

MASTER

Meting van de doorslagspanning van elektronegatieve gassen als functie van de druk met behulp van stootspanning

Damsteeg, C.J.

Award date:
1967

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK

Groep Hoge Spanningen en Hoge Stroomen.

METING VAN DE DOORSLAGSPANNING
VAN ELEKTRONEGATIEVE GASSEN ALS
FUNKTIE VAN DE DRUK MET BEHULP
VAN STOOTSPANNING.

C.J. Damsteeg.
EH - 67 - A4.

Afstudeeronderzoek verricht
onder leiding van:
Ir. L.M.L.F. Hosselet.

Hoogleraar:
Prof.dr. D.Th.J. ter Horst.

april, 1967.

Inhoudsopgave.

	<u>blz.</u>
1. Doel van het onderzoek.	1.
2. Enige beschouwingen over het mechanisme van de elektrische doorslag.	2.
3. IJking van de meetopstelling.	6.
3.1. Het meetcircuit.	6.
3.2. Metingen met behulp van de bollenvonkbrug met bollen van 15 cm diameter.	8.
3.3. Metingen met behulp van de bollenvonkbrug in het drukvat.	10.
4. Experimenten met de spits-geaarde plaat-elektrodenkonfiguratie als meetvonkbrug.	12.
4.1. Bepaling van de doorslagspanning van lucht.	12.
4.2. Bepaling van de doorslagspanning van SF ₆ .	16.
4.3. Konklusies.	17.
5. Samenvatting.	19.
6. Overzicht van de geraadpleegde literatuur.	20.
7. Bijlagen.	22.
8. Appendix.	31.

1. Doel van het onderzoek.

Het is bekend, dat het gebruik van het elektronegatieve gas SF_6 in een homogeen veld een verbetering van de doorslagspanning oplevert met een faktor 2,5 ten opzichte van lucht.

Bij inhomogene velden worden in de literatuur weinig eenduidige meetresultaten aangetroffen. Deze situatie is nog niet uitvoerig onderzocht.

Dit onderzoek heeft dan ook ten doel hieraan een bijdrage te leveren door de invloed van de druk op de stootdoorslagspanning van SF_6 bij het sterk inhomogene veld van een spits-geaarde plaat elektrodenkonfiguratie te bepalen en een vergelijking te maken met het overeenkomstige gedrag van lucht.

2. Enige beschouwingen over het mechanisme van de elektrische doorslag.

Uitgangspunten hierbij zijn:

Een elektrodenconfiguratie, die in een gasomgeving een homogeen veld met veldsterkte E veroorzaakt tengevolge van een aangelegde spanning U bij een elektrodenafstand d .

Er is een zodanige ionisatiebron aanwezig, bijvoorbeeld tengevolge van de kosmische straling, dat er zich ladingsdragers tussen de elektroden bevinden.

Deze ladingsdragers bewegen zich dan onder invloed van het elektrisch veld.

Afgezien wordt van verschijnselen als rekombinatie en diffusie naar de wanden. De toename van de kinetische energie W van een elektron met lading e over de vrije weglengte l wordt gegeven door: $W = eEl$. Daarbij is aangenomen, dat het elektron de voorkeursnelheid in de veldrichting heeft verloren na de voorgaande botsing.

De gemiddelde vrije weglengte tussen twee botsingen van een elektron met neutrale deeltjes wordt voorgesteld door: $l \sim \frac{1}{nQ}$, waarbij n : de dichtheid van de neutrale deeltjes is en

Q : de botsingsdoorsnede van een elektron met een neutraal deeltje.

De druk van de neutrale deeltjes is $p = nkT$, dus $l \sim \frac{kT}{pQ}$ en $W = eE \frac{kT}{pQ}$.

Met $E = \frac{U}{d}$ wordt de uitdrukking voor de opgenomen energie $W = \frac{ek}{Q} \cdot \frac{T}{p \cdot d} \cdot U$.

Als W de waarde bereikt van de ionisatie-energie van de gasdeeltjes, dan zal een elektron door middel van de botsing ionisatie veroorzaken en een tweede elektron produceren. Deze twee elektronen zullen, na voldoende energie uit het elektrisch veld te hebben verzameld, bij botsing weer ionisatie veroorzaken en daarbij weer twee nieuwe elektronen produceren. Daardoor zijn er nu vier elektronen aanwezig, die de genoemde cyclus weer herhalen. Dit is een kumulatief proces, dat uiteindelijk een groot aantal elektronen oplevert, die in de richting van de anode bewegen. De tevens bij de ionisaties ontstane positieve ionen zullen in de richting van de kathode bewegen.

De vermeerdering van het aantal geïoniseerde deeltjes n_x over een afstand x in de veldrichting uitgaande van een aantal n_0 wordt in formulevorm aldus uitgedrukt:

$$n_x = n_0 e^{\int_0^x \alpha dx}$$

Hierbij stelt α (de eerste ionisatiecoëfficiënt van Townsend) het

aantal ionisaties per lengte-eenheid voor (1, blz. 111)*.

Voor α geldt:

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$$

De snelheden van de elektronen en de positieve ionen verschillen veel, nl. ongeveer een faktor 100, zodat de positieve ionen zich relatief langzaam verplaatsen. Daardoor ontstaat de typische vorm van de lawine die zich in de richting van de anode ontwikkelt (1, blz. 249; 2, blz. 253). De lawine ziet er ongeveer uit als een kegel, voornamelijk gevuld met positieve ionen, waarvan de top naar de kathode is gericht en de as loodrecht op de elektroden staat. In een halve-bolvormige ruimte voor het grondvlak in de richting van de anode, de kop van de lawine, bevinden zich voornamelijk elektronen.

De positieve ionen zullen na enige tijd met de kathode botsen en daarbij bestaat de kans, dat er nieuwe elektronen uit het kathodeoppervlak vrijgemaakt worden. Als alle gevormde positieve ionen aan de kathode één elektron vrijmaken, dan kan nu een nieuwe lawine ontstaan zonder de aanwezigheid van de bovengenoemde ionisatiebron vereist is.

Met andere woorden: de ontlading is zelfstandig geworden en kan zich zelf verder in stand houden. Doorslag zal nu het gevolg zijn.

De doorslagspanning wordt gedefinieerd als de spanning, waarbij een stationaire ontlading optreedt. Deze voorwaarde voor het ontstaan van een zelfstandige ontlading wordt het doorslagkriterium van Townsend genoemd en kan aldus geschreven worden: $\gamma e^{\alpha d} = 1$.

Hierbij is de betekenis van γ (tweede ionisatiecoëfficiënt van Townsend) als volgt: de effectiviteit van de vrijmaking van elektronen aan de kathode door de gevormde positieve ionen. Samen met $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ en $E = \frac{U_D}{d}$ kan hiermee de doorslagspanning berekend worden, welke bij homogene velden voert tot de wet van Paschen (1, blz. 174).

Er bestaat overeenkomst met de experimenten. Er zijn bij de experimenten echter verschijnselen naar voren gekomen, die niet verklaard kunnen worden met behulp van de tot nu toe beschreven theorie, de zogenaamde Townsend theorie.

* Verwijzing naar het nummer van de literatuuropgave.

Deze afwijkingen zijn:

1) De experimenteel gevonden vertragingstijden zijn veel kleiner, dan op grond van de Townsend-theorie verklaard kan worden als gevolg van de langzame beweging der positieve ionen.

2) De afhankelijkheid van γ van het kathodemateriaal is experimenteel niet vastgesteld. Wel is een diskrepantie vastgesteld tussen de volgens de Townsend-theorie bij de doorslagmetingen behorende waarde van γ en de op andere wijzen gemeten waarden van γ .

Deze experimentele gegevens zijn voornamelijk bij atmosferische of grotere druk en bij grotere afstanden verzameld.

Gebleken is, dat de oorzaak van deze afwijkingen gelegen is in de verwaarlozing van de veldvervorming ter plaatse van de lawine tengevolge van de gevormde ruimteladingen.

Deze afwijkingen kunnen worden verklaard met behulp van een andere opvatting van de doorslagtheorie, die rekening houdt met de invloed van de ruimteladingen ter plaatse van de lawine. Deze nieuwere theorie is door Meek en Raether onafhankelijk van elkaar gepubliceerd (2, hoofdstuk VI). Deze opvatting wordt de kanaal-theorie genoemd. Deze theorie is opgebouwd uit de volgende onderdelen:

- 1) lawine-processen,
- 2) foto-ionisatie-effecten,
- 3) ruimteladingseffecten.

Uitgaande van de vorming van lawines, volgt Meek daarna een geheel andere weg dan volgens de Townsend-theorie wordt aangegeven. De ruimtelading aan de kop van de lawine geeft aanleiding tot het ontstaan van een veldsterkte E_p , die radiaal is gericht ten opzichte van de bol aan de kop van de lawine, waar de ruimtelading gekoncentreerd wordt gedacht.

Als $E_p \sim E$ zal foto-ionisatie optreden. Daardoor zullen zeer snel meerdere lawines ontstaan in de omgeving van de oorspronkelijke lawine. De ruimteladingen daarvan versterken de reeds aanwezige ruimtelading ook in de richting van de elektroden. Deze zal zich naar de elektroden toe uitbreiden en een kanaal vormen, dat bestaat uit sterk geïoniseerde gasdeeltjes en elektronen. Er ontstaat een "streamer". Dan is de doorslag een feit.

De kanaaltheorie berust dus op gaseigenschappen, nl. ionisatie ten-

gevolge van elektronen met voldoende kinetische energie en foto-ionisatie. Daardoor is de onafhankelijkheid van het kathodemateriaal verklaard. Vervolgens wordt de zeer snelle werking van het foto-effekt in aanmerking genomen, waardoor de kleine vertragingstijden kunnen ontstaan. De veldsterkte E_r kan berekend worden en de grootte ervan kan bepaald worden op het moment dat doorslag ontstaat. De zo berekende doorslagspanning ($E \sim E_r$) levert resultaten, die overeenkomen met de experimenten.

De genoemde beschouwingen gelden ook voor inhomogene velden, waarbij de berekening van E_r echter gekompliceerder wordt. In een homogeen veld zal doorslag optreden, zodra een streamer gevormd is. In een inhomogeen veld verloopt de grootte van de veldsterkte afhankelijk van de mate van inhomogeniteit van de elektrodenkonfiguratie. Bij de elektrode, waar de grootste veldsterkte heerst - bijvoorbeeld bij de spits van een spits-plaat-konfiguratie - zullen streamers ontstaan als de veldsterkte daar groot genoeg is. Pas als de spanning nog meer stijgt zullen deze streamers zich over de gehele elektrodenafstand kunnen uitbreiden. Bij een dergelijk zeer sterk inhomogeen veld levert de berekening van E_r moeilijkheden op, onder andere omdat de integraalformule voor de elektronen-vermeerdering dan niet meer geldt. De waarde van de veldsterkte verandert dan over de afstand van de vrije weglengte. De volledige verklaring van alle bij de doorslag optredende verschijnselen is nog niet gevonden onder meer door het gebrek aan goede gegevens omtrent foto-ionisatie.

Meek geeft in (3) een voorbeeld van de berekening van de doorslagspanning tussen twee bollen, waarbij een goede overeenkomst met de bekende experimentele waarden optreedt. De beschouwde afstanden gaan tot 0,8 maal de bolderdiameter, zodat het veld niet meer homogeen is. Het optredene polariteitseffekt, dat op andere gronden berust dan het in hoofdstuk 4.1. van dit verslag behandelde verschijnsel bij sterk inhomogene velden, wordt door Meek verklaard.

Bij de ijkmetingen in hoofdstuk 3.2. blijkt nl. dat het polariteitseffekt bij de bollenvonkbrug een tegengestelde uitwerking heeft vergeleken met de resultaten van de doorslagmetingen met de spitsgeaarde plaat-elektrodenkonfiguratie bij positieve en negatieve spits. Bij de bollenvonkbrug treedt de hoogste doorslagspanning nl. op bij positieve polariteit en bij de spits-plaat-konfiguraties bij negatieve polariteit.

3. IJking van de meetopstelling.

3.1. Het meetcircuit.

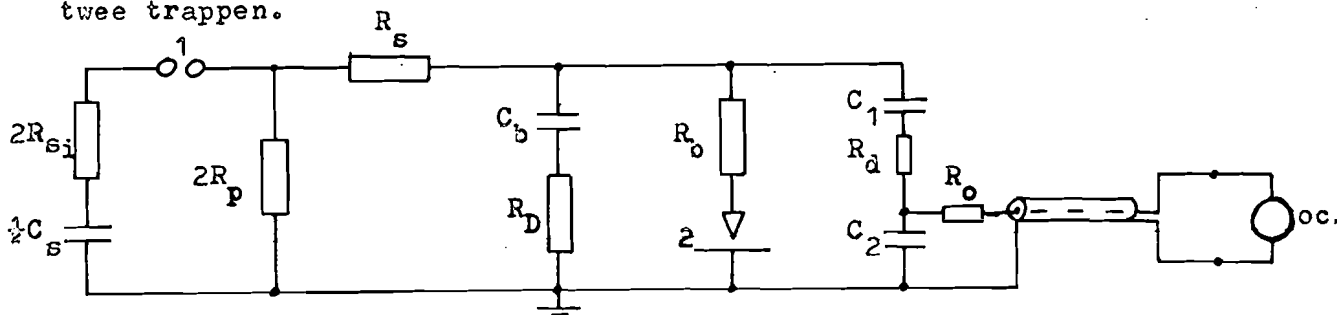
De meetopstelling is samengesteld uit een stootcircuit, een meetvonkbrug en een spanningsdeler. De stootspanning wordt verkregen met behulp van twee trappen van de in het hoogspanningslaboratorium opgestelde stootgenerator van het fabrikaat Haefely. Deze heeft per trap de volgende kenmerken:

stootcapaciteit	: $C_s = 125.000 \text{ pF.}$
laadspanning	: $U = 200 \text{ kV.}$
energie	: $W = 2,5 \text{ kWs.}$
inwendige serieweerstand:	$R_{Si} = 12 \Omega.$
parallel-weerstand	: $R_p = 745 \Omega.$

Via de serieweerstand $R_s = 108 \Omega$ is het gebruikte deel van de stootgenerator verbonden met de belastingscapaciteit $C_b = 3636 \text{ pF}$ met een nominale spanning van 400 kV . De dempweerstand $R_D = 66 \Omega$ in serie met de belastingscapaciteit is daar geplaatst om resonantie tengevolge van de aanwezige parasitaire zelfinductie en C_b te dempen. R_D vormt samen met R_s en R_{Si} de weerstand die het front van de stootgolf mede bepaalt.

Met dit stootcircuit kunnen genormaliseerde stootspanningen ($1,2/50_{\mu\text{s}}$) met positieve en negatieve polariteit ten opzichte van aarde worden geproduceerd met een topspanning van bijna 350 kV .

In afb. 1. is het gebruikelijke vereenvoudigde vervangingschema voor de stootgenerator weergegeven samen met de andere componenten van het meetcircuit. Daarbij representeren de onderdelen van de stootgenerator de totale waarden van de capaciteit en de weerstanden van de gebruikte twee trappen.



Afb. 1. Schema van het meetcircuit.

1: ontsteekbollenonkbrug van de stootgenerator,

2: meetvonkbrug.

Parallel aan de belastingskapaciteit en de dempweerstand is de meetvonkbrug geplaatst. Deze bestaat uit een kegelvormige spits-elektrode met een tophoek van 30° en een hoogte van 43,5 mm, terwijl de basisdiameter 25 mm bedraagt en aansluit op de as. De andere elektrode wordt gevormd door een vlakke plaat met een diameter van 0,3 m, die steeds geaard is.

In serie met de meetvonkbrug is een weerstand $R_b = 2100 \Omega$ opgenomen, die de stroom na doorslag van de vonkbrug moet begrenzen. Daardoor wordt snelle beschadiging door inbranden vooral van de spits voorkomen. De spanning wordt gemeten met de capacatieve spanningsdeler, die is opgebouwd uit de capaciteiten $C_1 = 57,5 \text{ pF}$ en $C_2 = 21080 \text{ pF}$. De hoogspanningskondensator C_1 is een afgeschermd cilinderkondensator met SF_6 onder een druk van 0,5 ato als isolatie en met een nominale spanning van 425 kV. De sekundaire capaciteit wordt gevormd door twee parallel geschakelde Leclanché kondensatoren van ongeveer 10000 pF. De weerstand $R_d = 20 \Omega$ dient ter voorkoming van oscillaties op het front van de stootgolf. De sekundaire spanning van de spanningsdeler wordt via een meetkabel toegevoerd aan de stootspanningsoscillograaf. De kabel is aan het begin met zijn karakteristieke impedantie $R_0 = 75 \Omega$ afgesloten.

De spanningsdeler is geijkt met behulp van een wisselspanning, waarvan de frekwentie van 100 Hz tot 30 MHz instelbaar is en de amplitude van 0 tot 10 V. Daarmee is de overzetverhouding van de spanningsdeler - het quotiënt van de primaire spanning U_1 en de sekundaire spanning U_2 bepaald als functie van de frekwentie. De spanningen U_1 en U_2 zijn daarbij gemeten met een dubbel-kanaals-oscillograaf, waarvan de versterkers voor de verticale afbuiging een voldoende hoge bandbreedte hebben.

De frekwentiekarakteristiek van de spanningsdeler is uitgezet op bijlage 1. Deze voldoet aan de voorwaarden van de internationale normalisatie voor het meten met genormaliseerde stootgolven (5).

In de publikatie van van den Heuvel (6) wordt nader ingegaan op metingen aan en konstrukties van spanningsdelers en deze bevat bovendien een uitgebreide opgave van literatuur over dit onderwerp. Daarnaast dienen nog vermeld te worden (4), (7), (8), (9).

Vervolgens zijn een vijftal metingen uitgevoerd met behulp van de repeteer-stootspanningsgenerator van het fabrikaat Haefely. Deze levert stootgolven, waarvan de vorm instelbaar is, met een maximale amplitude van 600V, zodat die direkt gemeten kan worden. De vorm is zodanig ingesteld, dat genormaliseerde stootgolven gebruikt konden worden als primaire spanning U_1 . Zo kon de absolute waarde van de overzetverhouding bepaald worden met de daarbij behorende nauwkeurigheid. Samen met de uitkomst van de frekwentie-meting werd als resultaat voor de overzetverhouding verkregen $\frac{U_1}{U_2} = 368$. De middelbare fout van de zes uitkomsten is 1,4%, waarbij de grootste afwijking van de resultaten onderling 3% bleek te zijn. Deze nauwkeurigheid is weer in overeenstemming met de in (5) gestelde eisen.

Bij de bovengenoemde metingen is gebruikgemaakt van een Tektronix oscillograaf van het type 555. Bij de verdere experimenten met hoogspanning is steeds de stootoscillograaf van het type A.E.G.018 gebruikt. Hierbij wordt de meetspanning zonder voorafgaande versterking aan de afbuigplaten toegevoerd en deze kan tot een maximumwaarde van 1000V direkt worden aangesloten. De ingebouwde kalibratiespanning is gecontroleerd, evenals de lineariteit van de afbuiging als functie van de aangelegde spanning.

3.2. Metingen met behulp van de bollenonkbrug, met bollen van 15 cm diameter.

Alvorens de experimenten te kunnen uitvoeren moet de meetopstelling met hoogspanning geijkt worden. Daartoe is een bollenonkbrug als meetvonkbrug opgesteld en de doorslagspanning als functie van de bolafstand gemeten.

De stootdoorslagen hebben een statistisch karakter tengevolge van de voorwaarde, dat het ontladingsproces in de korte tijd dat de stootgolf aanwezig is, moet worden ingeleid en tevens eindigen in een doorslag. Het al of niet aanwezig zijn van een elektron dat deze verschijnselen kan veroorzaken, is dus van groot belang. Het is gebleken dat lucht door de normale ioniserende invloeden, zoals b.v. kosmische straling, goed geschikt is om reproduceerbare resultaten te leveren.

De doorslagmeting van lucht met behulp van een bollenvonkbrug is een algemeen aanvaarde methode voor het bepalen van de topwaarde van hoge spanningen. Er zijn internationale standaardtabellen opgesteld, die de doorslagspanning van lucht bij normale temperatuur en druk als functie van de afstand bij diverse boldiameters zowel bij positieve als bij negatieve polariteit bevatten. De tabellen zijn opgesteld met de in de loop der jaren verkregen meetresultaten van vele hoogspanningslaboratoria overal ter wereld. Zie onder meer de literatuuropgave bij (10) en verder (11), (12). Gezien het statistisch karakter van de stootdoorslagspanning is een daarop gerichte meetmethode noodzakelijk en men gebruikt algemeen de 50% doorslagspanning. Dit is de spanning, waarbij 50% van de doorslagproeven ontladingen teweegbrengen. Deze spanning wordt bepaald uit een aantal series waarnemingen bij een steeds iets verhoogde beproevingsspanning. Bij een serie van tien doorslagproeven bij konstante spanning, wordt het aantal doorslagen geteld, zodat dan het percentage van de doorslagen bekend is. Uit de aldus gevonden percentages bij de verschillende spanningen kan door interpolatie de 50% waarde bepaald worden.

De standaardtabellen voor de metingen met de bollenvonkbrug bevatten de 50% doorslagspanningen. Deze zijn vermeld in (10). Tevens zijn daarin voorwaarden opgenomen betreffende het gebruik van de tabelwaarden. Ze bevatten onder meer bepalingen omtrent:

- 1) De ruimtelijke opstelling van de bollenvonkbrug. Daardoor wordt voorkomen dat het veld tussen de bollen beïnvloed wordt door nabijgelegen geleiders of isolatoren. Tevens kan daardoor de meetopstelling reproduceerbaar opgebouwd worden als de zogenaamde vrije opstelling.
- 2) De oppervlakte-gesteldheid van de bollen.
- 3) De nauwkeurigheid van de boldiameter.
- 4) De nauwkeurigheid van de afstandsmeting.
- 5) De vochtigheid van de lucht.
- 6) De korrektie van de meetwaarden met behulp van de relatieve luchtdichtheid.

Met deze restrikties ligt de nauwkeurigheid van de tabelwaarden binnen 3% voor bolafstanden tot de halve boldiameter. Aanbevolen wordt verder de bolafstand niet kleiner dan $1/20$ van de boldiameter te nemen.

Het resultaat van de ijkmetingen blijkt goed te zijn en is te zien op bijlage 2.

De vorm van de stootgolf is gecontroleerd en in orde bevonden.

De doorslagspanningen vertoonden afwijkingen van minder dan 2% ten opzichte van de standaardwaarden met twee uitzonderingen nl. 2,6% en 2,4%. Dus de meting van de topwaarde van de stootspanning is korrekt.

Vervolgens maken we een schatting van de fout bij de metingen. De meetgevoeligheid is 0,9kV. De afleesfout kan de dubbele waarde bedragen, hetgeen echter gedeeltelijk gekompenseerd wordt, doordat meerdere oscillogrammen van dezelfde spanning worden uitgemeten. De afleesfout wordt geschat op 1,5kV.

3.3. Metingen met behulp van de bollenvonkbrug in het drukvat.

Het doel van deze metingen is te bepalen of de invloed van het vat op de vorm van het elektrisch veld van de bollenvonkbrug zodanig is, dat daardoor de doorslagspanning gewijzigd wordt.

Het drukvat bestaat uit een perspex cilinder met een diameter van 0,44 m en een hoogte van 0,98 m, die aan beide zijden met een stalen deksel is afgesloten. De bodem is voorzien van een as, die met behulp van een spindel op en neer kan worden bewogen. Op deze spindel is een schaalverdeling bevestigd, zodat de afstand tussen de elektroden nauwkeurig bepaald kan worden. Tevens is er een opening aangebracht voorzien van afsluitkranen en een manometer, voor het vullen met de gewenste gassen. In het bovendeksel is ook een as aangebracht, die met een verstelbare klempassing op de gewenste hoogte kan worden vastgemaakt. Aan de assen worden de elektroden bevestigd.

Er is nu een verschil ten opzichte van de vrije opstelling van de bollenvonkbrug, dat enerzijds door de deksels wordt veroorzaakt en anderzijds kan de perspex wand de metingen beïnvloeden. De afmetingen voldoen nl. niet geheel aan de eisen, die betreffende de ruimtelijke opstelling van de bollenvonkbrug gesteld worden.

Inderdaad bleek het drukvat de doorslagmetingen sterk te beïnvloeden

en wel zodanig, dat vonkvertraging werd gekonstateerd. Dit duidt op een gebrek aan voor-ionisatie, dat vermoedelijk het gevolg is van een verhoogde affiniteit van het perspex voor ladingsdragers.

Ter opheffing van dit tekort aan voor-ionisatie werd de ruimte tussen de bollen bestraald met een lagedruk-kwiklamp van 15W. Deze werd in het vat gemonteerd in een gearde messing houder ter voorkoming van beschadiging door overslag naar de lamp zelf. De houder had een zodanig afgeronde vorm, dat geen overslagen tussen het hoogspanningsgedeelte en de gearde houder optraden.

Met deze opstelling is nogmaals de ijking bij normale atmosferische omstandigheden uitgevoerd en het resultaat is goed volgens bijlage 3. Slechts bij een afstand van 1 cm is de afwijking ten opzichte van de standaardwaarden groter dan 3%, nl. bij negatieve polariteit 3,2% en bij positieve polariteit 4,4%. Bij grotere afstanden zijn de afwijkingen kleiner dan ongeveer 2%, terwijl de afwijking bij positieve polariteit veelal groter is dan die bij negatieve polariteit. Dit laatste verschijnsel sluit aan bij de literatuur.

Meek (13) geeft o.a. dat de doorslagspanning bij positieve polariteit veel sterker van de voor-ionisatie afhangt dan bij negatieve polariteit. De invloed van het vat op de doorslagspanning bij de bollenonkbrug is dus niet merkbaar, indien goede bestraling wordt toegepast.

Gezien de overeenkomst van de meetresultaten met de standaardwaarden bij deze en de vorige metingen, kan ook opgemerkt worden, dat de reproduceerbaarheid van de metingen goed is en wel binnen 3 %.

Vervolgens dient nog vermeld te worden, dat de meetmethode ten aanzien van het bepalen van de topspanning vereenvoudigd is. Waar voorheen per spanningswaarde enkele oscillogrammen moesten worden uitgemeten, behoeven voortaan per meetpunt slechts enkele controle-oscillogrammen te worden uitgemeten. Vastgesteld is nl. dat de laadspanning van de stootgenerator een goede maat is voor de topspanning over het beproevingsobjekt, als het rendement van de stootgenerator in rekening wordt gebracht. Met behulp van bovengenoemde waarnemingen is bepaald, dat $\eta = 0,867 \pm 0,85\%$, waarbij de grootste afwijking tussen de waarden onderling 3,8% bedroeg. De controle-foto's leveren daarna verschillen van ten hoogste enkele kV's met de uitkomsten, welke direkt uit de afgelezen laadspanning zijn bepaald.

4. Experimenten met de spits-gearde plaat-elektrodenconfiguratie als meetvonkbrug.

4.1. Bepaling van de doorslagspanning van lucht.

De metingen zijn verricht als functie van de elektrodenafstand, bij positieve en negatieve polariteit en de drukwaarden 1,0 - 1,5 - 2,0 en 2,5 kg/cm² absoluut.

Spoedig bleek, dat de gevoeligheid van deze metingen geringer was dan bij de bollenvonkbrug. In dit vrijwel homogene veld kon goed gemeten worden als de spanningsvariatiës dicht rond de 50% doorslagspanning werden ingesteld. Bij het inhomogene veld moesten spanningsvariatiës worden ingesteld, die de 20% - tot de 80% doorslagspanningen tot gevolg hadden, om reproduceerbaar te kunnen meten. De krommen, die verkregen werden door het percentage doorslagen tegen de spanning uit te zetten, hadden een beduidend kleinere helling dan bij de metingen met de bollenvonkbrug.

Gebleken is, dat de bestraling met de kwiklamp achterwege kan blijven. Het elektrisch veld is dermate inhomogeen, dat de veldsterkte aan de spits tijdens de voorflank van de stootgolf al groot genoeg is om de ontlading in te leiden in tegenstelling tot de omstandigheden bij de bollenvonkbrug.

Onderzocht is de invloed van de bestraling met de kwiklamp door bij enkele afstanden de doorslagspanning met en zonder bestraling te meten. Daarbij bleek bij positieve polariteit een afnemende invloed op te treden bij toenemende elektrodenafstand, in die zin, dat bij kleine afstanden met bestraling een vermindering van de doorslagspanning werd gekonstateerd. Bij toenemende afstand werd deze vermindering geleidelijk kleiner. Bij negatieve polariteit kon in dit geval geen verschil worden vastgesteld.

De vorm van de ontlading was over het algemeen bij positieve polariteit erg grillig, terwijl bij negatieve polariteit een veel intensievere, rechte vonk optrad. Telkens na een reeks metingen bij een bepaalde druk bleek de spits een geringe zwarte aanslag te vertonen, terwijl de plaat goed zichtbare brandvlekken had gekregen, die echter het

gladde oppervlak niet hadden aangetast. Beide elektroden werden voor elke reeks metingen met alcohol afgewassen en de punt werd zonodig eerst afgeschuurd en gepolijst.

Bij metingen met hoge spanningen bleek de stroombegrenzingsweerstand R_b in serie met de meetvonkbrug niet te voldoen, want bij ruim 200 kV trad reeds overslag op. Door vergroting van het aantal elementen, waaruit deze weerstand is opgebouwd en door sturing van het veld kon dit worden verbeterd. De weerstand was nu 2400Ω geworden en bij herhaalde ontladingen trad een enkele keer overslag op bij ongeveer 330kV, waarbij tevens werd opgemerkt, dat de weerstand behoorlijk opgewarmd was. Deze verandering bleek geen merkbare invloed op de meetresultaten te hebben.

Door de herhaalde overslagen van de weerstand R_b was de spits enigszins afgebrand en hiermede zijn enige metingen verricht bij een druk van $2,5 \text{ kg/cm}^2$ en positieve polariteit. Daarna is de spits afgeschuurd en dezelfde metingen zijn herhaald. Dit leverde duidelijk grotere waarden op.

Tijdens de meting bij $1,5 \text{ kg/cm}^2$ en positieve polariteit bleek de stootgolf opmerkelijk te zijn veranderd. De oorzaak hiervan was gelegen in de verandering van de weerstand van 66Ω in serie met de belastingscapaciteit. Deze was niet geschikt voor de hoge spanningen en bijbehorende hoge stromen en de weerstandswaarde was opgelopen tot 1500Ω . Bij lage stootspanningen was dit merkbaar aan de onregelmatige vorm van de stootgolf, maar bij hogere spanningen verkreeg deze weer een goede vorm. Dit is vermoedelijk veroorzaakt door weerstandsveranderingen bij de kontakten van de weerstand, die bij grotere stromen geen invloed meer hadden. De waarde van 1500Ω is gemeten met een ohm-meter, dus met een zeer kleine stroom.

Deze weerstand is vervangen door een type, dat normaal bij stootspanningsbeproevingen wordt toegepast en waarvan de weerstandswaarde 40Ω bleek te zijn. De mogelijkheid om 66Ω te maken was niet aanwezig. Deze weerstand diende ervoor om de uitslingering van de kring van de belastingscapaciteit en de meetvonkbrug, bij doorslag daarvan, te dempen. Foto's van deze demping door de goede 66Ω weerstand en de 40Ω weerstand vertoonden hetzelfde resultaat. De stootgolf bleef nader-

hand steeds dezelfde goede vorm gehouden.

Om na te gaan of deze wijziging invloed had op de doorslagmetingen, zijn deze metingen nogmaals herhaald. Bij negatieve polariteit trad daarbij geen afwijking op. Bij positieve polariteit bleek de meting bij $1,5 \text{ kg/cm}^2$ geheel fout te zijn. Bij normale druk trad ook goede overeenkomst op en bij $2,0$ en $2,5 \text{ kg/cm}^2$. - deze waren juist gemeten voordat de 66Ω weerstand het begaf - bleek gedeeltelijk een systematische afwijking op te treden in de orde van de meetnauwkeurigheid. Bij $2,0 \text{ kg/cm}^2$ lagen de nieuwe meetwaarden boven de eerder gemeten resultaten en bij $2,5 \text{ kg/cm}^2$ eronder.

Vervolgens is met de vrije opstelling van gelijke spits-plaat-elektroden de serie metingen bij normale druk herhaald om een eventuele invloed van het vat bij deze vorm van het elektrisch veld te bepalen. Daarbij bleek een afwijking op te treden bij positieve polariteit, waarbij de meetwaarden kleiner waren dan die, welke in het vat waren gemeten. Bij negatieve polariteit kwamen beide metingen goed overeen. De afwijking bij positieve polariteit is vermoedelijk het gevolg van het verschil in voor-ionisatie, dat met de bollen-vonkbrug ook is geconstateerd. De meetresultaten zijn uitgezet op bijlage 4 en 5.

Voorts is nog nagegaan welke de invloed van de slijtage van de spits is tijdens een reeks metingen, zowel bij positieve als bij negatieve polariteit, op de reproduceerbaarheid van de metingen. Na de reeks metingen met de vrije opstelling, waardoor de spits dus enigszins is versleten, is nogmaals bij enkele afstanden en beide polariteiten de doorslagspanning bepaald. Daarbij konden geen afwijkingen worden vastgesteld.

Daar bij de slijtage van de gebruikte vernikkelde messing spits het messing aan de oppervlakte kan komen, is de doorslagspanning ook met een geheel uit messing vervaardigde spits gemeten bij dezelfde afstanden. Ook hier konden geen afwijkingen worden waargenomen ten opzichte van de reeds eerder gemeten waarden.

De konklusie is, dat de meetresultaten reproduceerbaar zijn en dat de doorslagspanningen bij positieve polariteit het gevoeligst zijn voor veranderingen van de stootgolf en de vorm van de spits.

Opmerkelijk is nog het verschil tussen de doorslagspanningen bij positieve en negatieve spits en dat de krommen van de uitkomsten bij 2,0 en 2,5 kg/cm² en positieve spits elkaar snijden. Voor dit laatste is geen verklaring gevonden, hoewel opgemerkt dient te worden, dat juist bij deze gevallen grotere afwijkingen zijn gemeten dan overal elders.

Het genoemde polariteitsverschil wordt verklaard met behulp van de invloed van ruimteladingen. Bij de hoogspanningselektrode zal ionisatie optreden en de elektronen zullen zich afhankelijk van de polariteit zeer snel verwijderen in de richting van een der elektroden. Omdat de positieve ionen relatief veel langzamer bewegen, in de orde van een faktor 100, zal bij de spits een ruimtelading het veld tussen de ruimtelading en de plaat versterken, zodat de afstand als het ware kleiner is geworden. De doorslagspanning zal derhalve laag zijn.

Bij negatieve polariteit van de spits zal het veld tussen de ruimtelading en de spits versterkt worden en aan de kant van de plaat verzwakt. De ontlading zal daardoor afgeremd worden en de doorslagspanning zal groter zijn dan in het eerste geval.

Ter illustratie van de grote verandering van de veldsterkte in de omgeving van de spits van een spits-plaat-elektrodenconfiguratie wordt een benadering van deze situatie gegeven.

Gänger (1, blz. 8) geeft de formule voor de veldsterkte, behorende bij een benadering van de spits-plaat-configuratie met behulp van twee konfokale paraboloïden, waarvan het veld berekend is.

Op bijlage 9 zijn de elektroden getekend evenals het verloop van de veldsterkte als functie van de afstand. Tevens zijn vermeld de functies volgens welke de elektroden zijn gekonstrueerd. Deze functies zijn zodanig gekozen, dat de functiewaarden van de spits op 1 cm van de top ongeveer een hoek van 30° vormen met de oorsprong en dat de elektrodenafstand 10 cm werd.

Tenslotte moet nog vermeld worden, dat de meetresultaten bij normale druk met overeenkomstige waarden uit de literatuur zijn vergeleken. Daarbij traden geen opmerkelijke verschillen op. Een nauwkeurige vergelijking kon echter niet worden gemaakt, omdat de vorm van de spits steeds verschillend bleek te zijn, of niet nader werd beschreven (2, blz. 215), (3, blz. 346), (14) en (15).

4.2. Bepaling van de doorslagspanning van SF₆.

Deze doorslagmetingen zijn uitgevoerd met SF₆ van normale handelskwaliteit bij de drukwaarden 1,0 - 1,5 - 2,0 en 2,5 kg/cm² absoluut. De doorslagspanningen zijn weer bepaald als funktie van de afstand en bij positieve en negatieve polariteit van de spits. De spits-elektrode is in dit geval geheel van nikkel gemaakt. Alvorens SF₆ in het drukvat toe te laten, is dit steeds geëvacueerd tot ongeveer 1 mm Hg, zodat de aanwezigheid van lucht te verwaarlozen is (0,14 vol %). Na de metingen bij 1,0 en 1,5 kg/cm² is de spits vernieuwd, omdat deze tekenen vertoonde van het afbranden van de uiterste punt ervan. Daarna is de meting bij 1,5 kg/cm² herhaald om de reproduceerbaarheid te controleren. De resultaten kwamen goed overeen met de eerder gemeten waarden, zodat de slijtage van de uiterste punt van de spits geen invloed heeft op de meetresultaten.

Steeds is na elke serie metingen bij een bepaalde druk de reproduceerbaarheid nagegaan door bij enkele afstanden de metingen nogmaals te herhalen. Daarbij zijn steeds afwijkingen geconstateerd, die in de orde van 3 kV of minder lagen, zodat de reproduceerbaarheid goed is te noemen.

De temperatuur varieerde bij de metingen van 14°C tot 16°C, terwijl de druk konstant werd gehouden. Aangezien gebruik is gemaakt van een drukmeter (met veerbuis), die de overdruk aanwijst, zullen variaties van de barometerstand de aanwijzing beïnvloeden. Bij de normale schommelingen in de barometerstand zullen deze variaties aanleiding geven tot fouten in de orde van de nauwkeurigheid van de drukmeter.

De meetresultaten zijn uitgezet op bijlage 6 en 7. De doorslagspanning van SF₆ bij homogene elektrische veldconfiguraties is duidelijk hoger dan de overeenkomstige waarden van lucht. Dit is het gevolg van het elektronegatief karakter van SF₆. De oorzaak hiervan is, dat de elektronen, die de ontlading in stand moeten houden, door de molekulen worden "gehecht", waardoor hun bewegingen sterk vertraagd worden. Er worden zware negatieve "ionen" gevormd, die te traag zijn om de ionisatie-energie uit het elektrisch veld te verzamelen. De ontlading wordt daardoor afgeremd en de doorslagspanning zal hoger zijn.

Bij het hier gebruikte sterk inhomogene veld zijn de doorslagspanningen bij de kleinste afstanden inderdaad hoger dan bij lucht onder gelijke omstandigheden. De stijging van de doorslagspanning als functie van de afstand verloopt echter minder snel dan bij lucht.

De invloed van de druk bij positieve polariteit is veel minder dan bij lucht het geval was. Als de meetonzekerheid in beschouwing wordt genomen, is nauwelijks van een drukafhankelijkheid te spreken.

De invloed van de druk bij negatieve polariteit is wel aanwezig, maar eveneens veel minder groot dan bij lucht. De toename van de doorslagspanning met de afstand is ook minder dan bij lucht, waar de toename bijna lineair met de afstand verliep.

Het polariteitseffekt, dat bij lucht reeds genoemd is, treedt ook bij SF₆ op.

Ter verduidelijking van de vergelijking van lucht en SF₆ is op bijlage 8 de verhouding van de doorslagspanningen van SF₆ en lucht uitgezot als functie van de afstand. Bedonken we, dat deze verhouding bij een homogeen veld ongeveer 2,5 bedraagt en in het beschouwde drukbereik vrijwel konstant blijft, dan valt het verschil met de inhomogene veldsituatie goed op. Behalve het zeer sterk dalen van deze verhouding bij negatieve polariteit en de geringere daling bij positieve polariteit bij toenemende afstand, neemt de verhouding ook bij drukverhoging af. Uitgezonderd bij positieve polariteit en de hoogste twee drukwaarden, waar de krommen elkaar snijden.

4.3. Konklusies.

De konklusies van het onderzoek zijn:

Bij de sterk inhomogene veldkonfiguratie is slechts bij kleine afstanden een hogere doorslagvastheid van SF₆ ten opzichte van lucht bereikbaar.

De verhoging van de druk en/of de vergroting van de afstand geven aanleiding tot vermindering van de doorslagvastheid van SF₆ ten opzichte van lucht.

Dus SF₆ blijkt minder bruikbaar te zijn als de veldsituatie inhomogeen is.

Tenslotte wordt nog een vergelijking gegeven met twee voorbeelden uit de literatuur.

Clark (16) geeft een kromme op voor de doorslagvastheid van SF_6 bij een spits-plaat-elektrodenconfiguratie als functie van de afstand bij normale druk. Daarvan komen de waarden ongeveer overeen met de in dit onderzoek verkregen meetwaarden. Hij geeft echter de afmetingen van de spits en de plaat niet op.

Works and Dakin (17) en Steiniger geven voornamelijk resultaten bij gelijkspanning en 50 Hz wisselspanning.

Läpple (19) geeft een kromme op voor de doorslagspanning als functie van de afstand bij verschillende drukken. De waarden zijn gemeten met behulp van schakelaarkontakten, zodat een direkte vergelijking niet mogelijk is, hoewel de veldvorm inhomogeen is. Deze uitkomsten zijn een faktor 2,5 à 3 groter dan de hier verkregen meetresultaten. Een verklaring van dit verschil en in het algemeen van het veranderde gedrag van SF_6 bij een inhomogeen veld is, voor zover bekend, tot nu toe nog niet gevonden.

5. Samenvatting.

Met behulp van een meetopstelling, waarmede standaard-stootspanningen aan een spits-geaarde plaat-elektrodenkonfiguratie konden worden toegevoerd, is de doorslagspanning van lucht en SF₆ gemeten als functie van de elektrodenafstand bij drukwaarden van 1,0 tot 2,5 kg/cm² absoluut. De spanningen werden gemeten met een spanningsdeeler, die aan de I.E.C. normen voldoet.

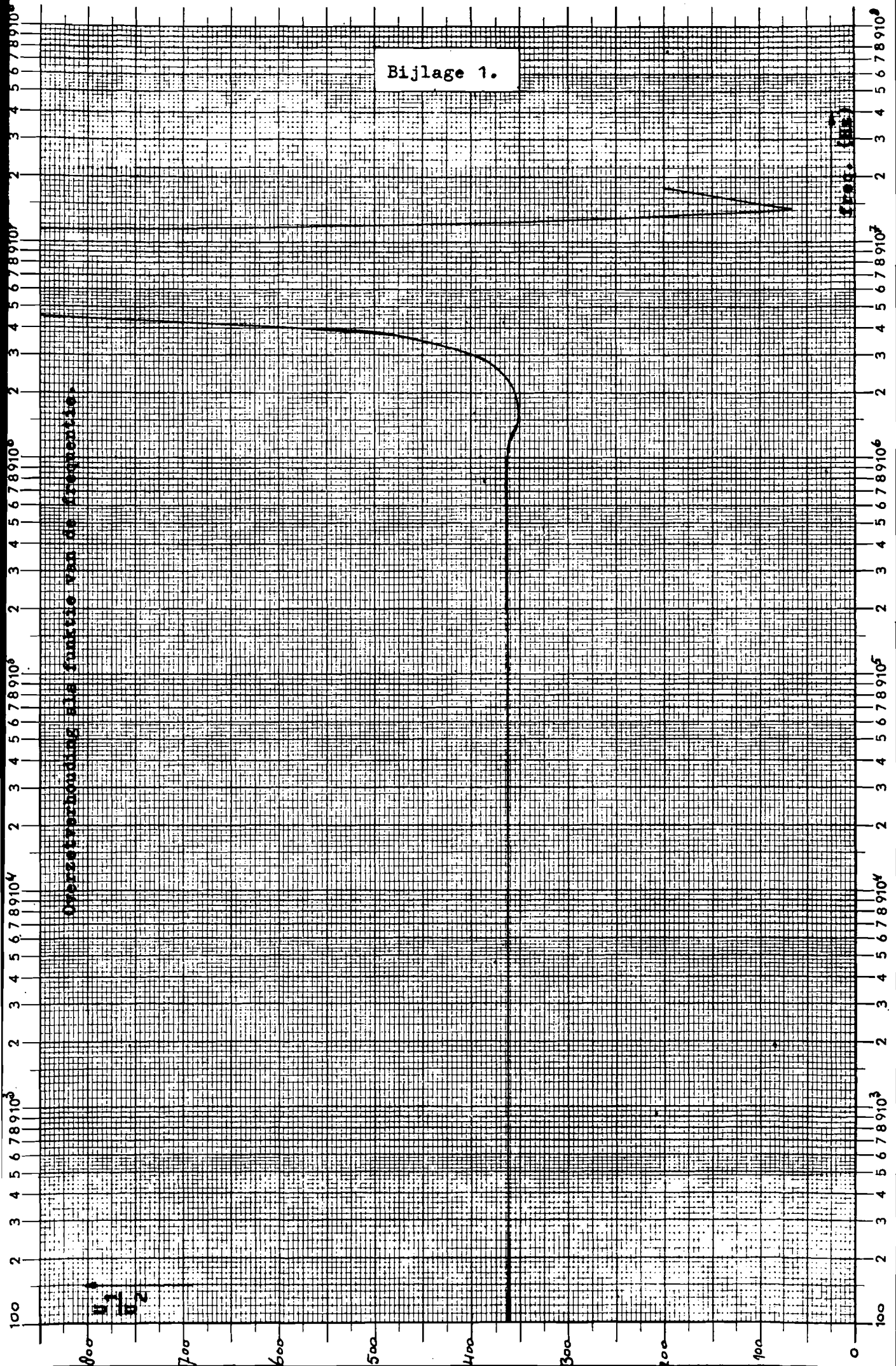
Het resultaat van het onderzoek is, dat SF₆ in een sterk inhomogeen elektrisch veld als isolatie minder bruikbaar blijkt te zijn dan lucht.

6. Overzicht van de geraadpleegde literatuur.

1. B. Gänger : Der elektrische Durchschlag von Gasen.
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg,
1953.
2. J.M. Meek & J.D. Craggs: Electrical breakdown of gases.
Oxford, at the Clarendon press. 1953.
3. J.M. Meek : The electric spark in air.
J.I.E.E. 89 (1942) 335.
4. R. Strigel : Elektrische Stossfestigkeit.
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg,
1955.
5. I.E.C. publ. 60 (1962): High Voltage test techniques.
6. W.M.C. van den Heuvel : Spanningsdelers voor hoge spanningen en
gering eigen energieverbruik voor oscillo-
grafische metingen.
Publ. groep Hoogspanning, afd. E. der T.H.E.
7. O. Etzel, G. Helmchen : Berechnung der Elemente des Stoss-spannungs-
kreises für die Stoss-spannungen 1,2/50,
1,2/5 und 1,2/200.
E.T.Z.-A, 85 (1964) H18, 578.
8. J.D. Craggs & J.M. Meek: High Voltage laboratory technique.
London, Butterworths scientific publications,
1954.
9. N. Hyltén-Cavallius : Impulse Tests and Measuring Errors.
ASEA Reg.0977, U.D.C.-621.317.326.
10. I.E.C. publ. 52 (1960): Recommendations for voltage measurements
by means of sphere gaps (one sphere-earthed).
11. W. Weicker, W. Hörcher: Grundlagen zu neuen Eichtafeln für Kugel-
funkenstrecken.
E.T.Z. 59 (1938) 1029, 1064.

12. S. Whitehead : A note on standard calibrations for sphere-gaps.
J.I.E.E. 84 (1939) 408.
13. J.M. Meek : The influence of irradiation on the measurement of impulse voltages with sphere-gaps.
J.I.E.E. 93 (1946) 97.
14. R. Strigel : Über das Stoss-spannungsverhalten unterteilter Funkenstrecken im ungleichförmigen Feld.
Z. für Elektrotechnik 3 (1950) H1, 1.
15. P. Jacottet, W. Weicker: Überslag-Wechselspannungen und 50% Überslag Stoss-spannungen von Stabfunkenstrecken.
E.T.Z. 59 (1938) 1029, 1064.
16. F.M. Clark : Insulating Materials for Design and Engineering Practice. blz. 115.
J. Wiley & Sons, N-Y, London (1962).
17. C.N. Works, T.W. Dakin: Dielectric Breakdown of Sulfur Hexafluoride in Nonuniform Fields.
Trans. A.I.E.E. 72 (1953) 682.
18. E. Steiniger : Die elektrische Festigkeit von Schwefelhexafluorid im inhomogenen Feld bei Gleich-, Wechsel- und Stoss-spannungsbeanspruchung.
Dissertation T.U. Berlin 1964.
19. J. Läßle : Untersuchungen über Durchschlagspannungen in verschiedenen Gasen insbesondere in dem elektronegativen Gas SF_6 .
Voordracht ter gelegenheid van de Vakantieleergang Elektrotechniek 1965.
De Ingenieur, 6 mei, 1966.

Bijlage 1.



Oversetverhouding als functie van de frequentie

N.V. Drukkerij „Mercurius“ Wormerveer No. 34 X-as logar. verdeeld 1-10⁶ Eenheid 45 mm. Y-as verdeeld in mm.

U_D (kV)

250

100

150

100

50

— : Doorlagetenspanning van lucht bij normale temp. en druk als functie van de bolafstand en bij verschillende polariteit, behorende bij een bollenvonkbrug met boldiameter van 15 cm.

+ : meetwaarden bij positieve polariteit

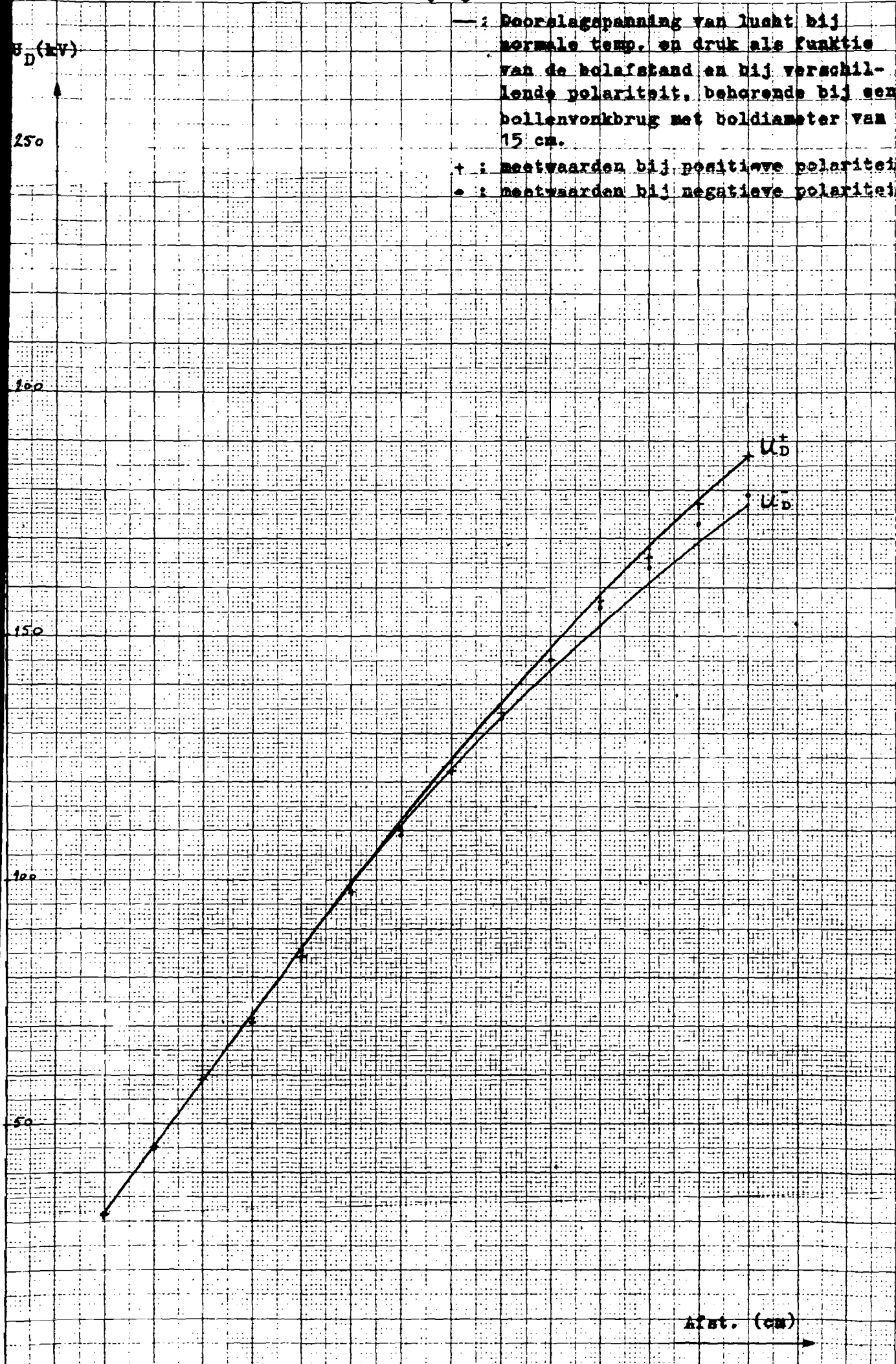
• : meetwaarden bij negatieve polariteit

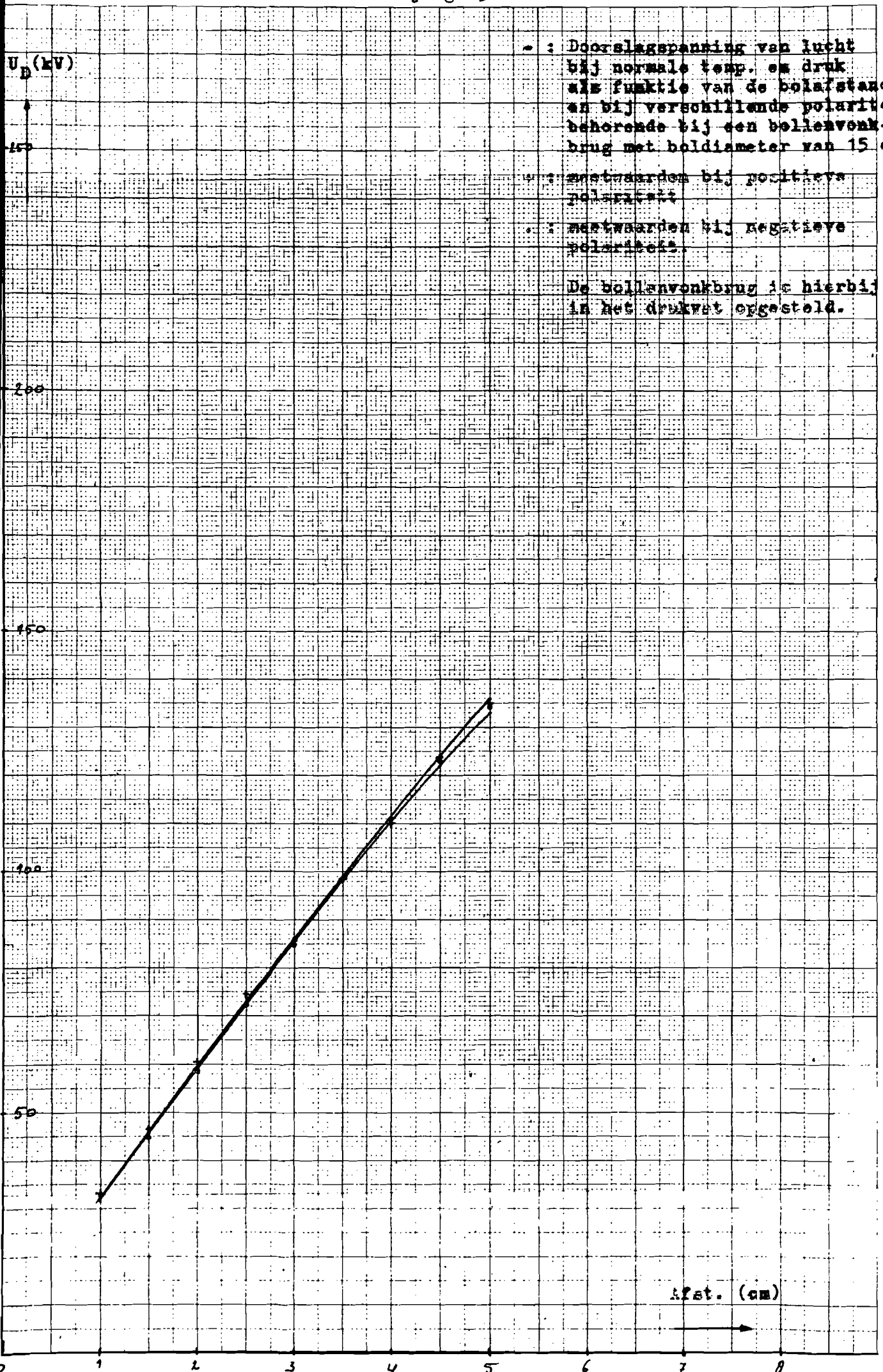
U_D^+

U_D^-

Afst. (cm)

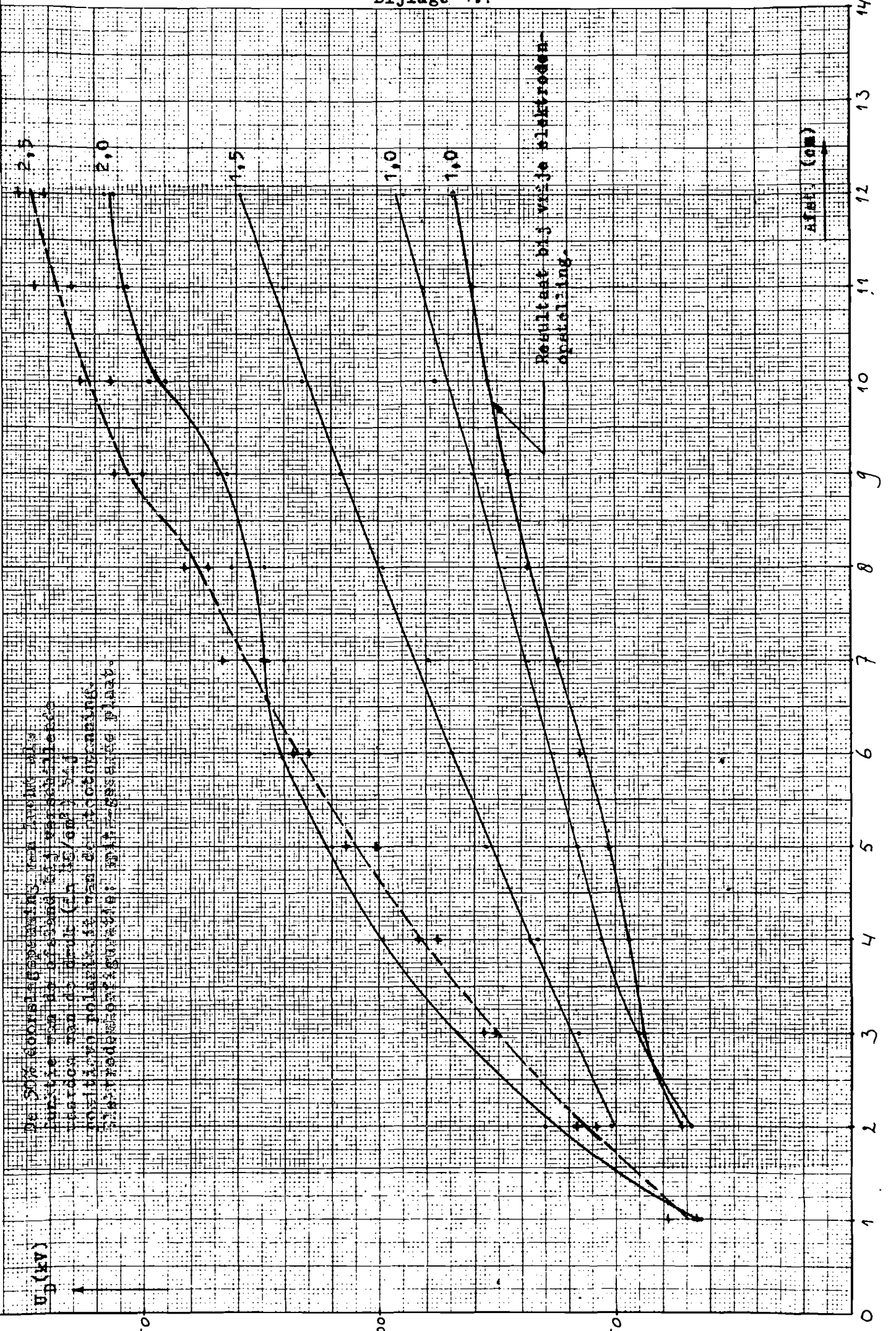
0 1 2 3 4 5 6 7 8





De 50% coördinatiecurve van een
 functie van de afstand tot de stroom-
 leiding van de draad (ca. 15/cm) van
 toelaten tot een afstand van
 1,5 m. De coördinatiecurve is
 de afwijking van de draad.

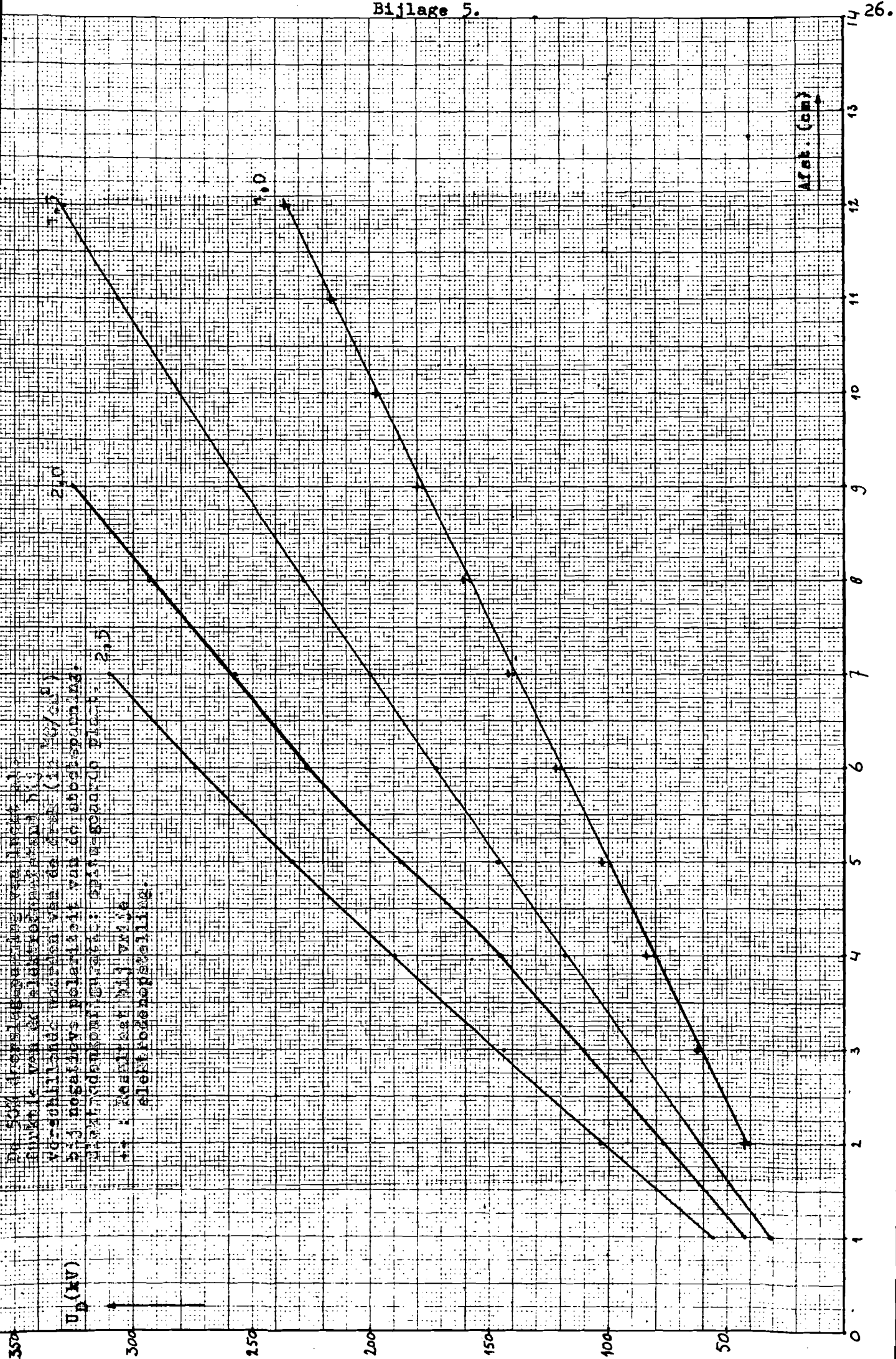
U_p (kV)



afst. (cm)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

De 50V (reel) berekening van V_D (reel) bij een afstand van 2,0 cm (reel) van de elektroden van de cel (1,5 x 0,7 cm) bij negatieve polariteit van de elektroden. De afstand van de elektroden is 2,0 cm. De afstand van de elektroden is 2,0 cm. De afstand van de elektroden is 2,0 cm.



Afst. (cm)

V_D (kV)

De drie draadjes hebben een lengte van 100 cm. De draadjes zijn van de volgende diameter: 1,0 mm, 1,5 mm, 2,0 mm. De draadjes zijn van de volgende soort: (in 157 cm) en relatieve polariteit.

Electroonkarakteristiek: splits-gevoelige draadjes.

U_p (kV)

150

100

50

2,5
2,0
1,5
1,0

1,0

1,5

2,0

2,5

ANST. (cm)

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

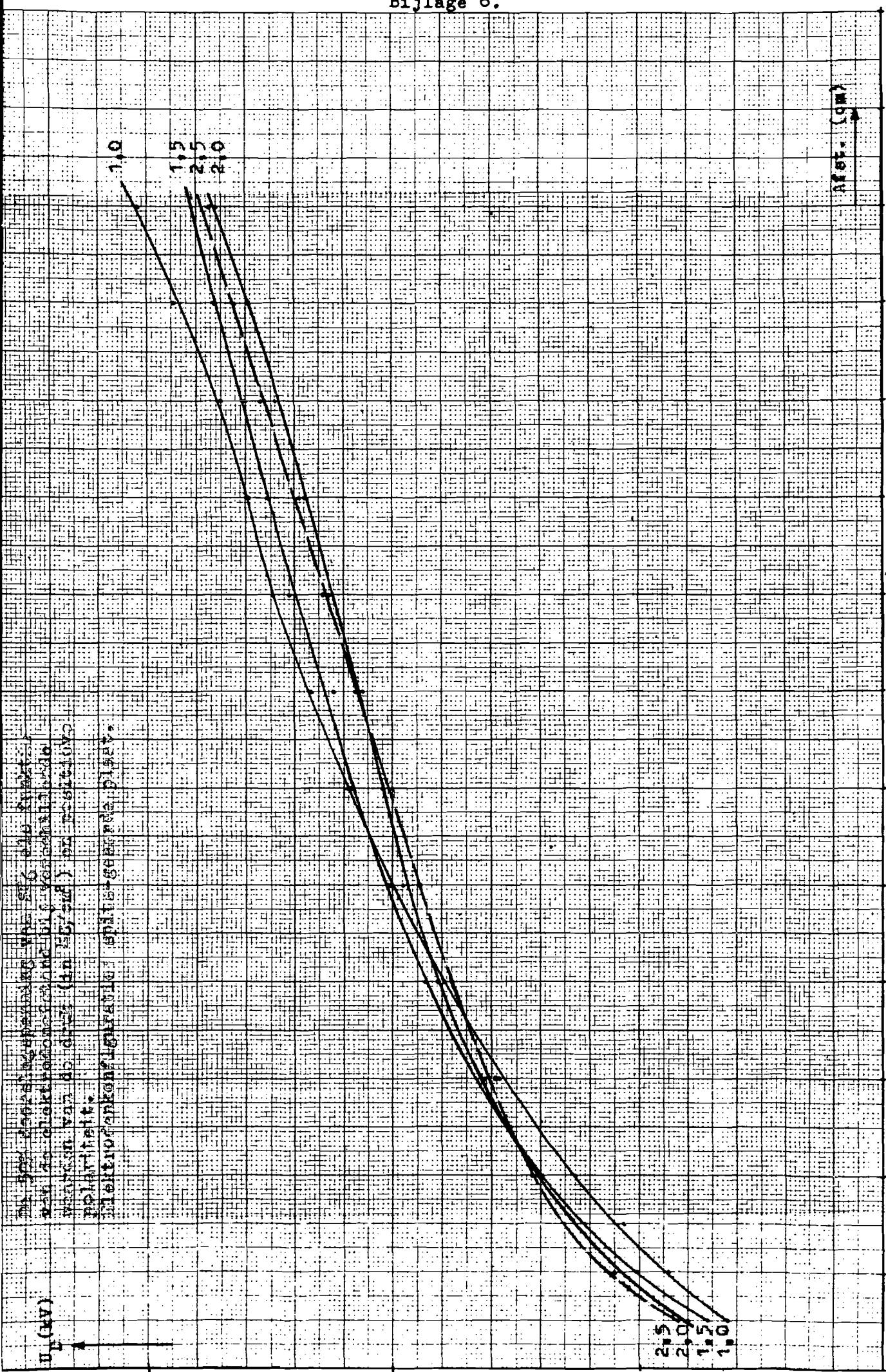
10

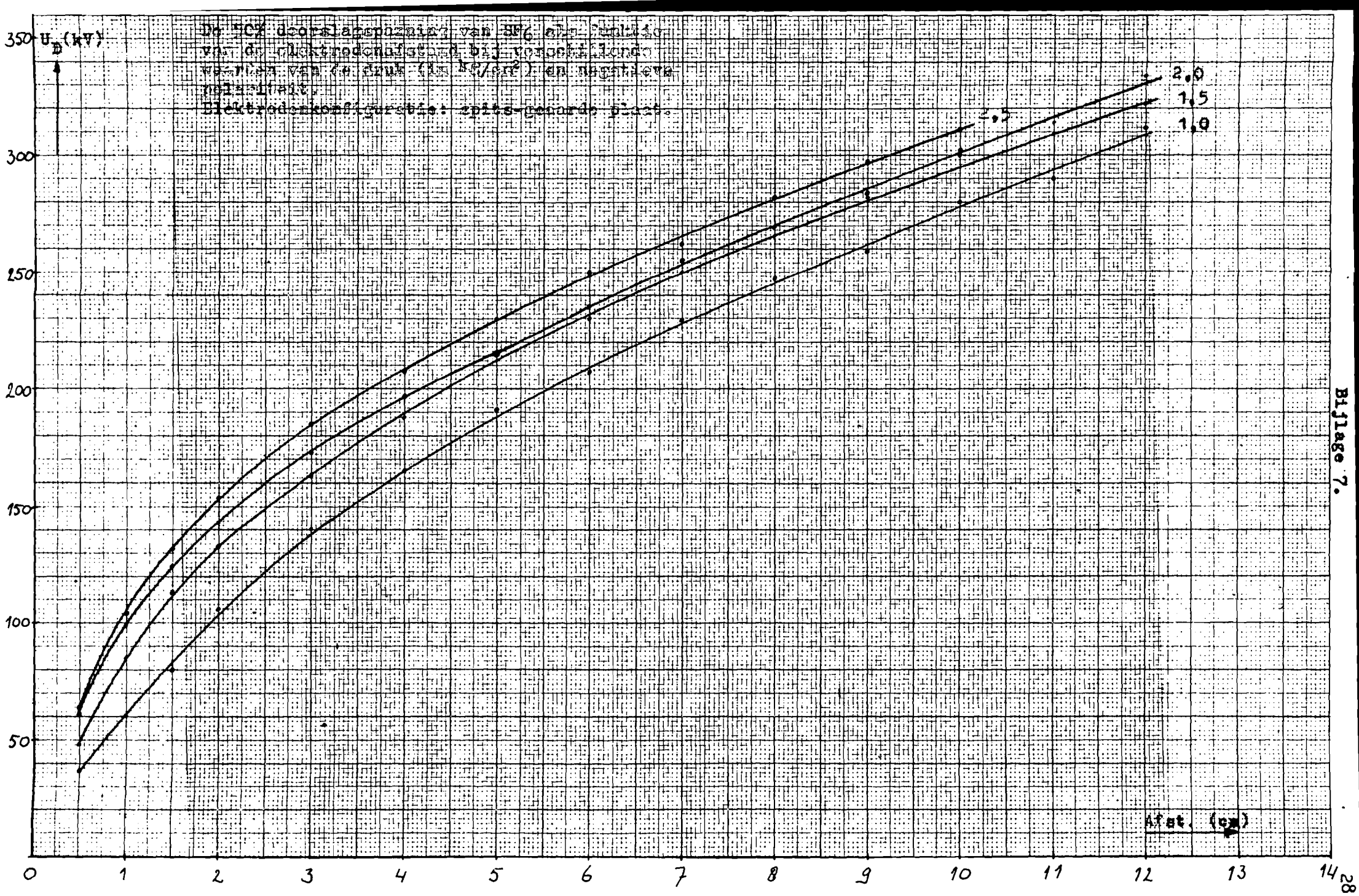
11

12

13

14





U_D (SPG)
 U_D (AueSt)

Verhouding van de doorslagspanningen van SPG en lucht als functie van de afstand d bij spits-geaarde plaat elektrodenv configuratie.

———— : positieve polariteit.
 - - - - - : negatieve polariteit.

2.50

1.00

1.50

1.00

0.50

1.0

1.5

1.5

2.0

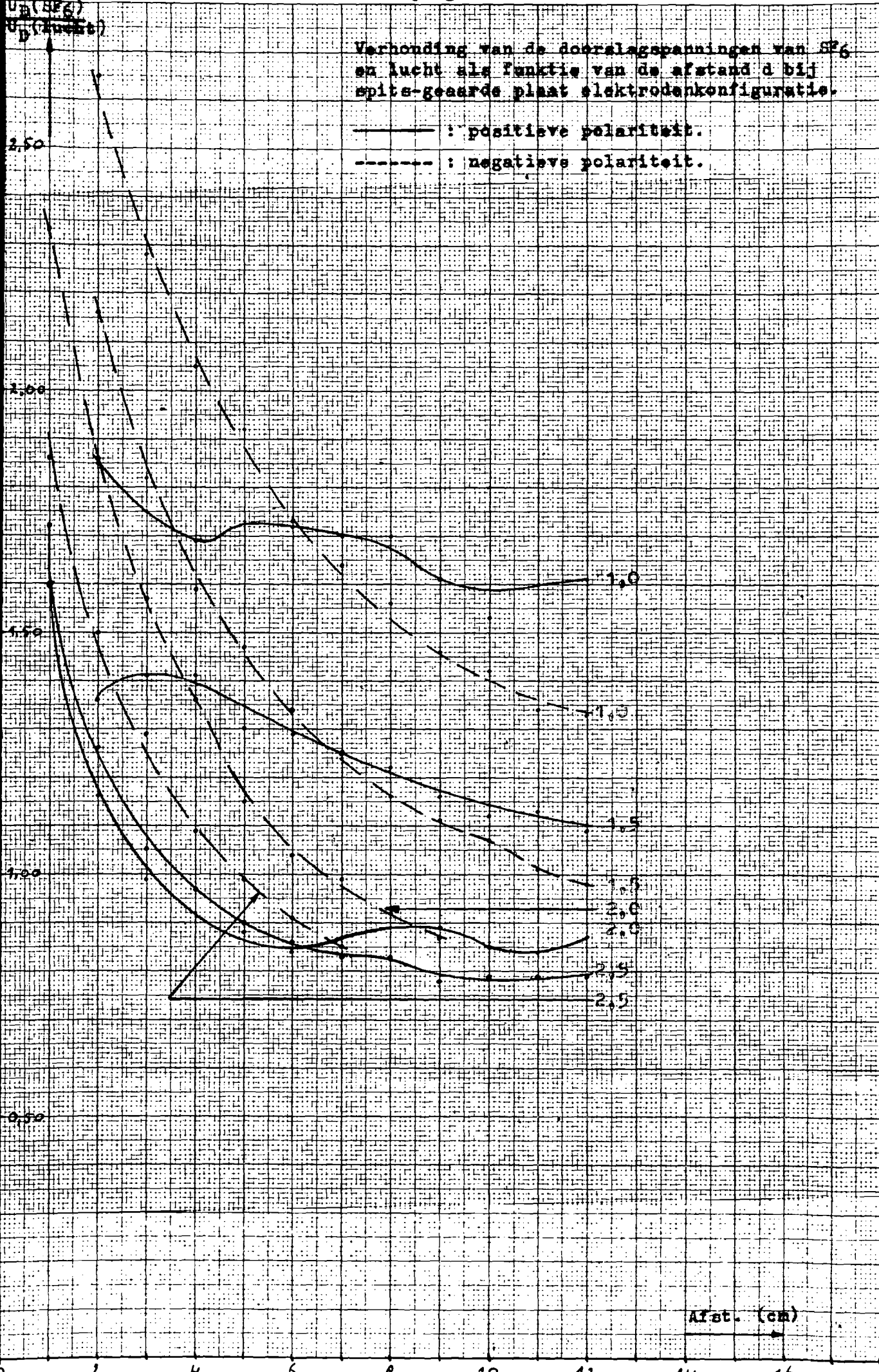
2.0

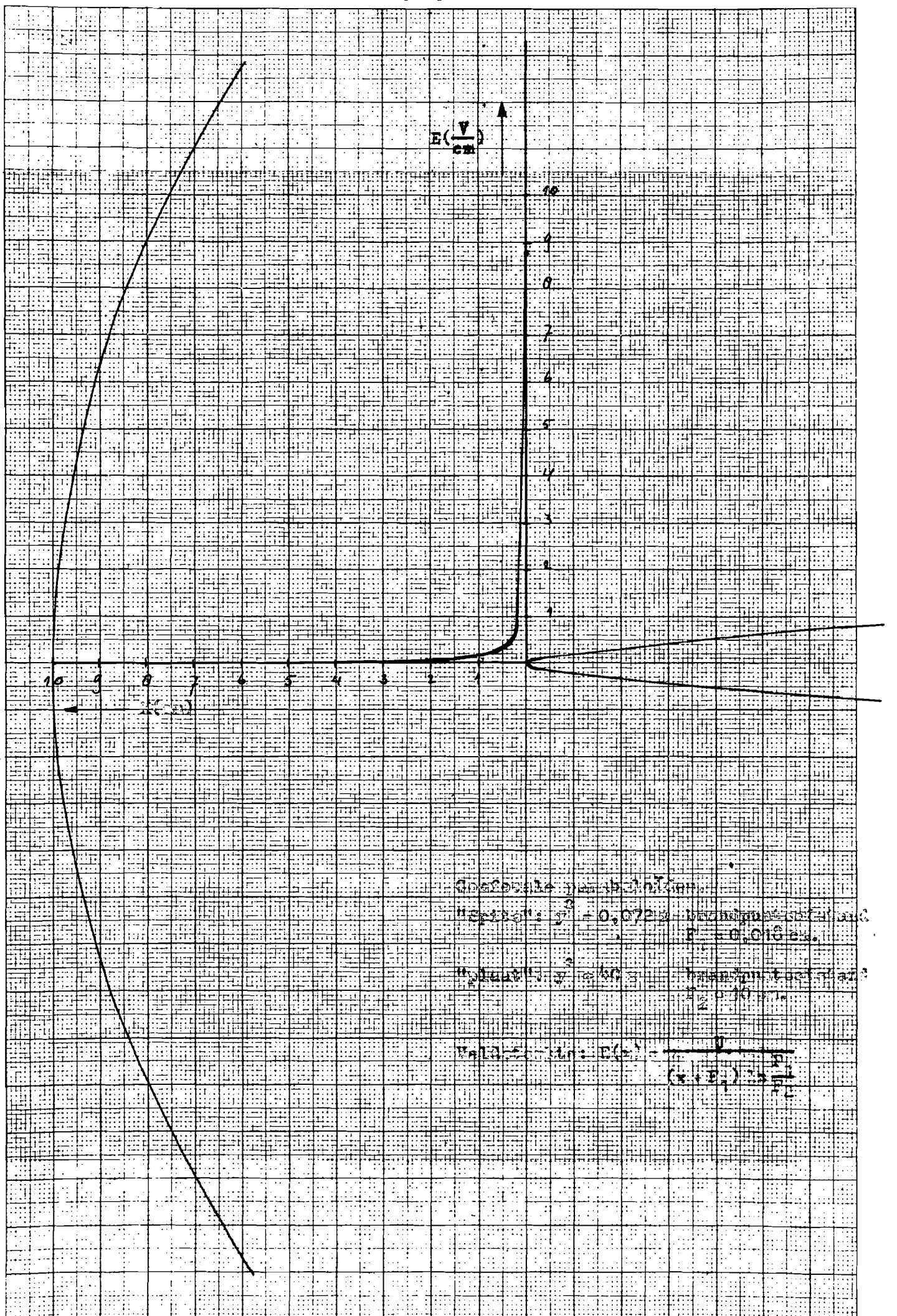
2.5

2.5

Afst. (cm)

0 2 4 6 8 10 12 14 16





8. Appendix.

Berekening van de veldsterkte tussen twee elektroden welke als konfokale parabolen zijn uitgevoerd.

Alhoewel deze formule wordt afgeleid voor twee elektroden, welke als konfokale elektroden zijn uitgevoerd, mogen we deze formule als benaderde oplossing gebruiken voor het berekenen van de veldsterkte tussen plaat-spitselektroden.

Indien geldt: $x = x(u, v, w)$

$y = y(u, v, w)$

$z = z(u, v, w)$

terwijl $\vec{r} = ix + jy + kz$

en voorts: $h_1 = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \right|$ $h_2 = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right|$ $h_3 = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial w} \right|$

dan geldt voor de potentiaalvergelijking van Laplace in een orthogonaal koördinatensysteem:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial w} \right) \right]$$

Een parabolisch koördinatensysteem is orthogonaal. Dit is als volgt aan te tonen: zij nl. stelsel 1 gegeven door de parabolen $\rho_1^2 = 2\eta^2 z$

stelsel 2 gegeven door de parabolen $\rho_2^2 = 2\xi^2 z$

De richtingscoëfficiënten zijn dan: $\rho_1^\circ = \frac{\eta^2}{\rho}$

$\rho_2^\circ = -\frac{\xi^2}{\rho}$ aangezien dit stelsel naar de negatieve z-as gericht is.

Het produkt van de richtingscoëfficiënten is nu:

$$\rho_1^\circ \rho_2^\circ = -\frac{\eta^2 \xi^2}{\rho^2}$$

en met $\rho^2 = \eta^2 \xi^2$ volgt hieruit:

$$\rho_1^\circ \rho_2^\circ = -1$$

d.w.z.: de beide parabolen snijden elkaar loodrecht. De derde richting,

$rd\psi$ in het vlak \perp z-as door het snijpunt, staat eveneens loodrecht op beide parabolen, waarmee dus is aangetoond dat het parabolische koördinatenstelsel een orthogonaal systeem is.

Voor parabolische koördinaten geldt nu: fig. 1.

$$\begin{aligned} x &= \xi \eta \cos \psi & \text{en uit: } \rho^2 &= x^2 + y^2 & \text{volgt:} \\ y &= \xi \eta \sin \psi & \rho^2 &= \xi^2 \eta^2 \end{aligned}$$

terwijl voorts:
$$z = \frac{1}{2}(\xi^2 - \eta^2)$$

De brandpuntsafstanden zijn gegeven door $\frac{\eta^2}{2}$ en $\frac{\xi^2}{2}$

Met:
$$\begin{aligned} x &= \xi \eta \cos \psi \\ y &= \xi \eta \sin \psi \\ z &= \frac{1}{2}(\xi^2 - \eta^2) \end{aligned} \quad \text{en} \quad \vec{r} = ix + jy + kz$$

vinden we:

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi} = i\eta \cos \psi + j\eta \sin \psi + k\xi$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \eta} = i\xi \cos \psi + j\xi \sin \psi - k\eta$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi} = -i\xi\eta \sin \psi + j\xi\eta \cos \psi$$

zodat de transformatie-koëfficiënten worden:

$$h_1 = \sqrt{\eta^2 \cos^2 \psi + \eta^2 \sin^2 \psi + \xi^2} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

$$h_2 = \sqrt{\xi^2 \cos^2 \psi + \xi^2 \sin^2 \psi + \eta^2} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

$$h_3 = \sqrt{\xi^2 \eta^2 \sin^2 \psi + \xi^2 \eta^2 \cos^2 \psi} = \xi \eta$$

Substitutie van deze waarden in de potentiaalvergelijking van Laplace voor een orthogonaal koördinatensysteem levert ons:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{(\xi^2 + \eta^2)\xi\eta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \eta \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\xi \eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{\xi \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \right) \right\}$$

Dit is nu de potentiaalvergelijking van Laplace voor een parabolisch

coördinatenstelsel.

Wegens de rotatiesymmetrie om de z-as vervalt de afhankelijkheid van ψ . De equipotentiaalvlakken worden bepaald door η , zodat er geen ξ afhankelijkheid voor de potentiaal bestaat. Daardoor kan de vergelijking vereenvoudigd worden tot:

$$\Delta U = \frac{1}{(\xi^2 + \eta^2)\xi\eta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\xi \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \right\} = \frac{1}{(\xi^2 + \eta^2)\eta} \left\{ \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dU}{d\eta} \right) \right\} = 0$$

$$\text{Dus: } \eta \frac{dU}{d\eta} = C_1 \quad \text{of} \quad dU = C_1 \frac{d\eta}{\eta}$$

$$\text{Waaruit: } U = C_1 \ln \eta + C_2.$$

De randvoorwaarden zijn:

$$\begin{array}{lll} \eta = \eta_1 & : & U = U_0 \longrightarrow U_0 = C_1 \ln \eta_1 + C_2 \\ \eta = \eta_2 & : & U = 0 \longrightarrow 0 = C_1 \ln \eta_2 + C_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} C_2 = -C_1 \ln \eta_2 & \longrightarrow U_0 = C_1 \ln \eta_1 - C_1 \ln \eta_2 = C_1 \ln \frac{\eta_1}{\eta_2} \\ C_1 = \frac{U_0}{\ln \frac{\eta_1}{\eta_2}} & \text{en} \quad C_2 = -\frac{U_0}{\ln \frac{\eta_1}{\eta_2}} \ln \eta_2 \end{array}$$

$$\text{Dus: } U = \frac{U_0}{\ln \frac{\eta_1}{\eta_2}} (\ln \eta - \ln \eta_2)$$

De veldsterkte wordt gegeven door:

$$E = - \text{grad } \varphi = - \frac{\partial u}{\partial \eta} = - \frac{U_0}{\ln \frac{\eta_1}{\eta_2}} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{U_0}{\ln \frac{\eta_1}{\eta_2}} \frac{1}{\eta}$$

Deze uitdrukking in parabolische coördinaten moet nu nog herleid worden naar het cartesische coördinatenstelsel, en uitgedrukt worden in z , F_1 en F_2 , zie fig. 2.

$$\text{Nu is: } \eta_1^2 = 2F_1 \quad \text{of} \quad \eta_1 = \sqrt{2F_1}$$

$$\eta_2^2 = 2F_2 \quad \text{of} \quad \eta_2 = \sqrt{2F_2}$$

Vervolgens: $\eta^2 = 2(S + F_1)$ of $\eta = \sqrt{2(S + F_1)}$

We kunnen nu $\eta_1 = \sqrt{2F_1}$, $\eta_2 = \sqrt{2F_2}$ en $\eta = \sqrt{2S + 2F_1}$ invullen in de formule voor de veldsterkte en vinden dan:

$$E = \frac{U_0}{\ln \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2(S + F_1)}} = \frac{\sqrt{2} U_0}{\sqrt{S + F_1} \ln \frac{F_2}{F_1}}$$

Deze formule komt niet overeen met de door Gänger genoemde formule. Gänger vermeldt voor de veldsterkte:

$$E = \frac{U_0}{(S + F_1) \ln \frac{F_2}{F_1}}$$

Verschillen tussen beide afleidingen kunnen moeilijk bepaald worden, omdat de methode van Smythe, waaraan Gänger zijn formule heeft ontleend, niet bekend is.

Het verschil tussen de krommen van Gänger en bovenvermelde formule is in fig. 3. weergegeven.

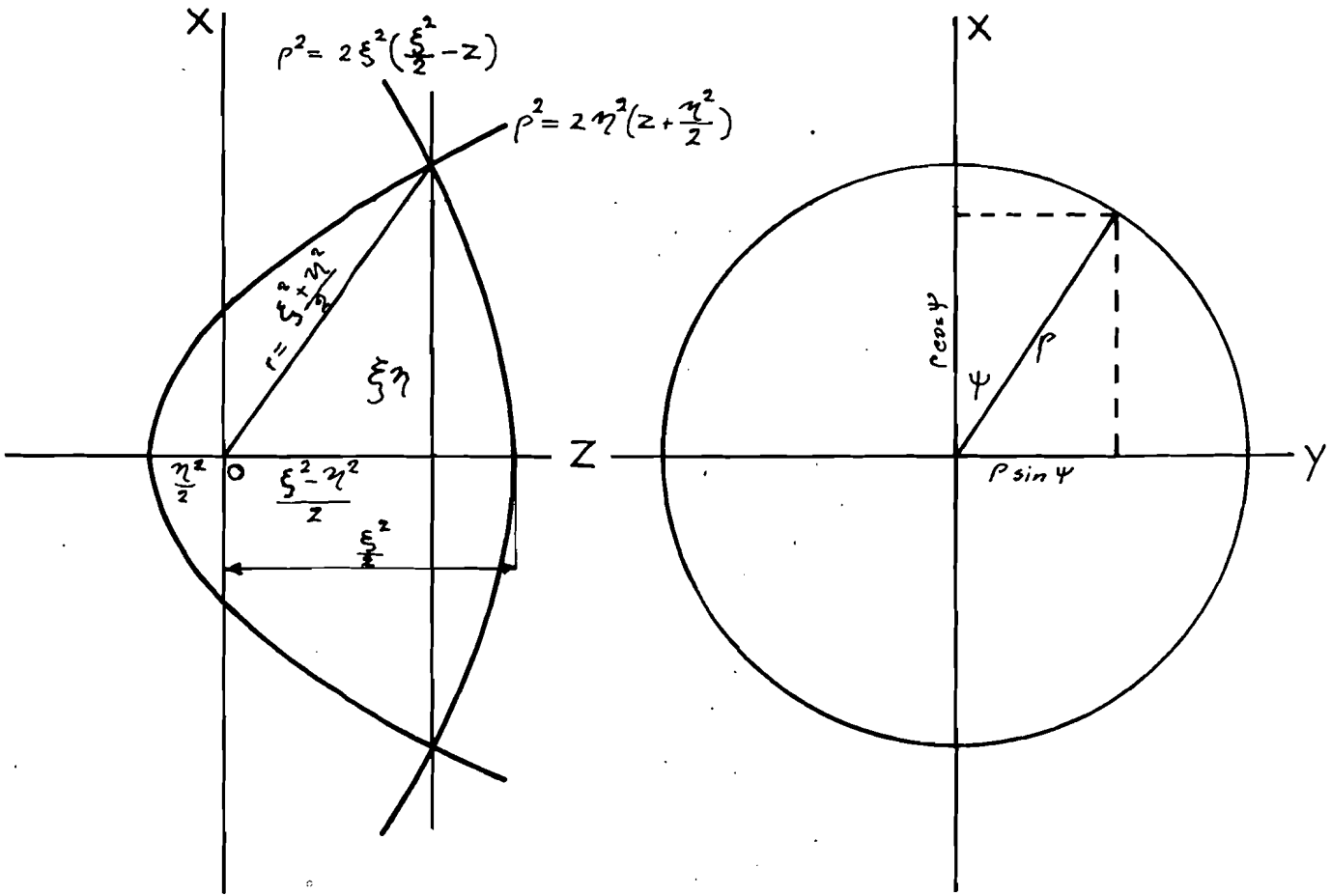


Fig. 1

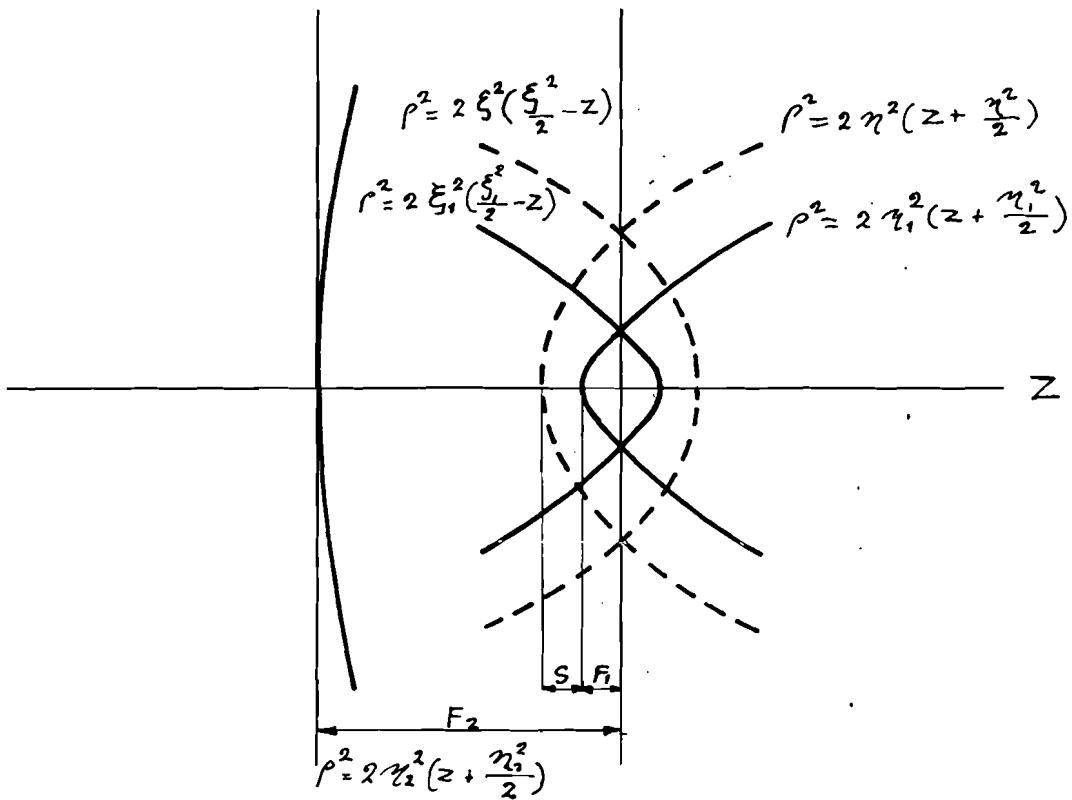


Fig. 2.

Hosselet

- s=0 → 18,72%
- s=0,5 → 3,54%
- s=1 → 2,52%
- s=2 → 1,79%
- s=3 → 1,47%
- s=4 → 1,27%
- s=5 → 1,14%
- s=6 → 1,04%
- s=7 → 0,96%
- s=8 → 0,90%
- s=9 → 0,85%
- s=10 → 0,80%

Gänger

- s=0 → 100%
- s=0,5 → 3,47%
- s=1 → 1,77%
- s=2 → 0,89%
- s=3 → 0,60%
- s=4 → 0,45%
- s=5 → 0,36%
- s=6 → 0,30%
- s=7 → 0,26%
- s=8 → 0,22%
- s=9 → 0,20%
- s=10 → 0,18%

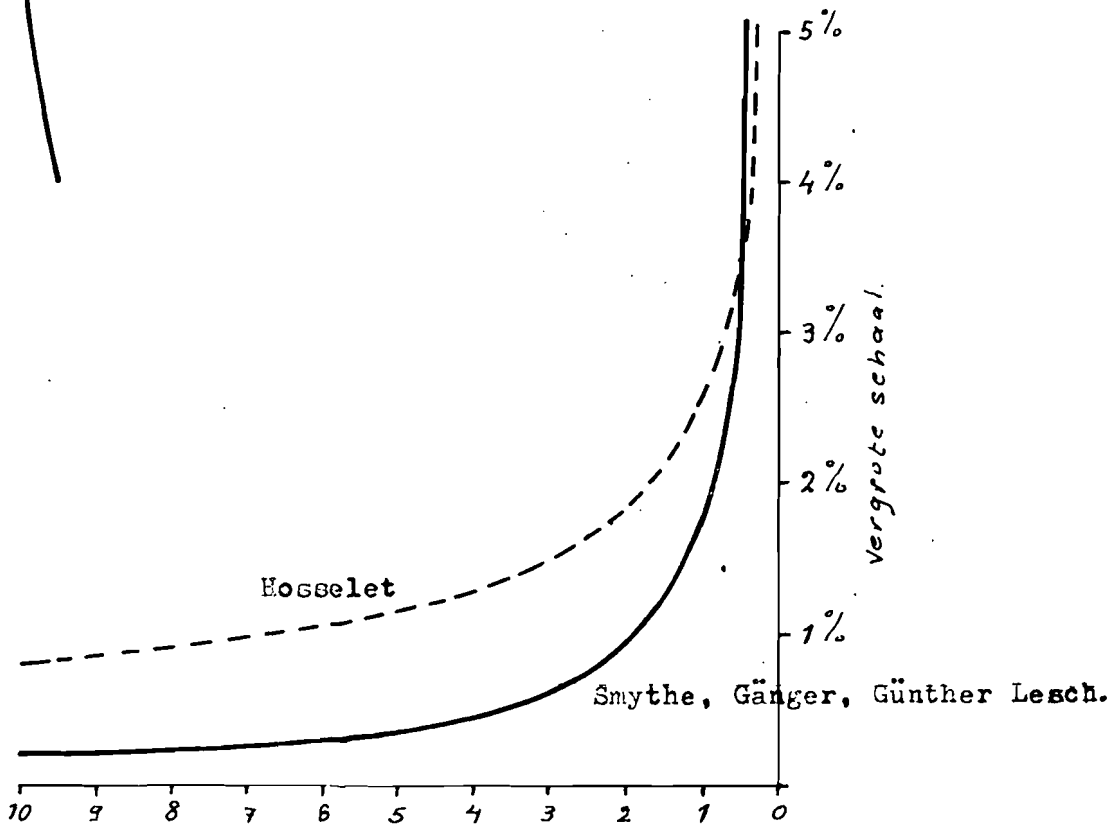
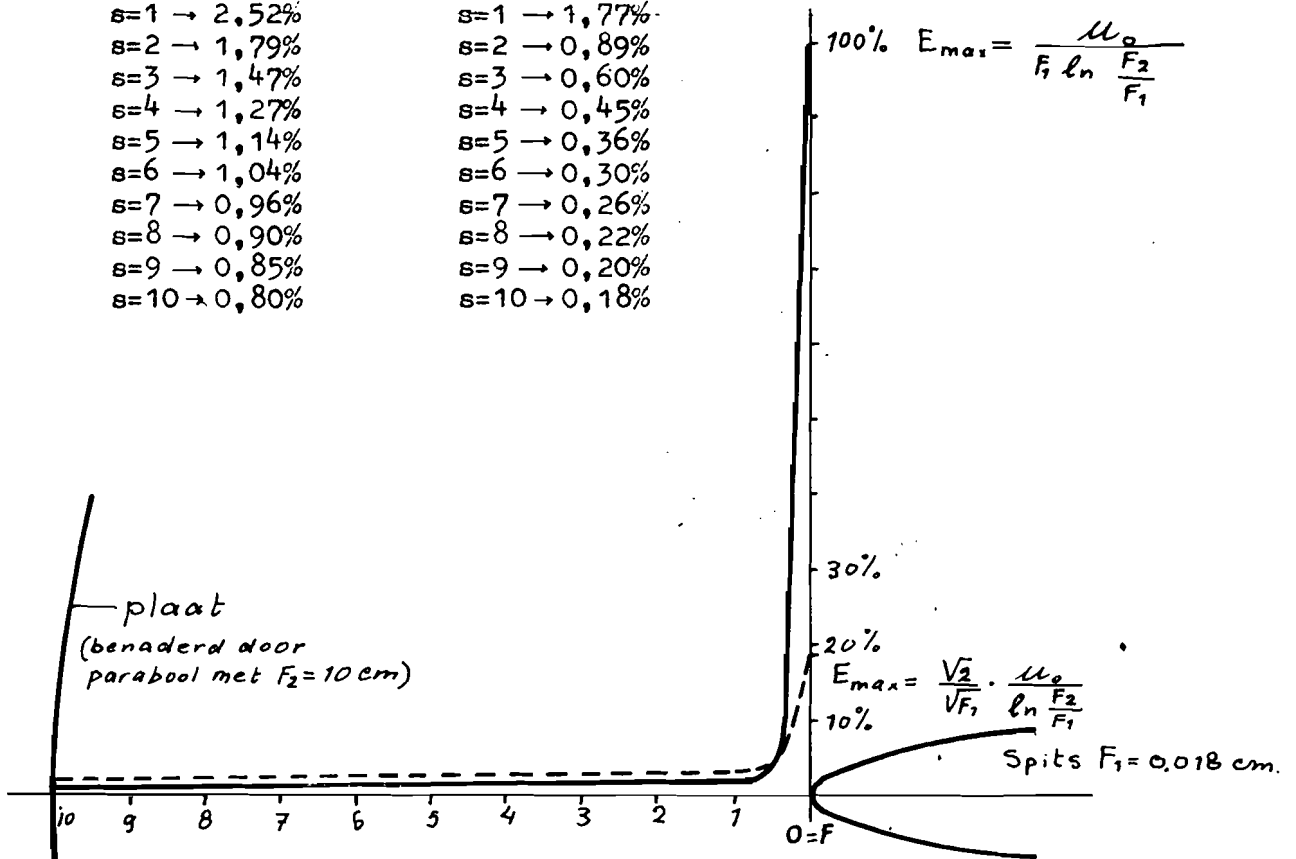


Fig. 3