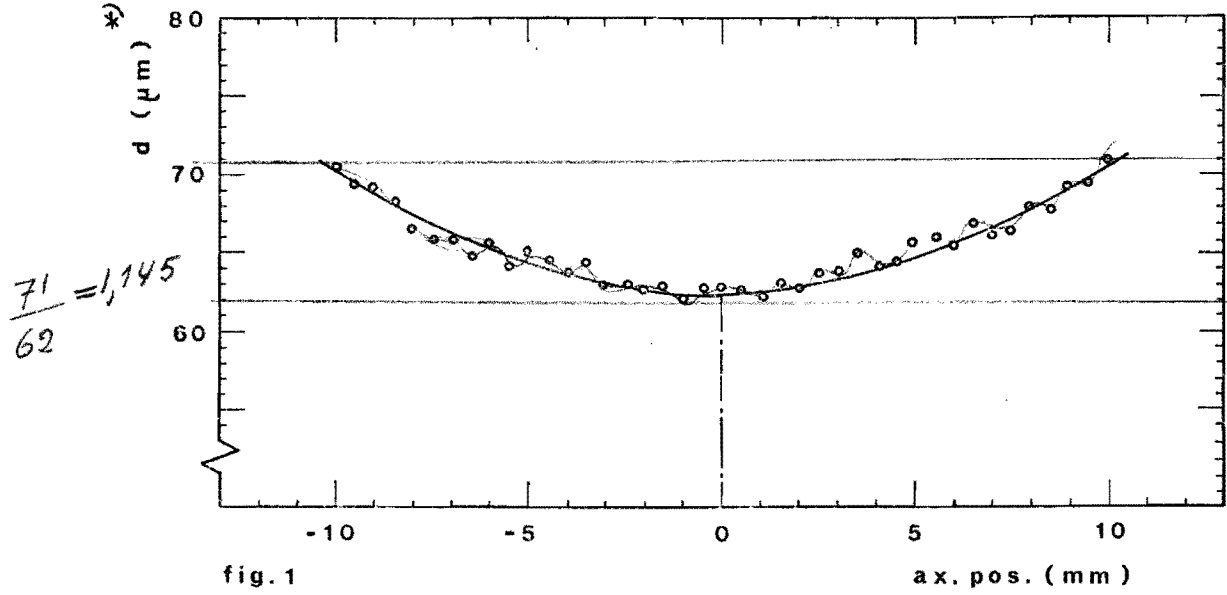
Gekerfde staven

fig. 4 : armko, $\bar{\epsilon}_B = 0.70$, $a/R \approx 1.5$, 200 gram.

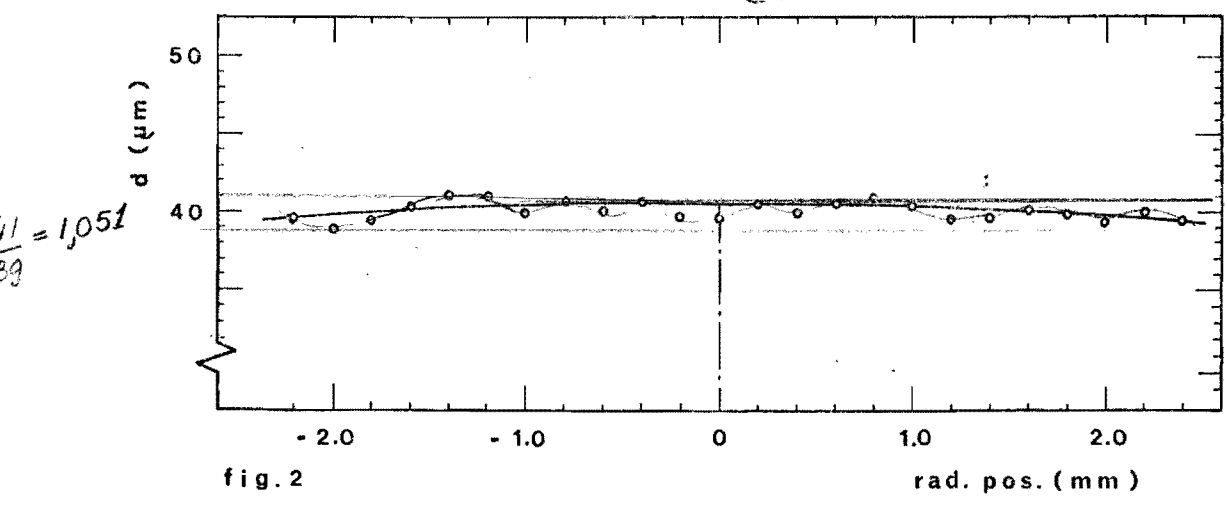
fig. 5 : " , " , " , "

fig. 6 : " , $\bar{\epsilon}_{B.f} = 1.31$, $a/R = 1.9$, 200 gram.

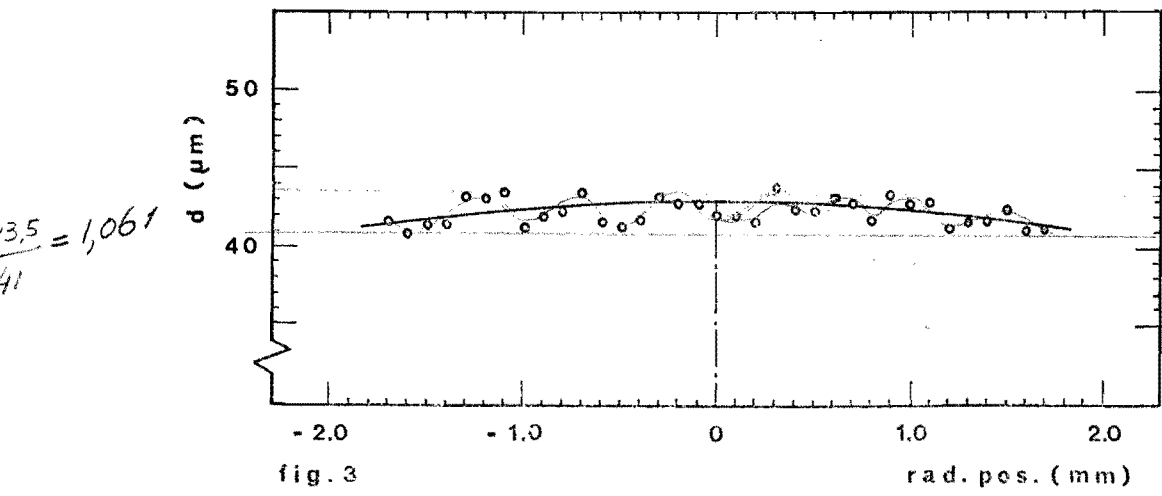
Hardheidsmetingen en structuuronderzoek t.p.v. de kleinste doorsnede



ST 50
axiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 0,63$
 $a/R \approx 0,35$
300gr
niet gekerfd
wel inge-
smeerd

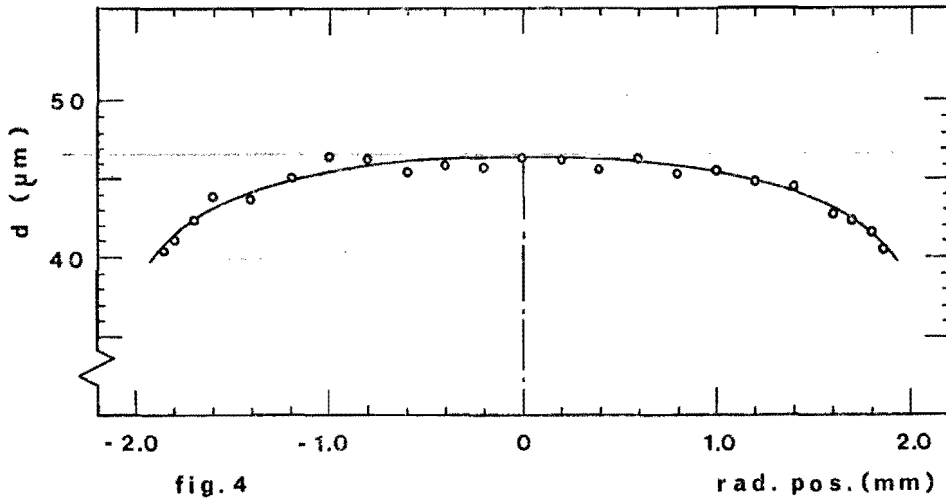


ST 50
radiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 0,63$
 $a/R \approx 0,35$
200gr
niet gekerfd
wel inge-
smeerd

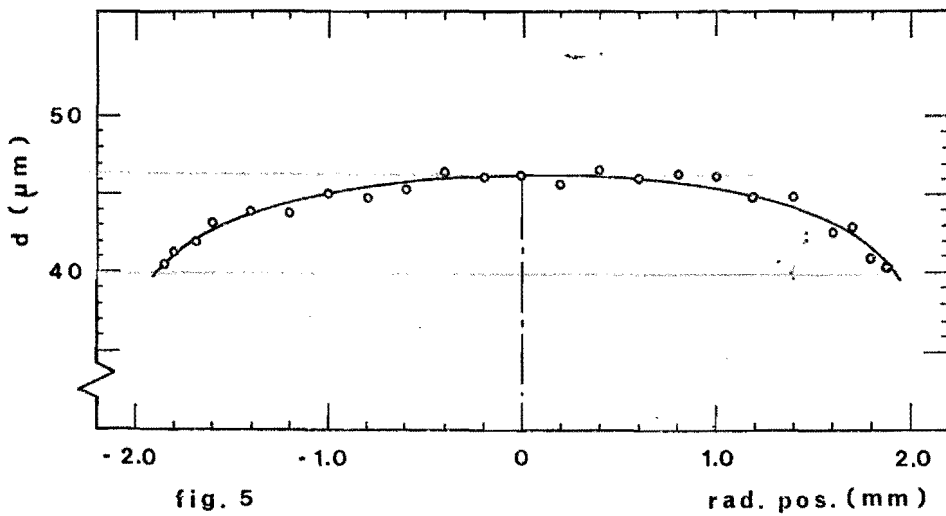


Armco
radiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 1,42$
 $a/R \approx 0,70$
200gr
niet gekerfd
wel inge-
smeerd.

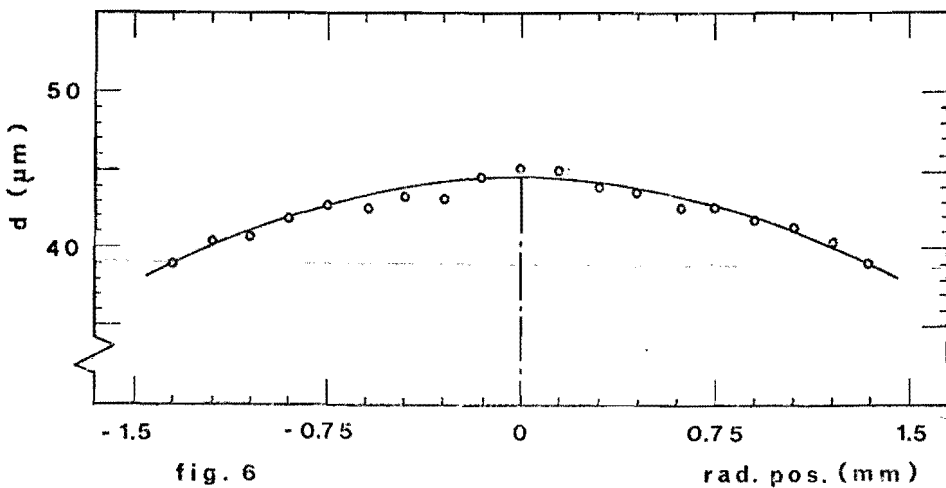
*) Vickers indruktdiagonaal



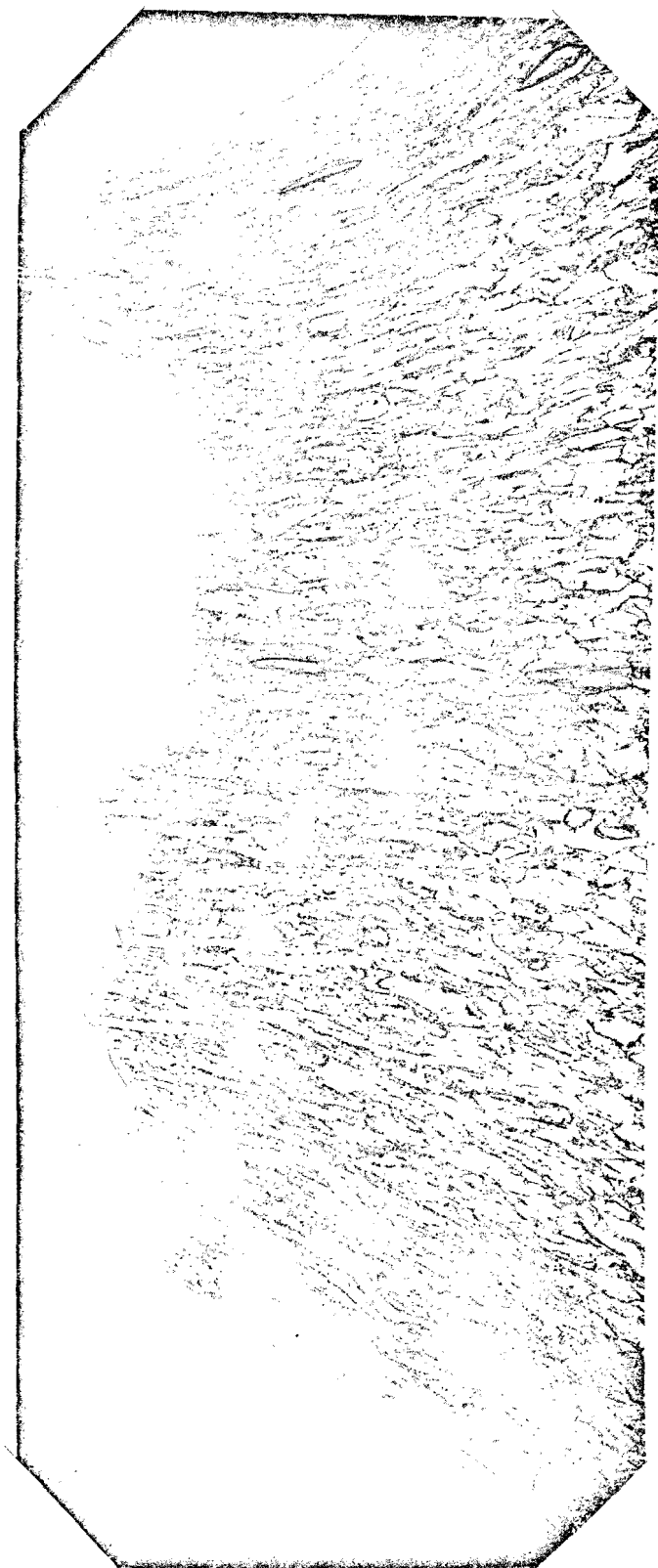
Gekerfd
 $\frac{a}{R_0} = 2,5$
 Armco
 radiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 0,70$
 $\frac{a}{R} \approx 1,5$
 200gr
 ingesnoerd



Gekerfd
 $\frac{a_0}{R_0} = 2,5$
 Armco
 radiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 0,70$
 $\frac{a}{R} \approx 1,5$
 200gr
 ingesnoerd
 (100 µm verschoven tov fig 4 in axiale ri.)



Gekerfd
 $\frac{a_0}{R_0} = 2,5$
 Armco
 radiaal
 $\bar{\epsilon}_B = 1,31$
 $\frac{a}{R} \approx 1,9$
 200gr



getrokken gekerfde armke staaf, $\bar{E}_{B.F.} = 1.31$, vergroting 60 maal.

De berekening van de baan van een materieel deeltje met beginstraal r_0 .

Deze baan kan worden gevonden door uit te gaan van de radiale snelheid :

dwz. $\dot{r} = \dot{r}$ (als $\dot{r} = \text{lin. fct. van } r \rightarrow \text{voort.}$)

$$\dot{r} = \dot{r} ?$$

Waar komt de
vandaan F.D.
 $r = \dot{r}$ snelheid

$$\dot{r} = \dot{r} = \dot{a} \sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi$$

$$\dot{r} = \left(\frac{dr}{dt} \right) = \left[\sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi \right] \cdot \frac{da}{dt}$$

Koer in $r^* = r/a$; $r = r^* \cdot a$

$$dr = r^* \cdot da + a \cdot dr^* = \left[\sinh(\chi \cdot r/a) / \sinh \chi \right] da$$

$$a \cdot dr^* = \left[-r^* + \sinh(\chi \cdot r^*) / \sinh \chi \right] \cdot da$$

Scheiding van variabelen is nu mogelijk :

$$\frac{da}{a} = \frac{dr^*}{-r^* + \frac{\sinh(\chi r^*)}{\sinh \chi}}$$

Met behulp van reeksontwikkeling kan geschreven worden :

$$\frac{\sinh(\chi r^*)}{\sinh \chi} = \frac{r^* + \chi^2 \cdot \frac{r^{*3}}{3!} + \chi^4 \cdot \frac{r^{*5}}{5!} + \dots}{1 + \frac{\chi^2}{3!} + \frac{\chi^4}{5!} + \dots} \quad \forall \chi r^* \in \mathbb{R}$$

De derde en daarop volgende termen in teller en noemer worden verwaarloosd. Als $r^* = 1$ of 0 dan is de fout door dit afbreken nul.

De maximum fout zal optreden voor $r^* = 0.5$. Uit voorlopige berekeningen is gebleken dat $\chi_{\text{max}} \leq 2$. De grootte van de derde term in de

Naarmate γ groter neemt de nietuniformiteit toe:

$$\lambda = 1 + \frac{6}{\gamma^2}$$

Naarmate γ groter $\rightarrow \frac{6}{\gamma^2}$ veel kleiner

en wordt λ kleiner en nadert λ tot 1.

Dus niet uniformiteit groter $\rightarrow \gamma$ groter
 $\rightarrow \lambda$ kleiner $\rightarrow 1$

steller is dan ; $2^4 * 0.5^5 / 120 = 0.0042$. T.o.v. de som van de eerste en tweede term is dit relatief gezien ; $0.0042 / (0.5 + 0.08) = 0.007$, dus 0.7%. De fout door bij de derde term af te breken zal dus niet groot zijn.

$$\frac{\sinh(\gamma r^*)}{\sinh \gamma} = \frac{r^* (1 + \gamma^2 r^{*2} / 3!)}{1 + \gamma^2 / 3!}$$

Denoemer van de DV wordt dan:

$$(1) \frac{-r^* (1 + \frac{\gamma^2}{3!}) + r^* (1 + \frac{\gamma^2}{3!} r^{*2})}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}} = \frac{-r^* \frac{\gamma^2}{3!} + r^{*3} \frac{\gamma^2}{3!}}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}} =$$

$$(2) \frac{r^* \frac{\gamma^2}{3!} (r^{*2} - 1)}{1 + \frac{\gamma^2}{3!}} = \frac{r^* (r^{*2} - 1)}{\lambda = 1 + \frac{\gamma^2}{3!}} \quad \text{met } \lambda = 1 + \frac{3!}{\gamma^2}$$

$$\frac{da}{a} = \frac{\lambda \cdot dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)} \quad \rightarrow \quad \int_{a_0}^a \frac{da}{a} = \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda \cdot dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)}$$

waarin $r_0^* = \frac{r_0}{a_0}$ en $r^* = \frac{r}{a}$

Uitwerking van de integrand: (Noemer splitsen in factoren)

$$\frac{\lambda}{r^* (r^{*2} - 1)} = \frac{A}{r^*} + \frac{B r^* + C}{r^{*2} - 1}$$

Uitwerken van deze gelijkheid geeft: $A = -\lambda$, $B = +\lambda$, $C = 0$

$$\int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda \cdot dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)} = - \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^*} + \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda \cdot r^* dr^*}{r^{*2} - 1}$$

het met a/r^2 km
 laag voor a/r^2
 1 num. uitw. het is
 begin a/r^2 eind a/r^2
 Neem λ onafhankelijk van r^*
 general case
 om in het stappenplan
 weg. tijd. E. gehore waar
 ceteris paribus
 parameter wordt. r_0^*

zie par. 5. d. 2. Alleen waar
 als $y = \text{constant}$

bewering
 aanname: (FD. $\lambda = f(r^*)$)

$$\int_{r_0^*}^{r^*} \frac{\lambda dr^*}{r^* (r^{*2} - 1)} = -\lambda \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{dr^*}{r^*} + \frac{\lambda}{2} \int_{r_0^*}^{r^*} \frac{d(r^{*2} - 1)}{r^{*2} - 1}$$

$$\int_{a_0}^a \frac{da}{a} = -\lambda \ln r^* \Big|_{r_0^*}^{r^*} + \frac{\lambda}{2} \ln (r^{*2} - 1) \Big|_{r_0^*}^{r^*}$$

$$\ln \frac{a}{a_0} = \ln \left(\frac{r_0^*}{r^*} \right)^\lambda + \ln \left(\frac{r^{*2} - 1}{r_0^{*2} - 1} \right)^{\frac{\lambda}{2}}$$

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{r_0^*}{r^*} \right)^\lambda \cdot \left(\frac{r^{*2} - 1}{r_0^{*2} - 1} \right)^{\frac{\lambda}{2}}$$

$$\frac{r^{*2} - 1}{r^{*2}} = \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \frac{(r_0^{*2} - 1)}{r_0^{*2}} \Rightarrow 1 - \frac{1}{r^{*2}} = \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \left(1 - \frac{1}{r_0^{*2}} \right)$$

$$\frac{1}{r^{*2}} = 1 + \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \left(\frac{1}{r_0^{*2}} - 1 \right)$$

Met $r^* = \frac{r}{a}$ en $r_0^* = \frac{r_0}{a_0}$ volgt dan:

$$r(a, a_0, r_0, \lambda) = a \cdot \left[1 + \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2}{\lambda}} \cdot \left(\left(\frac{a_0}{r_0} \right)^2 - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

waarin $\lambda = 1 + \frac{3!}{\mu^2}$

Uitdrukken van de evenwichtsvoorwaarde in σ_r

De evenwichtsvoorwaarde :

$$(1) \quad (\sigma_z - \sigma_r) \frac{r^2}{a} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot r \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$\text{waarin } \frac{h}{\phi} = R + \frac{a^2 - r^2}{2a}$$

De twee Levy - Von Mises relaties:

$$(2) \quad \dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left(\sigma_r - \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} \right)$$

$$(3) \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left(\sigma_\theta - \frac{\sigma_r + \sigma_z}{2} \right)$$

Uit (2) en (3) volgt :

$$(4) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right)$$

De vloeivoorwaarde :

$$2\bar{\sigma}^2 = (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Substitutie van (4) hierin geeft:

$$2\bar{\sigma}^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right) \right)^2 + \left(\sigma_r - \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \left(\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\epsilon}_{\theta\theta} \right) - \sigma_z \right)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2$$

Uit deze V.K.V. kan σ_z analytisch worden opgelost naar σ_r :

$$(5) \quad \sigma_z = \sigma_z(\dot{\epsilon}_{rr}, \dot{\epsilon}_{\theta\theta}, \dot{\epsilon}, \bar{\sigma}, \sigma_r)$$

Substitutie van (4) en (5) in (1) geeft een D.V. in σ_r met als randvoorwaarde $\sigma_r(r=a) = 0$.

Deze oplossingsmethode is lastiger als de in § 3.4. aangegeven methode, door vergelijking (5) en omdat in de evenwichtsvoorwaarde nu zowel σ_r , σ_r^2 als $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r}$ voorkomen, hetgeen het bepalen van een analytische oplossing er niet eenvoudiger op maakt.

Nitwerking numerieke integratie

$$\frac{d\sigma_m}{d(r/a)} = \frac{\sigma_\theta' - \sigma_r'}{(r/a)} - \frac{d\sigma_r'}{d(r/a)} + \frac{2(r/a)}{2R/a + 1 - (r/a)^2} \cdot (\sigma_r' - \sigma_z')$$

$$\frac{d\sigma_m(x)}{dx} = \frac{\sigma_\theta'(x) - \sigma_r'(x)}{x} - \frac{d\sigma_r'(x)}{dx} + \frac{2x}{c - x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x))$$

waarin $x = r/a$ en $c = 1 + 2R/a$

x volgt uit:

$$x = \left[1 + (a/a_0)^{2/\lambda} * \left((a_0/r_0)^2 - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Integreren v.d. D.V. van x_n tot x_{n+1} geeft:

$$\int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{d\sigma_m(x)}{dx} \cdot dx = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{\sigma_+'(x) - \sigma_r'(x)}{x} \cdot dx - \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{d\sigma_r'(x)}{dx} \cdot dx +$$

$$+ \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{2x}{c-x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x)) \cdot dx$$

$$\sigma_m(x_{n+1}) - \sigma_m(x_n) = -\sigma_r'(x_{n+1}) + \sigma_r'(x_n) + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x) \cdot dx$$

$$\text{met } f(x) = \frac{\sigma_+'(x) - \sigma_r'(x)}{x} + \frac{2x}{c-x^2} (\sigma_r'(x) - \sigma_z'(x))$$

Met toepassing v.d. trapeziumregel volgt hieruit:

$$\sigma_m(x_{n+1}) = \sigma_m(x_n) - \sigma_r'(x_{n+1}) + \sigma_r'(x_n) + \frac{1}{2}(x_{n+1} - x_n) \cdot (f(x_{n+1}) + f(x_n))$$

Omdat de R.V. is gegeven voor $x=1$ moet worden geïntegreerd van

$$x=1 \text{ tot } x=0 \quad , \quad x_0 := 1$$

$$x_{n+1} := x_n - |\Delta x| .$$

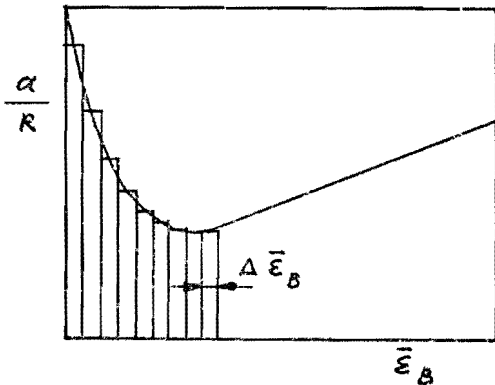
De stapsgewijze deformatiemethode

Er zijn kerven waarbij het verband $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ een willekeurig verloop heeft, en niet eenvoudig in een analytische functie is uit te drukken.

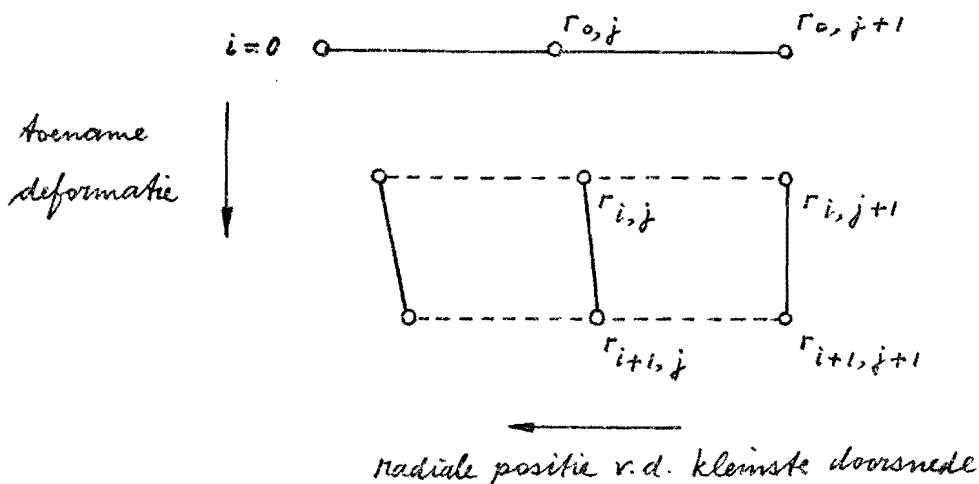
De bijbehorende momentome μ zal dan ook een willekeurig verloop hebben.

Hier kan nu toch tot een oplossing worden gekomen door stapsgewijs te deformer tot de eindtoestand is bereikt. Over een afstand $\Delta \bar{\epsilon}_B$ wordt $\frac{a}{R}$

konstant genomen: zie nevensstaande figuur. De parameter μ wordt over deze deformatiestap ook konstant genomen en wordt bepaald door met de ondergrens theorie de momentome F^* te optimaliseren.



De stapsgewijze deformatie wordt verkregen door de totale doorsnede vermindering in ND stappen te verdelen: $i = 1 \pm 1/m \cdot ND$. De straal van de kleinste doorsnede wordt in $NS + 1$ radiale posities verdeeld: $j = 0 \pm 1/m \cdot NS$ zie onderstaande figuur.



Op het vlak van de kleinste doorsnede wordt een radiale positie weergegeven door $r_{i,j}$. De index i is het nummer van de deformatiestap en de index j is het nummer van de radiale positie die gevolgd wordt vanuit de ongedeformeerde toestand tot de eindtoestand. Na een doorsnede vermindering van Δa is een radiale positie veranderd tot $r_{i+1,j}$.

Alleen in de beginttoestand liggen de radiale posities die tijdens de deformatie gevolgd worden, op een gelijke afstand $\Delta r = a_0 / NS$ van elkaar. Als de niet-uniforme deformatie eenmaal begonnen is, zal de gelijkheid van de onderlinge afstand verloren gaan. De grootte van een deformatiestap ligt vast door $\Delta a = (a_0 - a_{\text{eind}}) / ND$.

De nieuwe positie $r_{i+1,j}$ moet berekend worden uit $r_{i,j}$. Hiervoor is de radiale snelheid toe plaatse van de kleinste doorsnede nodig;

$$\dot{r} = \dot{a} \sinh\left(\mu \frac{r}{a}\right) / \sinh \mu$$

$$\Delta \dot{r} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \left[\sinh\left(\mu \frac{r}{a}\right) / \sinh \mu \right] \cdot \frac{\Delta a}{\Delta t}$$

} \dot{r} ook \dot{e} ,
 $r = \dot{r}$ v/d snelheid

$$r_{i+1,j} := r_{i,j} - \Delta r$$

$$r_{i+1,j} := r_{i,j} - \Delta a \cdot \sinh\left(\mu \frac{r_{i,j}}{a_i}\right) / \sinh \mu$$

De grootte van de effectieve deformatie bij een stap volgt uit:

$$\dot{\epsilon} = \left| \frac{\dot{a}}{\sinh \mu} \right| \sqrt{\frac{4}{3} \left[\sinh^2\left(\mu \frac{r}{a}\right) \left(\frac{\mu^2}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{\mu^2}{a^2} + \frac{\mu}{ar} \cdot \cosh\left(\mu \frac{r}{a}\right) \cdot \sinh\left(\mu \frac{r}{a}\right) \right]}$$

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sinh \chi} \sqrt{\varphi(a, r, \chi)} \cdot \Delta a$$

$$\Delta \bar{\varepsilon}_j := \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varphi(a_i, r_i, \chi)} + \sqrt{\varphi(a_{i+1}, r_{i+1}, \chi)} \right] \cdot \Delta a / \sinh \chi$$

(trapezium regel)

De berekening bij deformatiestap $i+1$ verloopt als volgt:

$$a_{i+1} = a_i - \Delta a$$

$$\bar{\varepsilon}_B = 2 \ln(a_0 / a_{i+1})$$

Uit substitutie van $\bar{\varepsilon}_B$ in de functie $\frac{a}{R}(\bar{\varepsilon}_B)$ volgt een discrete waarde $\frac{a}{R}$. Hieruit volgt met $a = a_{i+1}$ de waarde R_{i+1} . Voor $j = 0 \dots /m NS$ wordt nu berekend:

$$r_{i+1, j} := r_{i, j} - \Delta a \cdot \sinh\left(\chi \cdot \frac{r_{i, j}}{a_i}\right) / \sinh \chi$$

Voor de berekening van alle $r_{i+1, j}$ moeten alle $r_{i, j}$ en a_i uit de voorgaande stap nog bekend zijn, dus moeten in een eendimensionale array opgeslagen zijn.

$$\Delta \bar{\varepsilon}_j := \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varphi_i} + \sqrt{\varphi_{i+1}} \right] \cdot \Delta a / \sinh \chi$$

$$\bar{\varepsilon}_j := \bar{\varepsilon}_j^{\text{opt}} \quad (\text{de vorige geoptimaliseerde waarde})$$

$$\bar{\varepsilon}_j := \bar{\varepsilon}_j + \Delta \bar{\varepsilon}_j$$

$$\bar{\sigma}_j := C (\bar{\epsilon}_j + \bar{\epsilon}_0)^h$$

$$\sigma_{rj}' := -\frac{2}{3} \bar{\sigma}_j \cdot \frac{\mu}{a_{i+1}} \cdot \cosh\left(\mu \cdot \frac{\Gamma_{i+1,t}}{a_{i+1}}\right) / \sqrt{\varphi_{i+1}}$$

$$\sigma_{\theta j}' := -\frac{2}{3} \bar{\sigma}_j \cdot \sinh\left(\mu \cdot \frac{\Gamma_{i+1,t}}{a_{i+1}}\right) / (\Gamma_{i+1,j} \cdot \sqrt{\varphi_{i+1}})$$

$$\sigma_{zj}' := -(\sigma_{rj}' + \sigma_{\theta j}')$$

Substitueer σ_{rj}' , $\sigma_{\theta j}'$ en σ_{zj}' in de evenwichtsvoorwaarde:

$$(\sigma_{zj}' - \sigma_{rj}') \frac{\Gamma_{i+1,t}^2}{a_{i+1}} + \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rj}' + \sigma_{\theta j}') \cdot \Gamma_{i+1,j} \cdot \frac{h}{\phi} + (\sigma_{rj}' - \sigma_{\theta j}') \cdot \frac{h}{\phi} = 0$$

$$\text{met } \frac{h}{\phi} = R_{i+1} + \frac{a_{i+1}^2 - \Gamma_{i+1,t}}{2a_{i+1}}$$

Numeriek integreren geeft σ_{mj} en hieruit volgt:

$$\sigma_{zj} := \sigma_{zj}' + \sigma_{mj}$$

$$\Delta F := 2\pi a_{i+1}^2 \cdot \frac{1}{2} (x_j - x_{j-1}) \cdot (\sigma_{zj} \cdot x_j + \sigma_{zj-1} \cdot x_{j-1})$$

$$\text{waarin } x_j = \frac{\Gamma_{i+1,t}}{a_{i+1}}$$

$$F := F + \Delta F$$

Als dit voor alle j is berekend, dan is $F = F^*(\mu)$ bekend.

F^* moet nu met μ als parameter worden geoptimaliseerd. Hiervoor moeten alle berekeningen voor een deformatiestap in de procedure „EXTREME” worden uitgevoerd; zie T.H.E - RC. 14905 blz. 28. Als startwaarde voor μ kan de optimale μ uit de vorige deformatiestap worden gesubstitueerd. Pas als μ optimaal is kan worden berekend

$$\bar{\epsilon}_j^{\text{opt}} := \bar{\epsilon}_j^{\text{opt}} + \Delta \bar{\epsilon}_j$$

$$\sigma_{rj} := \sigma_{rj}' + \sigma_{mj}, \text{ enz.}$$

Vervolgens wordt i met één opgehoogd en de optimalisatie procedure wordt weer uitgevoerd totdat $i = ND$. Als $i = ND$ dan is de hele deformatieweg doorlopen en kunnen de eindwaarden van de spanningen en de effectieve deformatie enz. worden geprint.

Als gegevens voor de stapsgewijze deformatie moeten bekend zijn; $n, c, \bar{\epsilon}_0, a_0, a_{\text{eind}}, ND, NS, \mu_{\text{start}}$ en de functie $\frac{a}{R}(\bar{\epsilon}_B)$ die eventueel opgebouwd mag zijn uit een aantal lineaire stukken:

$$\frac{a}{R} = \alpha_1 \cdot \bar{\epsilon}_B + \beta_1 \quad \text{op} \quad \bar{\epsilon}_1 \leq \bar{\epsilon}_B \leq \bar{\epsilon}_2, \text{ enz.}$$

De stapsgewijze deformatiemethode is hiermee zodanig beschreven dat hiervoor een algor-programma is op te stellen.

ARRY (10/30/78)

11:

```

$*SET*THELIBRARY
*BEGIN* *COMMENT* H.V.D.AVOORT PROGR.2 SPANNING EN DEFORMATIE IN KLEINSTE
DOORSNEDE VAN EEN GEKERFDE STAAF T.G.V. NIET UNIFORME DEFORMATIE;
*FILE* IN(KIND=REMOTE),OUT(KIND=PRINTER),REM(KIND=REMOTE);
*INTEGER* J,NS,T,AANTAL,SOM; *BOOLEAN* PRINT;
*REAL* A,AD,AU,NU,NUOUD,XN,XNE,ROSC,N,C,DELRO,
EFREK,EFSPAN,VDEF,RDSE,RDS,XO,ERROR,ALFA,BETA,
TDSE,ADSE,GSPE,GSP,FXNE,FXN,ASPE,ASP,RSP,TSP,R,RO,
KRACHT,HA,HB,HC,HD,HE,HF,HG,HH,HI,PIE,BAS,
BRS,BGSQ,BED,BES,WS,BWS,AV;
*REAL* *PROCEDURE* WFIE(AV,KAPPA,R);
*VALUE* AV,KAPPA,R; *REAL* AV,KAPPA,R;
*BEGIN* *REAL* HPE,HPT,HPD;
HPE:=SINH(KAPPA*R/AV);
HPT:=(KAPPA/AV)**2;
HPD:=SQRT(1+HPE**2);
WFIE:=SQRT((HPE**2*(HPT+1/R**2)
+HPT+KAPPA*HPD*HPE/(AV*R))*4/3);
*END* WFIE;
*REAL* *PROCEDURE* FR(AV,AD,RO,GAMMA);
*VALUE* AV,AD,RO,GAMMA; *REAL* AV,AD,RO,GAMMA;
*BEGIN* *REAL* LAMBDA;
LAMBDA:=1+6/(GAMMA**2);
FR:=AV/SQRT(1+(AV/AD)**(2/LAMBDA)*((AD/RO)**2-1));
*END* FR;
*REAL* *PROCEDURE* GAMMA(AV);
*VALUE* AV; *REAL* AV;
GAMMA:=NU*(ALFA*2*LN(AO/AV)+BETA);
WRITE(REM,<"HOEVAAK_WILT_U_EEN_PROBLEEM_DOORREKENEN?:">);
READ(IN,/,AANTAL);
WRITE(REM,<"WAT_IS_HET_AANTAL_STAPPEN_NS?:">);
READ(IN,/,NS); PIE:=4*ARCTAN(1);
*FOR* SOM:=1 *STEP* 1 *UNTIL* AANTAL *DO*
*BEGIN* WRITE(OUT(SKIP(1)));
WRITE(REM,<"GEEF_DE_WAARDEN_VAN_:N,C,VDEF,A,AD,ROSC,AU,
ALFA_EN_BETA.">);
READ(IN,/,N,C,VDEF,A,AD,ROSC,AU,ALFA,BETA);
NUOUD:=0; NU:=1; PRINT:='FALSE';
*WHILE* 'NOT' PRINT *DO*
*BEGIN* WRITE(REM,<"GEEF_DE_WAARDE_VAN_NU:">); READ(IN,/,NU);
PRINT:=NU=NUOUD; NUOUD:=NU;
*IF* PRINT *THEN*
WRITE(OUT,</,X4,"AFMETINGEN_IN_MM._EN_SPANNINGEN_IN_KN/MM**2"
///,X4,"VERST.EXP._=" ,F6.3,X5,"DOORSR.DOORSN._="
,F5.2,X5,"ALFA_=" ,F5.2,/,X4,"KAR.SPANN._="
,F6.3,X5,"GED.KL.DOORSN._=" ,F5.2,X5,"BETA_="
,F5.2,/,X6,"VOORDEF._=" ,F6.3,X8,"OSC.
STRAAL._=" ,F5.2,X7,"NU_=" ,F5.2>,N,2*AU,
ALFA,C,2*A,BETA,VDEF,ROSC,NU);
*IF* PRINT *THEN* WRITE(OUT,<///// "RO/AO_____R/A_____UR/A_____
OZ/C_____OT/C_____OR/C_____OM/C_____EFF.REK___
EFF.SP.____OM/OEFF____WS/C_____
OZB/C_____ORB/C_____OMB/DEF_____OMB/C",/;>);
HE:=1+2*ROSC/A; DELRO:=AO/NS;
RO:=AO+DELRO; KRACHT:=T:=0;
BED:=2*(LN(AO/A)+LN(AU/AO)); HF:=1+A/(2*ROSC);
BES:=C*(BED+VDEF)**N; HI:=N+1;
BWS:=(BED+VDEF)**HI-VDEF**HI)*C/HI;
*FOR* J:=0 *STEP* 1 *UNTIL* NS-1 *DO*

```

```

*BEGIN*RO:=RO-DELRO;R:=FR(A,AD,RO,GAMMA(A));
XNE:=R/A;XO:=RO/AD;HA:=SINH(GAMMA(A)*XNE);
HB:=SQRT(1+HA**2);
HG:=R**2/(2*A*ROSC);
HH:=LN(HF-HG);BRS:=BES*HH;
BAS:=BRS+BES;BGSQ:=HH+1/3;
EFREK:=INTEGRAAL(WFIE(AV,GAMMA(AV),FR(AV,AD,RO,GAMMA(AV)))/
SINH(GAMMA(AV)),AV,A,AD,0.0005,ERROR)+2*LN(AU/AD);
WS:=((EFREK+VDEF)**HI-VDEF**HI)*C/HI;
EFSPAN:=C*(EFREK+VDEF)**N;
HD:=-2*EFSPAN/(3*WFIE(A,GAMMA(A),R));
RDSE:=HD*HB*GAMMA(A)/A;TDSE:=HD*HA/R;
ADSE:=-RDSE-TDSE;
FXNE:=(TDSE-RDSE)/XNE+2*XNE*
(RDSE-ADSE)/(HE-XNE**2);
*IF*J*NEQ*0
*THEN*GSPE:=GSP-RDSE+RDS+(XNE-XN)*(FXNE+FXN)/2
*ELSE*GSPE:=-RDSE;
RSP:=RDSE+GSPE;TSP:=TDSE+GSPE;
ASPE:=ADSE+GSPE;
*IF*J*NEQ*0
*THEN*KRACHT:=KRACHT+PIE*A**2*
(XN-XNE)*(ASPE*XNE+ASP*XN);
*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT,</,F5.2,14F9.3>,XO,XNE,
HA/SINH(GAMMA(A)),ASPE/C,TSP/C,RSP/C,GSPE/C,
EFREK,EFSPAN,GSPE/EFSPAN,
WS/C,BAS/C,BRS/C,BGSQ,BGSQ*BES/C);
T:=T+1;
*IF*T*EQL*5*THEN*
*BEGIN*T:=0;*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT[SPACE(1)])*END*;
XN:=XNE;FXN:=FXNE;RDS:=RDSE;
GSP:=GSPE;ASP:=ASPE;
*END*;
*IF*PRINT*THEN*WRITE(OUT,<////X4,"AXIALE_KRACHT_BIJ_NIET_
UNIFORME_DEF._=">,F7.4,"_KN"/>,X4,"UNIFORME_DEFOR
MATIE_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"EFFEKTIEVE_
SPANNING_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"SPEC._
DEF._ENERGIE_VOLGENS_BRIDGMAN_">,F6.3,>,X4,"GAMMA
_BY_BREUK_">,F6.3>,KRACHT,BED,BES,BWS,GAMMA(A));
WRITE(REM,<"AXIALE_KRACHT_BIJ_NIET_UNIFORME_
DEF._=">,F10.6,"_KN"/>,KRACHT)
*END*
*END*;
*END*.

```

Verklaring gebruikte variabelen

N	n	RDSE	$\sigma_r'(x_{n+1})$	BES	$\bar{\sigma}_B$
C	C	RDS	$\sigma_r'(x_n)$	BWS	W_{SB}
VDEF	\bar{e}_0	TDSE	$\sigma_\theta'(x_{n+1})$	KRACHT	F
EFREK	\bar{e}	ADSE	$\sigma_z'(x_{n+1})$	WS	W_s
EFSPAN	$\bar{\sigma}$	GSPE	$\sigma_m(x_{n+1})$	HA ^t /m HI	hulpgrootheden
A	a	GSP	$\sigma_m(x_n)$	HPE, HPT, HPD	hulpgr. proc.
AO	a_0	ASPE	$\sigma_z(x_{n+1})$	J, T, SOM	Aellers
AV	a_{variabel}	ASP	$\sigma_z(x_n)$	AANTAL	
AU	a_u	RSP	$\sigma_r(x_{n+1})$	ALFA	α
R	r	TSP	$\sigma_\theta(x_{n+1})$	BETA	β
RO	r_0	FXNE	$f(x_{n+1})$	GAMMA	γ
DELRO	Δr_0	FXN	$f(x_n)$	KAPPA	κ
NS	aantal stappen Δr_0	BAS	σ_{zB}	LAMBDA	λ
XD	x_0	BRS	σ_{rB}	NU	ν
XN	x_n	BGSQ	$\sigma_{mB} / \bar{\sigma}_B$	NUOUD	voorige ν
XNE	x_{n+1}	BED	\bar{e}_B	PIE	π

Aanroepen van het programma

HELLØ na iedere opdracht "SHIFT SEND" invoeren

U 3668 5 2 2 5 / WACHTWOORD

FA_DISK = PØØL - ØTHERWISE - DISK

GET_VDAVØØRT / BREUK - ØN - USER 4 - AS - HARRY

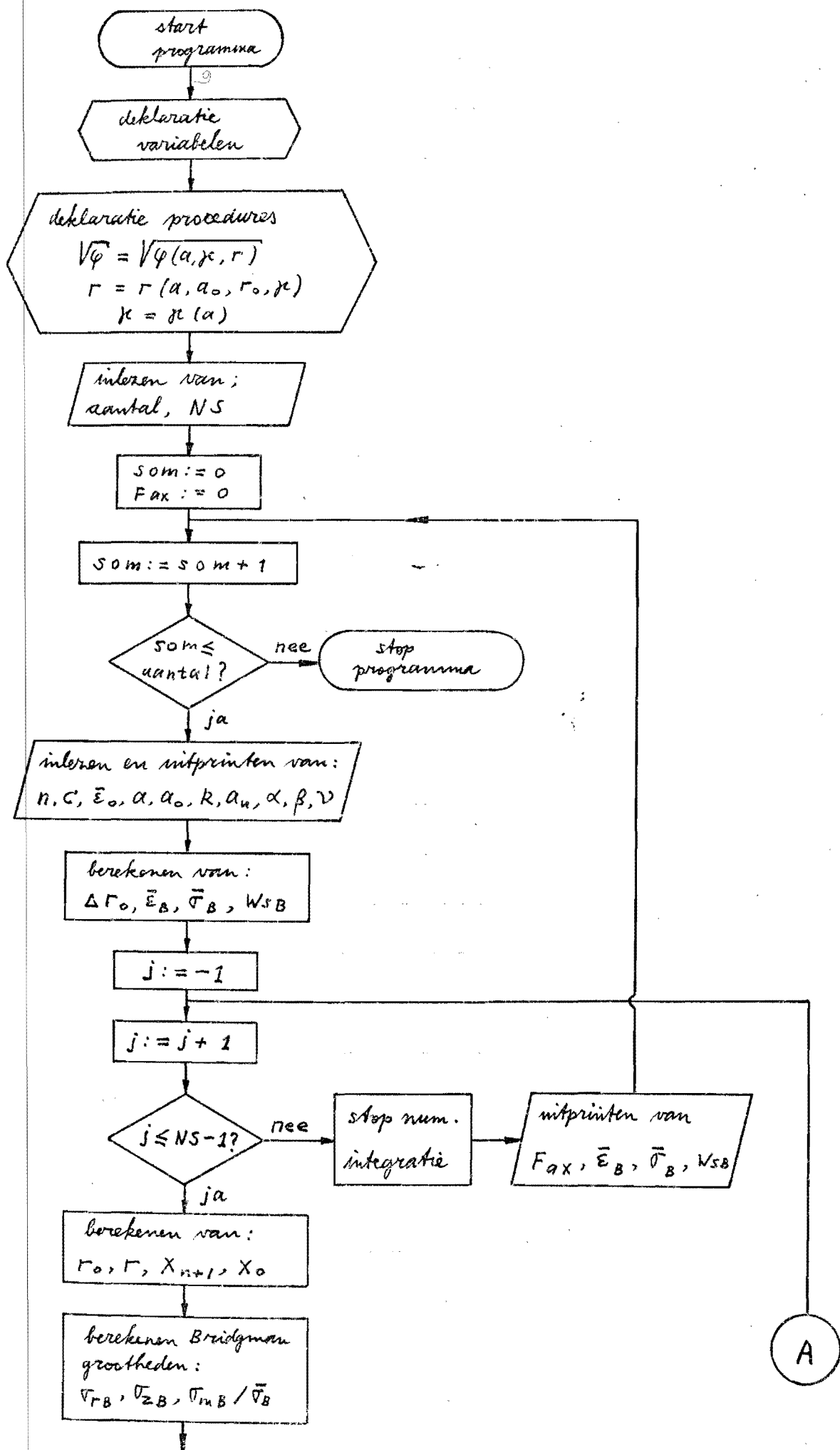
Mogelijkheid om programma te listen ("L") en te verwijderen

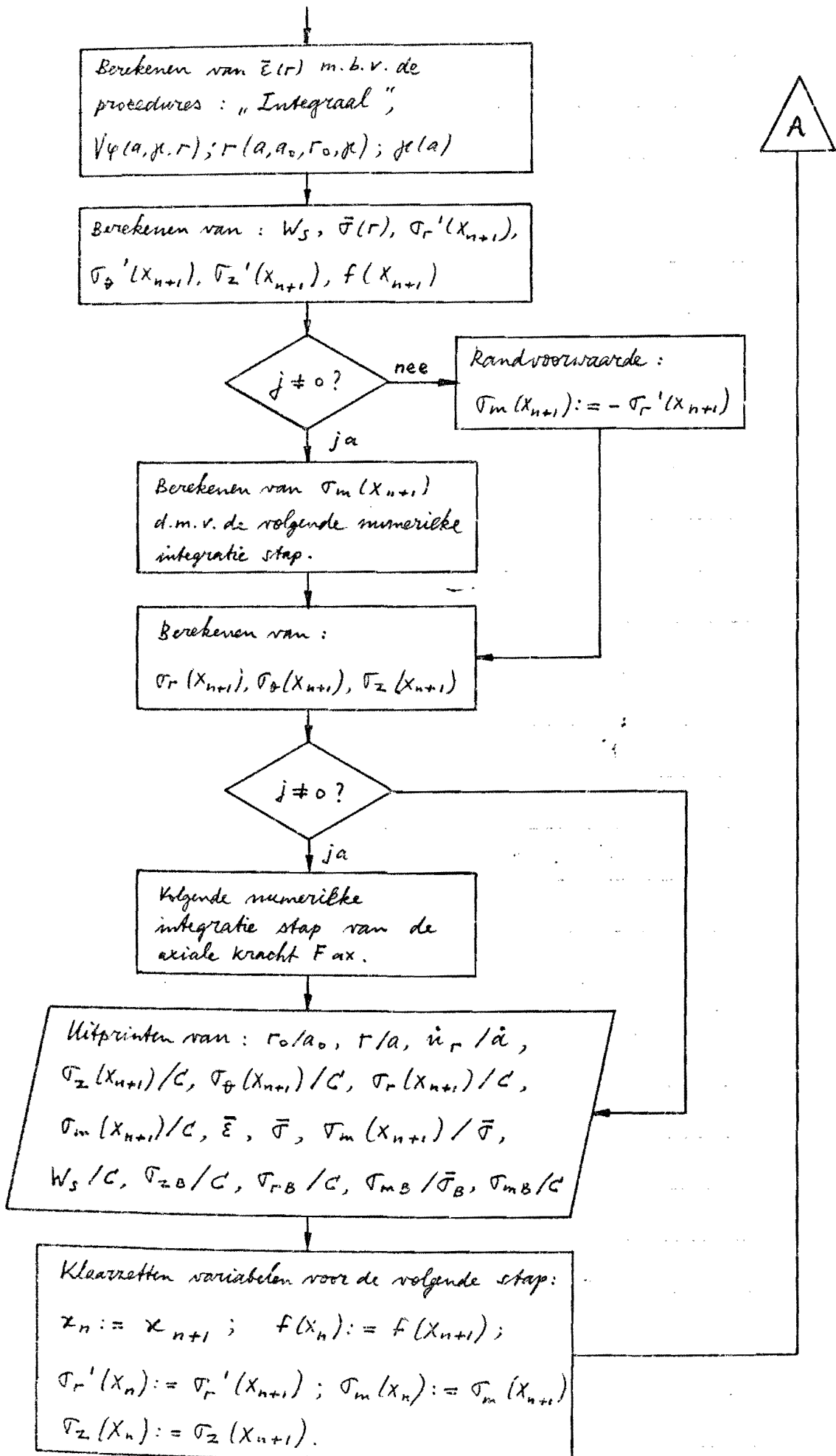
CØMPILE - WITH - BEATHE

SAVE - RUN , invoeren gevraagde variabelen

BYE

Stroomschema van het programma





20,530 kN/mm²

ADAPTIELEN IN KR. EN SPANNINGEN IN KN/CM²

VERST. EXP. = 0.270
 KAR. SPANN. = 0.530
 VEGROEFF. = 0.000

CHRSFR. DEGRSN. = 7.02
 GEOML. DEGRSN. = 3.24
 OSC. STRAAL. = 1.04

ALFA = 0.40
 BETA = 0.95
 NU = 0.96

RO/ΛU	R/A	GR/A	GR/C	GT/C	GR/C	GM/C	EFF. REK	EFF. SP.	GM/DEFF	NS/C	GRB/C	GRB/C	GMU/DEF	GMU/C
1.00	1.000	1.000	1.276	0.195	0.000	0.490	1.906	0.631	0.412	1.767	1.125	-0.000	0.333	0.375
0.95	0.965	0.945	1.318	0.242	0.057	0.539	1.844	0.625	0.457	1.713	1.101	0.056	0.383	0.431
0.90	0.931	0.891	1.358	0.286	0.111	0.585	1.784	0.620	0.500	1.643	1.236	0.111	0.432	0.486
0.85	0.894	0.836	1.394	0.326	0.162	0.628	1.727	0.614	0.542	1.576	1.288	0.163	0.479	0.538
0.80	0.855	0.781	1.428	0.363	0.210	0.667	1.672	0.609	0.581	1.513	1.339	0.214	0.524	0.585
0.75	0.814	0.726	1.458	0.396	0.255	0.703	1.620	0.604	0.617	1.453	1.387	0.262	0.567	0.637
0.70	0.771	0.672	1.486	0.426	0.297	0.736	1.571	0.599	0.652	1.397	1.433	0.309	0.608	0.683
0.65	0.727	0.619	1.510	0.452	0.336	0.766	1.524	0.594	0.684	1.345	1.477	0.352	0.646	0.727
0.60	0.680	0.566	1.532	0.475	0.371	0.793	1.481	0.589	0.713	1.297	1.518	0.394	0.683	0.768
0.55	0.631	0.514	1.550	0.495	0.404	0.817	1.441	0.585	0.740	1.252	1.557	0.432	0.718	0.807
0.50	0.581	0.462	1.566	0.512	0.433	0.837	1.404	0.581	0.764	1.211	1.593	0.468	0.749	0.843
0.45	0.529	0.412	1.580	0.526	0.459	0.855	1.370	0.577	0.786	1.174	1.626	0.501	0.779	0.876
0.40	0.475	0.363	1.591	0.538	0.483	0.870	1.335	0.574	0.804	1.141	1.656	0.531	0.805	0.906
0.35	0.419	0.315	1.600	0.546	0.503	0.883	1.312	0.570	0.821	1.112	1.683	0.558	0.829	0.933
0.30	0.362	0.267	1.607	0.553	0.520	0.894	1.289	0.568	0.834	1.087	1.706	0.581	0.850	0.956
0.25	0.304	0.221	1.613	0.558	0.535	0.902	1.269	0.565	0.846	1.065	1.726	0.601	0.868	0.976
0.20	0.245	0.176	1.617	0.562	0.546	0.908	1.252	0.563	0.855	1.048	1.743	0.618	0.883	0.993
0.15	0.184	0.131	1.619	0.564	0.555	0.913	1.240	0.562	0.862	1.034	1.756	0.631	0.894	1.006
0.10	0.123	0.087	1.621	0.566	0.562	0.916	1.231	0.561	0.866	1.025	1.765	0.640	0.903	1.015
0.05	0.062	0.043	1.622	0.566	0.565	0.916	1.225	0.560	0.869	1.019	1.771	0.646	0.908	1.021

AXIALE KRACHT BIJ NIET UNIFORME DEF. = 6.5101 KN
 UNIFORME DEFORMATIE VOLGENS BRIDGMAN = 1.546
 EFFEKTIEVE SPANNING VOLGENS BRIDGMAN = 0.556
 SPEC. DEF. ENERGIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.726

AFMETINGEN IN MM. EN SPANNINGEN IN KN/MM**2

VERST.EXP. = 0.270 OORSPR.DOORSN. = 7.00 ALFA = 0.00
 KAR.SPANN. = 0.530 GED.KL.DOORSN. = 4.93 BETA = 1.00
 VOORDEF. = 0.000 OSC.STRAAL. = 1.64 NU = 0.00

RD/A0	R/A	UR/A	UZ/C	UT/C	UR/C	UM/C	EFF.REK	EFF.SP.	UM/UEFF	WS/C	UZB/C	URB/C	UMB/UEF.	UMB/C
1.00	1.000	1.000	0.908	0.000	0.000	0.303	0.700	0.481	0.333	0.501	0.908	-0.600	0.333	0.303
0.95	0.950	0.950	0.973	0.064	0.064	0.367	0.700	0.481	0.404	0.501	0.972	0.064	0.404	0.367
0.90	0.900	0.900	1.030	0.121	0.121	0.424	0.700	0.481	0.467	0.501	1.029	0.121	0.467	0.424
0.85	0.850	0.850	1.080	0.172	0.172	0.475	0.700	0.481	0.523	0.501	1.080	0.172	0.522	0.475
0.80	0.800	0.800	1.126	0.217	0.217	0.520	0.700	0.481	0.573	0.501	1.125	0.217	0.572	0.520
0.75	0.750	0.750	1.166	0.258	0.258	0.561	0.700	0.481	0.617	0.501	1.166	0.258	0.617	0.561
0.70	0.700	0.700	1.203	0.295	0.295	0.597	0.700	0.481	0.658	0.501	1.203	0.294	0.657	0.597
0.65	0.650	0.650	1.236	0.327	0.327	0.630	0.700	0.481	0.694	0.501	1.235	0.327	0.693	0.630
0.60	0.600	0.600	1.265	0.357	0.357	0.659	0.700	0.481	0.726	0.501	1.264	0.356	0.725	0.659
0.55	0.550	0.550	1.291	0.383	0.383	0.685	0.700	0.481	0.755	0.501	1.290	0.382	0.754	0.685
0.50	0.500	0.500	1.314	0.406	0.406	0.709	0.700	0.481	0.780	0.501	1.314	0.405	0.780	0.708
0.45	0.450	0.450	1.335	0.426	0.426	0.729	0.700	0.481	0.803	0.501	1.334	0.426	0.802	0.729
0.40	0.400	0.400	1.353	0.444	0.444	0.747	0.700	0.481	0.822	0.501	1.352	0.444	0.822	0.747
0.35	0.350	0.350	1.368	0.460	0.460	0.763	0.700	0.481	0.840	0.501	1.368	0.459	0.839	0.762
0.30	0.300	0.300	1.381	0.473	0.473	0.776	0.700	0.481	0.854	0.501	1.381	0.473	0.854	0.775
0.25	0.250	0.250	1.392	0.484	0.484	0.787	0.700	0.481	0.866	0.501	1.392	0.484	0.866	0.786
0.20	0.200	0.200	1.401	0.493	0.493	0.796	0.700	0.481	0.876	0.501	1.401	0.493	0.876	0.795
0.15	0.150	0.150	1.408	0.500	0.500	0.803	0.700	0.481	0.884	0.501	1.408	0.500	0.883	0.802
0.10	0.100	0.100	1.413	0.505	0.505	0.808	0.700	0.481	0.889	0.501	1.413	0.504	0.889	0.807
0.05	0.050	0.050	1.416	0.508	0.508	0.811	0.700	0.481	0.892	0.501	1.416	0.507	0.892	0.810

AXIALE KRACHT BIJ NIET UNIFORME DEF. = 11.9689 KN
 UNIFORME DEFORMATIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.700
 EFFEKTIEVE SPANNING VOLGENS BRIDGMAN = 0.481
 SPEC. DEF. ENERGIE VOLGENS BRIDGMAN = 0.265
 GAMMA BY BREUK = 0.000

Onderzoek naar het criterium voor plastische splitsbreukinitiatie

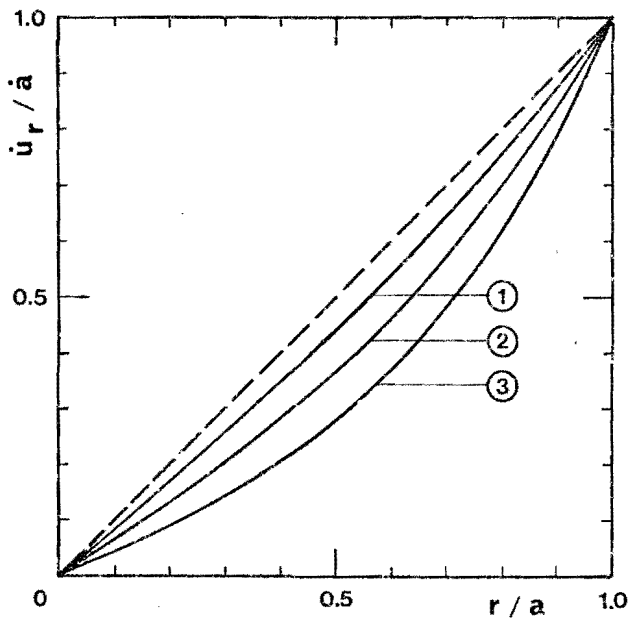


fig. 1

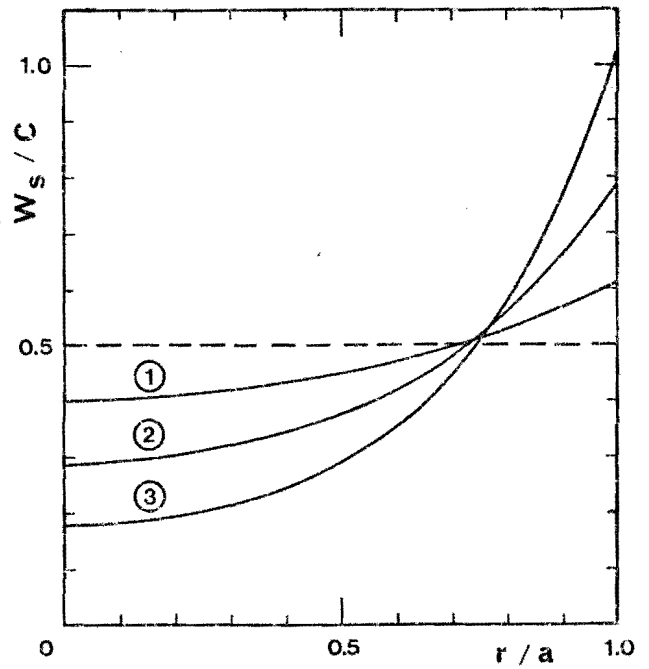


fig. 2

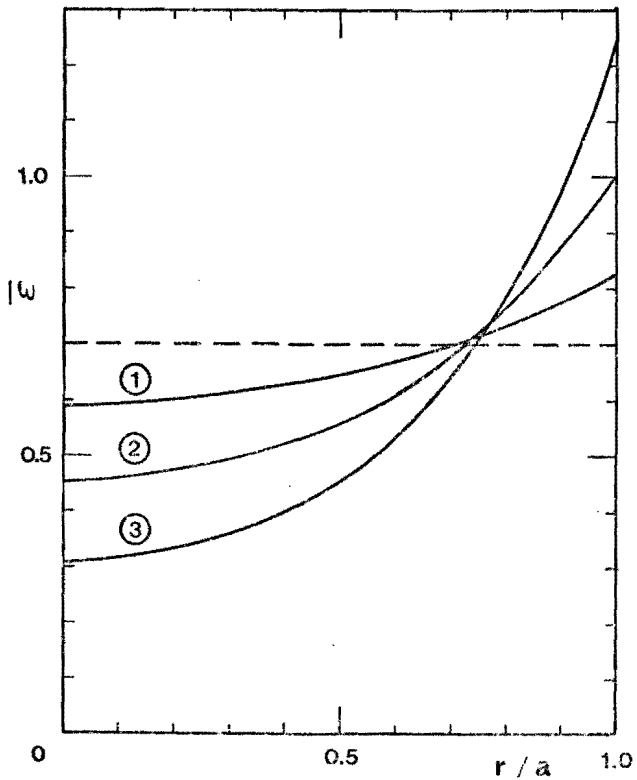


fig. 3

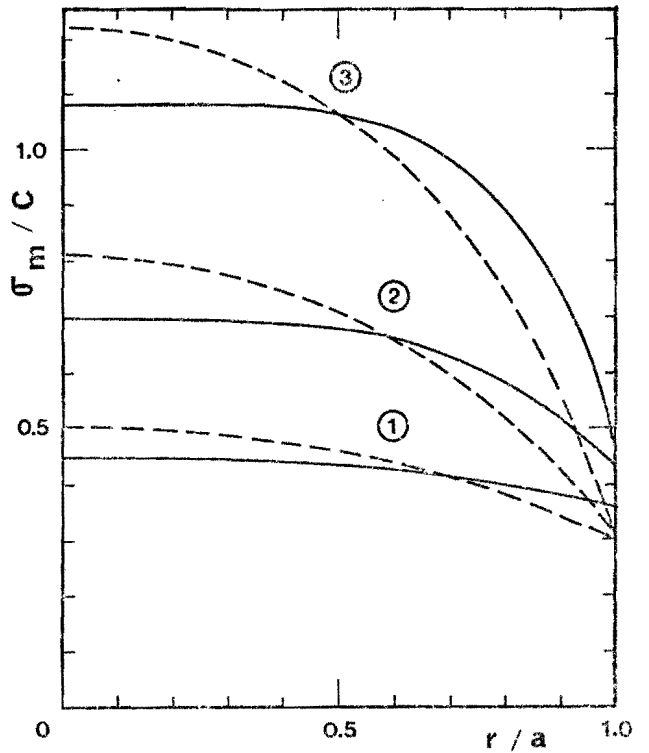


fig. 4

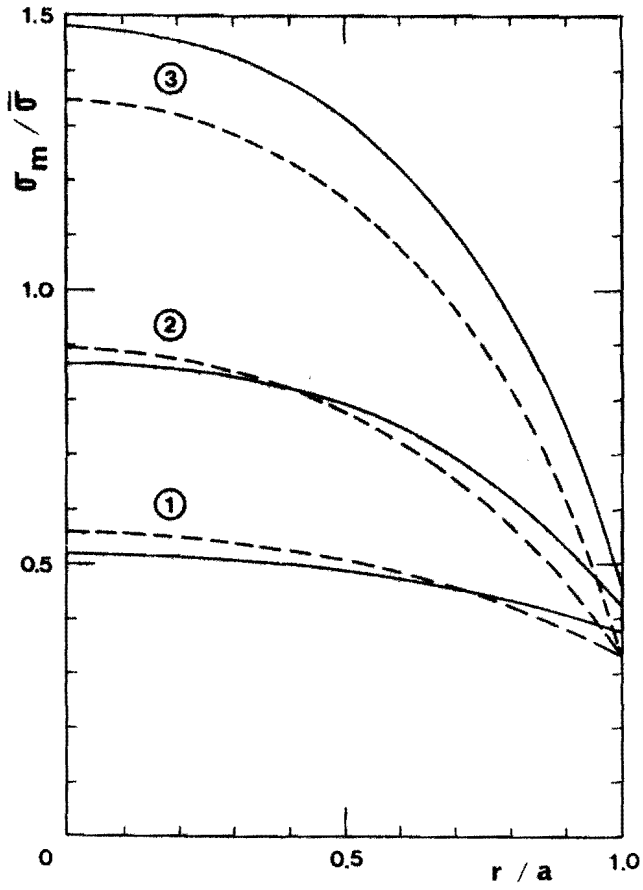


fig. 5

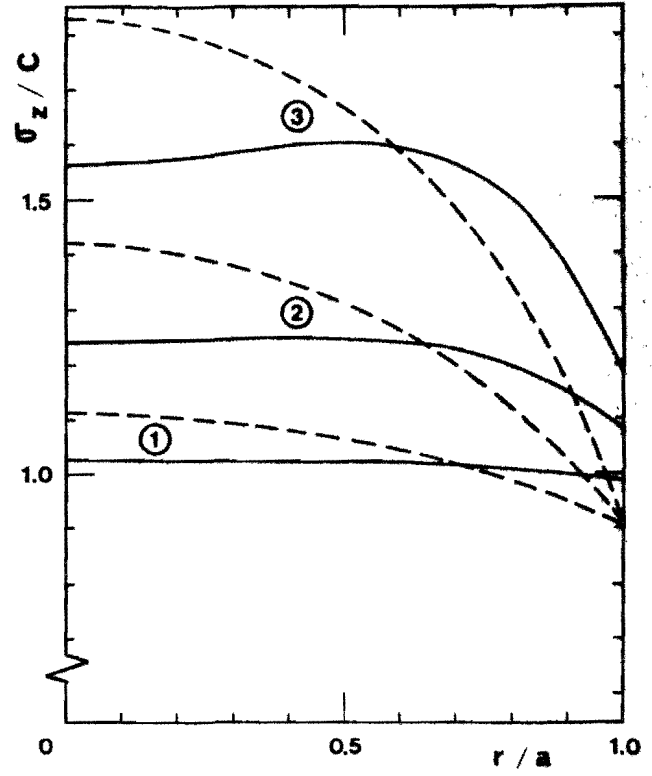


fig. 6

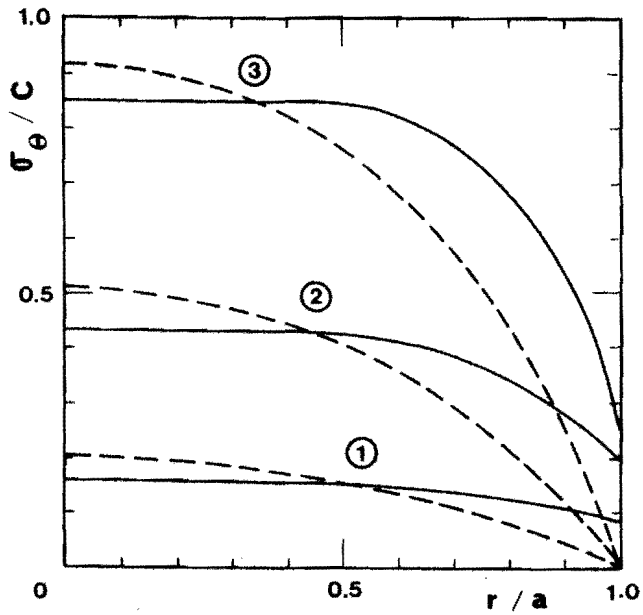


fig. 7

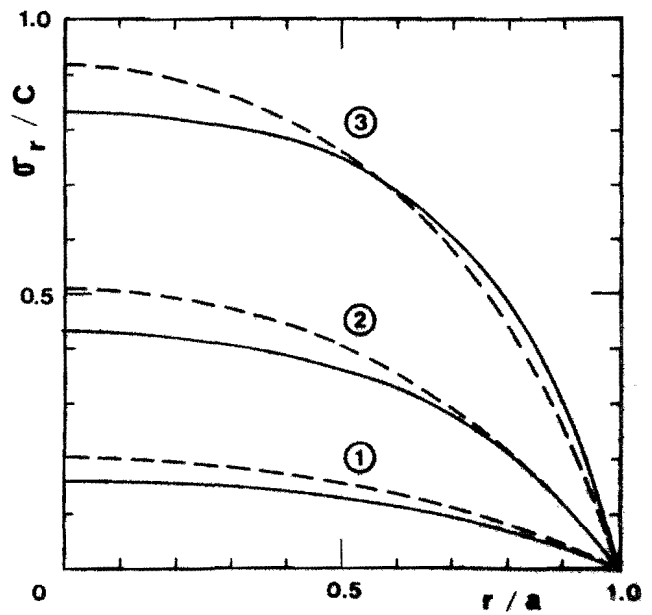


fig. 8

Experimentele resultaten van het breukonderzoek

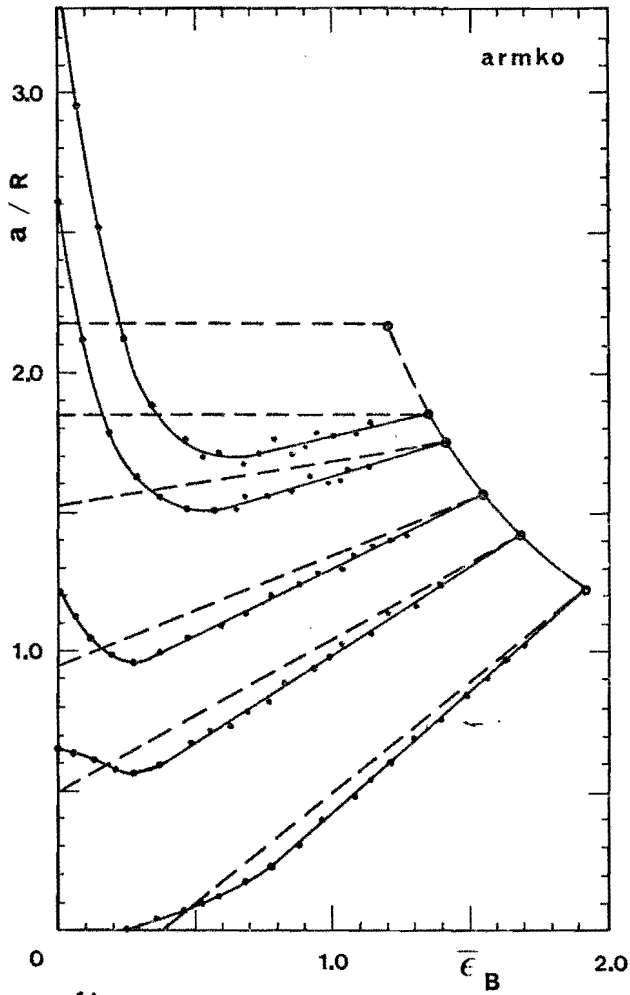


fig. 1

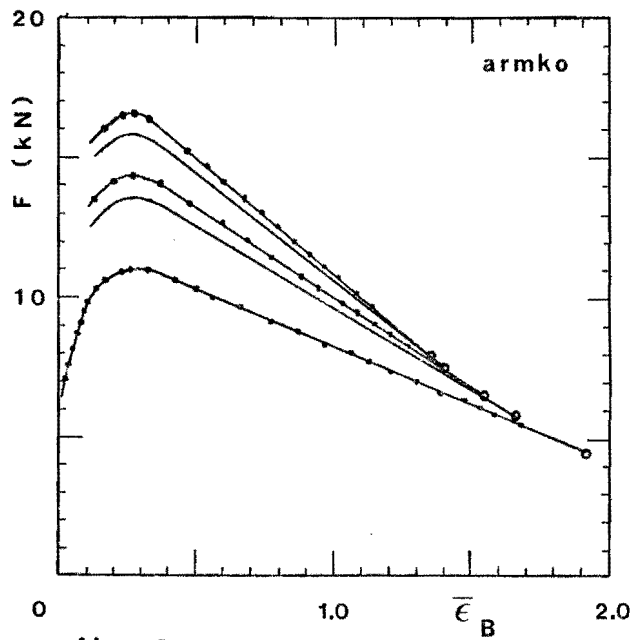


fig. 2

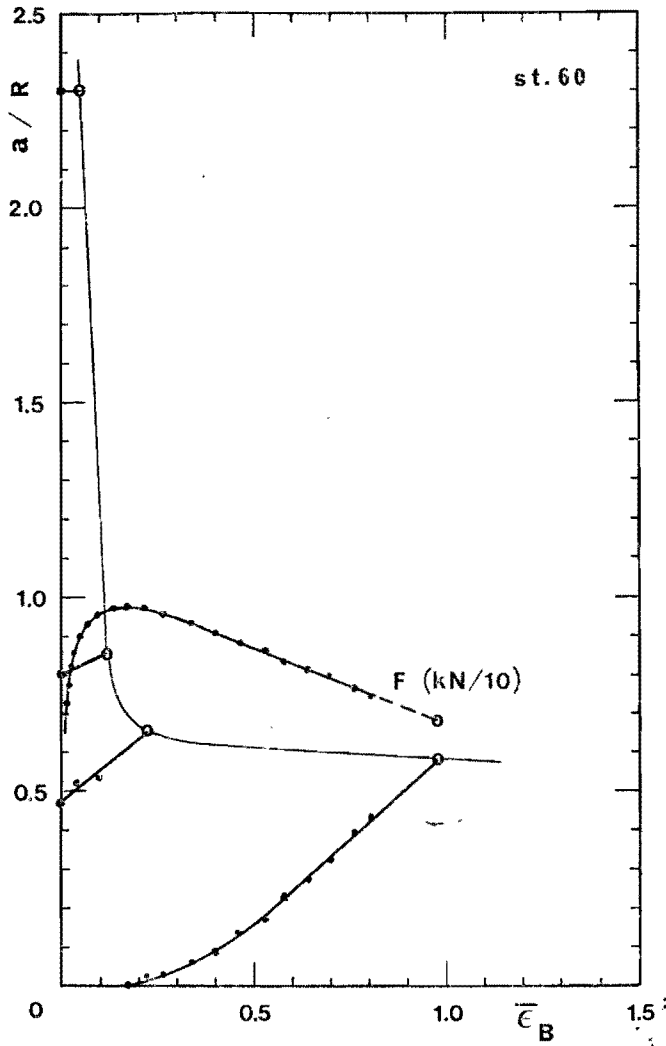


fig. 3

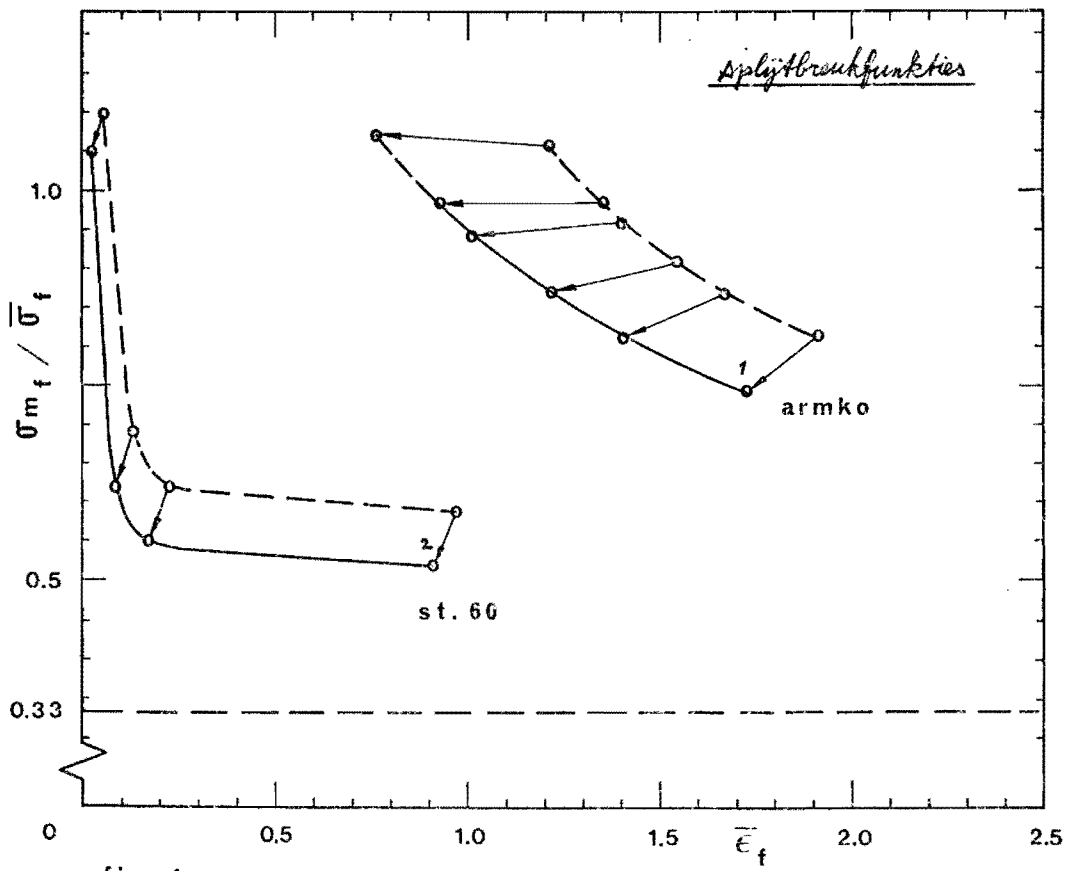


fig. 4

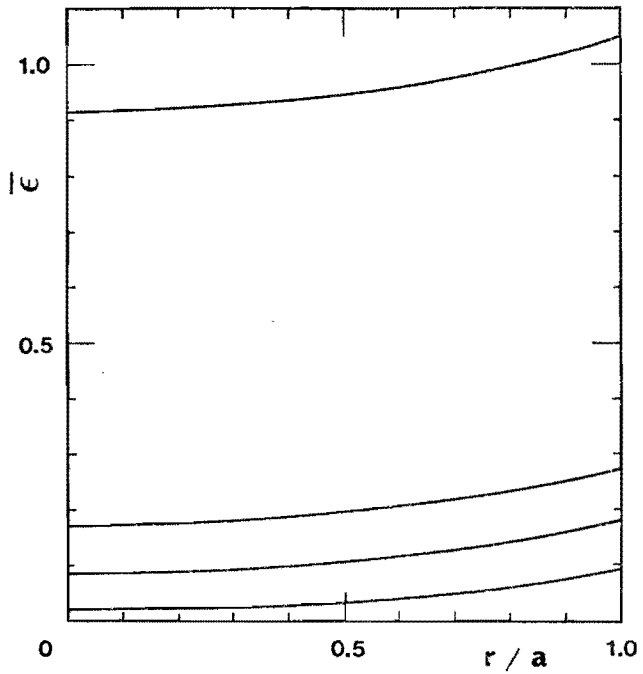


fig. 5

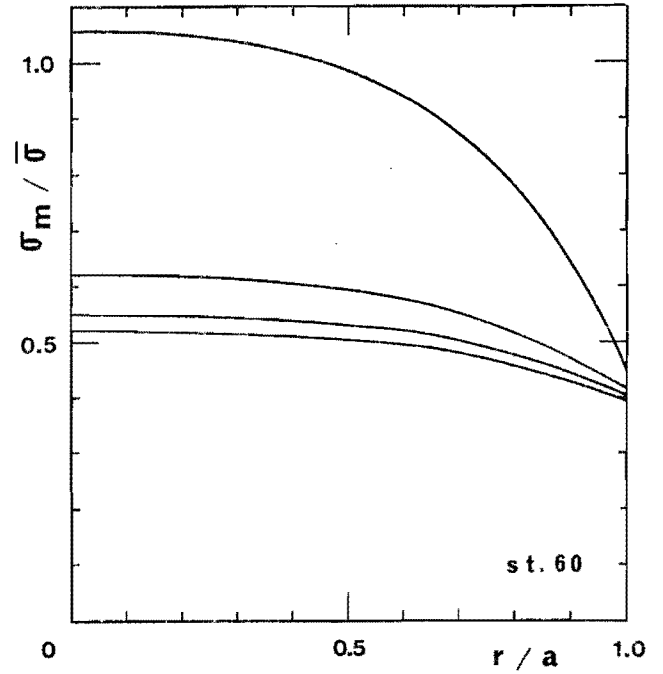


fig. 6

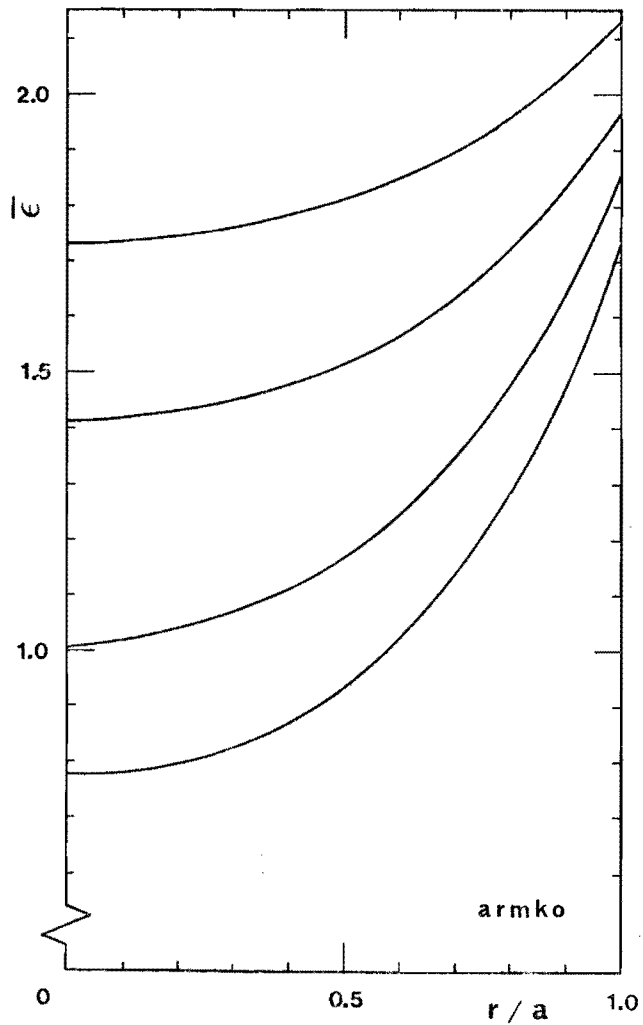


fig. 7

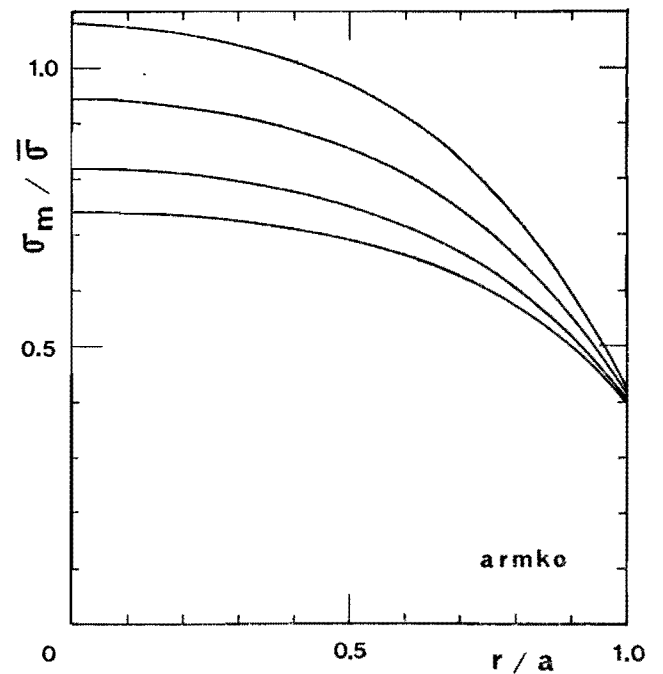


fig. 8

Uitvoeren van een breukproef onder hoge uitwendige druk

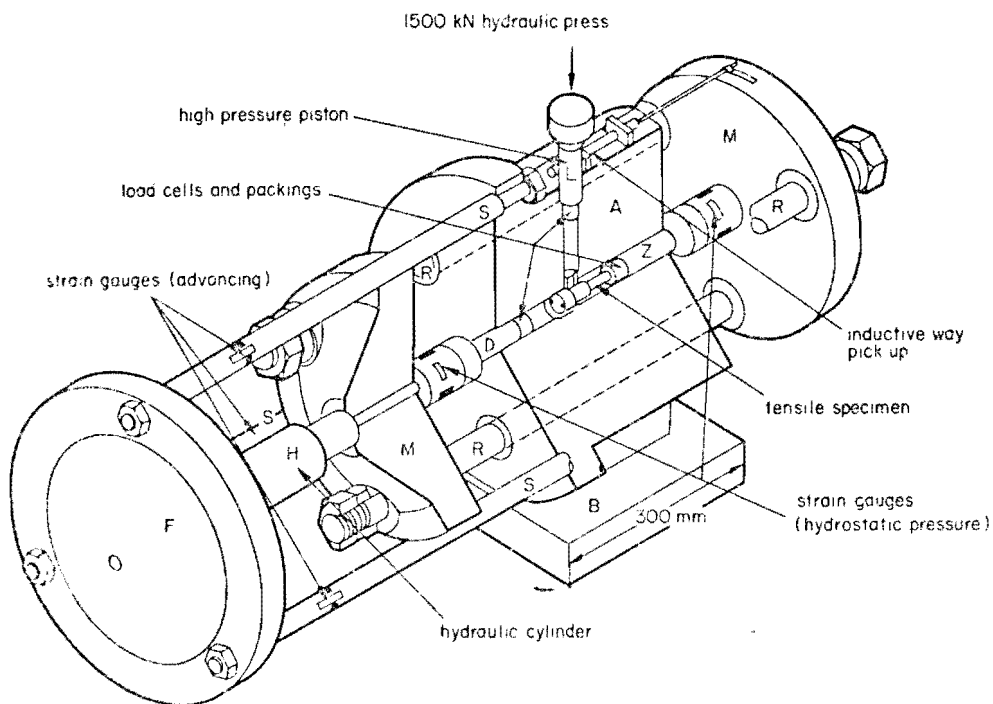


Figure 1. General arrangement of hydrostatic pressure apparatus up to 15 kbars.

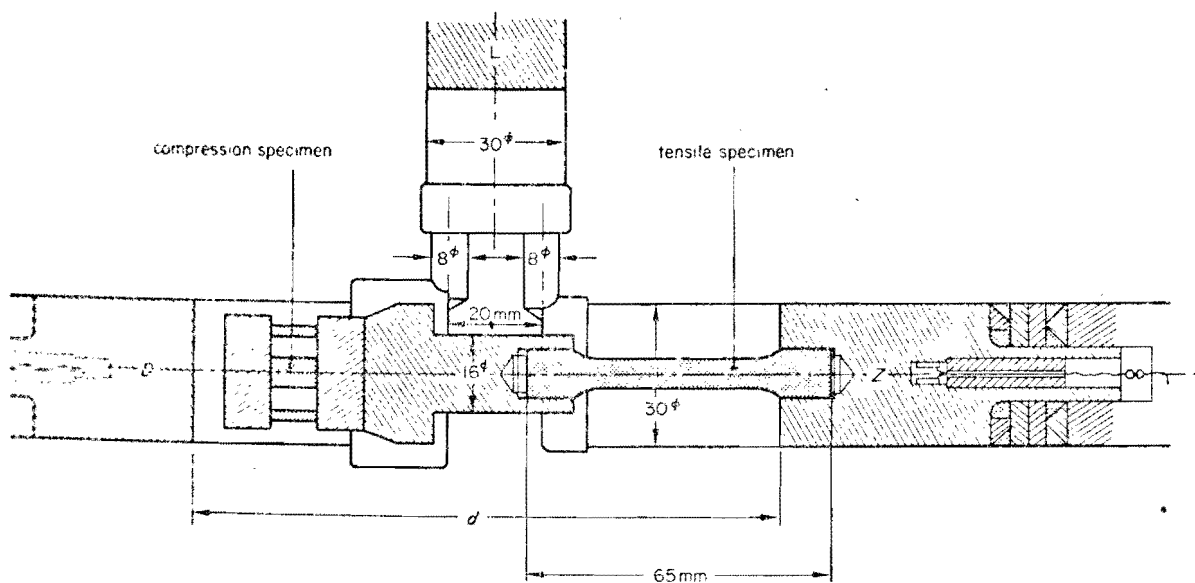


Figure 2. Internal arrangement of pressure chamber.