

MASTER

Adiabatische expansie van ^3He in superfluïde ^4He

Luijten, R.J.M.

Award date:
1992

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit Technische Natuurkunde
Vakgroep Vaste Stoffysica
Groep Lage Temperaturen

Adiabatische expansie van
 ^3He in superfluïde ^4He

R.J.M. Luijten Juli 1992

Verslag van een afstudeeronderzoek in de groep Lage Temperaturen
September 1991 - juli 1992

Begeleiding: Ir. A.P.J. Voncken en dr. A.T.A.M. de Waele

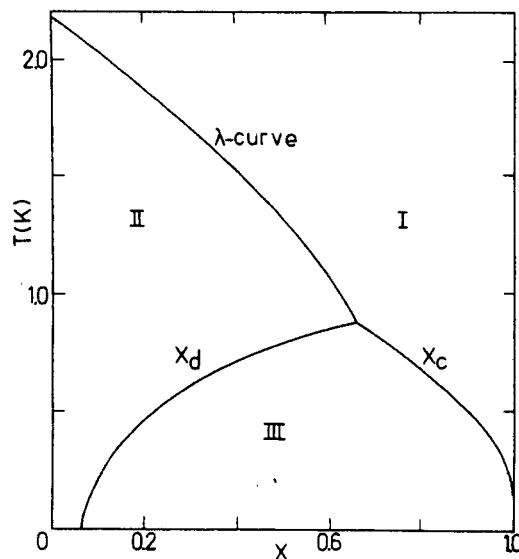
Inhoud

1	Inleiding	3
2	Theorie adiabatische expansie	5
2.1	De mengkoeler	5
2.2	Theorie adiabatische expansie	6
3	Meten	11
3.1	Weerstandsthermometers	11
3.2	Hoogtemeters	13
3.3	De trildraadviscositeitsmeter	17
3.3.1	Beschrijving trildraad	17
3.3.2	Theorie trildraad	18
3.3.3	Fitten van TDV-scans	21
3.4	Metten per computer	22
4	De opstelling in de praktijk	24
4.1	De opstelling als geheel	24
4.2	Warmtelekken	26
4.2.1	Straling en trilling	26
4.2.2	Bedrading en toevoerleidingen	26
4.2.3	Het superlek	27
4.2.4	Theorie heatswitch	28
4.2.5	Metten aan de heatswitch	29
4.3	Veranderingen	34
4.3.1	Een nieuwe heatswitch	34
4.3.2	Contactgas	37
4.3.3	Bedrading en toevoerleidingen	37
5	Resultaten adiabatische expansie	40
5.1	Ontmengen	40
5.2	Expansie	46
5.3	Expansiesnelheid	51
6	Conclusies en aanbevelingen	56
6.1	Conclusies	56
6.2	Aanbevelingen	57

Hoofdstuk 1

Inleiding

Helium heeft vele unieke eigenschappen, waar men in experimenten gebruik van kan maken. Eén van die eigenschappen is het feit, dat ^4He pas bij 4.2 K vloeibaar wordt en dat blijft tot het absolute nulpunt, tenzij men een druk van meer dan 20 bar oplegt. Verder wordt zuiver ^4He beneden 2.17 K superfluide, wat onder andere inhoudt dat de vloeistof zonder wrijving door uiterst nauwe openingen kan stromen, zolang de snelheid onder een bepaalde kritische waarde blijft. Helium in superfluide toestand kan men beschrijven met het twee fluïda model: De vloeistof is opgebouwd uit een normale component, die entropie bezit en een superfluide component, die entropieloos is en wrijvingsloos kan stromen. Het aandeel van de normale component wordt kleiner als de temperatuur daalt en is beneden 1 K erg klein. De zeldzamere isotoop ^3He wordt bij 3.2 K vloeibaar en pas bij 0.97 mK superfluide.



Figuur 1.1: Fasediagram van ^3He - ^4He mengsel bij verzadigde dampdruk

Mengsels van ^3He en ^4He hebben ook zeer bijzondere kenmerken. In figuur 1.1 is het fasediagram bij verzadigde dampdruk afgebeeld. Op de horizontale as staat de concentratie ^3He in het mengsel. Het gebied dat met I is aangeduid is het gebied waarin de vloeistof normaal is, in gebied II is het ^4He superfluide. Beneden 0.87 K bevindt zich gebied III, dat eigenlijk een 'verboden zone' is. Het mengsel zal namelijk ontmengen in twee fasen: De vooral uit ^3He bestaande geconcentreerde fase

met concentratie x_c en de verdunde fase met een lagere concentratie x_d . Voor temperaturen beneden 100 mK wordt de ^4He -concentratie in de geconcentreerde fase verwaarloosbaar, terwijl het aandeel ^3He in de verdunde fase zelfs tot het absolute nulpunt 6.6% kan bedragen.

De verschillen tussen de twee isotopen hebben nog meer gevolgen. De dampdruk van ^3He is veel hoger dan die van ^4He , zodat bijna zuiver ^3He aan het mengsel wordt onttrokken wanneer men de damp boven de vloeistof afpompt. Het ^3He gedraagt zich in het mengsel bij lage temperaturen als een Fermi-gas. Dit betekent onder andere dat de soortelijke warmte hoog is ten opzichte van de zuivere componenten. De osmotische druk is relatief hoog en de enthalpie van het mengsel per mol ^3He is hoger dan van zuiver ^3He . Als dus zuiver ^3He de fasegrens oversteekt naar de verdunde fase moet warmte onttrokken worden aan de omgeving of aan de vloeistof, die daardoor afkoelt. Dit koelproces wordt in continue vorm gebruikt in de mengkoeler. Als éénstaps-proces wordt het 'adiabatische expansie' genoemd. Die adiabatische expansie is het onderwerp van dit afstudeerwerk.

Hoofdstuk 2 van dit verslag gaat kort in op het continue proces in de mengkoeler en gaat verder over de theorie van de adiabatische expansie. In het volgende hoofdstuk wordt besproken hoe enkele belangrijke grootheden, zoals temperatuur en vloeistofniveaus gemeten worden en hoofdstuk 4 beschrijft de opstelling en de veranderingen die de afgelopen 10 maanden aangebracht zijn. Het hoofdstuk daarna bevat resultaten van de experimenten die gedaan zijn en tenslotte worden de conclusies gepresenteerd en zijn enkele gedachten over de voortzetting van het onderzoek op papier gezet.

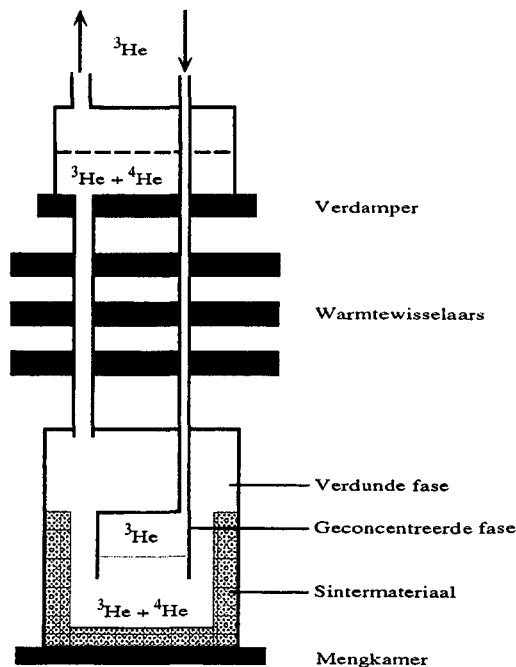
Hoofdstuk 2

Theorie adiabatiscche expansie

De werking van zowel de mengkoeler als de adiabatiscche expansie berust op het oplossen van zuiver ^3He in superfluide ^4He . Bij dit oplossen wordt warmte onttrokken aan de vloeistof, zodat die afkoelt. Het grote verschil is dat de mengkoeler gebaseerd is op het continu circuleren van ^3He , terwijl het proces van adiabatiscche expansie een eenmalige injectie van ^4He in een vaatje met ^3He is. In dit hoofdstuk worden beide processen behandeld.

2.1 De mengkoeler

Figuur 2.1 is een schematische weergave van de mengkoeler zoals die in de groep Lage Temperaturen gebruikt wordt. De belangrijkste onderdelen zijn de verdamper, de warmtewisselaars en de mengkamer. Wanneer de temperatuur lager is dan 0.87 K, treedt fasescheiding op en ontstaan in de



Figuur 2.1: Vereenvoudigde voorstelling van de mengkoeler

mengkamer twee fasen. De verdunde fase is het zwaarst zodat de geconcentreerde fase op de verdunde zal gaan drijven. Voor temperaturen beneden 100 mK bestaat de verdunde fase uit 6.6% ^3He in ^4He en is de geconcentreerde fase een laagje zuiver ^3He . Het mengsel is via een aantal warmtewisselaars verbonden met de verdamper, waar aan het mengsel gepompt wordt. Omdat de dampdruk van ^3He veel hoger is dan van ^4He bestaat de afgepompte damp bijna helemaal uit ^3He . Dit wordt weer teruggeleid naar de mengkamer via de verdamper en de warmtewisselaars, zodat het voorgekoeld de mengkamer bereikt. Om de ^3He -circulatie in stand te houden zal ^3He de fasegrens in de mengkamer oversteken door van de geconcentreerde naar de verdunde fase te gaan. Daarbij wordt warmte aan de omgeving onttrokken. Als de ^3He -stroom \dot{n}_3 mol per seconde is, is de koudestroom

$$\dot{Q} = \dot{n}_3[H_d(T) - H_c(T)] = \dot{n}_3[96T^2 - 12T^2] = 84\dot{n}_3T^2 \quad (2.1)$$

De kou die geproduceerd wordt, wordt gebruikt voor het compenseren van warmtelekken en voor het afkoelen van het binnenkomende ^3He van temperatuur T_{in} tot mengkamertemperatuur T :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{lek} + \dot{n}_3[H_c(T_{in}) - H_c(T)] = \dot{Q}_{lek} + \dot{n}_3[12T_{in}^2 - 12T^2] \quad (2.2)$$

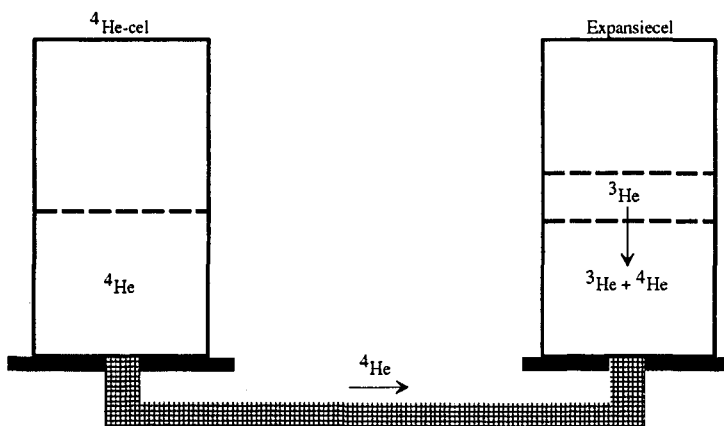
Als we even afzien van warmtelekken ($\dot{Q}_{lek} = 0$) is

$$T = T_{in}/\sqrt{8} \quad (2.3)$$

wat inhoudt dat de temperatuur van het inkomende ^3He bepalend is voor de laagste temperatuur die de mengkamer kan bereiken. De aanwezigheid van warmtelekken zorgt ervoor dat de laagst haalbare temperatuur hoger komt te liggen, omdat het koelvermogen van de mengkamer afneemt met dalende temperatuur volgens vergelijking (2.1).

2.2 Theorie adiabatiscie expansie

Om de adiabatiscie expansie te kunnen verwezenlijken werken we met twee vaatjes, die verbonden zijn door een superlek, zoals afgebeeld in figuur 2.2. In het temperatuurgebied waar gewerkt wordt



Figuur 2.2: Vaatjes voor adiabatiscie expansie

is alleen het ^4He superfluïde zodat het ^3He niet weg kan uit het vaatje waarin het zich bevindt. Dit vaatje wordt de expansiecel genoemd. Het andere vaatje dient als (tijdelijke) opslag van ^4He en wordt

daarom de ^4He -cel genoemd. De expansie bestaat uit het via het superlek injecteren van ^4He in de expansiecel, waar als gevolg van de ^4He -flow de eerder beschreven twee fasen ontstaan. Als meer ^4He wordt toegevoerd zal ^3He oplossen door de fasegrens over te steken. Net als in de mengkamer leidt dit tot productie van kou. Het verschil is echter dat de fasegrens weer verdwijnt als al het ^3He is opgelost, waarmee ook het koelproces stopt. De naam expansie komt van de beschrijving van superfluide ^4He als een mechanisch vacuüm. Volgens deze beschrijving verdampt het oplossende ^3He als het ware en komt zo in een groter volume te zitten. Met adiatisch bedoelt men dat er geen warmte-uitwisseling met de omgeving plaatsvindt.

Het blijkt mogelijk te zijn om uit te rekenen wat de maximale temperatuurredukatie is door aan te nemen dat reversibel (dus isentroop) geïnjecteerd wordt. De entropie voor en na de expansie is dan gelijk. De entropie S is gerelateerd aan de soortelijke warmte C volgens

$$S(T) = \int_0^T \frac{C(T')}{T'} dT' \tag{2.4}$$

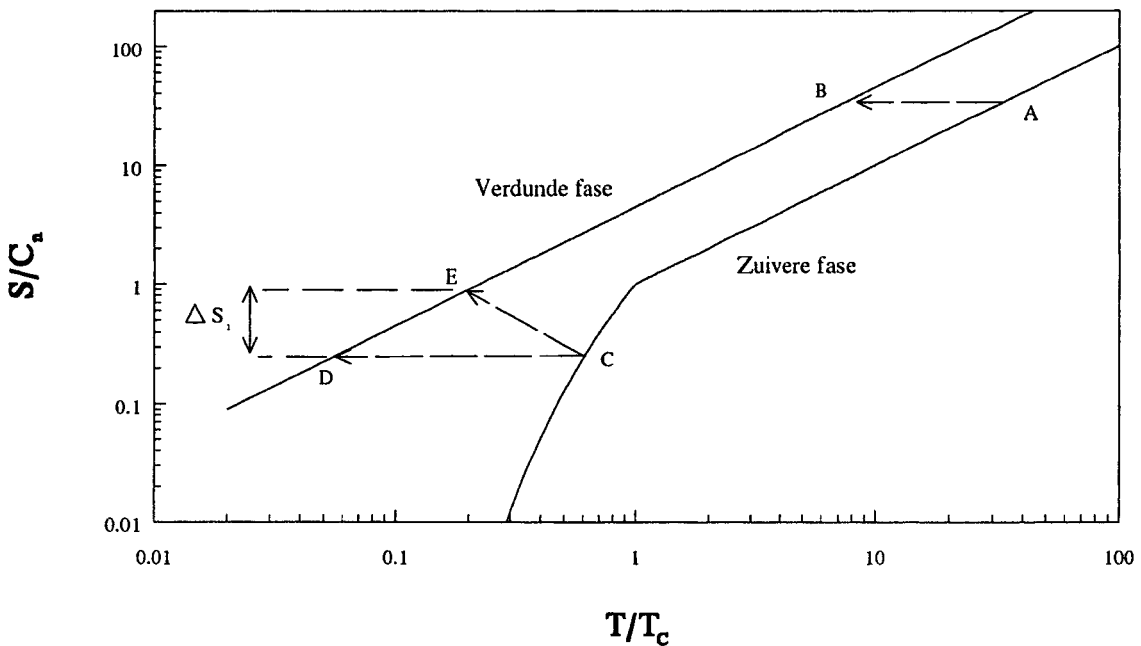
Voor de soortelijke warmte per mol ^3He geldt in de verdunde fase

$$C_d(T) = C_{d,0}T = 104.3T \tag{2.5}$$

en voor zuiver ^3He in normale toestand

$$C_c(T) = C_{c,0}T = 22.8T \tag{2.6}$$

zodat de entropie van ^3He in de twee verschillende fasen te berekenen is. Het resultaat is figuur 2.3.



Figuur 2.3: Entropie van ^3He als functie van de temperatuur, $T_c = 0.97$ mK

Als we isentroop expanderen, zoals in figuur 2.3 aangegeven met overgang $A \rightarrow B$, vinden we uit het gelijkstellen van de entropie

$$T_{eind} = T_{begin}/4.57 \tag{2.7}$$

Wanneer zuiver ^3He beneden de kritische temperatuur $T_c = 0.97$ mK komt en superfluide wordt, geldt niet langer dat de soortelijke warmte evenredig is met T . Tussen 0.5 en 0.97 mK is

$$C_c = 3C_{c,0}T(T/T_c)^2 \quad (2.8)$$

Het koelproces is aangegeven met overgang $C \rightarrow D$ en het verband tussen begin- en eindtemperatuur wordt gegeven door

$$T_{\text{eind}} = T_{\text{begin}}^3 / 4.57 T_c^2 = (T_{\text{begin}}/T_c)^2 (T_{\text{begin}}/4.57) \quad (2.9)$$

De temperatuur daalt in dit gebied met een extra factor $(T_{\text{begin}}/T_c)^2$ en de expansie is dus extra effectief.

Het rendement van de expansie kan gedefinieerd worden als de verhouding van begin- en eindtemperatuur. Dit rendement wordt lager wanneer er entropie ΔS_i geproduceerd wordt. De entropie na de expansie is dan hoger dan vooraf en de eindtemperatuur is daardoor ook hoger. In de figuur eindigt men, uitgaande van punt C , dan niet in punt D maar komt men in E terecht. Er zijn twee oorzaken van irreversibele entropieproductie. De eerste is het feit, dat de kou alleen aan de fasegrens geproduceerd wordt en daarna de rest van de vloeistof moet afkoelen. Dit brengt temperatuurgradiënten met zich mee en dat betekent irreversibele productie van entropie. Langzamer injecteren zorgt voor kleinere temperatuurverschillen en minder entropieproductie, waardoor het rendement beter is. In een perfect adiabatische expansie moet men daarom oneindig langzaam injecteren. In de praktijk echter zijn er warmtelekken, die entropie ΔS_Q produceren:

$$\Delta S_Q = \int_0^t \frac{\dot{Q}_{\text{tek}}}{T(t')} dt' \quad (2.10)$$

Langzamer injecteren geeft warmtelekken meer tijd en doet het rendement dalen. Om een zo hoog mogelijk rendement te bereiken moet men met beide invloeden rekening houden. De optimale injectiesnelheid is dan niet oneindig lang maar wordt bepaald door het warmtelek [Jen] [Kru].

In het nu volgende gedeelte van deze paragraaf zal worden nagegaan welke drijfveren er voor superfluide ^4He zijn om door het superlek te gaan stromen en hoe daarmee een expansie of een ontmenging tot stand kan worden gebracht.

Een thermodynamische basisregel voor mengsels van twee componenten is de vergelijking van Gibbs-Duhem. Voor ^3He - ^4He -mengsels geldt [Kue]

$$x d\mu_3 + (1-x) d\mu_4 = -S dT + V_m dp \quad (2.11)$$

Hierin is x de ^3He -concentratie, V_m het molair volume en μ_3 en μ_4 de chemische potentialen van de ^3He en ^4He componenten. In evenwicht geldt dat de chemische potentiaal μ_4 overal in het ^4He gelijk is. Een verschil in μ_4 zal leiden tot een versnelling van ^4He om het verschil te vereffenen. De chemische potentiaal is een functie van temperatuur, druk p en x . Een verandering in die grootheden veroorzaakt een verandering in μ_4 [Lou]:

$$d\mu_4 = \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial p} \right|_{T,x} dp + \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial T} \right|_{p,x} dT + \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial x} \right|_{p,T} dx \quad (2.12)$$

We beschouwen twee vaatjes met superfluide ^4He , verbonden door een superlek. In het ene vaatje heerst een druk p , een temperatuur T en is de ^3He -concentratie x . Voor het andere vaatje geldt $p = 0$,

$T = 0$ en $x = 0$. Integratie van vergelijking (2.12) en gebruik maken van (2.11) geeft

$$\begin{aligned} \mu_4(p, T, x) - \mu_4(0, 0, 0) &= \int_0^p \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial p'} \right|_{T=0, x=0} dp' + \int_0^T \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial T'} \right|_{p, x=0} dT' + \int_0^x \left. \frac{\partial \mu_4}{\partial x'} \right|_{p, T} dx' \\ &= \int_0^p V_4 dp' - \int_0^T S_4 dT' - \int_0^x \frac{x'}{1-x'} \left. \frac{\partial \mu_3}{\partial x'} \right|_{p, T} dx' \\ &= V_4 p - V_4 p_f - V_4 \Pi = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

ofwel

$$p - p_f - \Pi = 0 \quad (2.14)$$

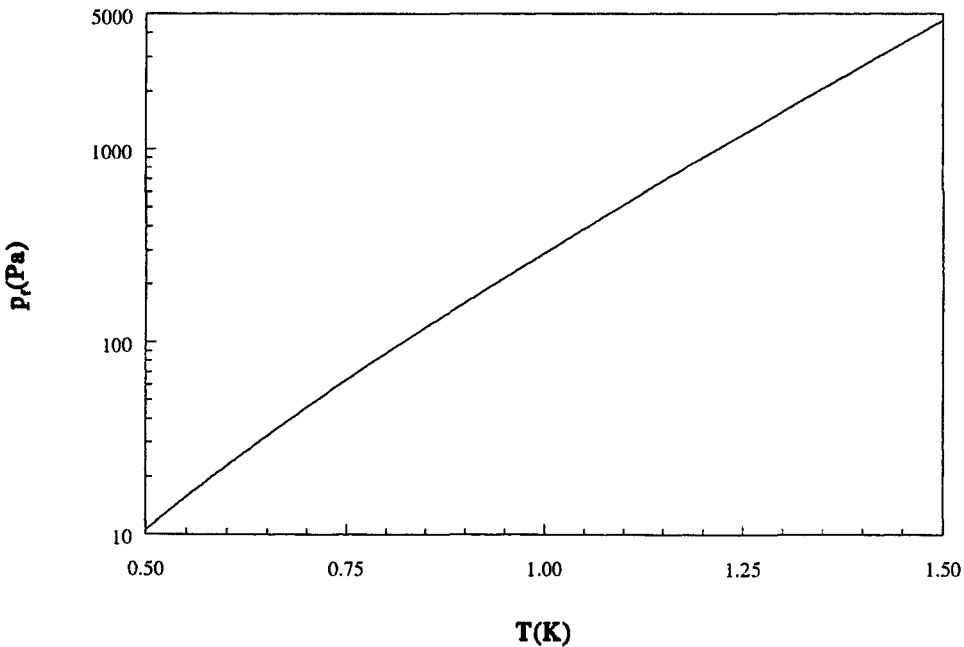
De eerste term is de druk die in ons geval bestaat uit een dampdruk p_{damp} en een hydrostatische druk

$$p_{hydr} = \rho gh = Mgh/V_m \quad (2.15)$$

waarin ρ de dichtheid, h de hoogte van de vloeistofkolom en M de molaire massa is. De tweede term heet de fonteindruk en wordt gegeven door

$$p_f = \frac{1}{V_4} \int_0^T S(T') dT' \quad (2.16)$$

De entropie vindt men uit de soortelijke warmte met vergelijking (2.4) en uit de entropie kan men vervolgens de fonteindruk afleiden. Figuur 2.4 toont de fonteindruk als functie van de temperatuur.

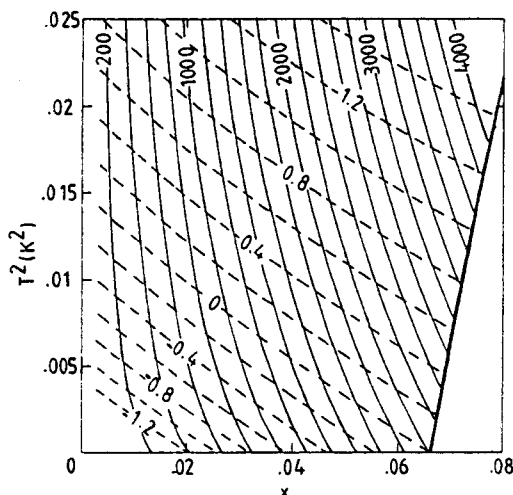


Figuur 2.4: Fonteindruk als functie van temperatuur

De laatste term in vergelijking (2.14) is de osmotische druk Π .

$$\Pi = \int_0^x \frac{x'}{1-x'} \left. \frac{\partial \mu_3}{\partial x'} \right|_{p, T} dx' \quad (2.17)$$

Voor ideale klassieke mengsels is de osmotische druk evenredig met de temperatuur, maar omdat het ^3He in het ^3He - ^4He -mengsel bij lage temperaturen beschreven moet worden met de Fermi-Dirac statistiek is de osmotische druk beneden de 50 mK bij een gegeven concentratie x nagenoeg constant. Het verloop van de osmotische druk kan weergegeven worden als in figuur 2.5, waarbij op doorgetrokken lijnen een constante osmotische druk heerst.



Figuur 2.5: Osmotische druk (doorgetrokken lijnen) als functie van temperatuur en concentratie

Vergelijking (2.14) maakt duidelijk dat zowel de fonteindruk als de osmotische druk een 'zuigende werking' op ^4He hebben. Als één van beide toeneemt, moet de druk p ook toenemen om aan de evenwichtsvoorwaarde te blijven voldoen. Om p te doen toenemen zal dan ^4He worden aangezogen zodat het vloeistofniveau en de hydrostatische druk stijgen totdat weer evenwicht is bereikt.

In het specifieke geval van de adiabatische expansie hebben we ook te maken met twee vaatjes, zij het dat nu beide vaatjes een van nul verschillende druk en temperatuur hebben. Alle ^3He bevindt zich in de expansiecel zodat

$$p_{^4\text{He}} - p_{f,^4\text{He}} = p_{exp} - p_{f,exp} - \Pi_{exp} \quad (2.18)$$

Wanneer de temperatuur van de expansiecel bij het experiment lager dan 50 mK is, kunnen we de osmotische druk constant veronderstellen en beide andere termen verwaarlozen. Voor een 6.6%-mengsel is $\Pi = 2.2$ kPa. Als de temperatuur van de ^4He -cel ongeveer 1.4 K is, wordt voldaan aan evenwichtsvoorwaarde (2.18) en is er voor het ^4He geen reden om het vaatje waar het zich bevindt te verlaten. De dampdruk in de ^4He -cel is dan ongeveer 300 Pa, de hydrostatische druk 100 Pa en de fonteindruk $p_{f,^4\text{He}} = 2.6$ kPa. Als de temperatuur van de ^4He -cel door middel van een heater boven 1.4 K gebracht wordt zal ^4He aangezogen worden vanuit de expansiecel en treedt ontmenging op. Afkoelen van de ^4He -cel tot beneden de evenwichtstemperatuur door de cel te verbinden met een kouder punt in het systeem betekent dat ^4He naar de expansiecel toe stroomt en dat de expansie plaatsvindt.

Hoe ^4He -cel, expansiecel en de mengkoeler samengevoegd zijn tot één opstelling waarin de expansie wordt uitgevoerd, wordt samen met enkele praktische details beschreven in hoofdstuk 4. In het nu volgende hoofdstuk zal eerst worden ingegaan op het meten van een aantal voor het experiment belangrijke grootheden.

Hoofdstuk 3

Metten

In dit hoofdstuk wordt beschreven, hoe de verschillende grootheden die voor het experiment van belang zijn, gemeten worden. Het gaat hierbij om het meten van de temperatuur op een aantal plaatsen in het systeem en om het vloeistofniveau in de beide vaatjes, waaruit ook de flow door het superlek kan worden bepaald. Paragraaf 3.1 bespreekt de meest eenvoudige manier om de temperatuur te meten, namelijk met temperatuurafhankelijke weerstanden. In paragraaf 3.2 komt aan bod hoe met een condensator het niveau van de vloeistof in een vaatje kan worden gevolgd. De derde paragraaf gaat in op de werking van de trildraad, die gebruikt kan worden om temperaturen te meten die zo laag zijn, dat weerstandsthermometers onbetrouwbaar worden vanwege lange relaxatietijden. De laatste paragraaf is een korte beschrijving van de software die geschreven is om de experimenten per computer te volgen.

3.1 Weerstandsthermometers

Om in de opstelling temperaturen te bepalen, maken we vooral gebruik van Speerweerstandjes. Dit zijn weerstandjes van koolstof, waarvan de weerstand toeneemt als de temperatuur daalt. Ze worden geijkt door ze samen met een ijkweerstand (een Lakeshore Germaniumweerstand) op een flens te bevestigen of in de heliumvloeistof te zetten. Wanneer men $[T(\text{mK})]^{-1/2}$ uitzet tegen $\ln[R(k\Omega)]$, zoals in figuur 3.1 ontstaat een vrijwel rechte lijn. Deze wordt gefit met een Chebychev-polynoomfit die in het algemeen de volgende gedaante heeft:

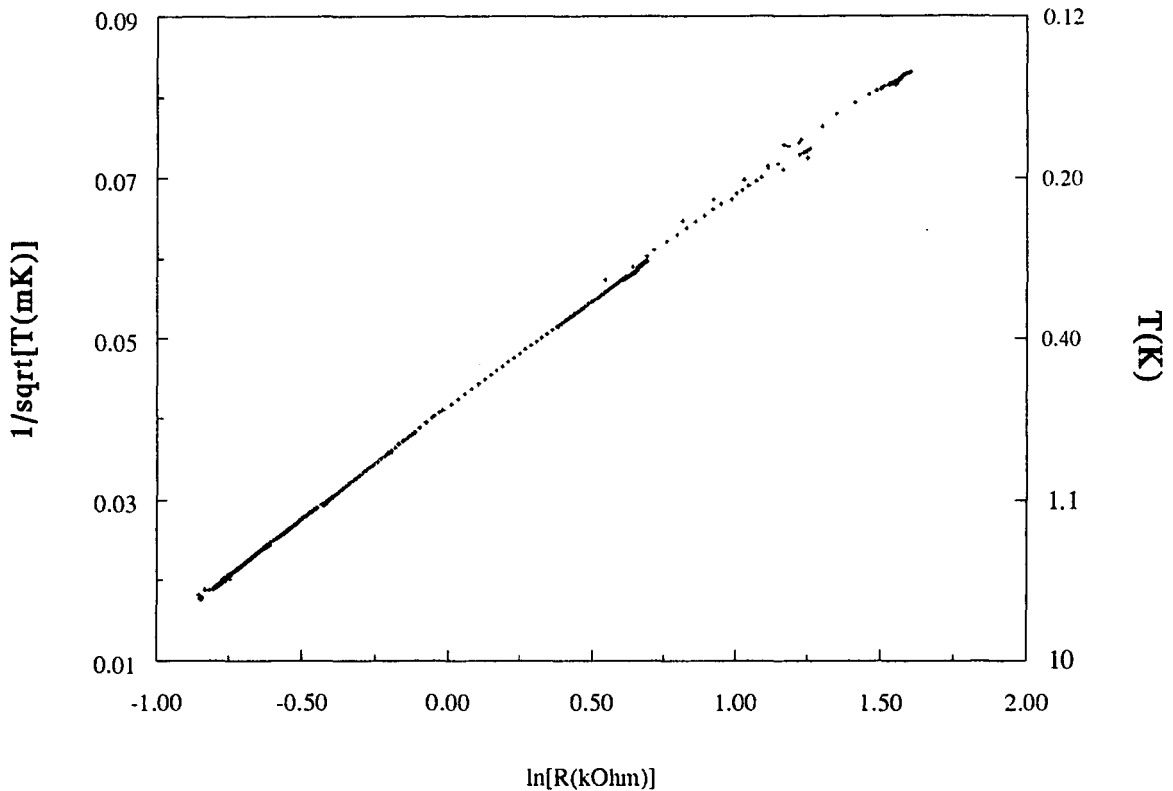
$$f(x) = \sum_{n=0}^{20} a_n \cos[n \arccos(x)] \quad (3.1)$$

In ons geval is $f(x) = [T(\text{mK})]^{-1/2}$ en is x een geschaalde, dimensieloze parameter, die gekoppeld is aan de weerstand. Als we $Z = \ln[R(k\Omega)]$ noemen en ZU en ZL maximum en minimum waarde van Z aanduiden, is

$$x = \frac{(Z - ZU) - (ZL - Z)}{ZU - ZL} \quad (3.2)$$

zodat $-1 \leq x \leq 1$. Nadeel van deze ijking is, dat weerstanden die net buiten het ijkgebied vallen niet omgerekend kunnen worden naar temperatuur, terwijl het bijvoorbeeld bij afkoelen toch interessant is te weten of het 4.3 dan wel 10 K is. Daarom wordt aan de randen van het ijkgebied de fit voortgezet met

$$f(1 + \delta) = f(1) + \delta f'(1) \quad (3.3)$$



Figuur 3.1: IJkgrafiek van een Speerweerstand

$$f(-1 - \delta) = f(-1) - \delta f'(-1) \quad (3.4)$$

We hebben dus de functiewaarden en de afgeleiden in de randpunten nodig om zo een schatting te maken voor de functiewaarden net buiten het ijkgebied. De functiewaarden zelf volgen direct uit vergelijking (3.1) en zijn gelijk aan

$$f(1) = \sum_{n=0}^{20} a_n \quad \text{en} \quad f(-1) = \sum_{n=0}^{20} (-1)^n a_n$$

De hellingen in beide punten worden bepaald door $f'(x)$ te bepalen en vervolgens $f'(1 - \delta)$ en $f'(-1 + \delta)$ met $\delta \downarrow 0$ uit te rekenen. Termsgewijze differentiatie geeft

$$f'(x) = \sum_{n=0}^{20} n a_n \frac{\sin[n \arccos(x)]}{\sqrt{1-x^2}} \quad (3.5)$$

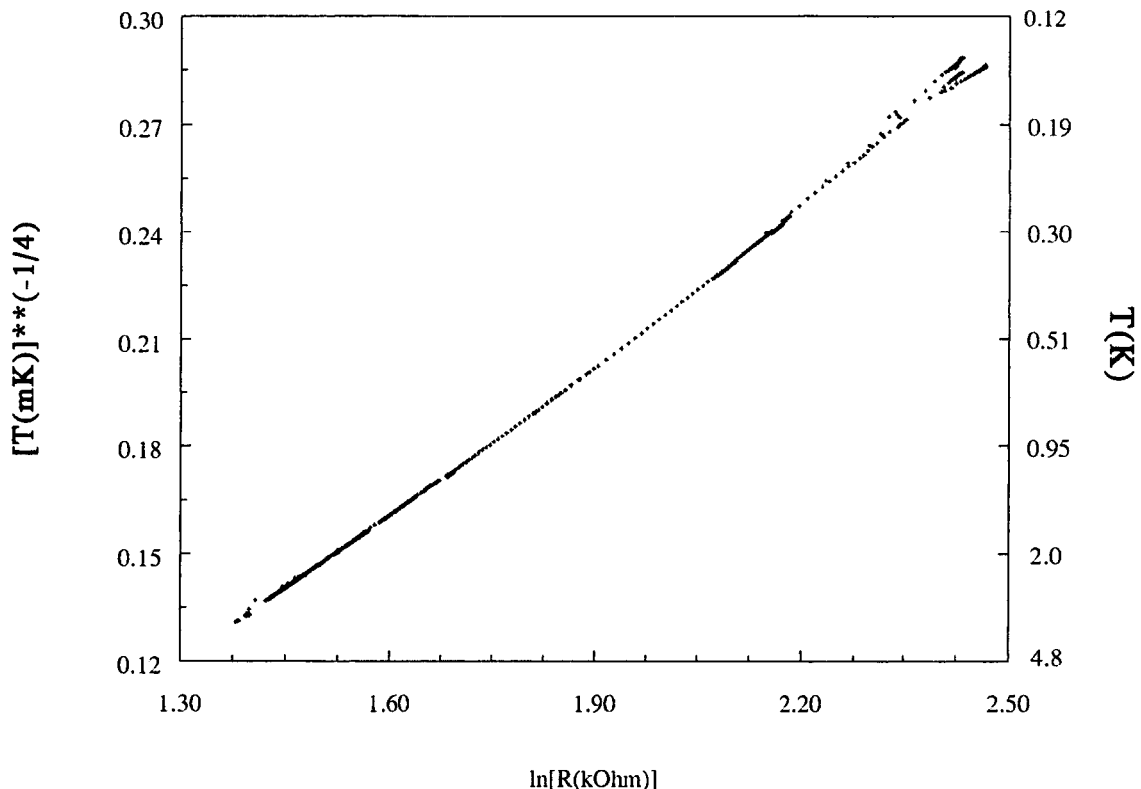
Men vindt dan

$$f'(1) = \sum_{n=0}^{20} n^2 a_n \quad \text{en} \quad f'(-1) = \sum_{n=0}^{20} (-1)^{n+1} n^2 a_n$$

Weergave van het verband tussen temperatuur en weerstand over een gebied, groter dan het ijkgebied laat zien dat aan de randen geen sprongen of knikken ontstaan.

Andere weerstanden die geschikt zijn voor temperatuurmetingen zijn de zogenaamde dikke-filmweerstand [Bos]. Deze weerstanden bestaan uit een 15 μm dik RuO_2 -laagje dat op een drager

van Al_2O_3 is aangebracht. Vanwege hun vorm en afmetingen zijn ze gemakkelijk te bevestigen door ze vast te lijmen of door ze op een stripje koper te lijmen en dat vast te klemmen. De kleine warmtecapaciteit betekent dat ze snel de temperatuur aannemen van het omringende medium of het oppervlak waar ze op zitten, maar betekent tevens dat opwarming door de meetdraden of door oppik meer invloed zal hebben. Voor deze weerstanden kan men het beste $[T(\text{mK})]^{-1/4}$ uitzetten tegen $\ln[R(\text{k}\Omega)]$. Het resultaat van een ijking in het gebied $150 \text{ mK} \leq T \leq 4.2 \text{ K}$ is weergegeven in figuur 3.2.



Figuur 3.2: IJkgrafiek van een RuO_2 -weerstand

Wanneer de temperatuur beneden 20 mK zakt, zijn de weerstandsthermometers niet meer zo geschikt. De weerstand wordt erg groot (100 k Ω) en de relaxatietijd lang. Temperatuurmeting op de wand of op flenzen lijkt al bij hogere temperaturen (50 mK) problemen op te leveren. Het warmtecontact met het oppervlak wordt steeds slechter, zodat de temperatuur van de weerstand niet meer noodzakelijk de temperatuur van de wand is, als er een eindig warmtelek door de meetdraden bestaat.

3.2 Hoogtemeters

Om het vloeistofniveau in de beide vaatjes te kunnen volgen, maken we gebruik van condensatoren, die bestaan uit twee concentrisch in elkaar geschoven metalen cilinders. De capaciteit is afhankelijk van de relatieve elektrische permeabiliteit ϵ_r van het medium tussen de twee cilinders en verandert dus als de ruimte tussen de cilinders zich met helium vult. Daarbij zijn we vooral geïnteresseerd in de gevoeligheden dC/dh en dC/dn_4 .

Om te beginnen zullen we illustreren hoe vloeistofniveau en ${}^4\text{He}$ -flow tijdens een ontmenging of expansie kunnen worden bepaald aan de hand van de situatie in de ${}^4\text{He}$ -cel. De capaciteit van de condensator met binnenstraal r_a en buitenstraal r_b is

$$C = C_0 \epsilon_r = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r L}{\ln(r_b/r_a)} \quad (3.6)$$

waarbij C_0 de capaciteit in vacuüm is. Als de condensator tot hoogte h gevuld wordt met ${}^4\text{He}$, wordt de capaciteit

$$C = C_0 \frac{L-h}{L} + C_0 \frac{h}{L} \epsilon_r({}^4\text{He}) = C_0 + \frac{C_0}{L} h [\epsilon_r({}^4\text{He}) - 1] \quad (3.7)$$

en de verandering van de capaciteit als gevolg van een verandering in vloeistofniveau is

$$\frac{dC}{dh} = \frac{C_0}{L} [\epsilon_r({}^4\text{He}) - 1] \quad (3.8)$$

Met $r_a = 2.5$ mm, $r_b = 2.8$ mm en $[\epsilon_r({}^4\text{He}) - 1] = 0.0572$ wordt dC/dh 28.1 fF/mm. Hieruit kan de ${}^4\text{He}$ -flow tijdens een ontmenging of expansie bepaald worden, omdat de hoogte en het aantal mol ${}^4\text{He}$ eenvoudig met elkaar samenhangen via molair volume $V_m({}^4\text{He})$ en het bodemoppervlak A van de cel. Noemen we het aantal mol ${}^4\text{He}$ n_4 en de afstand tussen de bodem van de cel en de onderkant van de condensator h_0 , dan geldt namelijk

$$h = \frac{n_4 V_m({}^4\text{He})}{A} - h_0 \quad (3.9)$$

zodat met $A = 7.07$ cm² en $V_m({}^4\text{He}) = 27.58$ cm³/mol

$$\frac{dC}{dn_4} = \frac{V_m({}^4\text{He})}{A} \frac{dC}{dh} = 1.09 \text{ pF/mol} \quad (3.10)$$

In de expansiecel is de situatie iets ingewikkelder, omdat we hier te maken hebben met een oplossing van ${}^3\text{He}$ in ${}^4\text{He}$. We moeten bovendien twee gevallen onderscheiden. In het eerste geval bevat de cel een doorverdund mengsel waarin de concentratie ${}^3\text{He}$ kleiner is dan 6.6%, in het tweede geval is de cel gevuld met een laagje zuiver ${}^3\text{He}$ dat bovenop het 6.6%-mengsel drijft. Dit laatste geval zal nu als eerste besproken worden.

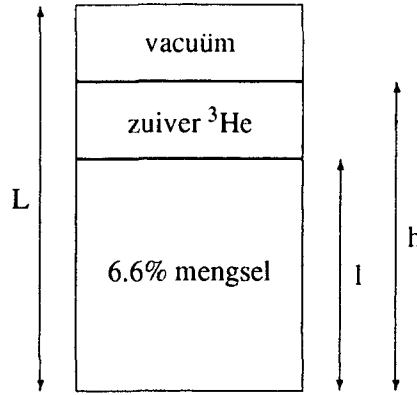
De condensator, die op hoogte h_0 boven de bodem van het vaatje staat, is tot een hoogte h gevuld met vloeistof, waarvan een gedeelte met hoogte l in beslag genomen wordt door de oplossing met ${}^3\text{He}$ -concentratie $x_0 = 6.6\%$, zoals weergegeven in figuur 3.3. Voor de capaciteit geldt dan:

$$\begin{aligned} C &= C_0 \frac{L-h}{L} + C_0 \frac{h-l}{L} \epsilon_r({}^3\text{He}) + C_0 \frac{l}{L} \epsilon_r(x_0) \\ &= C_0 + \frac{C_0}{L} \left\{ l [\epsilon_r(x_0) - 1] + (h-l) [\epsilon_r({}^3\text{He}) - 1] \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Niveau l van het 6.6%-mengsel en dikte $h-l$ van het laagje zuiver ${}^3\text{He}$ worden beschreven door

$$l = \frac{n_4 V_m(x_0)}{(1-x_0)A} - h_0 \quad (3.12)$$

$$h-l = \frac{n_3 V_m({}^3\text{He})}{A} - \frac{x_0 n_4 V_m({}^3\text{He})}{(1-x_0)A} \quad (3.13)$$



Figuur 3.3: Expansievat met zuiver en verdund ^3He

waarin $V_m(^3\text{He})$ het molair volume van het mengsel is. Uit de voorgaande vergelijkingen volgt:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dh} &= \frac{C_0}{L} \left\{ [\epsilon_r(x_0) - \epsilon_r(^3\text{He})] \frac{dl}{dh} + [\epsilon_r(^3\text{He}) - 1] \right\} \\ &= \frac{C_0}{L} \frac{V_m(x_0)[\epsilon_r(x_0) - 1] - x_0 V_m(^3\text{He})[\epsilon_r(^3\text{He}) - 1]}{V_m(x_0) - x_0 V_m(^3\text{He})} \end{aligned}$$

Invullen van $V_m(x_0) = 28.10 \text{ cm}^3/\text{mol}$, $V_m(^3\text{He}) = 36.44 \text{ cm}^3/\text{mol}$, $[\epsilon_r(x_0) - 1] = 0.0561$ en $[\epsilon_r(^3\text{He}) - 1] = 0.0431$ geeft de gevoeligheid: 28.2 fF/mm. Omdat verder

$$\frac{dh}{dn_4} = \frac{V_m(x_0) - x_0 V_m(^3\text{He})}{(1 - x_0)A} \quad (3.14)$$

vinden we dat $dC/dn_4 = 1.09 \text{ pF/mol}$ en kunnen daarmee de flow naar de expansiecel bepalen door de capaciteit te volgen.

Als laatste zal het geval besproken worden, dat er meer ^4He toegevoerd is dan nodig om precies alle ^3He op te lossen, zodat een doorverdund mengsel ontstaat met concentratie $x \leq 6.6\%$. h_0 is weer de afstand tussen de bodem van de cel en de condensator, die tot hoogte h gevuld is met mengsel, zoals in figuur 3.4. Omdat de concentratie ^3He in het mengsel nu niet constant is, moeten we rekening houden met de concentratie-afhankelijkheid van $\epsilon_r(x)$ van het mengsel [Kie]

$$\epsilon_r(x) - 1 = [\epsilon_r(^4\text{He}) - 1] \frac{V_m(^4\text{He})}{V_m(x)} \quad (3.15)$$

met

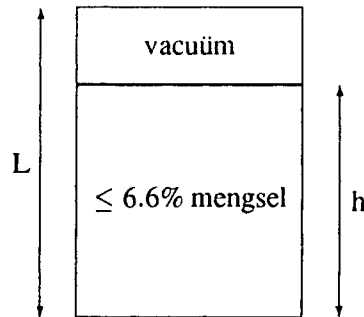
$$V_m(x) = V_m(^4\text{He})(1 + \alpha x) \quad (3.16)$$

waarin $\alpha = 0.286$ [Kue]. De capaciteit van de gedeeltelijk met vloeistof gevulde condensator is

$$C = C_0 \frac{L-h}{L} + C_0 \frac{h}{L} \epsilon_r(x) = C_0 + \frac{C_0}{L} h [\epsilon_r(x) - 1] \quad (3.17)$$

en de gevoeligheid

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dh} &= \frac{C_0}{L} \left\{ [\epsilon_r(x) - 1] + h \frac{d\epsilon_r(x)}{dx} \frac{dx}{dh} \right\} \\ &= \frac{C_0}{L} \left\{ [\epsilon_r(x) - 1] \left[1 - h \frac{\alpha}{1 + \alpha x} \frac{dx}{dh} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$



Figuur 3.4: Expansievat met doorverdund mengsel

Om de gevoeligheid uit te kunnen rekenen moeten we dus een uitdrukking vinden voor het verband tussen concentratie- en hoogteverandering. Hiervoor schrijven we eerst de hoogte h en de concentratie x als

$$h = \frac{V_m(x)(n_3 + n_4)}{A} - h_0 \tag{3.19}$$

$$x = \frac{n_3}{n_3 + n_4} \tag{3.20}$$

zodat

$$\frac{dx}{dn_4} = -\frac{x}{n_3 + n_4} \tag{3.21}$$

$$\frac{dh}{dn_4} = \frac{V_m(^4\text{He})}{A} \tag{3.22}$$

Dit betekent dus, dat de volumetoename van het mengsel precies gelijk is aan het volume van het toegevoerde ^4He . Het toegevoerde ^4He neemt in het mengsel wel meer ruimte in beslag dan in zuivere toestand, omdat het molair volume van het mengsel groter is dan van zuiver ^4He , maar omdat de concentratie afneemt, neemt het molair volume van het mengsel ook af en dit krimpeffect zorgt ervoor dat het volume precies toeneemt met het volume van het zuivere ^4He . Uit de twee voorgaande vergelijkingen vinden we nu de verlangde uitdrukking

$$\frac{dx}{dh} = -\frac{x}{n_3 + n_4} \frac{A}{V_m(^4\text{He})} = -x \frac{1 + \alpha x}{h_0 + h} \tag{3.23}$$

en als we dit invullen in vergelijking (3.18) en bovendien (3.19) gebruiken krijgen we

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dh} &= \frac{C_0}{L} [\epsilon_r(x) - 1] \left\{ 1 + \alpha x \frac{h}{h_0 + h} \right\} \\ &= \frac{C_0}{L} \frac{[\epsilon_r(^4\text{He}) - 1]}{1 + \alpha x} \left\{ 1 + \alpha x \frac{h}{h_0 + h} \right\} \\ &= \frac{C_0}{L} [\epsilon_r(^4\text{He}) - 1] \frac{(1 + \alpha x)h + h_0}{(1 + \alpha x)(h + h_0)} \\ &= \frac{C_0}{L} [\epsilon_r(^4\text{He}) - 1] \left\{ 1 - \alpha x \frac{h_0}{h + h_0} + \dots \right\} \end{aligned} \tag{3.24}$$

zodat de gevoeligheid, met verwaarlozing van de correctieterm die h_0 bevat, gelijk is aan 28.1 fF/mm. De gevoeligheid voor flow naar de expansiecel volgt uit

$$\frac{dC}{dn_4} = \frac{dC}{dh} \frac{dh}{dn_4} = \frac{V_m(^4\text{He})}{A} \frac{dC}{dh} = 1.09 \text{ pF/mol} \quad (3.25)$$

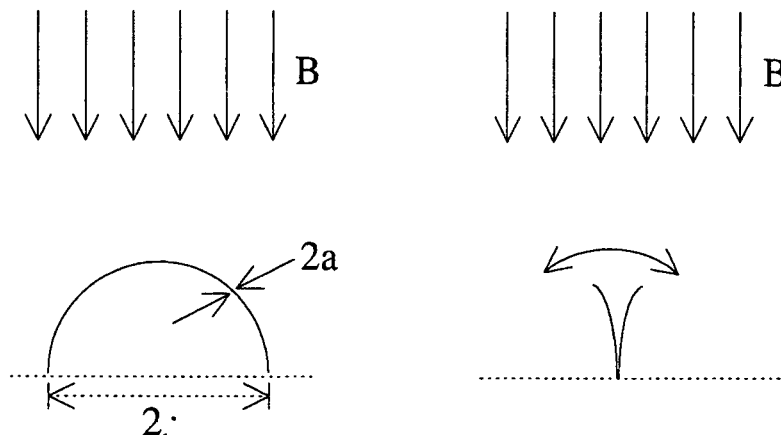
Moeilijkheid bij het bepalen van de flow naar de expansiecel is dat de aanwezigheid van andere meetinstrumenten (een Speerweerstand en de trildraad) ervoor zorgt dat het effectieve oppervlak A varieert met de hoogte. Dit betekent dat ook dC/dn_4 enigszins varieert.

3.3 De trildraadviscositeitsmeter

3.3.1 Beschrijving trildraad

De trildraadviscositeitsmeter (TDV) is een meetinstrument, waarmee de viscositeit van gassen en vloeistoffen bepaald kan worden. Omdat de viscositeit temperatuurafhankelijk is, kan men de TDV als thermometer gebruiken. Het voordeel hiervan is, dat men direct een stoffeigenschap meet. Het is niet nodig dat de TDV precies de temperatuur van het omringende medium aanneemt en er is dus geen relaxatietijd. Nadeel is, dat men eerst een goede ijking moet doen waarbij gebruik moet worden gemaakt van een andere thermometer, zoals susceptibiliteitsmetingen aan een kleine hoeveelheid CMN, een paramagnetisch zout.

De TDV die we gebruiken is een dunne draad met straal a , die aan de uiteinden in een houder is ingeklemd, zodat een boog met straal r ontstaat. De houder bevat verder nog twee permanente magneten, die een magneetveld opwekken van 80 mT.



Figuur 3.5: De trildraadviscositeitsmeter (TDV)

Wanneer men een wisselstroom door de draad stuurt, zal op de draad de Lorentzkracht gaan werken en de TDV gaan oscilleren. Door deze oscillatie in het magneetveld wordt een inductiespanning opgewekt. De veerkracht zal de draad terug willen brengen in de evenwichtstoestand en de oscillatie zal gedempt worden door interne demping in de draad maar vooral door het omringende medium. Omdat de demping afhangt van de viscositeit en de dichtheid van het medium, kan men één van deze grootheden bepalen als de ander bekend is. In ons experiment is de dichtheid bekend als functie van de temperatuur en kunnen we de viscositeit bepalen.

Er zijn twee mogelijke manieren om de demping te bestuderen. De eerste manier is de draad een beginuitwijking te geven en het verloop van de (vrije) trilling te bekijken. De uitdemptijd is een maat voor de viscositeit. De tweede manier is de draad in trilling te houden door een blijvende aandrijving en de inductiespanning te meten als functie van de frequentie rond de resonantiepiek. Plaats en breedte van de piek zijn gegevens waaruit de viscositeit kan worden bepaald. Vanaf nu zullen we ons met deze laatste methode bezig houden.

3.3.2 Theorie trildraad

Een gedetailleerde beschrijving van de theorie van de trildraad vindt men in [Ret]. Een eenvoudigere voorstelling van de bewegingsvergelijking is die van een harmonische oscillator die een gedwongen gedempte trilling ondergaat [Bra]:

$$M\ddot{u} + M\omega\beta\dot{u} + M\omega_0^2u = F_L + F_d \quad (3.26)$$

waarin u een karakteristieke uitwijking van de draad is. M is de massa van de draad, F_L de Lorentzkracht en F_d de dempingskracht van het omringende medium, alles per lengte-eenheid. In het linkerlid beschrijft de tweede term de interne demping met een dimensieloze parameter β en de derde term de veerkracht ten gevolge van de elasticiteit van de draad onder de voorwaarde, dat de uitwijking u klein is ten opzichte van de draadstraal a .

Als bovendien de boogstraal r veel groter is dan de draadstraal a , mag men de TDV beschouwen als een lange cilinder. Stokes berekende voor zo'n cilinder in een oneindig medium, dat de aanwezigheid van het medium op twee manieren tot uiting komt. Doordat de draad vloeistof verplaatst is er sprake van een 'extra massa', de zogenaamde hydrodynamische massa, en de viskeuze demping uit zich in een kracht evenredig met de snelheid [Tou]:

$$F_d = -k(m)M'\ddot{u} - \omega k'(m)M'\dot{u} \quad (3.27)$$

waarin M' de massa van de verplaatste vloeistof per lengte-eenheid is en k en k' de Stokesfuncties zijn. Dit zijn twee positief reële dimensieloze functies van de parameter m , die gedefinieerd is als

$$m = \frac{a}{2\delta_v} \quad (3.28)$$

waarin δ_v de viskeuze penetratiediepte is:

$$\delta_v = \sqrt{\eta/\rho\omega} \quad (3.29)$$

Hierin is η de viscositeit en ρ de dichtheid van het medium. De Stokesfuncties, die zijn afgebeeld in figuur 3.6, zijn uit te drukken in gemodificeerde Besselfuncties volgens [Goo]

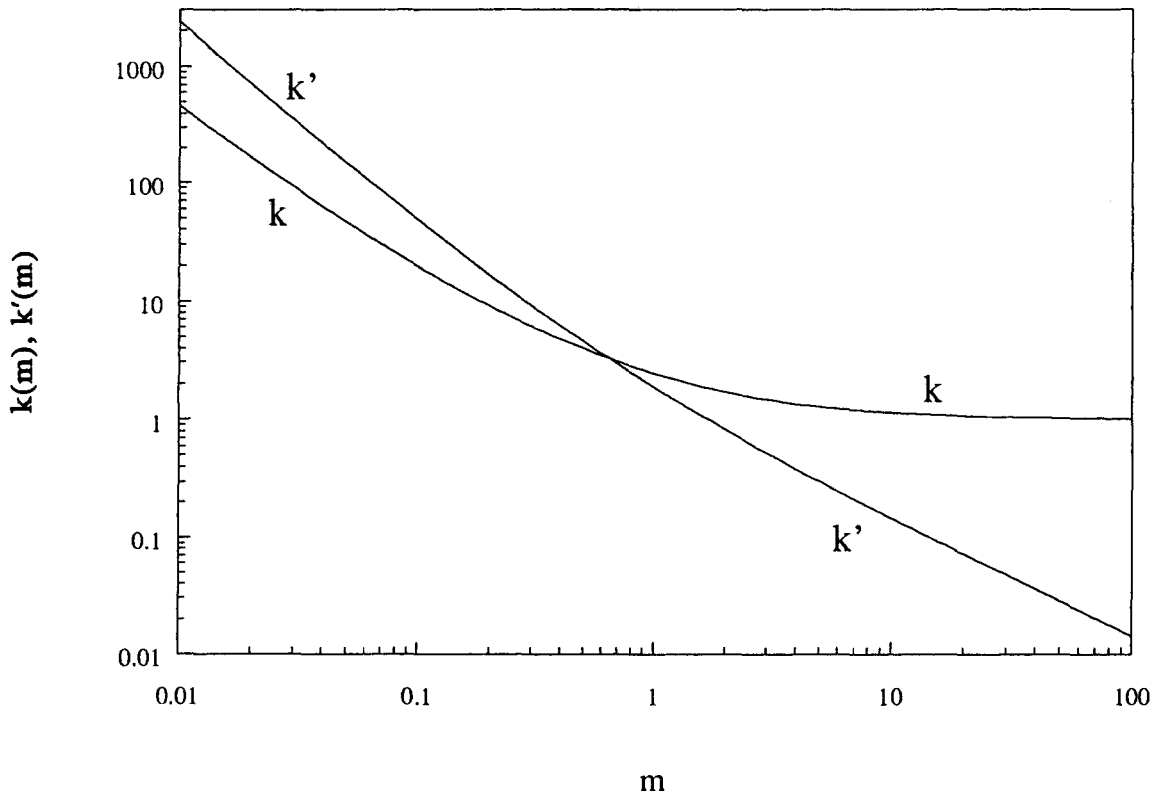
$$k(m) - ik'(m) = 1 + \frac{4K_1(2m\sqrt{i})}{2m\sqrt{i}K_0(2m\sqrt{i})} \quad (3.30)$$

De totale bewegingsvergelijking wordt

$$(M + kM')\ddot{u} + \omega(\beta M + k'M')\dot{u} + \omega_0^2Mu = F_L \quad (3.31)$$

De oplossing van deze vergelijking bestaat uit een verzameling modes met verschillende resonantiefrequenties. We beschouwen alleen de mode bij de laagste frequentie, die het sterkste inductiesignaal geeft. De inductiespanning is [Bru]

$$V_{ind} = V_0(V_1 + iV_2)e^{i\omega t} \quad (3.32)$$



Figuur 3.6: Stokesfuncties $k(m)$ en $k'(m)$

V_0 is een factor die afhangt van het aangelegde magneteveld, de stroom die door de draad wordt gestuurd en de geometrie van het systeem volgens

$$V_0 \sim \frac{B^2 I_0}{a^2 \rho_w \omega_0} \quad (3.33)$$

V_1 is evenredig met de in-fase spanning en wordt gegeven door

$$V_1 = \frac{\omega \omega_0 (\rho k' / \rho_w + \beta) \omega^2}{[\omega_0^2 - (\rho k / \rho_w + 1) \omega^2]^2 + [(\rho k' / \rho_w + \beta) \omega^2]^2} \quad (3.34)$$

terwijl V_2 evenredig is met het 90° -signaal en voldoet aan

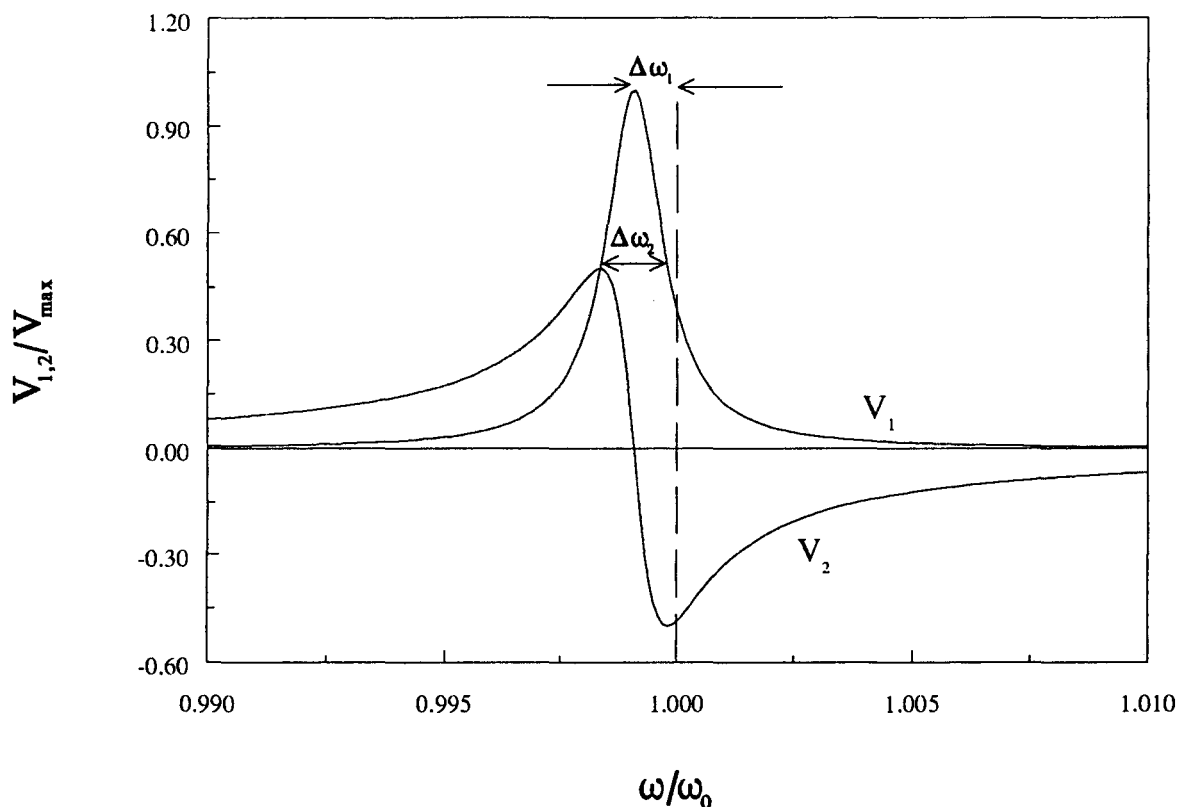
$$V_2 = \frac{\omega \omega_0 [\omega_0^2 - (\rho k' / \rho_w + 1) \omega^2]}{[\omega_0^2 - (\rho k / \rho_w + 1) \omega^2]^2 + [(\rho k' / \rho_w + \beta) \omega^2]^2} \quad (3.35)$$

De signalen V_1 en V_2 als functie van de frequentie zijn in figuur 3.7 weergegeven. Het 0° -signaal heeft een maximum bij ω_{res} waarvoor geldt

$$\omega_{res} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\rho k / \rho_w + 1}} \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\rho k' / \rho_w + \beta}{\rho k / \rho_w + 1} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.36)$$

In vacuüm reduceert dit tot

$$\omega_{vac} = \omega_0 \left[1 - \frac{1}{8} \beta^2 + \dots \right] \simeq \omega_0 \quad (3.37)$$



Figuur 3.7: Signalen V_1 en V_2 als functie van de frequentie

De laatste benadering is geoorloofd omdat β van orde grootte 10^{-4} - 10^{-5} blijkt te zijn. De verschuiving van de resonantiepiek ten opzichte van de vacuümpiek wordt daarmee

$$\Delta\omega_1 = \omega_{vac} - \omega_{res} \simeq \frac{\omega_0 \rho k}{2 \rho_w} \quad (3.38)$$

omdat $\rho k / \rho_w \ll 1$. Door het meten van de verschuiving van de resonantiepiek kan men, als ρ , ρ_w en ω_0 bekend zijn, $k(m)$ en daaruit m bepalen. De viscositeit vindt men vervolgens door vergelijking (3.28) en (3.29) te combineren.

De breedte van de piek is gedefinieerd als het frequentieverschil tussen de frequenties waarbij het signaal V_1 de helft van de maximumwaarde bereikt. Deze plaatsen worden bepaald door de voorwaarde $V_1 = \pm V_2$. De breedte van de piek wordt dan

$$\Delta\omega_2 = \omega_0 \left(\frac{\rho k'}{\rho_w} + \beta \right) \left(1 - \frac{3\rho k}{2\rho_w} + \dots \right) \quad (3.39)$$

Hierbij is afgezien van de correctieterm die in rekening brengt dat $k(m)$ licht frequentie-afhankelijk en dus niet helemaal constant is tijdens een scan, zodat de gemeten piekbreedte enigszins wordt beïnvloed [Bla].

De tweede manier om de viscositeit te bepalen is dus door de breedte van de piek te meten en, bij gegeven β , ω_0 , ρ en ρ_w , $k(m)$ en $k'(m)$ te bepalen en daaruit m . Vervolgens gebruikt men weer vergelijking (3.28) en (3.29).

Bij metingen in superfluïde helium moet men het twee-fluïda-model toepassen. In dit geval worden de afzonderlijke invloeden van de twee componenten opgeteld. De viscositeit van de superfluïde

component is nul, zodat $\delta_v = 0$, $m = \infty$ en daarom $k' = 0$ en $k = 1$. Bovenstaande vergelijkingen moeten nu gewijzigd worden door overal ρk te vervangen door $\rho_n k + \rho_s$ en $\rho k'$ door $\rho_n k'$. In laagste orde geldt dan voor verschuiving en breedte van de resonantiepiek:

$$\frac{\Delta\omega_1}{\omega_0} = \frac{\rho_n k + \rho_s}{2\rho_w} \quad (3.40)$$

$$\frac{\Delta\omega_2}{\omega_0} = \frac{\rho_n k'}{\rho_w} + \beta \quad (3.41)$$

Een veronderstelling, die tot nu toe werd gemaakt, is dat de gemiddelde vrije weglengte l van de quasideeltjes in het ^3He veel kleiner is dan de draadstraal a . Dat betekent tevens, dat de snelheid van de vloeistof aan het oppervlak van de draad gelijk is aan de snelheid van de draad. In werkelijkheid zal de vloeistof slippen, dat wil zeggen dat de tangentiële snelheidscomponent aan het oppervlak een eindige waarde heeft. Men kan nu een sliplengte ζ definiëren als de afstand van de wand, waar de snelheid van de vloeistof nul is, als het snelheidsprofiel vanuit de bulk wordt geëxtrapoleerd.

Door de berekeningen van Stokes te herhalen met de gewijzigde randvoorwaarde dat slip mogelijk is, vindt men [Høj], dat voor de TDV volstaan kan worden met het aanpassen van de Stokesfuncties:

$$k_{slip} = 1 + \frac{k - 1}{[1 + m^2\gamma k']^2 + [m^2\gamma(k - 1)]^2} \quad (3.42)$$

$$k'_{slip} = \frac{k' + m^2\gamma[(k - 1)^2 + k'^2]}{[1 + m^2\gamma k']^2 + [m^2\gamma(k - 1)]^2} \quad (3.43)$$

De parameter γ hangt af van de sliplengte ζ en de draadstraal a volgens:

$$\gamma = \frac{\zeta/a}{\zeta/a + 1} \quad (3.44)$$

en ζ/a is dus een maat voor de slipcorrectie. Een algemene beschouwing van de Fermi-vloeistof [Høj] leert dat de sliplengte ζ gelijk is aan 0.579 maal de gemiddelde vrije weglengte l . Als de vrije weglengte veel kleiner is dan de draadstraal ($l \ll a$, dus $\zeta \ll a$) is $\gamma \simeq 0$ zodat de voor slipcorrectie gecorrigeerde functies k_{slip} en k'_{slip} reduceren tot de oude Stokesfuncties.

De slipcorrectie is van belang in het temperatuurgebied van zo'n 3 tot 6 mK, waar de vrije weglengte en de draadstraal qua grootte-orde hetzelfde zijn. Bij 4 mK bedraagt de correctie op de viscositeit 15% [Bla]. Omdat de metingen altijd plaats vonden bij hogere temperaturen was het niet zinvol de slipcorrectie in te voeren.

Wanneer de temperatuur onder de 3 mK daalt, is ook de sliptheorie niet meer geldig, omdat de vrije weglengte veel groter wordt dan de draadstraal a en zelfs vergelijkbaar kan worden met de afmetingen van het systeem. Men komt dan in het 'ballistische regime', waar het systeem beschouwd kan worden als een bombardement van quasideeltjes op de trildraad [Gué]. In dat geval kan men eigenlijk niet meer van viscositeit spreken.

3.3.3 Fitten van TDV-scans

In plaats van de viscositeit te bepalen uit de breedte van de piek of de verschuiving ten opzichte van vacuüm, kan men ook de hele piek fitten. Dit laatste gaat op de volgende wijze: Het gemeten in-fase signaal wordt opgebouwd gedacht uit een constante achtergrond, een deel evenredig met het in-fase signaal en een deel evenredig met de uit-fase component. Het totale signaal wordt beschreven met drie

parameters, die we a , b en c noemen. Verder voeren we een parameter d in, die een eventuele kleine verschuiving langs de frequentie-as weergeeft. De Stokesparameter m tenslotte geeft de viscositeit. In de kleinste kwadraten procedure wordt het minimum gezocht van

$$Q = \sum_{i=1}^N [V - a - bV_1(m, d, \omega_i) - cV_2(m, d, \omega_i)]^2 \quad (3.45)$$

waarbij N het aantal meetpunten van de scan is. Als we de afgeleiden van Q naar a , b , c , d en m nul stellen vinden we een stelsel van vergelijkingen, waaruit a , b en c analytisch berekend worden als m en d na een eerste schatting met intervalhalvering numeriek bepaald zijn.

Voor een goed resultaat moeten uit een vacuümscan eerste β en ω_0 bepaald zijn via een soortgelijke fitprocedure, die echter de eenvoudigere uitdrukkingen voor V_1 en V_2 in vacuüm gebruikt.

Om de viscositeit uit te rekenen moeten ook ρ_n en ρ_s bekend zijn. Deze hangen af van de temperatuur, omdat de ^3He -concentratie daar ook van afhangt. Voor $T < 150\text{mK}$ geldt [Kue]:

$$x = 0.066 + 0.506T^2 - 0.249T^3 + 18.2T^4 - 74.2T^5 \quad (3.46)$$

De dichtheden zijn dan

$$\rho_n = (m^*/m_3)\rho_3 = 2.46(0.1437 + 104.5x) \quad (3.47)$$

$$\rho_s = \rho - \rho_n \quad (3.48)$$

waarbij ρ de dichtheid van het mengsel is en $m^* = 2.46m_3$ de effectieve massa van het ^3He voorstelt. Door dus eerst een temperatuur in te voeren berekent men de dichtheden en daaruit uiteindelijk de viscositeit. Dit lijkt misschien vreemd omdat men de viscositeit eigenlijk wil gebruiken als een maat voor de temperatuur, maar in het gebied tussen 0 en 60 mK varieert de dichtheid ρ_n maar 3 % en blijft de verandering in viscositeit als gevolg van een foute opgave van temperatuur ook beperkt tot 3 %.

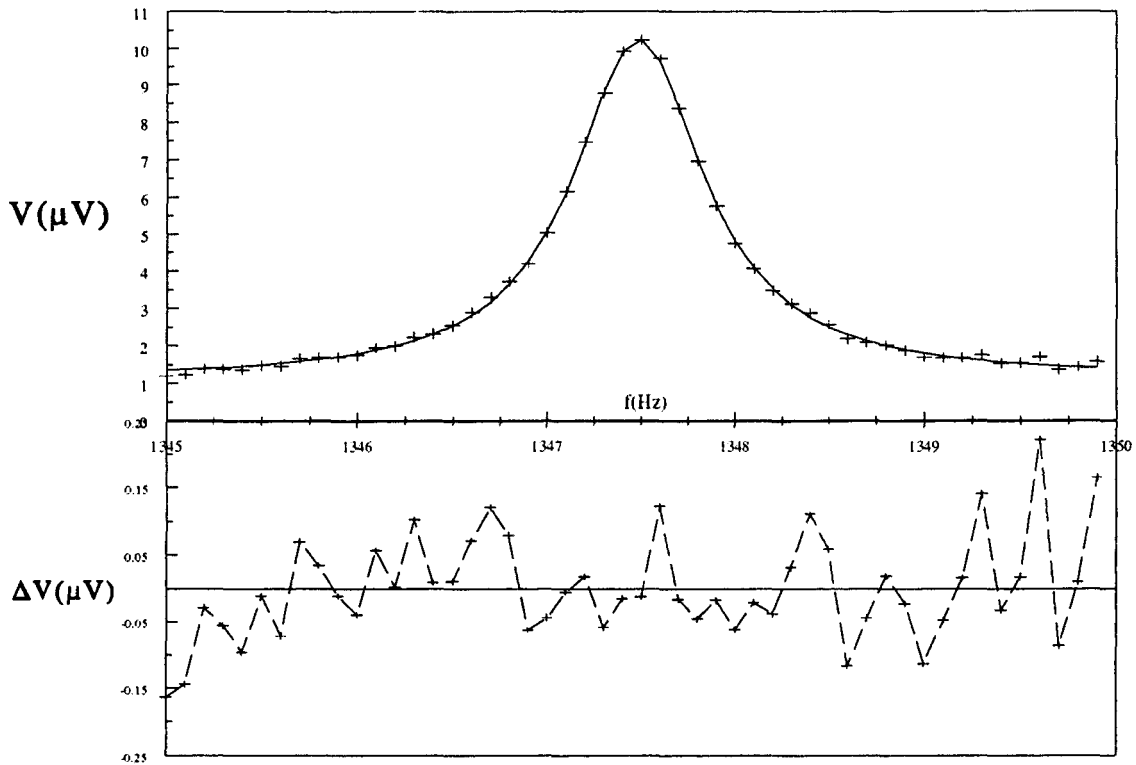
Figuur 3.8 laat een scan zien die na afloop van een expansie gedaan is in het 4.6%-mengsel in de expansiecel bij 40 mK. Ook de curve die volgt uit de fitprocedure en de residuen zijn getekend. De Stokesparameter $m = 1.55$ en de viscositeit $\eta = 27.2\mu\text{Pa}$.

3.4 Metten per computer

Om alle thermometers, de capaciteiten en de trildraad gemakkelijk te kunnen meten tijdens een run is software ontwikkeld waarmee de metingen door de PC gedaan kunnen worden. De programmatuur werd geschreven in ASYST, een door Keithley Instruments ontwikkeld pakket, waarin veel routines voor grafische toepassingen, wiskundige bewerkingen en communicatie met meetapparaten aanwezig zijn.

De opzet was dat de gegevens op twee manieren te overzien moeten zijn. Ten eerste door in een tekening van het systeem op een aantal plaatsen aan te geven welke temperatuur er heerst, ten tweede door op het scherm een aantal grafieken te vertonen waarin de ontwikkeling in de tijd van weerstand, temperatuur of capaciteit kan worden afgelezen. Voordeel is, dat ook gemeten kan worden als men niet aanwezig is, bijvoorbeeld tijdens de nacht. Deze metingen kan men achteraf versneld bekijken. Het geheel moest flexibel zijn omdat plaats en aansluiting van de thermometers nogal eens variëren bij opeenvolgende runs. Ook wil men eenvoudig aan kunnen geven wat er gemeten moet worden en hoe lang dat moet duren.

Er zijn twee weerstandsbruggen van RV-Elektronikka OY, type AVS 46, in gebruik. De ene meet de weerstand op aansluiting 1, de tweede brug wordt steeds geschakeld tussen de andere aansluitingen.



Figuur 3.8: Gemeten en gefitte curve en residuen

Omdat de brug enige tijd nodig heeft om zich in te stellen op de nieuw aangesloten weerstand, moet men bij elke thermometer een dode tijd opgeven. Dit is de tijd die minimaal gewacht wordt na omschakelen, voordat de brug uitgelezen wordt. Een hele meetcyclus waarin meerdere weerstanden gemeten worden, duurt dus minstens zolang als de som van de dode tijden. Vervolgens geeft men op hoelang men wil meten en hoeveel cycli men in die tijd wil afwerken. Als daaruit blijkt dat de tijd per cyclus langer mag worden dan de totale dode tijd, worden de dode tijden opgerekt. Een aparte capaciteitsbrug (HP 4284 A) zorgt voor het meten van de condensatoren in de vaatjes, zodat een capaciteit en een weerstand vrijwel tegelijk gemeten kunnen worden.

Het doen van een TDV-scan gebeurt door na het opgeven van parameters als begin- en eindfrequentie, aantal stappen en amplitude, een functiegenerator aan te sturen en met een lock-in versterker het in- en uit-fase signaal te meten. De scan kan apart worden gedaan of tijdens een meting en vindt dan plaats na elke n cycli waarbij n vrij te kiezen is. Nadeel is wel dat men in dat geval de overige gegevens mist gedurende de tijd dat de TDV-scan wordt afgewerkt. Een mogelijke verbetering zou daarom zijn dat de scan verdeeld wordt over de verschillende dode tijden in een cyclus. Men moet er in dat geval wel op bedacht zijn dat het scannen mogelijk de thermometrie stoort door bijvoorbeeld koppeling tussen de meetdraden.

Hoofdstuk 4

De opstelling in de praktijk

Dit hoofdstuk bestaat uit drie delen. Het eerste deel beschrijft de gebruikte opstelling waarin expansiecel, ^4He -cel en de mengkoeler zijn samengevoegd tot één systeem waarmee de expansie kan worden uitgevoerd. Het tweede deel geeft een schatting van de warmtestromen naar de expansiecel in de opstelling, en resultaten van metingen aan de heatswitch. In het derde deel worden de veranderingen die de afgelopen maanden in het systeem zijn aangebracht besproken.

4.1 De opstelling als geheel

De opstelling die gebruikt wordt is in zijn geheel weergegeven in figuur 4.1 op de volgende pagina. Zoals in hoofdstuk 2 is uitgelegd, wordt de laagst haalbare temperatuur mede bepaald door de temperatuur van het ^3He bij het begin van de expansie. De expansiecel moet daarom zo goed mogelijk worden voorgekoeld en is voor dit doel verbonden met de mengkamer. Tijdens de expansie wil men dat er zo weinig mogelijk warmte naar de expansiecel lekt, zodat bij het begin van de expansie de verbinding tussen expansiecel en mengkamer verbroken moet worden. Daarvoor gebruiken we een 'warmteschakelaar' of 'heatswitch', die berust op het principe dat een metaal in (elektrisch) supergeleidende toestand slechter warmte geleidt dan in normale toestand. De werking van de heatswitch wordt uitgebreider toegelicht in paragraaf 4.2.4.

De warmtestroom door een vloeistof-metaal-overgang wordt in de lage temperatuurlimiet gegeven door

$$\dot{Q} = \frac{A}{R_K T^3} \frac{(T_h^4 - T_l^4)}{4} \quad (4.1)$$

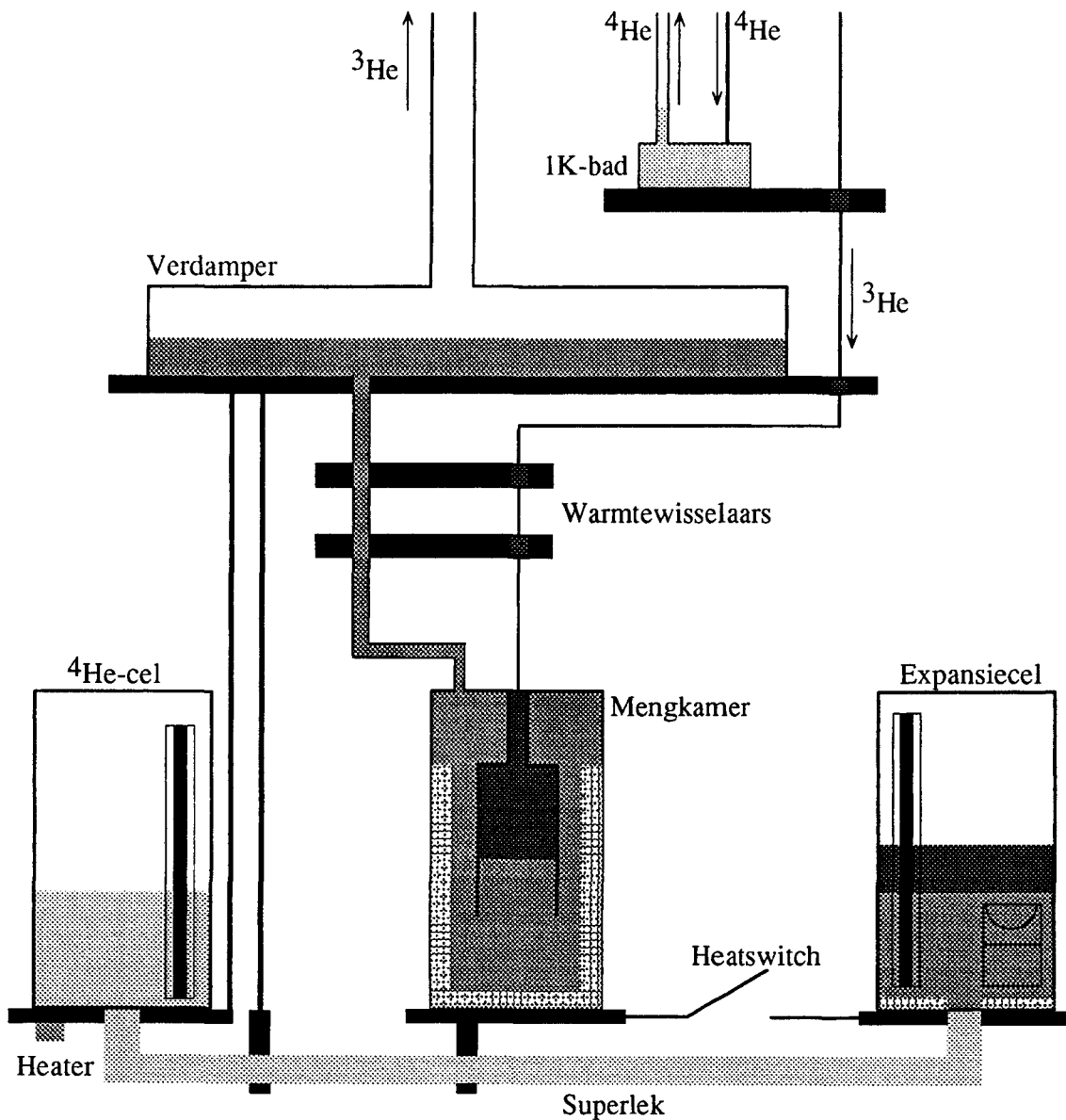
waarin R_K de zogenaamde Kapitza-weerstand is. De factor $R_K T^3$ is constant, zodat het contactoppervlak A bepalend is voor het temperatuurverschil tussen vloeistof en metaal bij een gegeven warmtestroom. In de opstelling wordt de expansiecel gekoeld door de mengkamerwand en is er dus een warmtestroom naar de mengkamer. Om het temperatuurverschil tussen de mengkamerwand en de vloeistof in de mengkamer te beperken is het contactoppervlak tussen vloeistof en wand vergroot door de wand te voorzien van een laag gesinterd zilverpoeder. Verder wordt de geconcentreerde fase in de mengkamer omvat door een soort omgekeerd bekertje dat midden in de mengkamer is geplaatst, zodat alleen de koudere verdunde fase met de wand in contact komt.

Bij het begin van het experiment wordt een 4.6% ^3He - ^4He -mengsel in de expansiecel ingecondenseerd. Om het ^4He vervolgens naar de ^4He -cel toe te halen wordt de temperatuur van de cel boven de evenwichtswaarde (1.4 K, zie hoofdstuk 2) gebracht door te stoken met een heater, die op de flens is bevestigd. De expansie kan nu worden uitgevoerd door de temperatuur van de ^4He -cel onder de

1.4 K te brengen, zodat het ^4He terugstroomt naar de expansiecel. Om dit te kunnen realiseren is de cel via een dikke koperen draad (doorsnede 2 mm) verbonden met de verdamper, die een temperatuur van zo'n 600 mK bereikt.

Om de warmtestroom door het superlek naar de expansiecel te beperken, is het superlek op twee plaatsen thermisch geaard. Aarding op de verdamper vindt plaats op 10 cm van de ^4He -cel via een dikke koperdraad en aarding op de mengkamer op ongeveer 13 cm van de ^4He -cel via een koperen klem.

Zowel in de expansiecel als in de ^4He -cel bevindt zich een cilindercondensator om het vloeistofniveau te volgen plus een Speerweerstand voor temperatuurmeting. Verder zitten er Speerweerstand in de mengkamer en op diverse andere plaatsen in het systeem. In de expansiecel zit ook nog een trildraad.



Figuur 4.1: Het totale systeem

4.2 Warmtelekken

In de ideale expansie is de expansiecel volledig thermisch geïsoleerd van de omgeving. In de praktijk echter lekt er warmte naar binnen, waardoor de expansie een lager rendement bereikt. Het is daarom van belang dat het warmtelek zo klein mogelijk is. Daarvoor moeten we eerst weten, langs welke wegen warmte naar de expansiecel stroomt. Een mogelijke bron van warmtelekken is de aanwezigheid van een film van superfluïde ^4He , die thermische kortsluitingen kan veroorzaken, en de aanwezigheid van restgas. Op de tweede plaats kan warmte naar binnen komen via de meetdraden van weerstanden en condensatoren en via de incondenseerleidingen van de expansiecel. Ook komt er warmte via de heatswitch van de mengkamer, omdat de heatswitch niet perfect isoleert. Verder kan er warmte stromen door het superlek en tenslotte is er een thermische belasting door straling en door trillingen. De verschillende factoren worden in de volgende paragrafen besproken.

4.2.1 Straling en trilling

De belasting door straling is af te leiden uit de stralingswet van Stefan-Boltzmann:

$$P = \sigma T^4 = 5.670 \cdot 10^{-8} T^4 \text{ W/K}^4 \text{m}^2 \quad (4.2)$$

en is bij 4.2 K $17.6 \mu\text{W}$ per m^2 oppervlak. Voor een expansiecel met een totaal oppervlak van ongeveer 150 cm^2 is dat een belasting van 265 nW. Om de stralingsbelasting te beperken is het systeem omgeven door een stralingsscherm. Het scherm is bevestigd aan de plaat die zich onder de tien warmtewisselaars bevindt en die verbonden is met de vierde warmtewisselaar. Het scherm zal daardoor een temperatuur tussen de 200 en 300 mK hebben. Als we een temperatuur van 300 mK veronderstellen is de belasting slechts 7 pW.

Voor de demping van trillingen, die energie naar binnen kunnen brengen, zorgen een viertal blokken beton boven de opstelling.

4.2.2 Bedrading en toevoerleidingen

Om warmtestromen te schatten maken we veelvuldig gebruik van de wet van Fourier. Volgens deze wet wordt de warmtestroom \dot{Q} door een materiaal met doorsnede A en warmtegeleidingscoëfficiënt $\kappa(T)$ gegeven door

$$\dot{Q} = -A\kappa(T) \frac{dT}{dx} \quad (4.3)$$

Uitgaande van een homogene warmtestroom door het materiaal, is de \dot{Q} door een stuk materiaal waarin de temperatuur afneemt van T_h tot T_l te vinden door integratie:

$$\dot{Q} = \frac{A}{l} \int_{T_l}^{T_h} \kappa(T) dT \quad (4.4)$$

De warmtegeleiding in normale metalen vindt plaats via elektronen en fononen. De warmtegeleidingscoëfficiënt is voor temperaturen beneden 1 K te schrijven als $\kappa(T) = \kappa_{n0}T$, zodat

$$\dot{Q} = \frac{\kappa_{n0}A}{2l} (T_h^2 - T_l^2) \quad (4.5)$$

In een supergeleider vervalt de bijdrage van de elektronen en blijft de geleiding door fononen over. De warmtegeleidingscoëfficiënt is dan $\kappa(T) = \kappa_{s0}T^3$ zodat

$$\dot{Q} = \frac{\kappa_{s0}A}{4l}(T_h^4 - T_l^4) \quad (4.6)$$

Voor het berekenen van de warmtestromen in het systeem zullen we deze laatste twee vergelijkingen gebruiken.

Allereerst willen we het warmtelek via de diverse meetdraden bepalen. De meetdraden van de thermometers bestaan uit een 50 μm dikke matrix van manganine met daarin supergeleidende filamenten. De warmtestroom zal vooral door de kern lopen. Manganine is een slechte warmtegeleider met $\kappa_{n0} = 0.05 \text{ W/K}^2\text{m}$. Omdat we vierpuntsmetingen doen, hebben we twintig draden nodig om vijf weerstanden te meten. Als we deze 20 draden met lengte 30 cm rechtstreeks van verdampers naar expansiecel leiden, is het warmtelek

$$\dot{Q} = 20 \frac{0.05 \cdot 1.96 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.30} (0.6^2 - 0.06^2) = 1.2 \text{ nW}$$

In de opstelling worden de draden ook nog gekoeld op de vierde warmtewisselaar en zal het warmtelek kleiner zijn. Als de draden gekoeld worden tot 300 mK is het warmtelek 0.3 nW. De condensatoren en de trildraad worden met coaxdraden gemeten en er gaan dus vier draden naar de expansiecel. De mantel van de draden heeft een binnendiameter van 0.5 mm en buiten van 0.8 mm. We stellen de draad nu voor als een massief stalen draad van 0.65 mm diameter met $\kappa_{n0} = 0.12 \text{ W/K}^2\text{m}$. Vier draden van 50 cm tussen verdampers en expansiecel zouden een warmtelek van 60 nW veroorzaken. Ook deze draden worden echter gekoeld op de vierde warmtewisselaar. Als we daarbij aannemen dat de temperatuur daar 300 mK is, is het warmtelek door de coaxdraden 6 nW en dus veel groter dan het lek door de gewone meetdraden.

Ten tweede moeten we nagaan hoeveel warmte er kan lekken door de leidingen, waardoor het ^3He - ^4He -mengsel ingecondenseerd wordt en die langs het 1K-bad en de verdampers gaan. De leidingen bestaan uit dunne koper-nikkel buisjes met daarin een stalen draad. Deze draad vergroot de stromingsweerstand en verkleint daardoor convectief warmtetransport. Het helium-mengsel stroomt in de ruimte tussen de draad en de buiswand (tussen diameter 0.2 mm en 0.3 mm). De warmtegeleiding zal vooral door het helium bepaald worden. Voor de warmtegeleidingscoëfficiënt nemen we de waarde voor zuiver ^4He in buisjes van 0.1 mm diameter [Lou]: $\kappa(T) = 60T^3 \text{ W/Km}$. Twee leidingen van 50 cm van verdampers naar expansiecel geven dan een warmtestroom van

$$\dot{Q} = 2 \frac{60 \cdot 1.57 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 0.50} (0.6^4 - 0.06^4) = 1.2 \mu\text{W}$$

De warmtestroom door de leidingen zal in werkelijkheid wat kleiner zijn, omdat het ^3He - ^4He -mengsel slechter warmte geleidt dan zuiver ^4He , maar is aanmerkelijk groter dan de warmtelekken door de bedrading. Verkleining van de warmtestroom kan bereikt worden door de leidingen niet alleen op de verdampers, maar ook op de warmtewisselaars te koelen. Om die extra koelpunten te kunnen creëren moest de bedrading in de opstelling vervangen worden.

4.2.3 Het superlek

Een oorzaak van warmtelekken, die nog niet is aangepakt, is het superlek. Het is een roestvrij stalen buisje, ongeveer 20 cm lang met binnendiameter 1.9 mm en buitendiameter 2.2 mm. Het buisje is gevuld met aangeklopt Fe_2O_3 -poeder. Om een indruk te krijgen van de warmtestroom \dot{Q} , nemen we

aan dat we het superlek kunnen voorstellen als een massief stalen buisje van 2.2 mm diameter. Met vergelijking (4.5) kan \dot{Q} berekend worden. De κ_0 van staal is 0.12 W/Km en we nemen aan dat de temperatuur van de ^4He -cel de warmtestroom bepaalt. Dan is

$$\dot{Q} = \frac{0.12 \cdot 4.9 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.20} 1.4^2 = 2.9 \mu\text{W}$$

Het superlek kan dus een belangrijke warmtebelasting vormen, zeker als het ^4He in het superlek een extra bijdrage levert aan de warmtegeleiding. Om de warmtebelasting te verkleinen, is via een dikke koperen draad (2 mm diameter, 40 cm lang) een verbinding gemaakt met de verdamper op ongeveer 10 cm van de ^4He -cel en dus 10 cm van de expansiecel. Als we het superlek op dezelfde manier als hierboven voorstellen en het contact tussen koperdraad en superlek ideaal veronderstellen, kunnen we de temperatuur T bij het contact en de warmtestroom \dot{Q} van ^4He -cel naar verdamper berekenen uit:

$$\dot{Q} = \frac{0.12 \cdot 4.9 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.10} (1.4^2 - T^2)$$

$$\dot{Q} = \frac{130 \cdot 3.1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.40} (T^2 - 0.6^2)$$

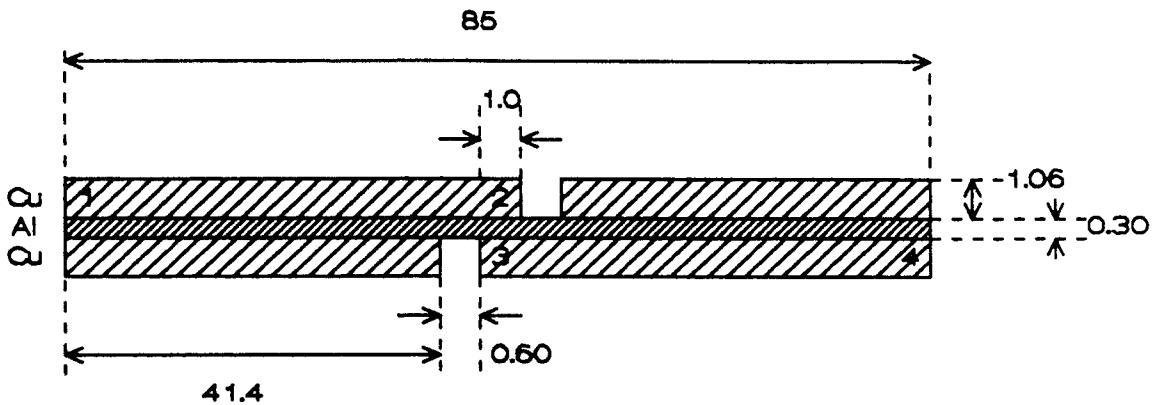
waaruit volgt, dat $T = 0.61$ K en $\dot{Q} = 5 \mu\text{W}$. Met deze waarde voor de temperatuur van het superlek bij het contact wordt de warmtestroom naar de expansiecel $1 \mu\text{W}$. Zelfs in het geval, dat een perfect contact tussen verdamper en superlek wordt aangelegd, kan er dus een warmtestroom in de orde van een microwatt bestaan. Daarom is er ook nog een blokje koper om het superlek geklemd en op de flens van de mengkamer geschroefd. Als dit perfect zou werken, zou de warmtestroom naar de expansiecel tot nul worden teruggebracht, maar in werkelijkheid zal er een eindig warmtelek blijven bestaan.

De warmtestroom door het superlek kan verkleind worden door het superlek te verlengen en door het beter te koelen. Verlenging zal in de huidige opstelling betekenen, dat er ergens één of meerdere bochten in komen. Het is denkbaar dat het superlek op die plaatsen slecht wordt. Of het mogelijk is een goed superlek te maken met bochten erin en wat de gevolgen zijn van eventuele slechte gedeelten, wordt op dit moment in een stage onderzocht. Als blijkt, dat niet-perfekte stukken in een superlek geen nadelige invloed hebben op het gedrag van het ^4He kan men zelfs een superlek maken, dat bestaat uit enkele kleine superlekjes, die met gewone buisjes verbonden worden. Het superlek kan dan iedere gewenste vorm krijgen en meerdere koelpunten, zodat het warmtelek kleiner wordt.

4.2.4 Theorie heatswitch

Een heatswitch kan gemaakt worden door gebruik te maken van het verschil in warmtegeleiding tussen supergeleidend en normaal metaal, zie ook vergelijking (4.5) en (4.6). Een eenvoudige switch kan men maken met een stukje aluminium en een spoeltje. Wanneer de temperatuur lager is dan 1.2 K wordt aluminium supergeleidend en geleidt de switch slecht. Door met het spoeltje een magneetveld op te wekken, dat groter is dan het kritische veld, wordt het aluminium weer normaal en geleidt dan beter. Figuur 4.2 is een tekening van de heatswitch, die bestaat uit twee dunne lagen koper met daartussen een laagje aluminium. In het koper zijn inkepingen gemaakt, zodat de warmtestroom door een koper-aluminium-koper overgang gaat.

De warmtestroom door het koper kan men berekenen met vergelijking (4.5). Als er geen magneetveld wordt aangelegd, is het aluminium supergeleidend en voldoet de warmtestroom door het aluminium aan vergelijking (4.6). We gaan ervan uit, dat de warmtestroom door het koper loopt, vervolgens oversteekt door het aluminium en verder gaat door de andere koperlaag. Als we de



Figuur 4.2: De oude heatswitch

warmtestroom berekenen voor het geval, dat het ene uiteinde 40 mK is (expansiecel) en het andere 60 mK (mengkamerwand), blijkt de switch in warmte-isolerende toestand, dat wil zeggen als het aluminium supergeleidend is, $6.4 \mu\text{W}$ door te laten [Ger]. Als de switch alleen zou bestaan uit een aluminiumlaagje, laat de switch slechts $0.03 \mu\text{W}$ door. Het lijkt er dus op, dat het koper te goed geleidt en het aluminium te dun is, waardoor de switch in isolerende toestand te veel warmte doorlaat.

Aanleggen van een magneetveld doet het aluminium overgaan in de normale toestand. Bij de eerder genoemde temperatuurval hoort dan een warmtestroom door de switch van $22 \mu\text{W}$. De volledig uit aluminium bestaande switch zou $12.7 \mu\text{W}$ doorlaten.

Men kan een schakelverhouding $R(T)$ definiëren, die een maat is voor de kwaliteit van de heatswitch [Ger]:

$$R(T) = \frac{\dot{Q}_{\text{geleidend}}(T)}{\dot{Q}_{\text{isolerend}}(T)} \quad (4.7)$$

Wanneer we weer aannemen dat de temperaturen aan de uiteinden 40 mK en 60 mK zijn, is de schakelverhouding voor de heatswitch van figuur 4.2 [Ger]

$$R = 2.26 + \frac{6.10 \cdot 10^{-3}}{T_h^2 + T_l^2} = 3.43 \quad (4.8)$$

en voor de aluminiumswitch

$$R = \frac{2}{T_h^2 + T_l^2} = 385 \quad (4.9)$$

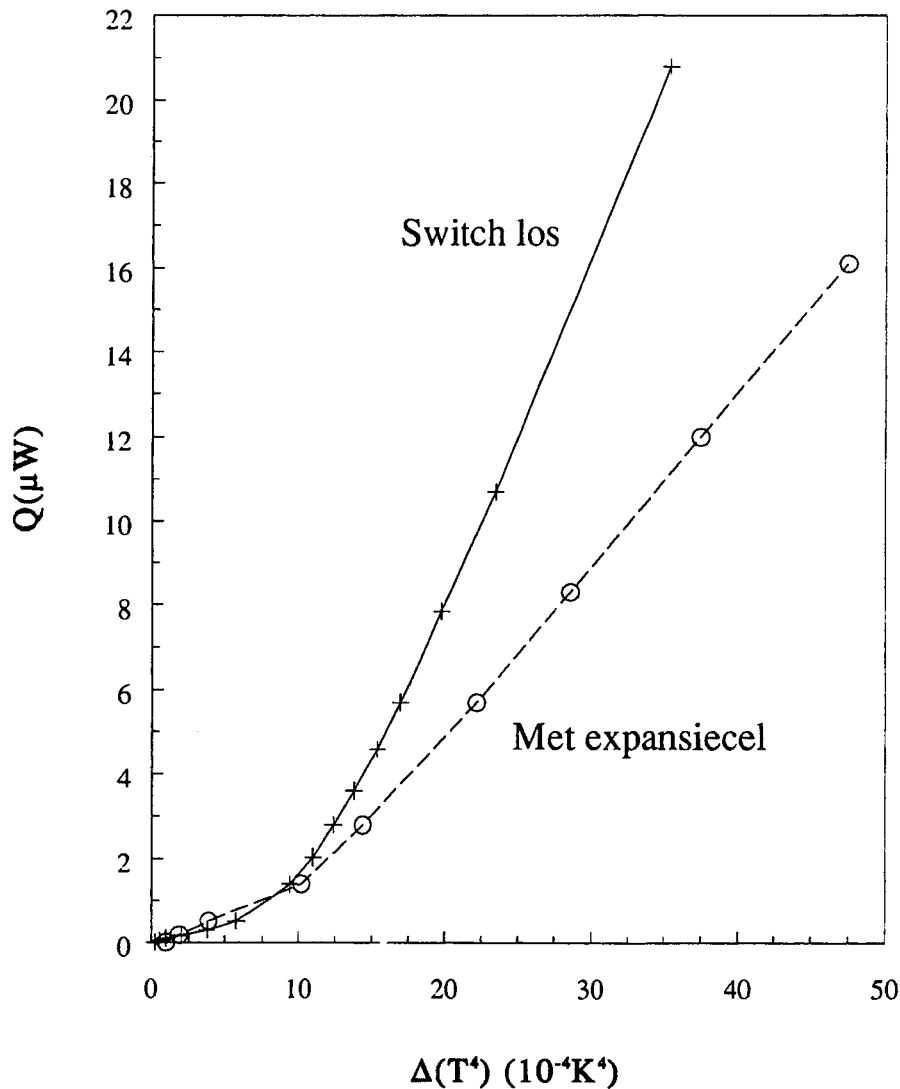
Om een goede adiabatiese expansie te kunnen doen, moet er een beter isolerende heatswitch in de opstelling komen. Daarom is een nieuwe switch gebouwd [Nag] en getest. De resultaten hiervan staan in paragraaf 4.3.1.

4.2.5 Meten aan de heatswitch

De heatswitch van figuur 4.2 is in isolerende toestand op twee manieren doorgemeten. Als eerste is de switch met één kant op de flens van de mengkamer bevestigd en hing het andere uiteinde los in

de ruimte. Dit werd voorzien van een heater en een Speerweerstand. Bij verschillende stookwaarden werd het temperatuurverschil tussen de uiteinden gemeten. In een volgende run werd de expansiecel in het systeem opgenomen, maar nog zonder ^4He -cel en superlek. Het loshangende uiteinde van de heatswitch werd op de flens van de expansiecel geklemd en ook de heater en de Speerweerstand werden op die flens bevestigd.

Als er geen warmtelek is, is de warmtestroom \dot{Q}_{switch} gelijk aan het met de heater gestookte vermogen \dot{Q}_{stook} . Voor de isolerende toestand verwachten we dat het verband tussen temperaturen en vermogen gegeven wordt door vergelijking (4.6). Dat dit niet helemaal correct is, blijkt uit figuur 4.3. De lijn, die het verband weergeeft, blijkt voor temperaturen boven 180 mK een rechte



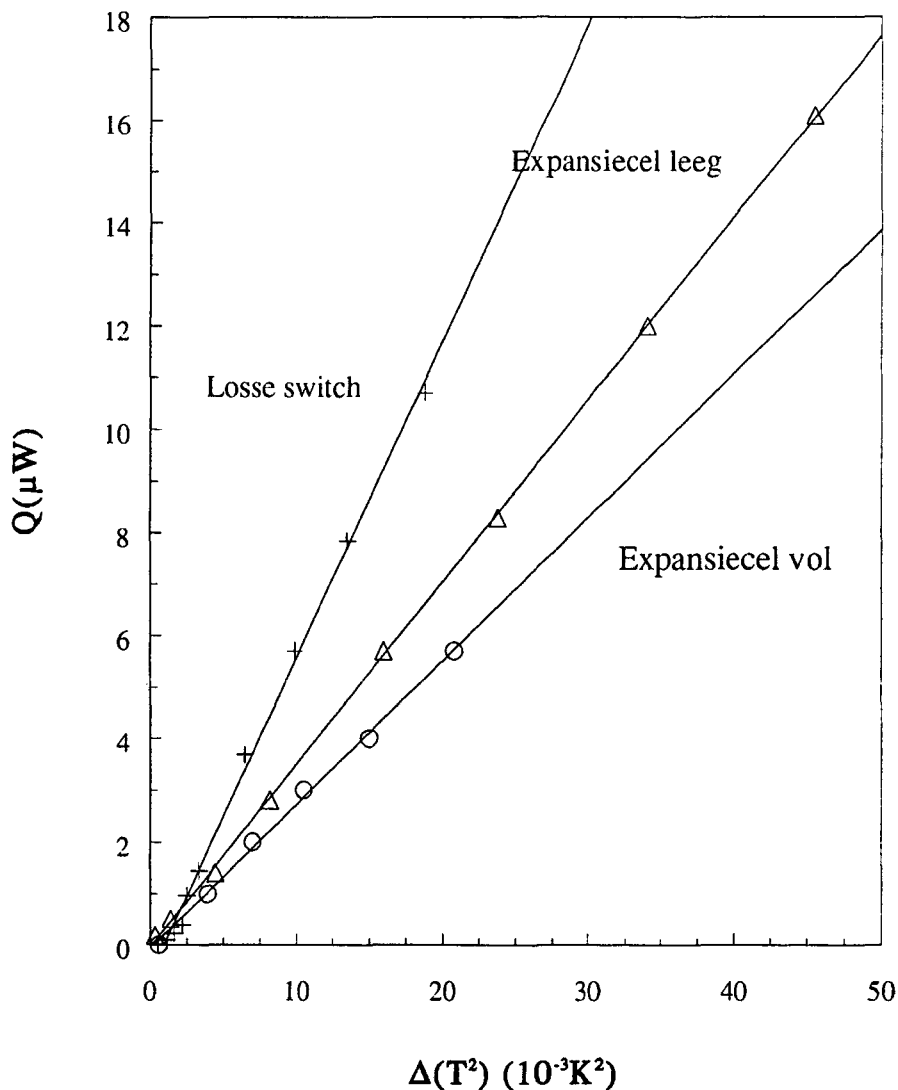
Figuur 4.3: Heatswitch in isolerende toestand

te zijn, maar is voor lagere temperaturen gekromd. Een plausibele verklaring hiervoor is, dat de warmtegeleidingscoëfficiënt niet over het hele gebied voldoet aan $\kappa(T) = \kappa_{s0}T^3$ [Mue].

De metingen aan de heatswitch in geleidende toestand zijn weergegeven in figuur 4.3. Net

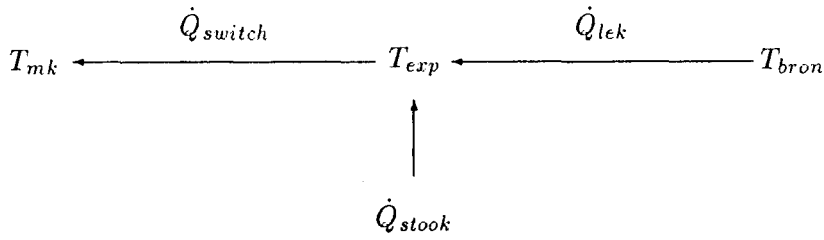
als bij de metingen in isolerende toestand is eerst op het losse uiteinde van de switch gemeten en vervolgens op de flens van de expansiecel. Daarna werd een kleine hoeveelheid ^3He - ^4He -mengsel in de expansiecel ingecondenseerd en werd bij verschillende stookwaarden het temperatuurverschil tussen de mengkamer en de vloeistof in de expansiecel gemeten.

In de grafiek is het verwachte rechte verband volgens vergelijking (4.5) te zien. Opvallend is, dat de helling afneemt wanneer de heatswitch aan de expansiecel gekoppeld wordt en dat de afsnijding van de verticale as nauwelijks verandert. In eerste instantie verwacht men wat anders.



Figuur 4.4: Heatswitch in warmtegeleidende toestand

Uit het volgende model blijkt namelijk, dat de aanwezigheid van een warmtelek de helling zou doen toenemen en de afsnijding afnemen. Beschouw het schema van de heatswitch zoals in figuur 4.5. Aan de mengkamerkant is de temperatuur T_{mk} , bij de expansiecel wordt een vermogen \dot{Q}_{stook} gestookt en is de temperatuur T_{exp} . Aan deze kant komt bovendien een warmtestroom \dot{Q}_{lek} binnen, die veroorzaakt wordt door een verbinding met een punt in het systeem, dat een temperatuur T_{bron}



Figuur 4.5: Warmtestroom door de heatswitch met warmtelek

heeft. De warmtestroom door de heatswitch is de som van \dot{Q}_{stook} en \dot{Q}_{lek} en voldoet tevens aan

$$\dot{Q}_{switch} = \frac{\kappa_{n0} A}{2l} (T_{exp}^2 - T_{mk}^2) = \alpha (T_{exp}^2 - T_{mk}^2)$$

De factor α is een positieve constante die alleen afhangt van de geometrie en de warmtegeleidingscoëfficiënt van de heatswitch. Voor de lekstroom geldt de uitdrukking

$$\dot{Q}_{lek} = \beta (T_{bron}^2 - T_{exp}^2)$$

als we aannemen dat de lekverbinding via normaal metaal tot stand komt. Het verband tussen \dot{Q}_{stook} en T_{exp} wordt dan

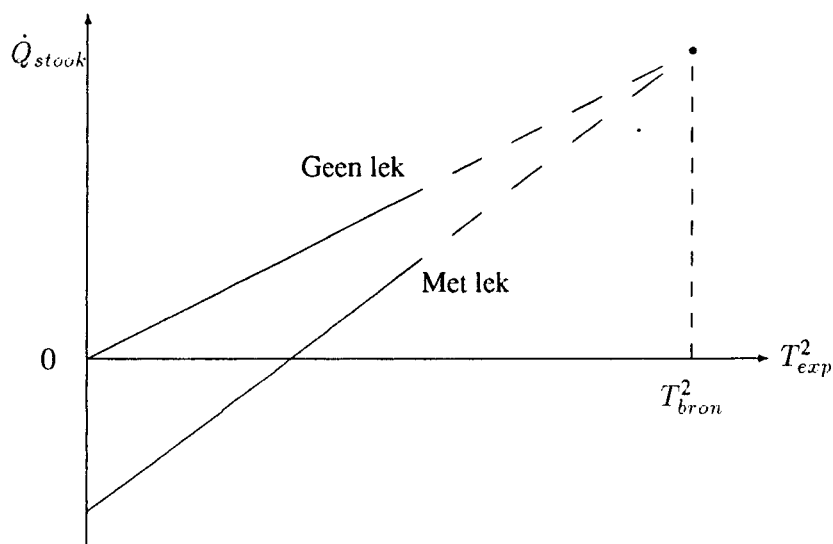
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{stook} &= \dot{Q}_{switch} - \dot{Q}_{lek} = (\alpha + \beta) T_{exp}^2 - \alpha T_{mk}^2 - \beta T_{bron}^2 \\ &= (\alpha + \beta) (T_{exp}^2 - T_{mk}^2) - \beta (T_{bron}^2 - T_{mk}^2) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Indien er een warmtelek is, zal in een grafiek waarin \dot{Q}_{stook} is uitgezet tegen $T_{exp}^2 - T_{mk}^2$ de asafsnijding bij een lagere waarde komen te liggen en de helling toenemen. Dit kan men ook als volgt inzien: Als men niet stookt, zal T_{exp} groter zijn naarmate er meer warmte naar binnen lekt. Als men zoveel stookt dat $T_{exp} = T_{bron}$ wordt, wordt het lek nul en wordt het verband tussen temperatuurval over de switch en stookwaarde alleen nog maar bepaald door de factor α , dus door de switch zelf. Introductie van een warmtelek betekent grafisch dus een soort scharnieren om een punt met temperatuur T_{bron} , zie figuur 4.6.

Ook wanneer men volgens dit model warmte laat weglekken van de expansiecel in plaats van toestromen en wanneer men voor de lekstroom een T^4 -verband zou aannemen in plaats van de hier gebruikte T^2 , vindt men dat de helling toeneemt als er een warmtelek ontstaat, wat niet in overeenstemming is met de metingen.

Vraag is dan natuurlijk, hoe men kan verklaren dat de hellingen afnemen, ofwel waarom men bij een bepaalde stook een hogere temperatuur meet. Dit heeft waarschijnlijk te maken met het feit, dat eerst op de switch zelf en daarna op de flens werd gestookt en gemeten. Er is dan een overgang van metaal naar metaal en dus een extra thermische weerstand. De temperatuur die gemeten wordt is de temperatuur van de flens en die is hoger dan de temperatuur aan het uiteinde van de switch.

Als ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ -mengsel ingecondenseerd wordt in de expansiecel, zal de warmtegeleiding via de incondenseerleidingen beter worden, omdat de geleiding niet meer alleen door het metaal plaatsvindt. In termen van ons model betekent dit, dat β groter wordt. Dit zou opnieuw een grotere helling en een



Figuur 4.6: Invloed van een warmtelek

verder afnemende asafsnijding betekenen, bij dezelfde T_{bron} . De metingen laten echter zien, dat de asafsnijding nauwelijks verandert en dat de helling opnieuw kleiner wordt.

Ditmaal kan het kleiner worden van de helling niet verklaard worden uit het feit, dat op de flens werd gestookt. De temperatuur werd namelijk in de vloeistof gemeten en kan niet hoger zijn dan de temperatuur van de flens, tenzij er warmte naar de vloeistof in de expansiecel lekt. Omdat de temperatuur bij een volle cel heel traag naar de evenwichtswaarde gaat, zijn de zes meetpunten verspreid over drie dagen. Als eerste werd bij de hoogste stookwaarde gemeten en daarna bij steeds afnemende stook. De vorm van de grafiek is te verklaren als men aanneemt, dat het mengsel dat na het incondenseren in de leidingen achterblijft, langzaam naar de expansiecel stroomt. Hierdoor zal het warmtelek door de leidingen afnemen. Dit betekent volgens ons model dat de meetpunten op een waaier van lijnen liggen. Elk meetpunt ligt op een aparte lijn met een aparte waarde voor het warmtelek. Omdat het lek afneemt, komen de lijnen steeds dichterbij de lijn, die hoort bij een lege cel. De meetpunten lijken daardoor op één rechte te liggen.

Uit de metingen blijkt dus dat het warmtelek naar het uiteinde van de heatswitch niet merkbaar verandert als de expansiecel in het systeem wordt opgenomen. Als de cel en de toevoerleidingen gevuld worden met het ^3He - ^4He -mengsel ontstaat er kennelijk een warmtelek dat afneemt in de tijd en dat pas na drie dagen te verwaarlozen is.

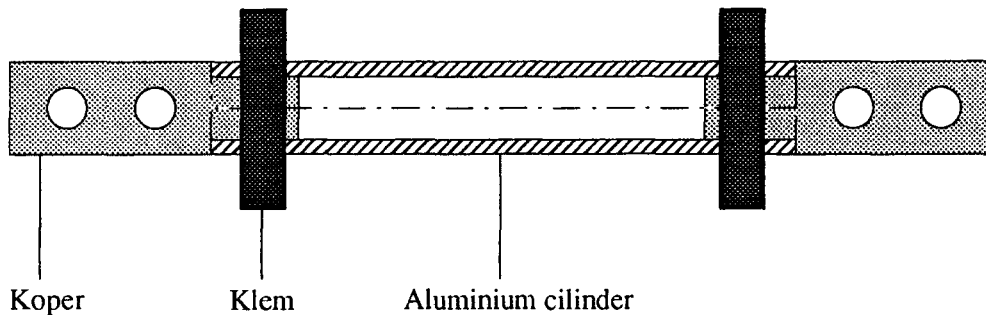
Wanneer men de metingen vergelijkt met de theorie uit paragraaf 4.2.4 blijkt, dat de hellingen in de verschillende grafieken steeds één of twee ordes lager liggen dan verwacht. Dit heeft waarschijnlijk twee oorzaken. Ten eerste wordt het temperatuurverschil over de switch gemeten met thermometers die via een niet te verwaarlozen thermische weerstand verbonden zijn met de uiteinden van de switch. Hierdoor is het werkelijke temperatuurverschil tussen de uiteinden van de switch kleiner dan het gemeten verschil. Ten tweede zullen de werkelijke warmtegeleidingscoëfficiënten van het gebruikte koper en aluminium kleiner zijn dan de literatuurwaarden [Lou].

4.3 Veranderingen

De afgelopen maanden zijn in het systeem een aantal ingrijpende veranderingen doorgevoerd met als doel het warmtelek naar de expansiecel te verkleinen. Zo wordt bij het afkoelen tot 4.2 K ^3He in plaats van ^4He als contactgas gebruikt. De bedrading is geheel vernieuwd om draden en incondenseerleidingen thermisch te kunnen koelen op de warmtewisselaars. Ook is er een nieuwe heatswitch gebouwd en getest. De veranderingen worden in deze paragraaf besproken.

4.3.1 Een nieuwe heatswitch

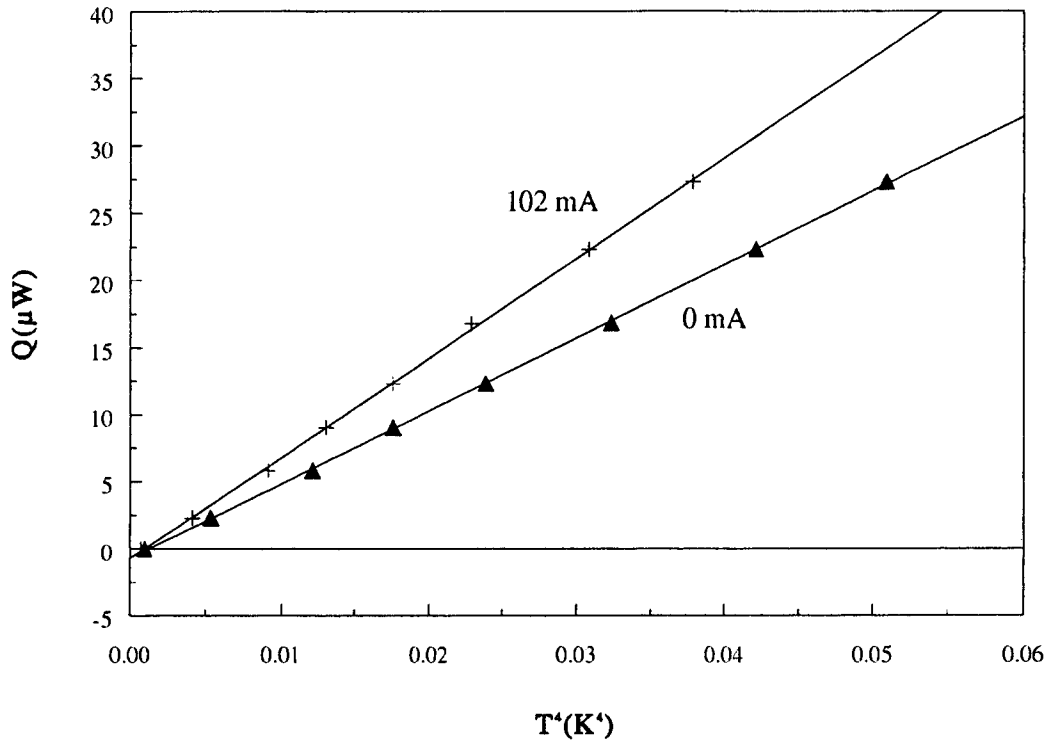
Zoals al in paragraaf 4.2.4 aan de orde is geweest, lijkt een nieuw ontwerp switch nodig om de expansiecel tijdens een expansie beter te kunnen isoleren. Er is daarom is een nieuwe switch gebouwd [Nag], die bestaat uit een aluminium cilindertje, waarin in de lengterichting een gleuf is gefreesd en dat aan beide uiteinden om een stukje koper is geklemd. Deze stukjes koper zijn op de flenzen van mengkamer en expansiecel geschroefd. De switch is afgebeeld in figuur 4.7. Om de



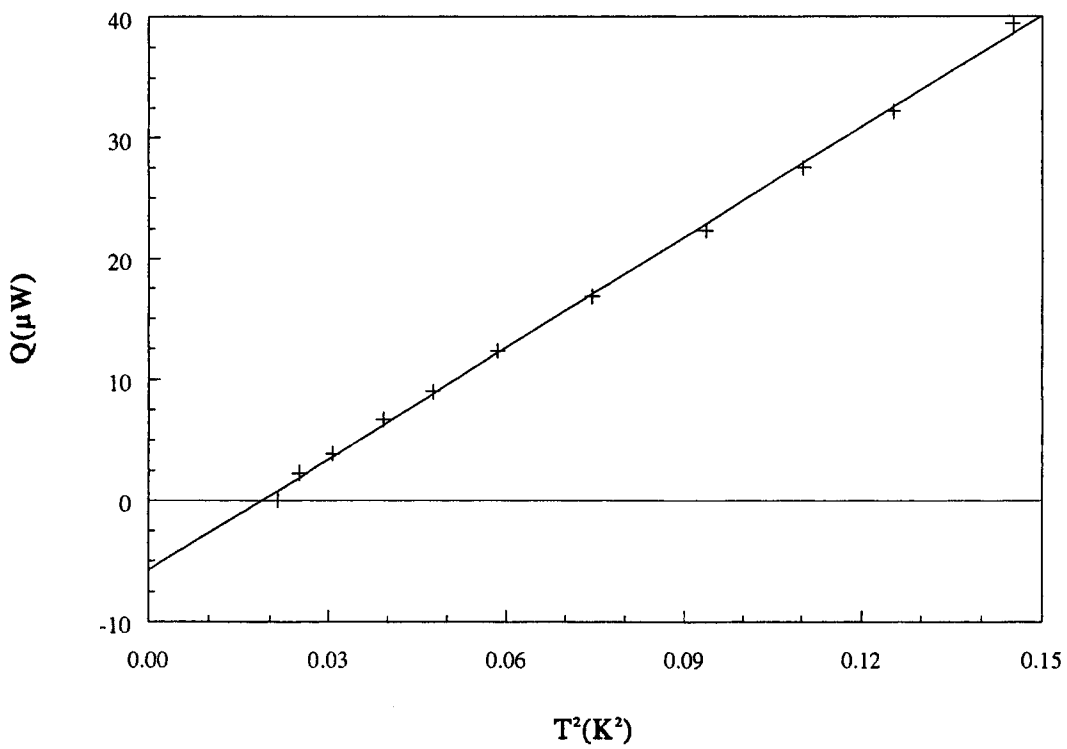
Figuur 4.7: De nieuwe heatswitch

switch in geleidende toestand te brengen, moet overal in de spoel het kritische veld van aluminium worden overschreden. Bij de oude switch hoefde dat alleen in het midden van de spoel het geval te zijn, omdat de warmtestroom door de switch daar door het aluminium moest. Om een magneetveld van 0.01 T te bereiken, werd 60 mA door de spoel gestuurd. Voor de nieuwe switch moet de stroom hoger zijn, omdat het magneetveld aan de randen van de spoel zwakker is dan in het midden. Theoretisch verwacht men dat het veld daar 60% is van het veld in het midden, zodat de stroom 100 mA moet bedragen om al het aluminium normaal te maken en de switch zo in geleidende toestand te brengen.

De nieuwe heatswitch is op de flens van de mengkamer bevestigd, terwijl het andere uiteinde werd voorzien van een heater en een thermometer: Een RuO_2 -weerstand die geijkt was met de LakeShore Germaniumweerstand. Vervolgens werd bij een aantal stookwaarden gemeten welke waarde de temperatuur aan het uiteinde bereikt. Deze meting werd verricht als er 0 mA door de spoel gaat en als er 102 mA door de spoel gaat. In het eerste geval is het aluminium overal supergeleidend en verwachten we dat de stook evenredig is met T_h^4 volgens vergelijking (4.6). In het tweede geval zou alle aluminium normaal zijn en een T_h^2 -verband opleveren. Beide gevallen bleken echter een T_h^4 -verband te geven, dat is uitgezet in figuur 4.8. Wel is te zien, dat bij een stroom van 102 mA meer gestookt moet worden om dezelfde temperaturen te bereiken. Dit wijst erop, dat een deel van het aluminium in normale toestand is gebracht, maar dat het gedrag van de switch wordt bepaald door het gedeelte dat supergeleidend is.



Figuur 4.8: Nieuwe heatswitch in isolerende toestand

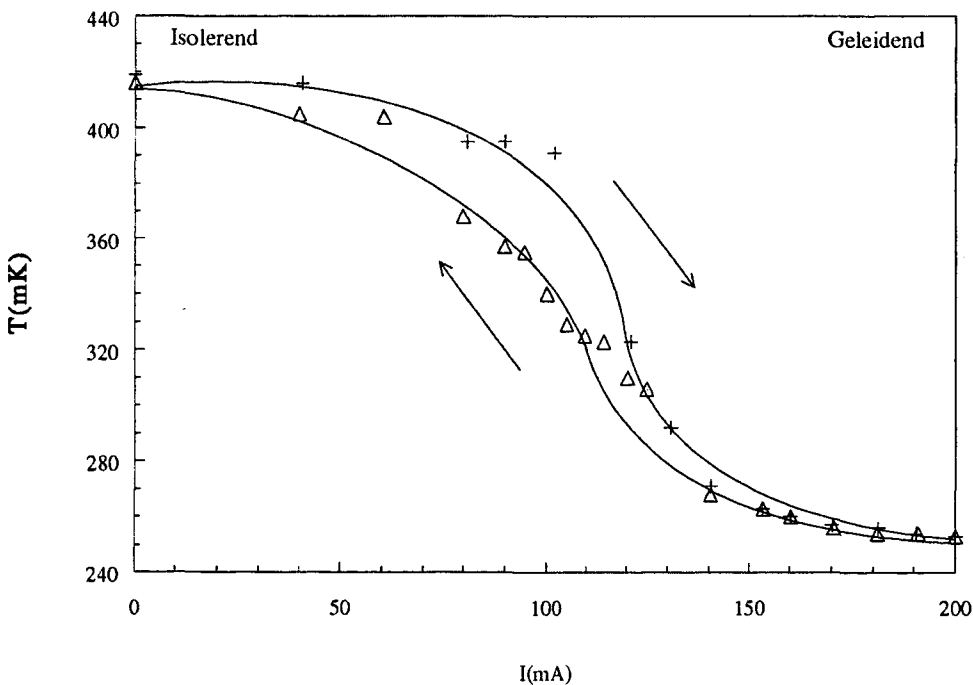


Figuur 4.9: Nieuwe heatswitch in warmtegeleidende toestand

Vervolgens werd een meting gedaan waarbij 153 mA door de spoel werd gestuurd. Figuur 4.9 laat zien, dat in dit geval de stook evenredig is met T^2 : De switch is in geleidende toestand.

Vergelijken we de metingen in geleidende toestand met de oude switch, dan blijken de hellingen ongeveer gelijk te zijn, ofwel de nieuwe switch geleidt ruwweg even goed als de oude. Voor isolerende toestand is de conclusie minder duidelijk. Voor temperaturen boven 180 mK is de helling voor de nieuwe switch ongeveer een factor 10 kleiner dan voor de oude. Dit betekent, dat bij de nieuwe switch minder gestookt hoeft te worden om eenzelfde temperatuurtoename te realiseren en dat de nieuwe switch dus beter isoleert. In dit opzicht is het ontwerp dus succesvol. De verhouding van de hellingen in de grafieken voor geleidende en isolerende toestand is een maat voor de schakelverhouding. Voor de oude switch is de verhouding van de hellingen uit figuur 4.3 en 4.4 0.1 K^2 . Voor de nieuwe switch is die verhouding 0.6 K^2 en is dus beter dan bij de oude switch. We zijn met het oog op de toekomst echter vooral geïnteresseerd in temperaturen beneden de 100 mK. De hellingen in de figuren voor de oude switch zijn daar lager dan in het hoge temperatuurgebied en voor de nieuwe switch hebben we die temperaturen niet kunnen bereiken, zodat de werking beneden 100 mK niet beoordeeld kan worden.

Ook werd bekeken hoe de omschakeling van isolerend naar geleidend en omgekeerd plaatsvindt. Dit gebeurt door bij een constante stookwaarde ($15 \mu\text{W}$) de stroom door de spoel langzaam op te laten lopen en weer naar nul terug te brengen. Ondertussen wordt de temperatuur aan het uiteinde gemeten. Het blijkt dat er geen scherp omslagpunt is, maar dat in het gebied tussen 50 en 150 mK verschillen optreden tussen oplopende stroom en afnemende stroom. De geleiding bij een bepaalde stroom is beter als men van hogere stromen komt, dan wanneer men van lagere stromen komt, waardoor de temperatuurverschillen tussen de uiteinden van de switch kleiner zijn, zie figuur 4.10. Voor de beste schakelwerking moet men de stromen 0 en 150 mA kiezen.



Figuur 4.10: Schakelwerking van de nieuwe heatswitch

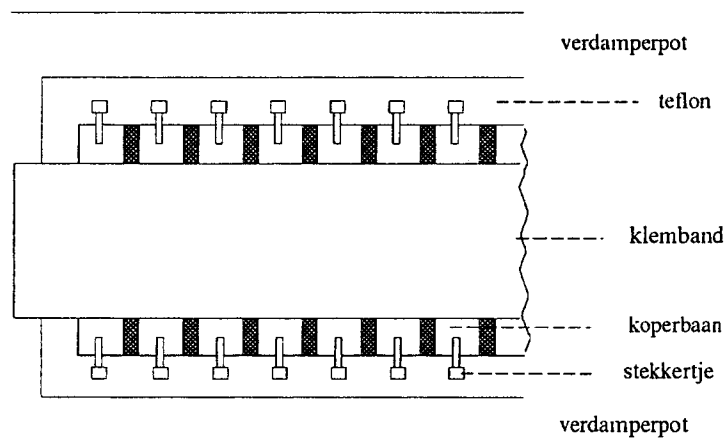
4.3.2 Contactgas

Bij het afkoelen van het systeem naar 4.2 K wordt een contactgas gebruikt, dat zorgt voor warmte-uitwisseling tussen de verschillende delen van het systeem. Hiervoor moet men helium gebruiken omdat dat tot 4.2 K gasvormig blijft. Men kan kiezen tussen ^3He en ^4He , waarbij meestal ^4He de voorkeur krijgt omdat het veruit de goedkoopste van de twee isotopen is. Bij de adiabatische expansie is van belang, dat zo weinig mogelijk ^4He achterblijft. Het wordt beneden 2.17 K namelijk superfluïde en vormt dan een film die door het systeem kan kruipen en bovendien goed warmte geleidt, zodat een goede expansie, en soms zelfs mengkoelen, onmogelijk wordt. Het gebruik van ^3He heeft als voordeel, dat het pas superfluïde wordt beneden 1 mK, een temperatuur die ver beneden het werkgebied ligt. Daarom is een vat met ^3He aangesloten, waar elke keer dat de opstelling afgekoeld wordt wat gas uit gehaald wordt om als contactgas te fungeren.

4.3.3 Bedrading en toevoerleidingen

Om extra koelpunten te creëren voor de incondenseerleidingen van de expansiecel was het noodzakelijk om bij de warmtewisselaars te kunnen komen en de plaat onder de warmtewisselaars los te halen. De oude bedrading werd echter gekoeld door de draden vast te lijmen op paaltjes die in de plaat en in de verdamperflens waren geschroefd. Het geheel kon dus geen kant op en kapotte draden konden niet worden vervangen. Daarom is besloten de bedrading te vervangen door een wat flexibelere uitvoering met koelpunten op de verdamper en op twee van de tien warmtewisselaars. De draden van weerstandsthermometers en heaters zijn per vier vertwijnd en voorzien van stekkertjes om ze gemakkelijk aan te kunnen sluiten. Enkele van die bundeltjes samen worden ter bescherming omhuld met teflon. De thermische aarding van de meetdraden gebeurt op drie plaatsen: Op de verdamper door middel van een koelstrip, op de vierde warmtewisselaar door een koelblok en tenslotte op de negende warmtewisselaar middels een tweede koelblok.

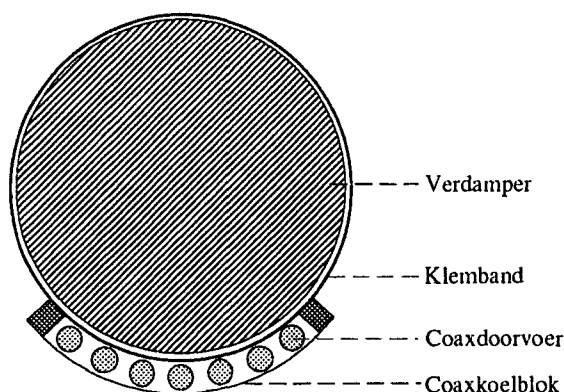
De koelstrip rond de verdamper is een strip van koper, die bestaat uit een groot aantal elektrisch gescheiden kanaaltjes naast elkaar, waarop stekkers zijn gesoldeerd, zie figuur 4.11. De koelstrip



Figuur 4.11: Zijaanzicht van de koelstrip op de verdamperpot

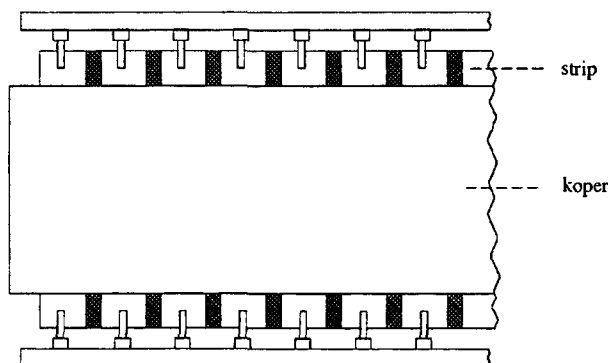
wordt door een klemband op de verdamper gedrukt en is door middel van een laagje teflon elektrisch geïsoleerd van de verdamper. Voor een goede thermische verbinding is tussen teflon en verdamper een laagje vacuümvet met koperpoeder gesmeerd. De temperatuur die de koperstrip zal aannemen is

praktisch gelijk aan de temperatuur van de verdamper omdat het contactoppervlak van de strip met de verdamper groot is (150 cm^2) en 80 draden van 4.2 K naar de verdamper slechts zo'n 50 nW aan warmte naar binnen voeren. Zoals is weergegeven in figuur 4.12 wordt door de klemband behalve de koperstrip ook een koperblok voor koeling van de coaxdraden tegen de verdamper gedrukt. In het blok zijn een aantal gaten geboord, waarin met Stycast coaxbuisjes zijn gelijmd. Deze zijn hierdoor thermisch verbonden maar elektrisch geïsoleerd. Zo'n coaxbuisje is een stalen buisje waarin met Stycast een gelakte koperdraad is gelijmd. Die draad wordt verbonden met de kern van een coaxdraad en het stalen buisje met de mantel.



Figuur 4.12: Bovenaanzicht van koelstrip en coaxkoelblok op de verdamper

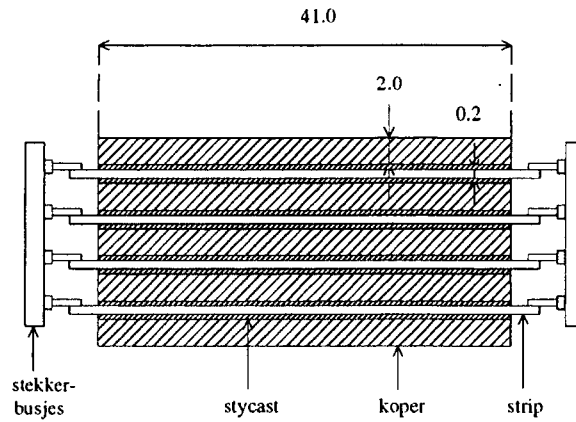
De koeling op de warmtewisselaars vindt plaats met twee koelblokken, die in zij- en bovenzicht in figuur 4.13 en 4.14 zijn weergegeven. Ze bestaan uit eenzelfde koperstrip als rond de verdamper



Figuur 4.13: Bovenaanzicht koelblok

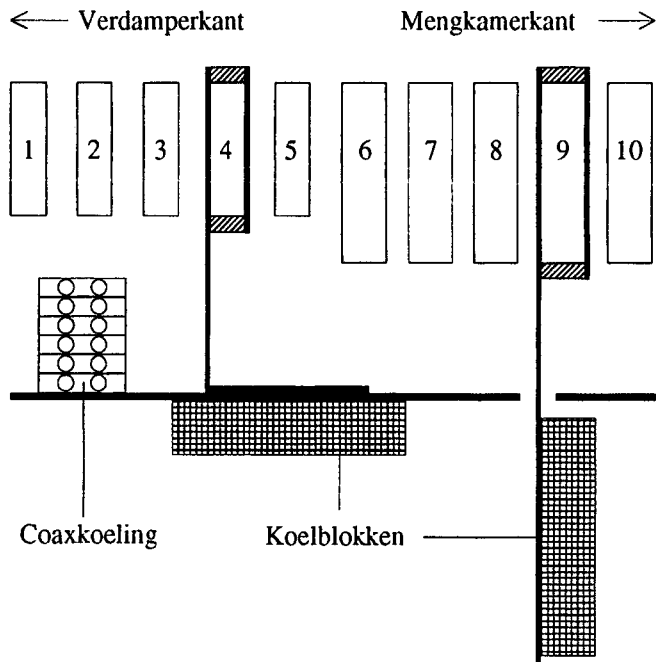
is geklemd. Vier lagen van deze strip zijn met Stycast tussen plaatjes koper gelijmd. Aan de strips zijn contactvoetjes gesoldeerd.

De plaat onder de warmtewisselaars is thermisch verankerd op de vierde warmtewisselaar. Eén van de twee koelblokken is op de plaat geschroefd, het andere koelblok hangt aan een koperplaat, die vastgeklemd is op de negende warmtewisselaar en door een sleuf in de plaat naar beneden steekt.



Figuur 4.14: Zijaanzicht koelblok

Verder is er op de plaat een coaxkoelblok bevestigd, dat bestaat uit enkele koperplaatjes waarin kanalen zijn uitgefreesd. In die kanalen zijn met Stycast coaxbuisjes gelijmd. Het geheel is weergegeven in figuur 4.15.



Figuur 4.15: Schematische weergave van de koeling op de warmtewisselaars

Hoofdstuk 5

Resultaten adiabatiscche expansie

In dit hoofdstuk worden de resultaten gepresenteerd van expansies en ontmengingen, die de afgelopen maanden gedaan zijn. Een ontmenging is het omgekeerde proces van een expansie en bestaat uit het naar de ^4He -cel halen van het ^4He dat zich in de expansiecel bevindt. In de eerste paragraaf worden twee ontmengingen besproken, de tweede paragraaf beschrijft drie expansies en in de laatste paragraaf wordt aan de hand van enkele expansies en ontmengingen nagegaan hoe de ^4He -flow door het superlek afhangt van het vermogen van de heater waarmee op de flens van de ^4He -cel gestookt wordt.

5.1 Ontmengen

Om ontmenging te realiseren wordt op de flens van de ^4He -cel gestookt met een heater. Verreweg het grootste deel van het met de heater op de flens gestookte vermogen stroomt via de koperverbinding naar de verdamper om een gewenst temperatuurverschil tussen verdamper en ^4He -cel in stand te houden. Een aanzienlijk kleiner deel van het gestookte vermogen wordt gebruikt om door het superlek binnenstromend ^4He op te warmen tot de temperatuur in de ^4He -cel. Als de temperatuur van de ^4He -cel constant is geldt:

$$\dot{Q}_{stook} = \dot{Q}_{verd} + \dot{Q}_{^4He} \quad (5.1)$$

In een stationaire situatie is het vermogen dat gebruikt wordt voor de opwarming van het binnenkomend ^4He in goede benadering gelijk aan

$$\dot{Q}_{^4He} = \dot{n}_4 T S_4(T) \quad (5.2)$$

waarin S_4 de molaire entropie van vloeibaar ^4He is. Het vermogen waarbij de ^4He -flow door het superlek nul is, noemen we de kritische stook. Het gestookte vermogen stroomt dan volledig weg naar de verdamper via de koperverbinding.

Zoals tijdens de expansie kou geproduceerd wordt in de expansiecel omdat ^3He oplost in ^4He , zo wordt tijdens de ontmenging warmte geproduceerd omdat ^3He vanuit het mengsel naar de laag zuiver ^3He oversteekt. Het geproduceerde vermogen kan men beperkt houden door traag te ontmengen. De warmteproductie als gevolg van ontmenging bij constante T wordt namelijk gegeven door

$$\dot{Q} = \dot{n}_3 [H_d(T) - H_c(T)] \quad (5.3)$$

en is dus afhankelijk van het aantal mol ^3He dat per seconde de fasegrens passeert en van de temperatuur waarbij de ontmenging plaatsvindt.

De eerste ontmenging die besproken wordt is een trage ontmenging, die ongeveer acht uur duurde. Tijdens de ontmenging is de expansiecel gekoeld door de heatswitch in geleidende toestand te brengen, zodat de warmte, die geproduceerd wordt door het ontmengen, weg kan stromen naar de mengkamerwand. Tijdens het experiment zijn een aantal weerstandsthermometers en de capaciteit in de expansiecel gevolgd. Van de belangrijkste thermometers, namelijk die in de expansiecel, op de flens van de expansiecel en op de flens van de ^4He -cel is in figuur 5.1 de temperatuur als functie van de tijd afgebeeld. Rechtsonder is het tijdsverloop van de capaciteit van de condensator in de expansiecel te zien. De dalende lijn geeft aan dat het vloeistofniveau in de expansiecel zakt en dat er ^4He naar de ^4He -cel stroomt.

We kunnen het proces opdelen in drie gebieden. In het eerste gebied, tot 170 minuten, is de koeling door de heatswitch sterker dan de warmteproductie ten gevolge van het stijgen van de concentratie. De warmteproductie in dit gebied is relatief klein, omdat de ^3He -concentratie in de verdunde fase in dit gebied oploopt van 4.6% tot een verzadigd 8.0% mengsel. De temperatuur op de flens van de ^4He -cel daalt in het begin, maar stijgt weer na 45 minuten. Deze omslag wordt veroorzaakt door de verandering van de osmotische druk in de expansiecel. De osmotische druk verandert ten gevolge van de concentratiestijging in het ^3He - ^4He -mengsel en de temperatuurdaling in de expansiecel. Tot 45 minuten is het effect van de dalende temperatuur blijkbaar groter dan het effect van de stijgende concentratie en daalt de osmotische druk. Na 45 minuten overheerst de invloed van de concentratiestijging en is het netto effect een stijgende osmotische druk. Om te blijven voldoen aan de evenwichtsvoorwaarde voor superfluïde ^4He over het superlek

$$p_{damp,^4\text{He}} - p_{hydr,^4\text{He}} - p_{f,^4\text{He}} = p_{hydr,exp} - \Pi_{exp} \quad (5.4)$$

moet ook de fonteindruk dan hoger worden zodat de temperatuur van de ^4He -cel stijgt.

In het tweede gebied, tussen 170 en 365 minuten, is de temperatuur in de expansiecel constant en houden opwarming ten gevolge van het ontmengen en koeling door de heatswitch elkaar vrijwel in evenwicht. In de ^4He -cel blijft de temperatuurverandering beperkt tot enkele milliKelvin, wat voldoende is om de verandering van hydrostatische druk in de expansiecel en de ^4He -cel te compenseren.

Het derde tijdsinterval begint als de capaciteit niet meer zakt, dus als de ontmenging afgelopen is en de temperatuur in de expansiecel verder zakt. De temperatuur op de ^4He -cel schiet omhoog, omdat geen superfluïde ^4He , dat opgewarmd moet worden, meer binnenkomt.

In het tweede gebied is de temperatuur van de expansiecel ongeveer 150 mK. Volgens de heatswitchmeting van figuur 4.4 hoort daar een warmtestroom van zo'n $6 \mu\text{W}$ bij. Vlak voor en na het horizontale gedeelte in de grafieken wordt de snelheid waarmee de expansiecel afkoelt bepaald door diezelfde warmtestroom. Voor de afkoeling tot 150 mK geldt, dat warmtestroom te berekenen is uit de tijdsafgeleide van de temperatuur van de cel, de warmtecapaciteit C_{cel} van de lege cel en de soortelijke warmte C_{3d} van het mengsel per mol ^3He :

$$\dot{Q} = [C_{cel} + n_3 C_{3d}] \left. \frac{dT}{dt} \right|_d$$

Eenzelfde vergelijking is van toepassing vlak na 365 minuten:

$$\dot{Q} = [C_{cel} + n_3 C_{3c}] \left. \frac{dT}{dt} \right|_c$$

waarin C_{3c} de soortelijke warmte van het zuivere ^3He bij 150 mK is. In het totaal is 2.03 mol 4.6%-mengsel ingecondenseerd zodat $n_3 = 0.10$ mol. In de literatuur [Kue] vinden we $C_{3d} =$

9.0 J/mol ^3He K en $C_{3c} = 2.4$ J/mol ^3He K en uit de grafieken kunnen we de snelheden, waarmee de cel afkoelt, bepalen: $dT_d/dt = 7\mu\text{K/s}$ en $dT_c/dt = 19\mu\text{K/s}$. Als we deze waarden invullen en de vergelijkingen combineren, volgt dat de warmtestroom $7\mu\text{W}$ bedraagt. Dit is in redelijke overeenstemming met de uit de heatswitchmeting geschatte waarde. De warmtecapaciteit van de lege cel is 0.14 J/K. Om de warmtecapaciteit van de lege cel te schatten, gebruiken we vergelijkingen uit de literatuur voor de soortelijke warmte van koper en staal [Ree] bij lage temperaturen. De warmtecapaciteit van een uit 30 cm^3 staal en 20 cm^3 koper bestaande cel wordt bij lage temperaturen vrijwel volledig bepaald door de warmtecapaciteit van het staal en bedraagt 0.023 J/K. Dit is veel lager dan de uit de meting bepaalde waarde. De oorzaak hiervan kan zijn dat een ander soort staal wordt gebruikt dan het staal waarop de gegevens in de literatuur betrekking hebben.

De warmteproductie in het tweede gebied als gevolg van de ontmenging moet gelijk zijn aan de warmtestroom door de heatswitch. We weten dat er $0.10\text{ mol } ^3\text{He}$ ontmengt in 200 minuten ofwel $8.3\mu\text{mol/s}$. De warmte die per seconde geproduceerd wordt volgt dan uit vergelijking (5.3): $\dot{Q} = 11\mu\text{W}$. Deze waarde ligt wat hoger dan de waarde die zou volgen uit de metingen aan de heatswitch.

Vergelijken we de berekende ^3He -flow met de helling van de capaciteit in het middelste gebied, dan blijkt dat er ook hier een tamelijk groot verschil is. De helling is $4.8 \cdot 10^{-5}$ pF/s wat overeenkomt met een ^4He -flow van $44\mu\text{mol/s}$. Per mol ^4He zal $0.087\text{ mol } ^3\text{He}$ ontmengen, zodat per seconde $3.8\mu\text{mol } ^3\text{He}$ ontmengt, iets minder dan de helft van de eerder gevonden waarde. Een mogelijke verklaring voor dit verschil is dat de gevoeligheid van de condensator een andere waarde heeft, omdat de binnen- of buitendiameter van de cilinders, waaruit de condensator bestaat, niet exact bekend is.

Het vermogen dat wordt opgenomen door het binnenkomende ^4He kunnen we berekenen met vergelijking (5.2). Bij 1.45 K is de entropie van ^4He 0.66 J/molK en $TS_4 = 0.96\text{ J/mol}$. Per seconde ontmengt $8.3\mu\text{mol } ^3\text{He}$ dus de ^4He -flow is $95\mu\text{mol/s}$ en het opgenomen vermogen $90\mu\text{W}$. Na de expansie wordt dit vermogen benut om de cel met inhoud op te warmen. Als we de warmtecapaciteit van de lege cel verwaarlozen ten opzichte van de warmtecapaciteit van $2.03\text{ mol } ^4\text{He}$ bij 1.45 K, is $C_{cel} = 7.2\text{ J/K}$. De snelheid waarmee de cel opwarmt vlak na de ontmenging zou dan $13\mu\text{K/s}$ zijn, de gemeten temperatuurstijging is eveneens $13\mu\text{K/s}$.

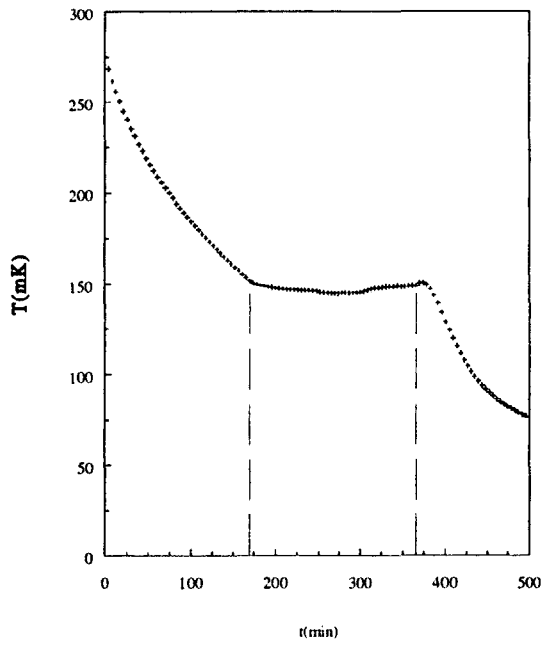
Bij de tweede ontmenging is het vermogen, waarmee op de ^4He -cel wordt gestookt, gevarieerd om te bekijken hoe de ^4He -flow daarop reageert. De ontmenging, die is weergegeven in figuur 5.2 kan wederom opgedeeld worden in enkele deelgebieden. In het eerste stuk warmt de ^4He -cel op, totdat bij 30 minuten de temperatuur zo hoog is, dat evenwicht ontstaat met het 4.6%-mengsel in de expansiecel en de ontmenging begint. De temperatuur en de concentratie in de de expansiecel lopen op waardoor de osmotische druk toeneemt. Hierdoor stijgt ook de fonteindruk in de ^4He -cel, wat zich uit in een toename van de temperatuur. De stook wordt gevarieerd, waardoor de flow verandert en de helling van de capaciteit knikken vertoort. Bij 88 minuten wordt de stook verlaagd en bij 112 minuten is de ingestelde stookwaarde bijna gelijk aan de kritische stook, zodat de ontmenging zeer traag verloopt. De warmteproductie in de expansiecel is dan zo klein, dat de koeling via de heatswitch de overhand krijgt en de thermometers in en op de expansiecel een dalende lijn vertonen. Tenslotte wordt op $t = 140$ minuten de stook weer verhoogd en bij 160 minuten is de ontmenging afgelopen.

Het is interessant om de temperaturen op de flens van de ^4He -cel te vergelijken met theoretische schattingen. Hiervoor gebruiken we de evenwichtsvoorwaarde (5.4). Op het punt waar het ontmengen begint, is er evenwicht tussen een 4.6%-mengsel van 40 mK in de expansiecel en het zuiver ^4He van 1.3 K in de ^4He -cel. De dampdruk in de ^4He -cel is dan zo'n 200 Pa, de hydrostatische druk is nul. In de expansiecel is de hydrostatische druk ca. 100 Pa en de osmotische druk zo'n 1.4 kPa. Volgens

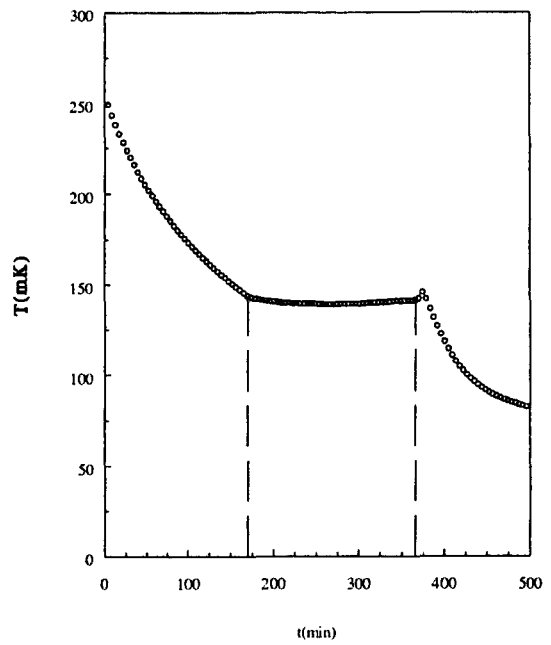
vergelijking (5.4) moet de fonteindruk dan 1.5 kPa zijn. De bijbehorende temperatuur is 1.29 K, wat in overeenstemming is met de op de flens gemeten waarde.

Tenslotte zullen we laten zien, dat de temperatuurdaling van zo'n 20 mK op de flens van de ^4He -cel in het gebied tussen 110 en 140 minuten verklaard kan worden uit de temperatuurdaling in de expansiecel. In het gebied dat we bekijken hebben we te maken met de verdunde fase langs de fasescheidingslijn. Wanneer de temperatuur zakt van 102 naar 88 mK, zakt de osmotische druk van 3.25 naar 3.0 kPa. Als we aannemen dat ongeveer driekwart van de vloeistof inmiddels de ^4He -cel heeft bereikt, is de hydrostatische druk daar ca. 75 Pa en in de expansiecel 25 Pa; de dampdruk bij 1.45 K is ongeveer 400 Pa. Uitgaande van deze waarden zakt de fonteindruk van 3.7 naar 3.45 kPa en de temperatuur van 1.46 naar 1.44 K. De gemeten temperatuurdaling op de flens bedraagt inderdaad ongeveer 20 mK.

Expansiecel

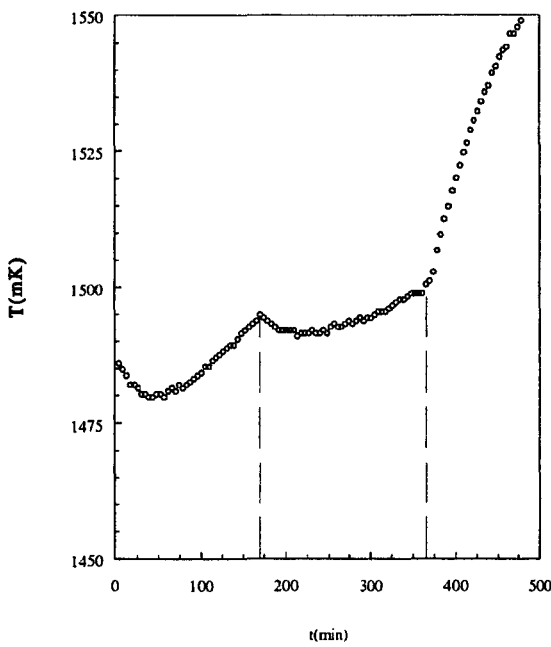


Flens expansiecel

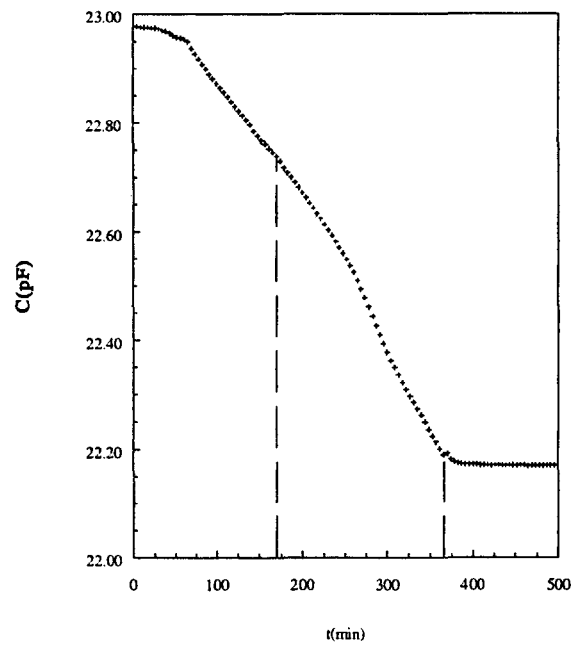


Run 345 nr. 4

Flens 4He-cel

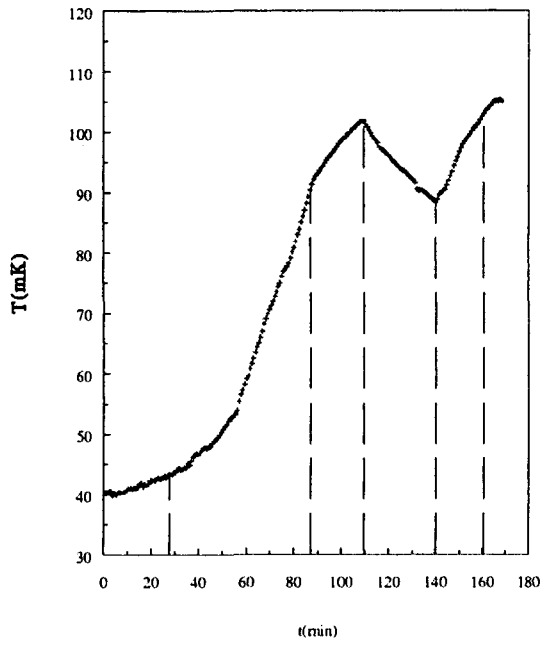


Capaciteit expansiecel

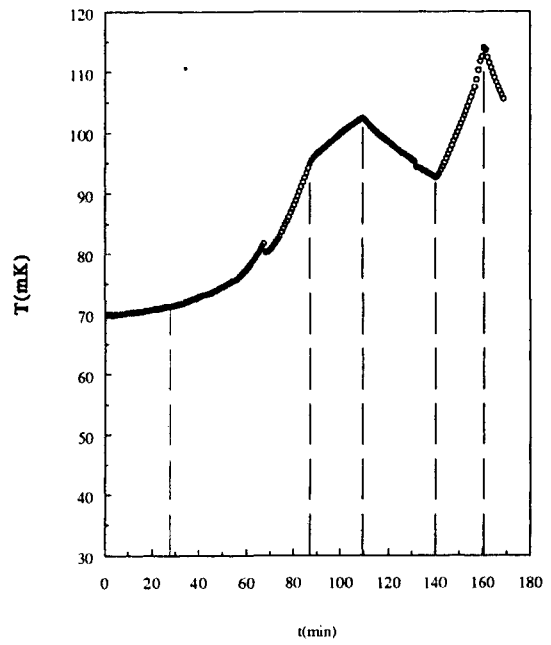


Figuur 5.1: Trage ontmenging

Expansiecel

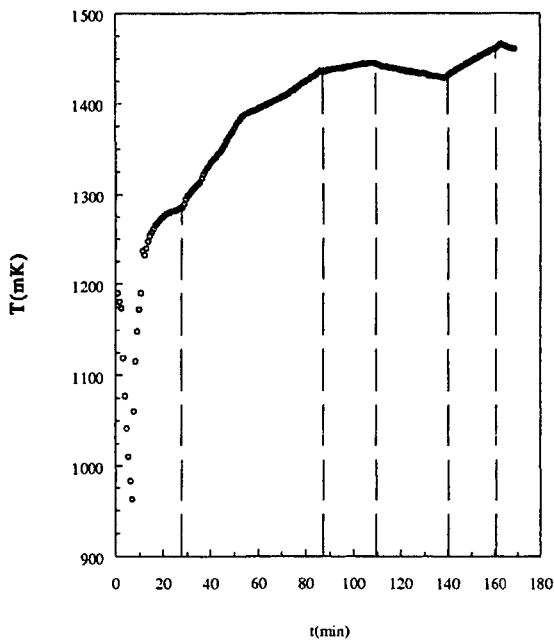


Flens expansiecel

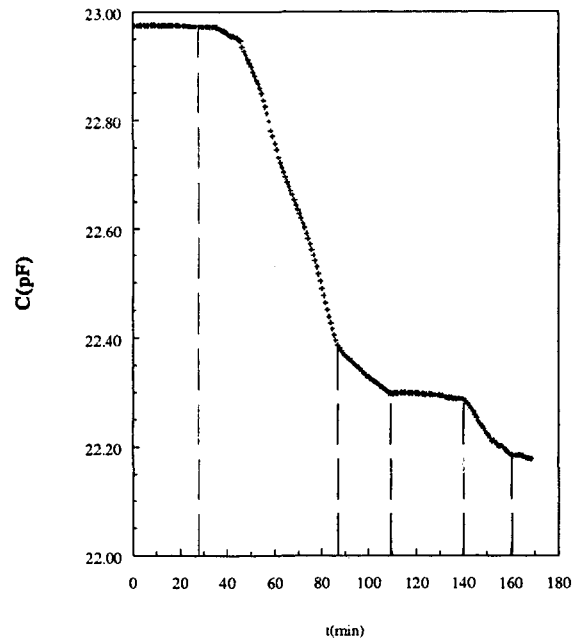


Run 345 6-7

Flens 4He-cel



Capaciteit expansiecel



Figuur 5.2: Variabel ontmengen

5.2 Expansie

De eerste expansie die uitgevoerd is, is weergegeven in figuur 5.3. Om de ontmenging tot stand te brengen is een hele nacht 2.13 mW gestookt op de flens van de ^4He -cel, waardoor de ^4He -cel en een gedeelte van het superlek een temperatuur van 1.8 K aannamen, ver boven de temperatuur die nodig is om de expansie te doen beginnen. De stook op de ^4He -cel werd verlaagd tot ver beneden de kritische stook, waardoor de temperatuur begon te zakken. De expansie begon pas bij 950 mK, ver beneden de evenwichtstemperatuur van 1.4 K. Het resultaat van de expansie, die slechts 10 minuten duurde, was in plaats van de verwachte koeling een forse opwarming in de expansiecel.

Waarschijnlijk is er het volgende gebeurd: Bij het afkoelen via de koperverbinding op de flens van de ^4He -cel is eerst de ^4He -cel afgekoeld tot beneden de evenwichtstemperatuur, zodat voor een aanzienlijke hoeveelheid ^4He de drijfveer om naar de expansiecel te gaan groter was dan de drijfveer om in de ^4He -cel te blijven. Dit ^4He stroomde echter niet naar de expansiecel omdat het werd tegengehouden door een gebied in het superlek waar het nog warmer was dan 1.4 K en dat als 'blokkade' fungeerde. Zodra de temperatuur daar laag genoeg werd, stroomde het ^4He met hoge snelheid door het superlek en werd de flow dissipatief, zodat warmte gegenereerd werd en de expansie geen koeling maar opwarming veroorzaakte. Rechtsboven in figuur 5.3 is te zien, dat de weerstand van een op het superlek gelijmde RuO_2 -weerstand omlaag schoot op het moment dat de expansie begon, wat betekent, dat de temperatuur omhoog gaat. De bereikte waarde van 4.75 k Ω correspondeert volgens de ijking van figuur 3.2 met ongeveer 1.5 K. Dit ondersteunt de veronderstelling dat de opwarming veroorzaakt wordt door dissipatieve flow door het superlek.

Figuur 5.4 is het resultaat van een expansie waarbij niet op maximale snelheid werd geïnjecteerd. Er werd 0.35 mW gestookt op de flens van de ^4He -cel, zodat de koeling via de verdampers overheerst en de ^4He -cel afkoelt. Wanneer de ^4He -cel koud genoeg is begint de expansie en begint de vloeistof in de expansiecel af te koelen. De thermometer op de flens van de expansiecel volgt nauwelijks. Bij 108 minuten is het op de ^4He -cel gestookte vermogen verlaagd tot 0.23 mW waardoor de injectie sneller verloopt. De helling van de capaciteit wordt steiler en de temperatuur in de expansiecel daalt weer wat sneller. Na 121 minuten zakt de temperatuur op de flens van de ^4He -cel relatief snel, terwijl de ^4He -cel nog niet leeg is. Deze temperatuurdaling zal het gevolg zijn van het feit, dat alle ^3He is opgelost en dat het mengsel doorverdund wordt. Bij een lagere concentratie hoort namelijk een lagere osmotische druk en om te blijven voldoen aan evenwichtsvoorwaarde (5.4) moet de fonteindruk in de ^4He -cel lager worden. Tenslotte gaat de capaciteit naar zijn eindwaarde en stopt de koeling in de expansiecel. Het rendement van deze expansie is $T_{\text{begin}}/T_{\text{eind}} \simeq 62/38 = 1.6$ en is dus vrij laag vergeleken met de maximaal haalbare factor 5.8. Deze factor is groter dan de eerder berekende factor 4.57, omdat het doorverdunnen tot 4.6% een extra temperatuurdaling veroorzaakt.

De temperatuur waarbij de expansie begint kan theoretisch afgeschat worden door vergelijking (5.4) te gebruiken. Een volle ^4He -cel bij 1.4 K heeft een hydrostatische druk van 100 Pa en een dampdruk van 300 Pa. De osmotische druk van een verzadigd mengsel bij 62 mK is 2.6 kPa zodat de fonteindruk 3.0 kPa moet worden. De daarbij behorende temperatuur is 1.42 K.

Bij 122 minuten begint het doorverdunnen van het mengsel. De temperatuur in de expansiecel is gezakt tot 42 mK en de ^4He -cel is voor driekwart leeg. De osmotische druk is nu 2.4 kPa en de fonteindruk is 2.75 kPa. We verwachten dus dat de temperatuur in de loop van de expansie met 25 mK daalt. Dit is iets kleiner dan de gemeten afname.

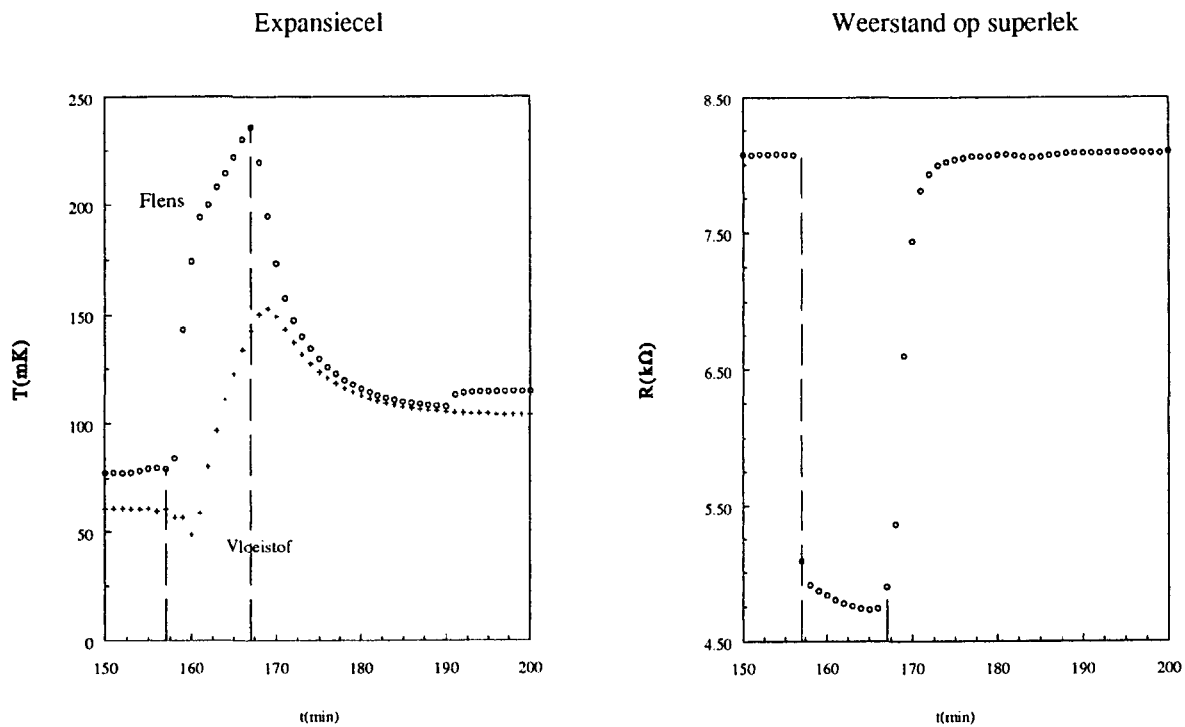
In het volgende gebied, tussen 121 en 143 minuten, gaat ook het laatste ^4He naar de expansiecel, waardoor de concentratie daalt van 6.6% naar 4.6%, wat resulteert in een verandering van de osmotische druk van 2.4 naar 1.4 kPa. Alles bij elkaar betekent dit, dat de fonteindruk moet zakken van

2.75 naar 1.5 kPa. De evenwichtstemperatuur zakt hierdoor van 1.40 K naar 1.30 K. De thermometer op de flens laat inderdaad een temperatuurdaling van deze grootte zien.

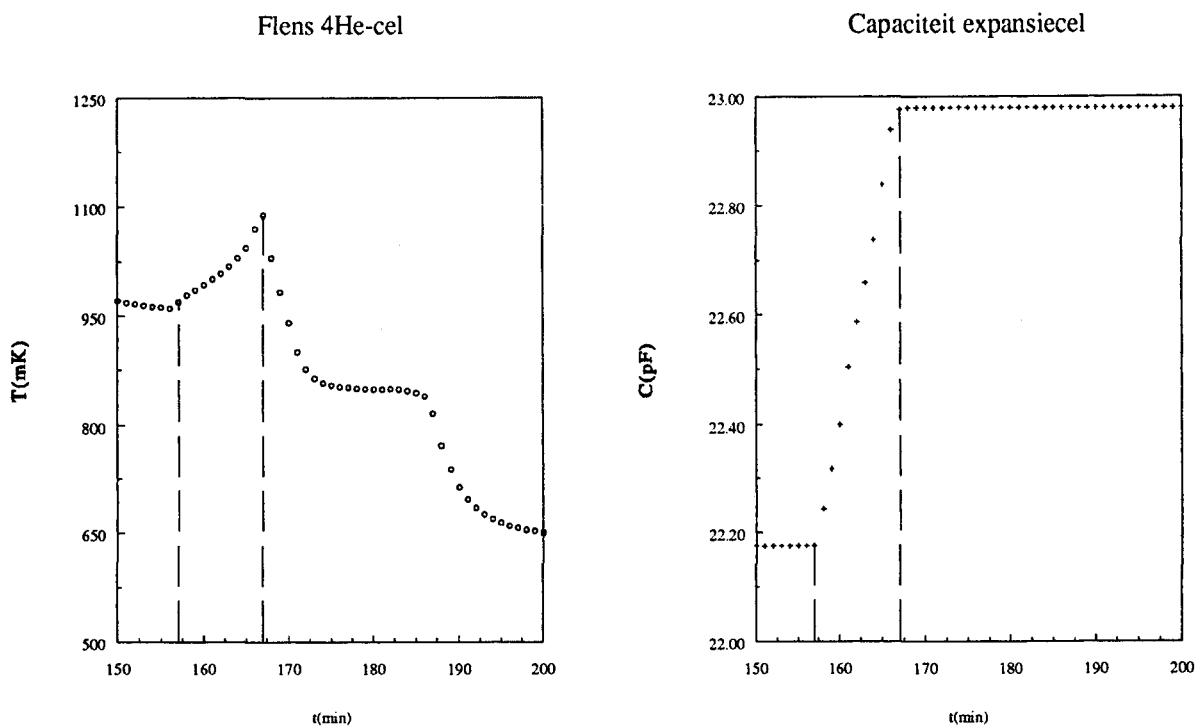
Om na te gaan hoe een snellere expansie verloopt is ook een expansie gedaan waarbij niet gestookt werd op de flens van de ^4He -cel. Deze expansie is afgebeeld in figuur 5.5. Tijdens de hele expansie was de heatswitch in geleidende toestand, zodat in het begin de koeling voor een deel ook door de switch werd veroorzaakt. De tijdsafgeleide van de temperatuur in de expansiecel voor $t = 40$ minuten is echter veel trager dan de tijdsafgeleide tijdens de expansie, wat betekent dat de koeling door de heatswitch klein is ten opzichte van de koeling door de expansie. Aan het einde van de expansie zal het feit, dat de heatswitch in geleidende toestand is, de koeling ten gevolge van de expansie waarschijnlijk zelfs iets tegenwerken. De expansie komt op gang bij ongeveer 40 minuten en eindigt drie kwartier later bij 86 minuten. Het omslagpunt waarbij het doorverdunnen begint ligt bij 78 minuten. Het rendement van deze expansie bedroeg ongeveer $95/36 = 2.6$ wat nog steeds vrij laag is.

Als de expansie begint, is de temperatuur in de expansiecel 105 mK. De osmotische druk die hierbij hoort is 3.3 kPa. De dampdruk is ongeveer 400 Pa en de hydrostatische druk in de ^4He -cel is ca. 100 Pa. Om de corresponderende fonteindruk van 3.6 kPa te bereiken moet de temperatuur 1.45 K worden, wat klopt met de gemeten temperatuur op de flens.

Het omslagpunt in het temperatuurverloop van de flens van de ^4He -cel ligt bij 1.37 K. Theoretisch verwachten we een iets hogere waarde, namelijk 1.40 K. Na het omslagpunt zakt de concentratie naar 4.6%, waardoor de osmotische druk afneemt tot 1.4 kPa. De fonteindruk moet daarom 1.5 kPa worden en de temperatuur moet dalen tot 1.29 K, in goede overeenstemming met de temperatuur die werd gemeten.

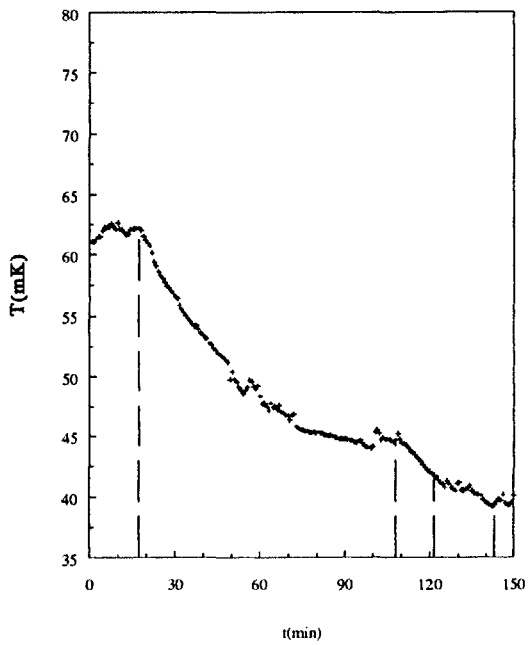


Run 344 nr. 14

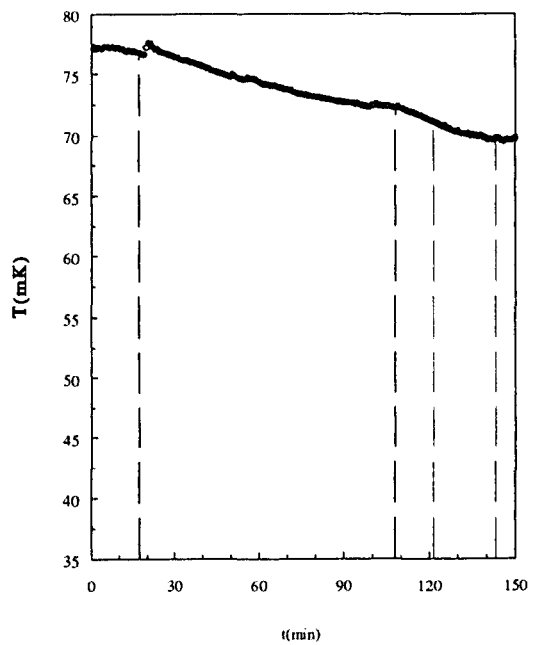


Figuur 5.3: Turbo-expansie met blokkade-effect

Expansiecel

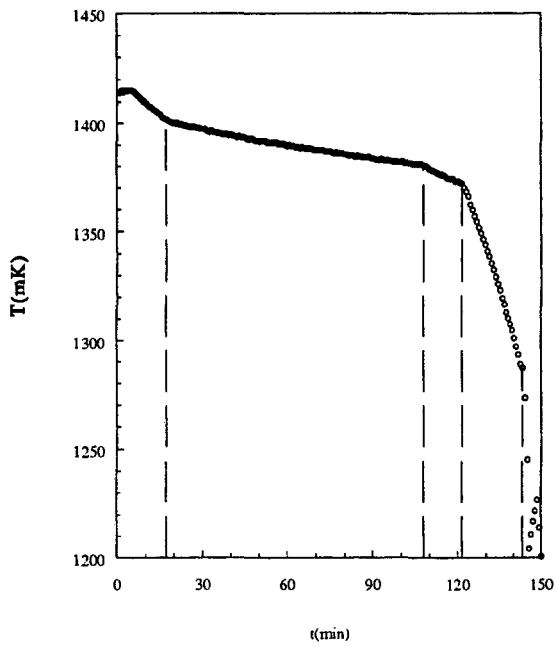


Flens expansiecel

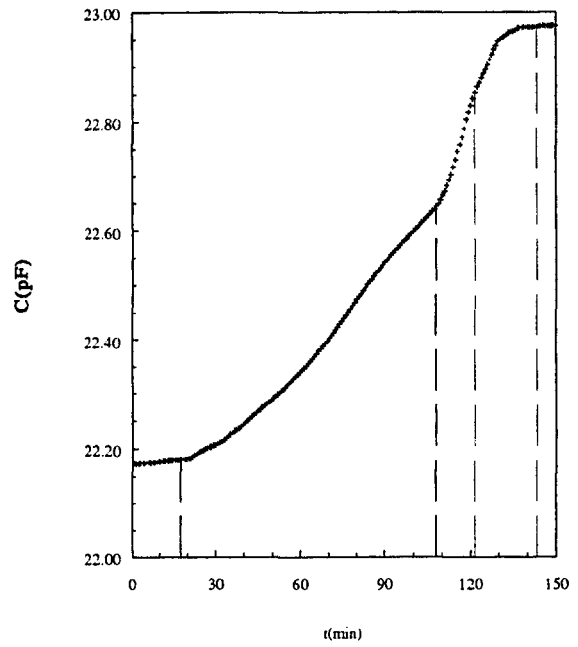


Run 345 5-6

Flens 4He-cel



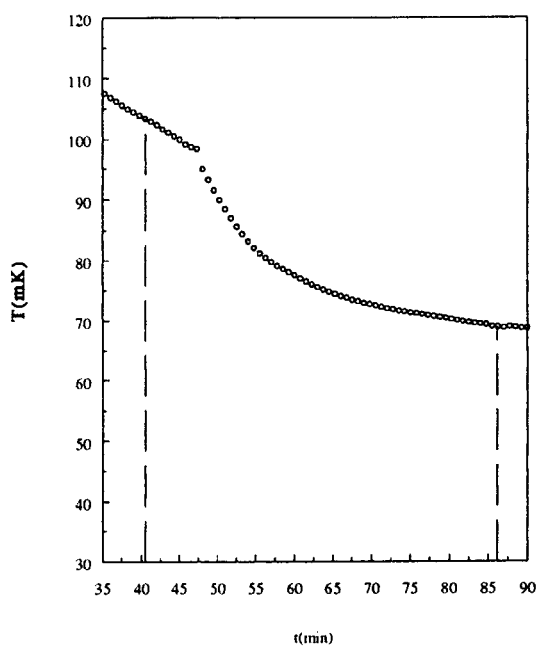
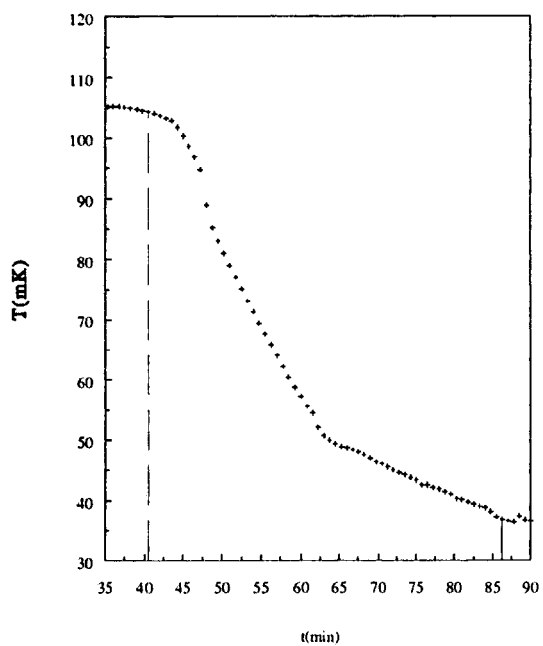
Capaciteit expansiecel



Figuur 5.4: Trage expansie

Expansiecel

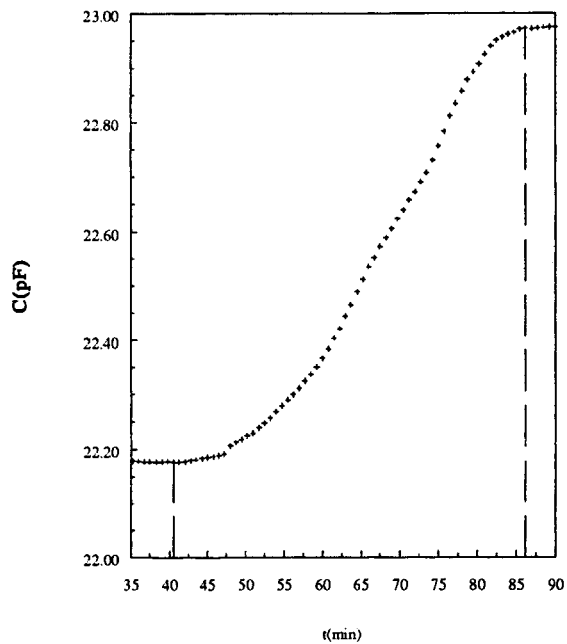
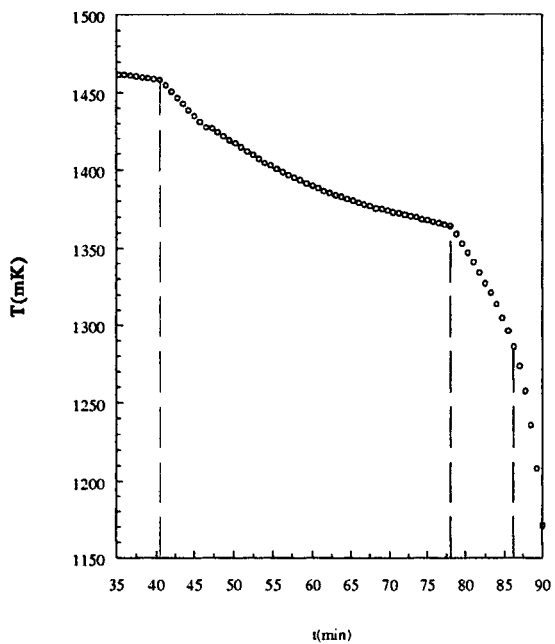
Flens expansiecel



Run 345 nr. 7

Flens 4He-cel

Capaciteit expansiecel



Figuur 5.5: Expansie op maximale snelheid

5.3 Expansiesnelheid

In deze laatste paragraaf van dit hoofdstuk zijn de resultaten opgenomen van de meest recente run die gedaan werd. Voorafgaand aan de experimenten werd het systeem wat opgeknapt, zodat behalve de temperatuur op de flens ook de temperatuur in de ^4He -cel kon worden gemeten. Verder werd de condensator in de ^4He -cel aangesloten, zodat het vloeistofniveau in die cel kon worden gevolgd. De interessante metingen zijn in chronologische volgorde weergegeven in de figuren 5.7 tot en met 5.9, dat betekent om en om een ontmenging en een expansie.

Uit de metingen blijkt, dat de thermometer in de ^4He -cel consequent ongeveer 50 mK lager aangeeft dan de thermometer op de flens. Dit verschil is groter dan de verwachte onnauwkeurigheid van zo'n 1% in de ijking, maar is waarschijnlijk te wijten aan het veranderen van de ijk-karakteristiek in de loop van de tijd. Een nieuwe ijking zou wenselijk zijn om na te gaan of het verschil inderdaad alleen hierdoor veroorzaakt wordt.

Het verschil in capaciteitswaarde tussen een lege en een volle ^4He -cel is 2.05 pF. Met de in hoofdstuk 3 berekende gevoeligheid van 1.09 pF/mol wil dat zeggen, dat we 1.88 mol ^4He meten, in goede overeenstemming met de ingecondenseerde 2 mol 4.6% mengsel. Het verschil in capaciteit in de expansiecel bedraagt maximaal 0.8 pF en is dus aanmerkelijk kleiner. Dit kan betekenen dat de vloeistofkolom hoger is dan de condensator of dat de gevoeligheid anders is dan we veronderstellen. Omdat start- en eindpunten van expansies en ontmengingen in het verloop van deze capaciteit vrijwel samenvallen met het verloop van alle andere curves, moet van dat laatste sprake zijn en is het wenselijk de condensator eens op te meten om de juiste gevoeligheid te bepalen.

Figuur 5.7 is de weergave van de ontmenging die werd gedaan na het incondenseren van het ^3He - ^4He -mengsel. De ontmenging werd gemeten in twee gedeeltes die in de figuur 'aan elkaar zijn geplakt'. De overgang van de eerste naar de tweede meting is aangegeven met de doorgetrokken verticale lijn in het midden van de grafieken. Nadat op 10 minuten begonnen is met het stoken van 0.97 mW op de flens van de ^4He -cel verloopt de ontmenging tussen 15 en 70 minuten heel rustig, zodat de expansiecel nauwelijks opwarmt. Vervolgens wordt de stook opgevoerd tot 1.46 mW, zodat ontmenging en opwarming sneller verlopen. Wanneer het einde van de ontmenging bereikt is, zakt de temperatuur in de expansiecel en kan de stook op de ^4He -cel weer iets verlaagd worden, zodat ook daar de temperatuur daalt.

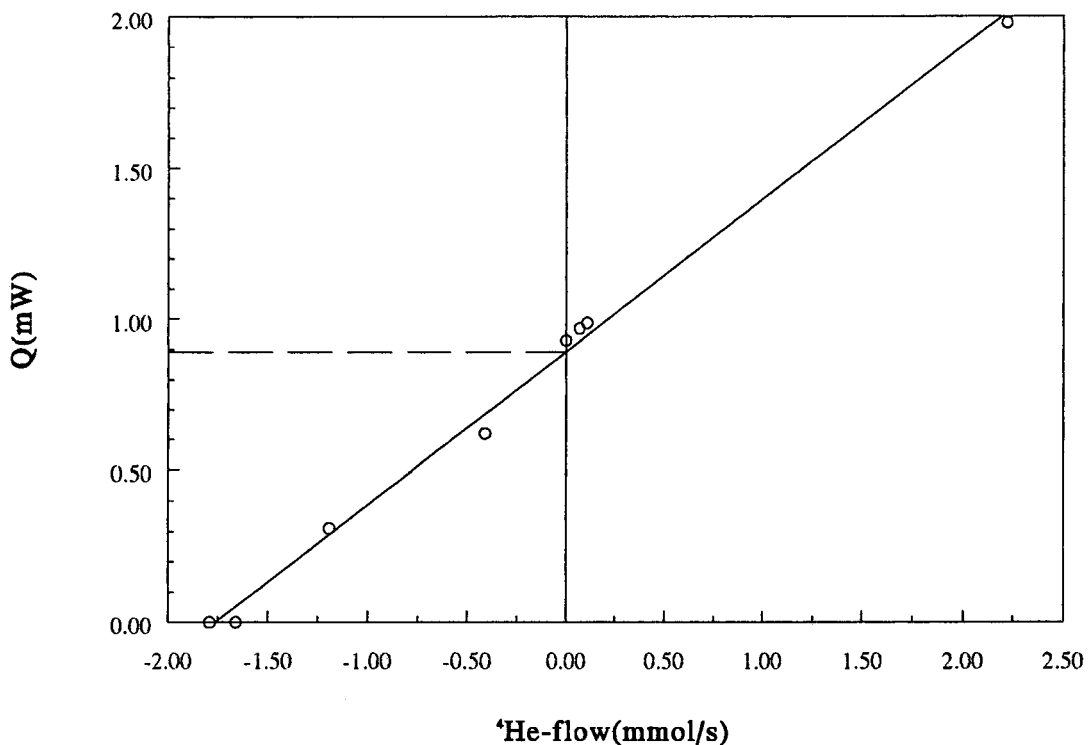
Vervolgens zakt de temperatuur van de expansiecel tot 80 mK en is het systeem startklaar voor de expansie. De expansie wordt op gang gebracht door het uitzetten van de heater op de ^4He -cel en op het moment dat de expansie echt begint is de heatswitch in isolerende toestand gebracht. Deze expansie op maximale snelheid duurde 20 minuten en is weergegeven in figuur 5.8 De gerealiseerde eindtemperatuur was 50 mK. Het rendement van de expansie was daarmee 1.6, dus vrij laag.

Na een tussengebied waarin wat is geëxperimenteerd met verschillende stookwaarden, is een snelle ontmenging bewerkstelligd door 1.98 mW te stoken op de ^4He -cel. Hierdoor loopt de temperatuur in zowel de expansiecel als de ^4He -cel tamelijk snel op.

Bij de tweede keer afkoelen van de expansiecel blijkt de temperatuur er 60 mK te worden, 20 mK lager dan na de eerste keer koelen. Dit feit is een ondersteuning voor de hypothese uit hoofdstuk 4 dat we te maken hebben met een in de tijd afnemend warmtelek tijdens de eerste dagen na het incondenseren als gevolg van het leeglopen van de incondenseerleidingen. Uitgaande van deze begintemperatuur is een expansie uitgevoerd. Figuur 5.9 is het resultaat van de expansie, waarin door de stook te variëren drie gebieden met verschillende injectiesnelheden zijn ontstaan. Deze gebieden zijn te herkennen aan de verschillende hellingen in het verloop van de capaciteiten en hebben als stookwaarden achtereenvolgens 0.62 mW, 0.31 mW en 0 mW. Aan de steile afval van de temperatuur

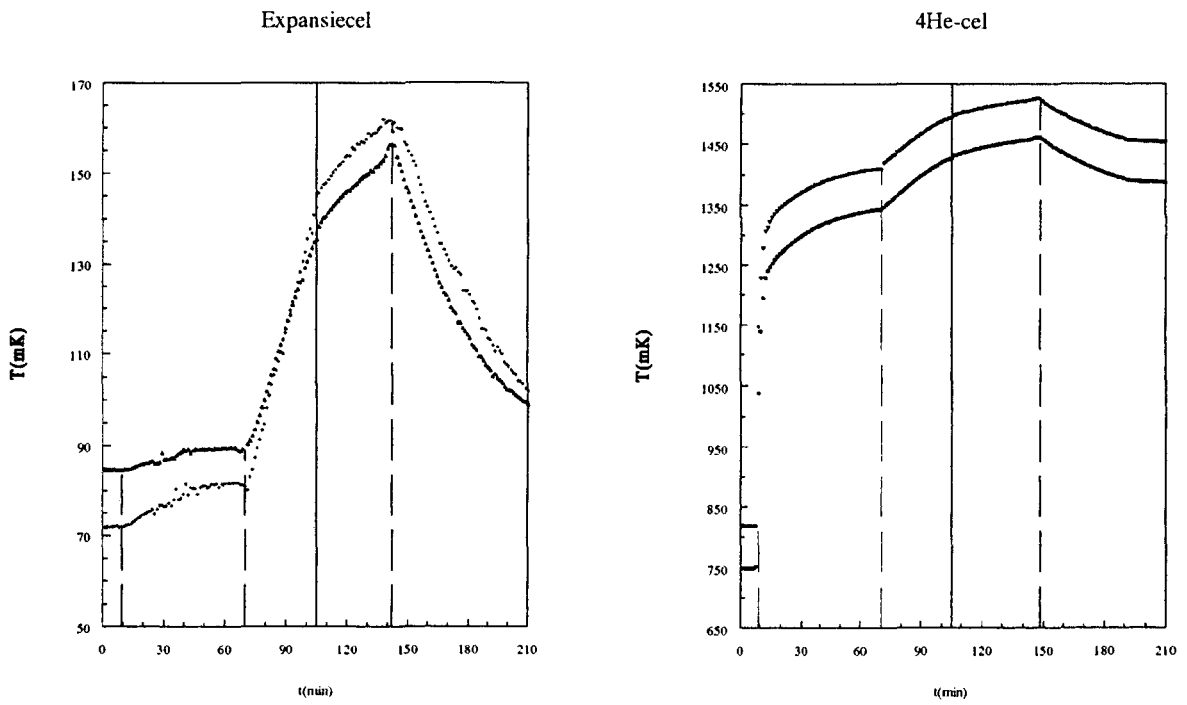
van de ^4He -cel bij 50 minuten is weer het punt te herkennen, waarop juist alle ^3He is opgelost en het doorverdunnen van het mengsel begint, zodat concentratie en osmotische druk kleiner worden. De 28 minuten durende expansie realiseerde een eindtemperatuur van 34 mK, een rendement van 1.8. Iets beter dan de voorgaande expansie maar nog steeds laag in vergelijking met de maximaal haalbare factor 5.8.

Om de correctheid van vergelijking (5.1) en (5.2) te testen is bij verschillende stookwaarden tijdens expansies en ontmengingen de ^4He -flow bepaald uit de helling van de capaciteit in de ^4He -cel. In figuur 5.6 is het gestookte vermogen uitzet als functie van de ^4He -flow. De kritische stook is

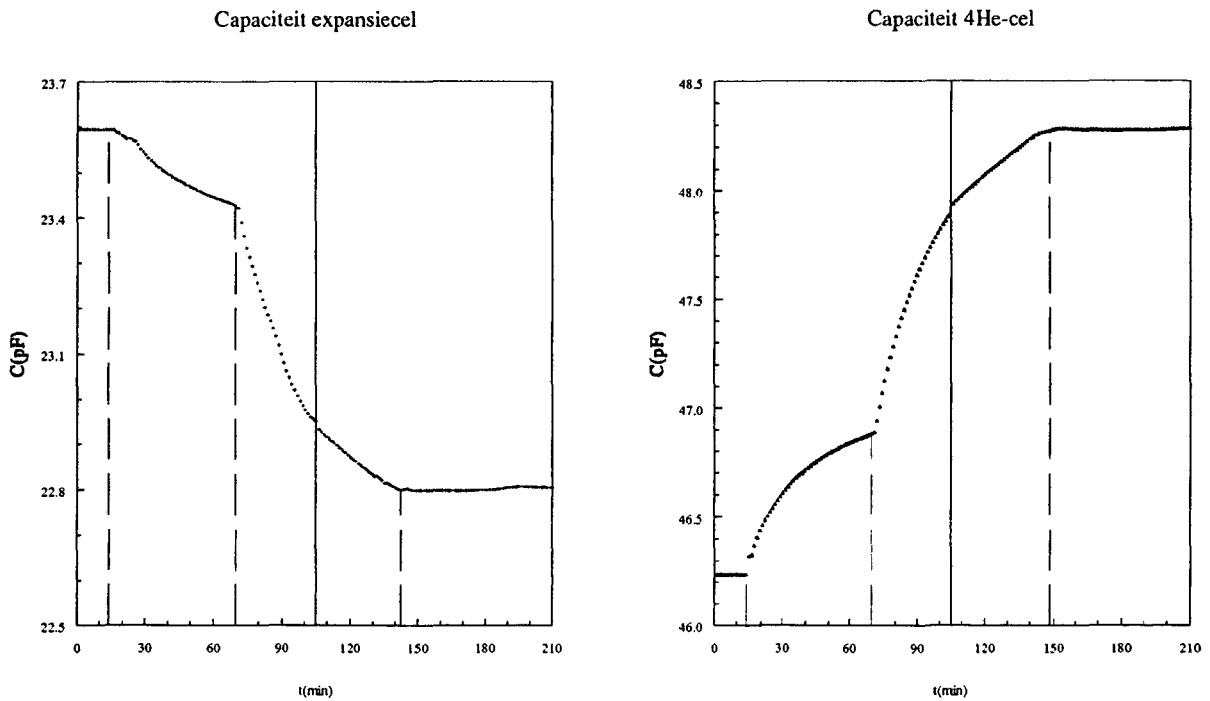


Figuur 5.6: Gestookt vermogen op de ^4He -cel als functie van de ^4He -flow

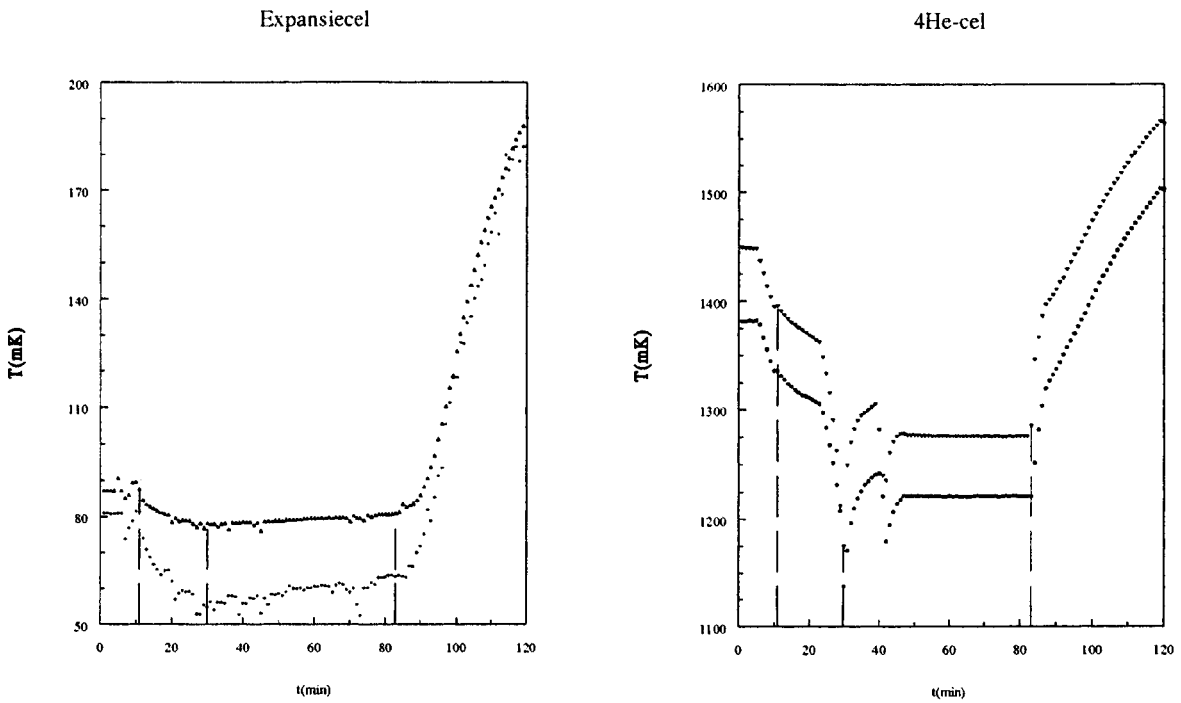
de stookwaarde waarbij de flow nul is. Bij een hogere stook vindt ontmenging plaats en noemen we de flow positief (naar de ^4He -cel toe), bij een lagere stook vindt expansie plaats en noemen we de flow negatief (van de ^4He -cel weg). Uit vergelijking (5.1) en (5.2) volgt, dat de helling van de lijn gelijk moet zijn aan de evenwichtstemperatuur maal de molaire entropie van ^4He bij die temperatuur. Uit de figuur blijkt de kritische stook 0.89 mW te zijn, wat ongeveer 25% lager is dan de theoretisch geschatte kritische stook. Net als bij de heatswitchmetingen kan dit verklaard worden doordat de warmtegeleiding in het koper minder zal zijn dan de literatuurwaarde [Lou] en/of doordat de contacten tussen de koperverbinding en verdampers resp. ^4He -cel een niet te verwaarlozen thermische weerstand vormen. De helling van de rechte lijn in de grafiek is 0.51 J/K, de waarde van TS_4 bij 1.4 K is 0.74 J/mol. Hierbij moet opgemerkt worden, dat de temperatuur van de ^4He -cel niet bij alle experimenten dezelfde waarde had en niet tijdens elk experiment helemaal constant was, waardoor de meetpunten tamelijk verspreid rond de rechte lijn liggen.



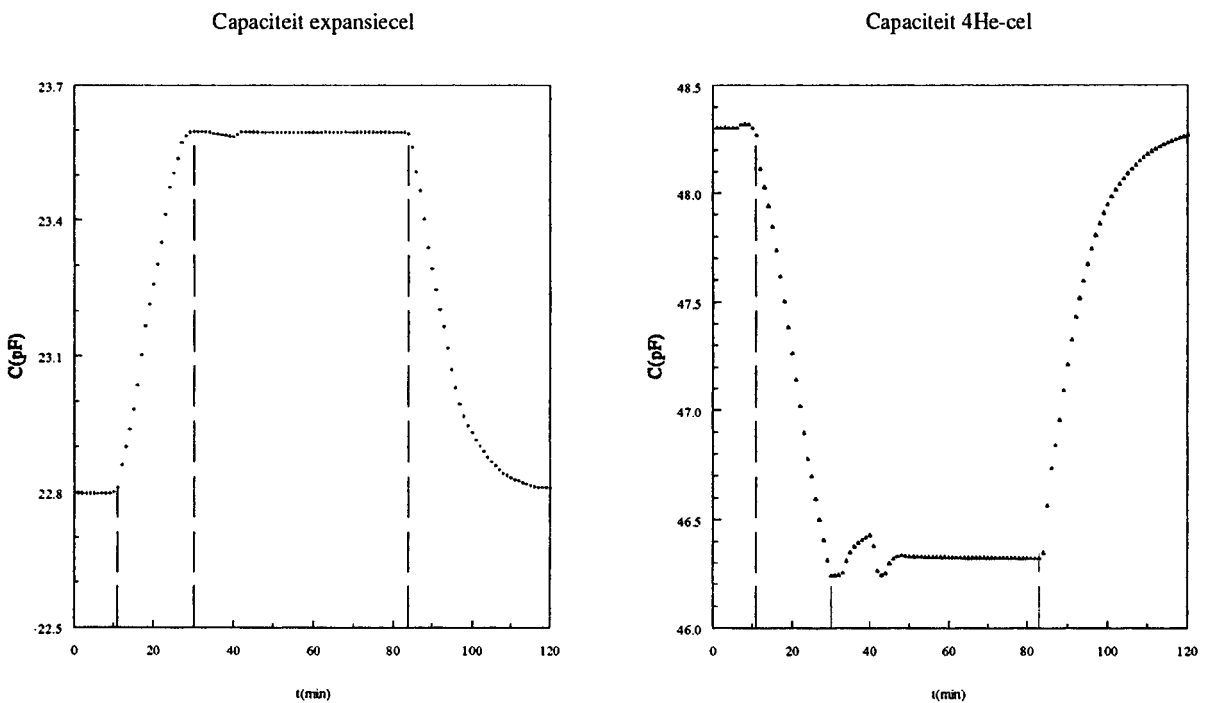
Run 348 12-13



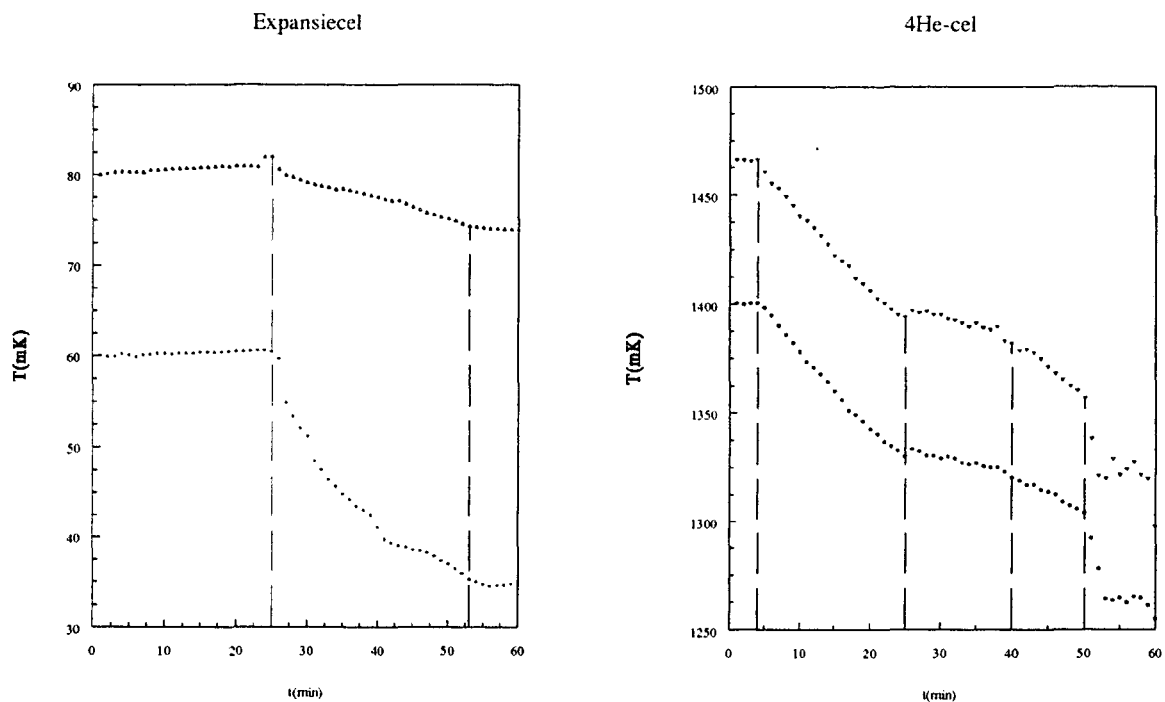
Figuur 5.7: Variabele ontmenging



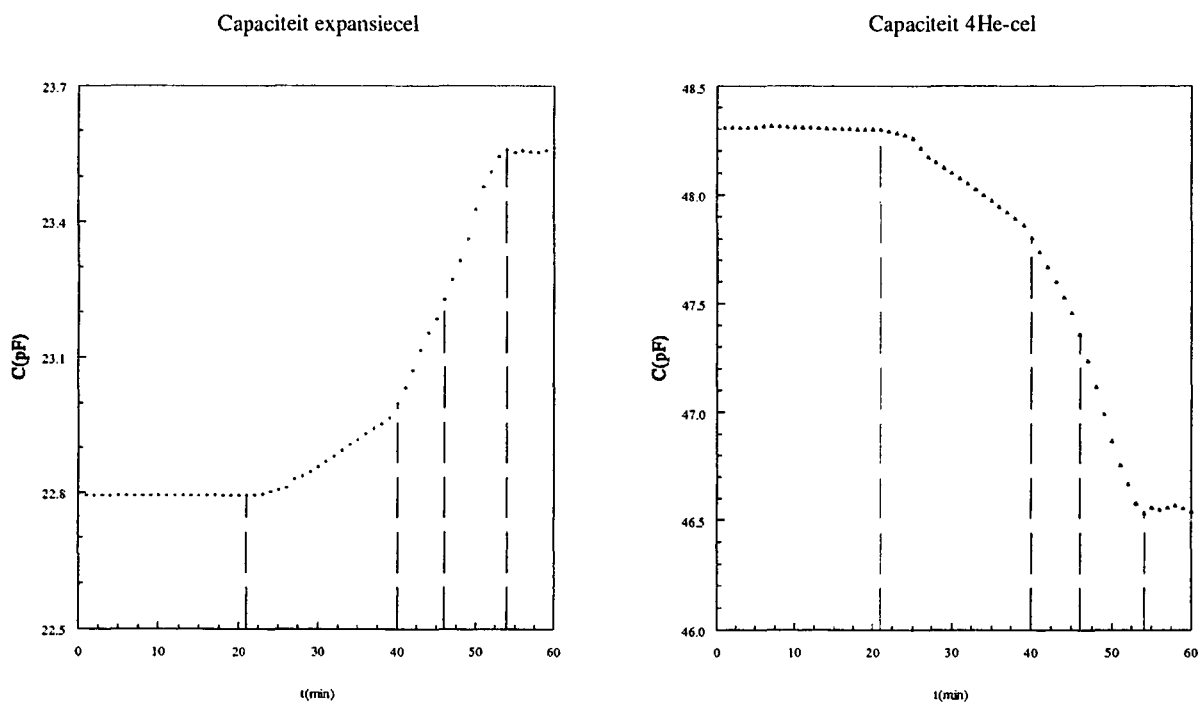
Run 348 nr. 15



Figuur 5.8: Expansie op maximale snelheid en ontmenging



Run 348 nr. 18



Figuur 5.9: Expansie met variabele snelheid

Hoofdstuk 6

Conclusies en aanbevelingen

6.1 Conclusies

Puntsgewijs volgen hieronder de belangrijkste conclusies:

- Het in ASYST geschreven computerprogramma om de experimenten te volgen is een nuttig hulpmiddel bij het verkrijgen en verwerken van meetgegevens.
- De nieuwe bedrading is in orde en biedt de mogelijkheid toevoerleidingen te koelen op de warmtewisselaars in plaats van alleen op het 1K-bad en de verdamper.
- In het temperatuurgebied dat onderzocht is, geleidt de nieuwe heatswitch in geleidende toestand ongeveer even goed als de oude switch en isoleert in isolerende toestand beter dan de oude switch. Het nieuwe ontwerp is dus een verbetering. Het meest interessante temperatuurgebied kon echter nog niet worden bekeken.
- De geleiding van zowel de oude als de nieuwe heatswitch blijft ver achter bij voorspellingen op grond van theorie en gegevens uit de literatuur [Lou]. Hiervoor zijn twee oorzaken aan te wijzen. Enerzijds zullen de eigenschappen van de gebruikte materialen niet zo goed zijn als in de literatuur wordt beschreven door bijvoorbeeld oxydatie of het minder zuiver zijn van de gebruikte metalen. Anderzijds is er de moeilijkheid dat niet aan de heatswitch zelf wordt gemeten maar aan een configuratie, bestaande uit de switch plus minimaal twee keer een overgang van metaal naar metaal, waardoor niet te verwaarlozen thermische weerstanden geïntroduceerd worden.
- Thermometrie op de wand blijft een moeilijk punt. Dit blijkt wel uit het feit, dat de thermometer in de expansiecel soms een lagere waarde aangeeft dan de thermometer die zich op de mengkamerwand, waarmee de expansiecel gekoeld wordt, bevindt.
- De wijze waarop ontmengingen en expansies verlopen, kan grotendeels verklaard worden met de beschikbare theorie. Grote vraag blijft echter waarom de bereikte temperatuurdalingen zo achterblijven bij de maximaal haalbare waarden.

6.2 Aanbevelingen

Suggesties voor de voortzetting van het onderzoek zijn de volgende:

- Het opmeten van de cilindercondensator in de expansiecel, om zo de gevoeligheid voor ^4He -flow te kunnen bepalen, geeft de mogelijkheid de capaciteitswaarden in de ^4He -cel beter te vergelijken met die in de expansiecel en bijvoorbeeld de invloed van de aanwezigheid van andere meetinstrumenten te bepalen.
- Het schoon en vlak maken van oppervlakken op plaatsen waar warmte moet stromen van metaal naar metaal is van wezenlijk belang voor het verkleinen van de thermische weerstand en dus ook voor een zo goed mogelijke koeling van de expansiecel door de heatswitch.
- Verdere aandacht besteden aan thermometrie op metaaloppervlakken is in mijn ogen zeer belangrijk voor een betere analyse van het gedrag van het systeem.
- Om na te gaan of het beperkte rendement van de expansies misschien veroorzaakt wordt door warmtestromen via het superlek of opwarm-effecten ten gevolge van de ^4He -flow door het superlek, kan nagegaan worden wat de gevolgen zijn van het gebruik van een superlek met een andere lengte of een andere diameter.

Literatuur

- [Bla] M.A. Black, H.E. Hall en K. Thompson
J. Phys. C: Solid St. Phys. 4 (1971) 129
- [Bos] W.A. Bosch, F. Mathu, H.C. Meijer en R.W. Willekens
Cryogenics 26 (1986) 3
- [Bra] D.I. Bradley en R. Oswald
J. Low Temp. Phys. 80 (1990) 89
- [Bru] L. Bruschi en M. Santini
Rev. Sci. Instrum. 46 (1975) 1560
- [Ger] H. Gerritsen
Afstudeerverslag T.U. Eindhoven, 1991
- [Goo] J.M. Goodwin
Proefschrift University of Washington, 1968
- [Gué] A.M. Guénault, V. Keith, C.J. Kennedy en G.R. Pickett
Phys. Rev. Letters 50 (1983) 522
- [Gué] A.M. Guénault, V. Keith, C.J. Kennedy en G.R. Pickett
Phys. Letters 90A (1982) 432
- [Høj] H. Højgaard Jensen, H. Smith, P. Wölfle, K. Nagai en T. Maack Bisgaard
J. Low Temp. Phys. 41 (1980) 473
- [Jen] H. Jenniskens
Stageverslag T.U. Eindhoven, 1991
- [Kie] H.A. Kierstead
J. Low Temp. Phys. 24 (1976) 497
- [Kru] P. Krutzen
Stageverslag T.U. Eindhoven, 1991
- [Kue] J.G.M. Kuerten
Proefschrift T.U. Eindhoven, 1987
- [Kue] J.G.M. Kuerten, C.A.M. Castelijns, A.T.A.M. de Waele en H.M. Gijsman
Cryogenics 25 (1985) 419

- [Lou] O.V. Lounasmaa
Experimental Principles and Methods Below 1 K, Academic Press Inc. (London) Ltd, 1974
- [Mue] R.M. Mueller, C. Buchal, T. Oversluizen en F. Pobell
Rev. Sci. Instrum. 49 (1978) 515
- [Nag] M. Nagtegaal
Stageverslag T.U. Eindhoven, 1992
- [Ree] R.P. Reed en A.F. Clark
Materials at Low Temperatures, American Society for Metals, 1983
- [Ret] T. Retsina, S.M. Richardson en W.A. Wakeham
Appl. Sci. Res. 43 (1986) 127
- [Ret] T. Retsina, S.M. Richardson en W.A. Wakeham
Appl. Sci. Res. 43 (1987) 325
- [Tou] J.T. Tough, W.D. McCormick en J.G. Dash
Rev. Sci. Instrum. 35 (1964) 1345

Dank !

Aan het eind van deze afstudeerperiode wil ik graag iedereen van de Groep Lage Temperaturen heel hartelijk bedanken voor alle hulp tijdens het werk en alle humor tijdens koffiepauzes en andere activiteiten, zoals de barbecue en het biljarten.

In het bijzonder wil ik Ton bedanken voor de prettige samenwerking en begeleiding tijdens het afgelopen jaar, waarin we ondanks tegenslagen toch boeiende dingen hebben kunnen doen.