

MASTER

Insnoeringen in Shubnikov-de Haas oscillaties

Claes, J.A.M.

Award date:
1992

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit der Technische Natuurkunde

**INSNOERINGEN IN
SHUBNIKOV-DE HAAS OSCILLATIES**

J.A.M. Claes

Verslag van het afstudeerwerk van Jan Claes, verricht in de groep Halfgeleiderfysica van de vakgroep Vaste Stof, december 1992.

Begeleiding: ir. W. de Lange.
Afstudeerdocent: dr. ir. F.A.P. Blom.

Met dank aan Wytze de Lange en Frans Blom voor de begeleiding en Peter Nouwens voor de montage van de preparaten.

SAMENVATTING.

De oscillaties die optreden in metingen van de weerstand in een twee-dimensionaal electronengas (2DEG) als functie van het magnetische veld, worden Shubnikov-de Haas oscillaties genoemd. Deze Shubnikov-de Haas oscillaties kunnen meestal redelijk goed beschreven worden met behulp van de theorie van Isihara en Smrčka. In GaAs-AlGaAs heterojuncties treden soms echter vreemde effecten op in de Shubnikov-de Haas oscillaties. De oscillaties verdwijnen namelijk onder bepaalde omstandigheden bij bepaalde magnetische velden als de tweede subband in het 2DEG gevuld is. Tijdens dit afstudeerwerk zijn enkele mechanismen onderzocht die mogelijk een verklaring geven voor het ontstaan van deze insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

Het eerste mechanisme dat is onderzocht om de insnoeringen te verklaren, is "enhanced spin-splitting". Uit metingen van de Shubnikov-de Haas oscillaties bij verschillende hoeken tussen het magnetische veld en het 2DEG, volgt echter dat de insnoeringen niet ontstaan door "enhanced spin-splitting". Dit resultaat wordt ook nog ondersteund door een berekening.

Vervolgens is gekeken naar de mogelijkheid dat inhomogene stroomverdelingen de oorzaak van de insnoeringen zijn. Omdat de insnoeringen in de gemeten spanning over het 2DEG voorkomen, betekent dit namelijk nog niet dat ze ook in de weerstand voorkomen. Deze eventuele invloed van inhomogene stroomverdelingen is onderzocht door metingen te doen van de Fermi-energie in het 2DEG. Deze metingen zijn gedaan door met behulp van een modulatietechniek, de spanning over een gate bovenop het sample en het 2DEG te meten. Hierbij liep geen stroom door het sample! Uit deze metingen volgt dat ook in de Fermi-energie insnoeringen kunnen ontstaan. Met dit resultaat volgt nu direct dat inhomogene stroomverdelingen ook niet de verklaring leveren voor het ontstaan van de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

Omdat de insnoeringen alleen ontstaan als twee subbanden gevuld zijn, is ook gekeken naar de invloed van intersubband-verstrooiing. Uit een meting van de intersubband-verstrooiing volgt echter dat het aandeel van dit verstrooiingsmechanisme te klein is om de insnoeringen te verklaren. Om metingen waarin geen insnoeringen voorkomen echt goed te kunnen beschrijven, blijkt het echter wel nodig te zijn om intersubband-verstrooiing mee te beschouwen.

Tenslotte is nog onderzocht of de insnoeringen veroorzaakt zouden kunnen worden door inhomogeniteiten in het sample. Als hierbij een paar aannamen gemaakt mogen worden, is het mogelijk de insnoeringen te verklaren met inhomogeniteiten. De juistheid van de aannamen zal echter eerst nog verder onderzocht moeten worden, voordat definitief gesteld kan worden dat de insnoeringen veroorzaakt worden door inhomogeniteiten in het sample.

INHOUDSOPGAVE.

Samenvatting.	i
Inhoudsopgave.	ii
1. Inleiding.	1
2. Theorie.	4
2.1. Het twee-dimensionale electronengas.	4
2.2. Verstrooiing en mobiliteit.	7
2.3. Geleiding in het 2DEG.	11
2.4. Energiesplitsingen onder invloed van een magnetisch veld.	13
2.4.1. Landau-splitsing.	13
2.4.2. Spinsplitsing.	17
2.5. Fermi-energie-oscillaties.	18
2.6. Shubnikov-de Haas oscillaties.	19
3. Experimentele opzet.	24
3.1. De preparaten.	24
3.2. Shubnikov-de Haas-metingen.	25
3.2.1. Meetmethode.	25
3.2.1.1. Contacten.	25
3.2.1.2. Opstelling.	27
3.2.1.3. Koeling.	28
3.2.2. Verwerkingsmethode.	29
3.3. Fermi-energie-metingen.	29
3.3.1. Meetmethode.	29
3.3.1.1. Contacten.	29
3.3.1.2. Opstelling.	30
3.3.1.3. Koeling.	32
3.3.2. Verwerkingsmethode.	32
4. Resultaten en discussie.	35
4.1. De insnoeringen.	35
4.2. Toetsing van verklaringen uit de literatuur.	37

4.3. Inhomogene stroomverdelingen.	43
4.3.1. Vergelijking van de gemeten Fermi-energie met de berekende Fermi-energie.	44
4.3.2. Fermi-energie-metingen bij preparaat W207.	47
4.4. Enhanced spin-splitting.	49
4.5. Intersubband scattering.	53
4.6. Inhomogeniteiten.	58
5. Conclusies.	64
Appendix A. Listing van ENDIF.	66
Appendix B. Symbolenlijst.	73
Referenties.	75

HOOFDSTUK 1. INLEIDING.

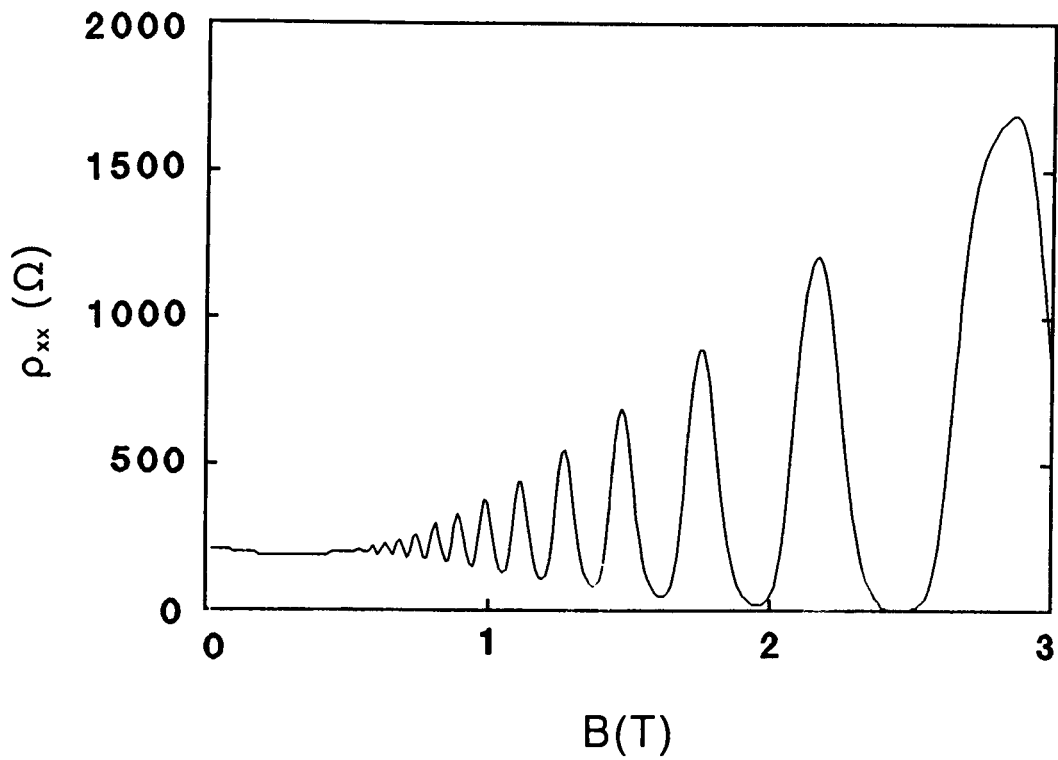
De laatste tijd is steeds meer interesse ontstaan in de HEMT (High Electron Mobility Transistor)¹. Dit is een device dat gefabriceerd wordt door verschillende halfgeleidermaterialen met verschillende doping-concentraties op elkaar te groeien. Dit groeiproces kan plaatsvinden in een MBE-apparaat (MBE = Molecular Beam Epitaxy). Een voorbeeld van zo'n HEMT is de heterojunctie waarbij GaAs en met donoren gedoteerd AlGaAs op elkaar gegroeid zijn. Doordat er bandbuiging optreedt bij de AlGaAs-GaAs overgang, ontstaat bij deze overgang een quantumputje, waar de van de donoren afkomstige electronen in gequantiseerde energieniveaus terecht komen. Omdat de electronen wel in het vlak loodrecht op de groeirichting kunnen bewegen, ontstaan er boven de energieniveaus energiebanden. Aangezien het quantumputje een kleine breedte ($< 100 \text{ \AA}$) heeft en de electronen, zoals net reeds vermeld werd, wel kunnen bewegen in het vlak loodrecht op de groeirichting, mag gezegd worden dat er sprake is van een twee dimensionaal electronengas (2DEG).

Het grote voordeel van de HEMT ten opzichte van de vergelijkbare Si MOSFET (Silicon Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor) is dat de donoren zich op een afstand van ongeveer 100 \AA van het 2DEG kunnen bevinden, door een extra laagje ongedoteerd AlGaAs tussen de AlGaAs-GaAs overgang te groeien. Het gevolg hiervan is namelijk dat de electronen in het 2DEG minder verstrooid zullen worden door de donoren, waardoor hogere mobiliteiten en dus snellere transistors haalbaar worden. Een ander voordeel in GaAs-AlGaAs heterojuncties is bovendien dat er gladdere interfaces mogelijk zijn dan in Si-SiO₂ overgangen, zodat ook minder verstrooiing door "interface-roughness" plaatsvindt.

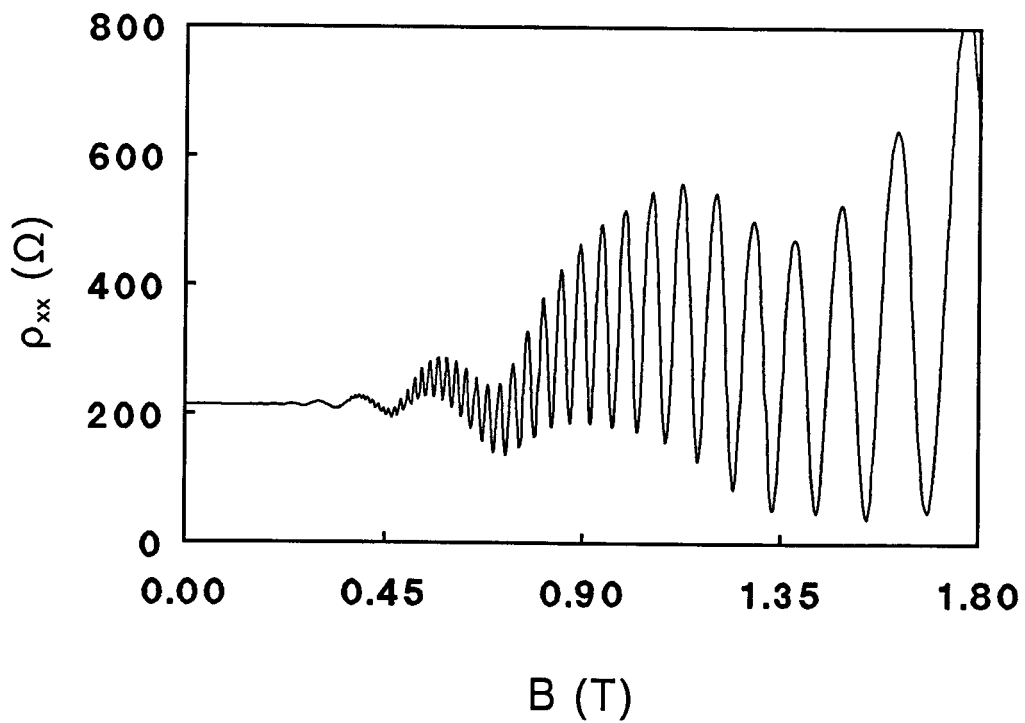
Om de eigenschappen van de GaAs-AlGaAs heterojuncties te bepalen en de structuren zodoende te kunnen optimaliseren, worden er Shubnikov-de Haas metingen verricht. Dit zijn metingen van de weerstand van een preparaat als functie van de loodrechte component van het magneetveld op het 2DEG. Het resultaat van deze metingen is een als functie van het loodrechte magneetveld oscillerende weerstand: de Shubnikov-de Haas oscillaties². Een voorbeeld van de Shubnikov-de Haas oscillaties in de situatie dat er één subband in het potentiaalputje gevuld is, is weergegeven in figuur 1.1. Deze Shubnikov-de Haas oscillaties zijn periodiek in het reciproke loodrechte magneetveld met een periode die evenredig is met de reciproke electronenconcentratie. Uit de periode van de oscillaties kan dus informatie worden gehaald over de electronenconcentratie in het 2DEG. Voorts kan uit de omhullende van de oscillaties nog de mobiliteit van het 2DEG bepaald worden. Dit volgt uit de theorie van Isihara en Smrčka¹⁸.

Meestal is het gewenst dat de electronenconcentratie groot is omdat de geleidbaarheid dan groter is. In deze situatie kan het zijn dat er een tweede energieband in het quantumputje bij de AlGaAs-GaAs overgang gevuld wordt. Het gevolg hiervan is dat er twee oscillaties met verschillende periodes zichtbaar worden in de Shubnikov-de Haas oscillaties: een snelle oscillatie ten gevolge van de hoge electronenconcentratie in de eerste subband en een langzamere ten gevolge van de lagere electronenconcentratie in de tweede subband (zie figuur 1.2).

In de situatie dat er twee subbanden gevuld zijn, blijken de oscillaties, in tegenstelling tot de situatie wanneer één subband bezet is, niet altijd goed door de theorie van Isihara en Smrčka beschreven te worden. Bij de meeste preparaten, zoals bijvoorbeeld

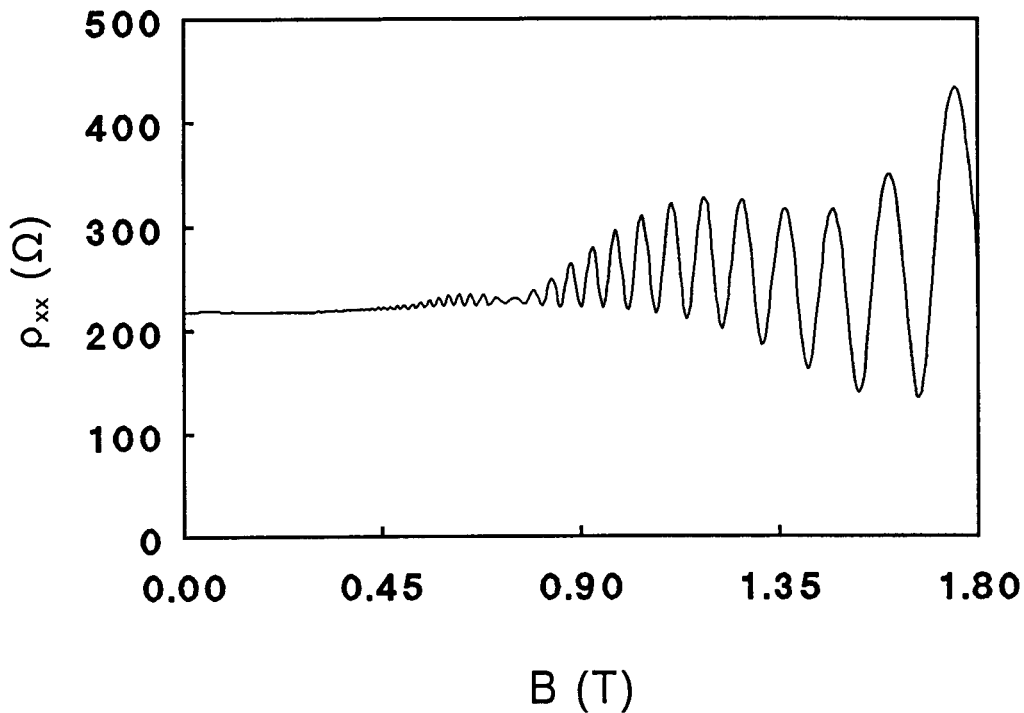


Figuur 1.1. Shubnikov-de Haas oscillaties in een preparaat met één gevulde subband.



Figuur 1.2. Shubnikov-de Haas oscillaties in een preparaat met twee gevulde subbanden.

in figuur 1.2 te zien is, valt deze fout in de theorie nauwelijks op. Bij sommige preparaten echter, blijken bij temperaturen van 2 tot 5 K de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband helemaal te kunnen verdwijnen, als er een minimum in de weerstand van de tweede subband is: ze snoeren in (zie figuur 1.3).



Figuur 1.3. De insnoering in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

In dit afstudeerverslag zal worden geprobeerd deze vreemde verschijnselen te beschrijven en te verklaren, om zodoende tot een geheel sluitende theorie van de Shubnikov-de Haas oscillaties te komen. Dit zal worden gedaan door allereerst de situaties waarin insnoeringen ontstaan nauwkeurig te beschrijven, vervolgens enkele verklaringen uit de literatuur te bespreken en tenslotte zelf enige mechanismen die de insnoeringen zouden kunnen veroorzaken, te onderzoeken.

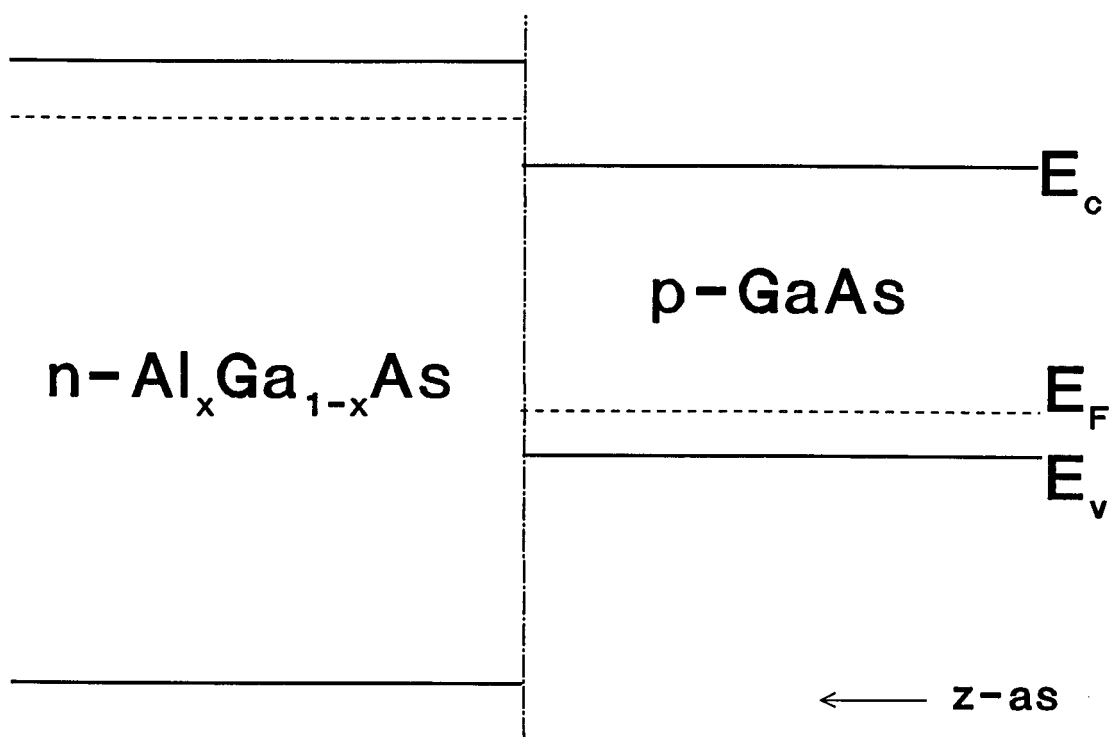
HOOFDSTUK 2. THEORIE.

2.1. Het twee-dimensionale electronengas.

Elk halfgeleidermateriaal wordt gekarakteriseerd door een bepaald energiegebied waarin zich geen electronen kunnen bevinden, de bandgap. Deze bandgap wordt aan de bovenkant begrensd door een geleidingsband bij een energie E_c en aan de onderkant door een valentieband bij een energie E_v . Tijdens dit onderzoek is gewerkt met preparaten die bestaan uit twee verschillende halfgeleidermaterialen met verschillende bandgap die tegen elkaar "gelegd" zijn.

De preparaten worden vervaardigd met behulp van Molecular Beam Epitaxy (MBE). Hierbij wordt eerst laagje na laagje GaAs gegroeid. Hoewel dit proces in UHV plaatsvindt, zullen er altijd verontreinigingen in de reactor aanwezig zijn, die er voor zorgen dat het GaAs verontreinigd wordt met acceptoren. Vervolgens wordt laagje na laagje $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ op het GaAs gegroeid. Hierbij worden opzettelijk Si-atomen meegegroeid die in de plaats van de Al- of Ga-atomen op het oppervlak hechten: de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -laag wordt dus verontreinigd met Si-donoren. Het preparaat bestaat dus uiteindelijk uit een laag p-type GaAs met daar bovenop een laag n-type $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: de GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterojunctie.

Als nu gekeken wordt naar het hypothetische geval dat de twee materialen elkaar niet beïnvloeden, heeft de bandstructuur van de heterojunctie een verloop als is weergegeven in figuur 2.1.



Figuur 2.1. De bandstructuur van de GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterojunctie in de situatie dat beide materialen elkaar niet beïnvloeden.

Omdat in de praktijk echter elk systeem zal streven naar thermodynamisch evenwicht, dit is de situatie waarin de Fermi-energie overal gelijk is, ziet de werkelijke bandstructuur er anders uit: vanuit de situatie uit figuur 2.1 zullen electronen die afkomstig zijn van de donoren uit het $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ gaan stromen naar het GaAs totdat er thermodynamisch evenwicht bereikt is. Het uiteindelijke resultaat is dat op de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs overgang een ruimtelading ontstaat die zorgt voor een bandkromming rond de overgang.

De zojuist beschreven bandkromming kan berekend worden door de Schrödinger-vergelijking en de Poisson-vergelijking voor de GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterojunctie zelfconsistent op te lossen^{3,4,5}. Hierbij worden vier gebieden onderscheiden en wordt aangenomen dat de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs overgang op $z=0$ ligt.

Het eerste gebied is het gebied in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ waarvoor geldt dat alle acceptoren en donoren neutraal zijn en waar de ruimtelading dus alleen gevormd wordt door electronen. In dit gebied geldt dat z groter dan d_d , de zogenaamde depletiedikte in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, is. Het tweede gebied dat onderscheiden wordt, wordt de depletielaag in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ genoemd: hier zijn alle donoren positief en alle acceptoren negatief geladen. Dit is het gebied waar z loopt van d_d tot 0. Het derde gebied wordt gevormd door de depletielaag in GaAs. Ook hier zijn alle acceptoren negatief geladen. In dit gebied geldt dat z loopt van 0 tot $-d_a$, de depletiedikte in GaAs. Het vierde en laatste gebied tenslotte, is het gebied in de GaAs-laag waar alle acceptoren neutraal zijn en waar de ruimtelading dus, net als in het eerste gebied, uitsluitend gevormd wordt door electronen. Dit is het gebied waar geldt dat z kleiner is dan $-d_a$.

Als ook nog aangenomen wordt dat de electronen wel in de x - en y -richting kunnen bewegen, kunnen de electronen beschreven worden met de golf functie

$$\Psi_{i,\mathbf{k}}(z,\mathbf{r}) = \Phi_i(z)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (2.1)$$

In deze vergelijking geeft \mathbf{r} een vector in het xy -vlak weer, geeft \mathbf{k} de golfvector in dit vlak weer, is i de bandindex en geeft $\Phi_i(z)$ het z -afhankelijke deel van de golf functie weer.

De bandstructuur $U(z)$ wordt dan beschreven door het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\frac{-\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi_i(z) + U(z)\Phi_i(z) = E_i \Phi_i(z) \quad (2.2)$$

$$n(z) = \sum_{i,k_x,k_y} |\Phi_i(z)|^2 \quad (2.3)$$

$$\rho(z) = \begin{cases} -en(z) & z > d_d \\ e(N_d - N_a) - en(z) & 0 < z < d_d \\ eN_a - en(z) & -d_a < z < 0 \\ -en(z) & z < -d_a \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} U_H(z) = \frac{e\rho(z)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (2.5)$$

$$U(z) = U_H(z) + U_{xc}(z) + U_{im}(z) \quad (2.6)$$

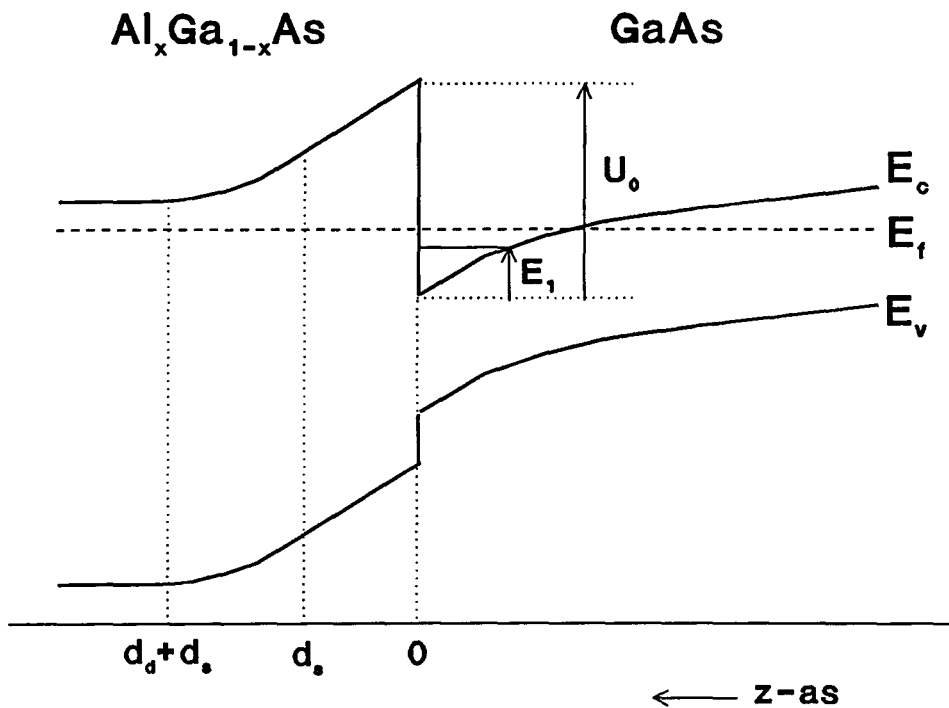
In de laatste vergelijking stelt $U_H(z)$ de Hartree-potentiaal voor, geeft $U_{xc}(z)$ de exchange-correlatie effecten weer en beschrijft $U_{im}(z)$ de image-potentiaal die ontstaat op de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs overgang doordat $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ en GaAs een verschillende diëlectrische constante hebben³.

Het bovenstaande stelsel vergelijkingen wordt opgelost door allereerst een electronendichtheid $n(z)$ aan te nemen, met vergelijking 2.4 de ladingsdichtheid $\rho(z)$ uit te rekenen (N_d geeft de donorconcentratie weer, N_a geeft de acceptorconcentratie weer), met vergelijking 2.5 de Hartree-potentiaal $U_H(z)$ op te lossen en hiermee de totale potentiaal $U(z)$ met vergelijking 2.6 uit te rekenen, uit vergelijking 2.2 $\Phi(z)$ te bepalen, met vergelijking 2.3 een nieuwe electronendichtheid $n(z)$ uit te rekenen, etcetera, etcetera. Dit procédé wordt herhaald totdat de berekende electronendichtheid $n(z)$ nauwelijks meer verandert. Deze oplossingsmethode van het stelsel vergelijkingen 2.2 t/m 2.6 wordt daarom een zelfconsistente oplossingsmethode genoemd. Naast een electronendichtheid $n(z)$, levert deze oplossingsmethode ook nog informatie over de energieniveaus E_i en de bandstructuur $U(z)$. Deze bandstructuur is weergegeven in figuur 2.2. In deze figuur is nog een vijfde, extra gebied te onderscheiden dat loopt van d_s tot 0 en dat bestaat uit ongedoteerd $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Dit is de zogenaamde spacer, waarvan het nut in paragraaf 2.2 uitgelegd zal worden.

Uit deze figuur volgt dat op de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs overgang een potentiaalputje in de geleidingsband ontstaan is. De breedte van dit putje is zo klein ($< 100 \text{ \AA}$) dat de energieniveaus in het putje gequantiseerd zijn. Omdat de electronen zich wel in het xy-vlak kunnen bewegen, is de totale energie van de electronen in het i^e energieniveau echter niet gelijk aan E_i . Als aangenomen wordt dat voor de beweging van de electronen in het xy-vlak een parabolische dispersierelatie geldt, kan voor de energie van de electronen in het i^e energieniveau de volgende relatie opgeschreven worden:

$$E_{i,k_x,k_y} = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} + E_i \quad (2.7)$$

Er is dus sprake van energiebanden in de heterostructuur met een minimale energie E_i .



Figuur 2.2. De berekende bandstructuur van de GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojunctie. Het gebied waarvoor geldt $z < -d_a$ en waar de banden horizontaal lopen, is niet in deze figuur weergegeven.

Als het Fermi-niveau nu tussen het onderste energieniveau van dit putje en de bulkwaarde van de energie van de geleidingsband ligt, bevinden de electronen zich in een zeer smal gebiedje ($< 100 \text{ \AA}$) in de z -richting en kunnen ze zich niet in de z -richting bewegen. Omdat deze electronen zich wél in de x - en y -richting kunnen bewegen, wordt de verzameling electronen die zich in het potentiaalputje bevindt ook wel een twee-dimensionaal electronengas (2DEG) genoemd.

2.2. Verstrooiing en mobiliteit.

In paragraaf 2.1 is besproken hoe een 2DEG ontstaat. De electronen die deel uit maken van het 2DEG zullen zich niet vrij kunnen bewegen in het vlak, maar zullen verstrooid worden. Enkele verstrooiingsmechanismen zijn:

1) "Ionized impurity scattering".

Dit is de verstrooiing van de electronen uit het 2DEG aan geladen verontreinigingen. Deze geladen verontreinigingen bestaan uit twee soorten deeltjes. De eerste en belangrijkste groep wordt gevormd door donoren in het $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ die dienden als electronenbron voor het 2DEG. De andere groep wordt gevormd door de acceptoren, die tijdens de groei van het preparaat als gevolg van een onvoldoende hoog vacuüm in het preparaat terecht gekomen zijn. Deze groep wordt daarom ook wel de groep van de "Background impurities" genoemd. De verstrooiing aan de donoren wordt teruggedrongen door een laagje ongedoteerd $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, dit is de reeds vermelde spacer, tussen de gedoteerde $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -laag en de GaAs-laag aan te brengen. Het 2DEG bevindt zich hierdoor namelijk op een grotere afstand van de positieve donoren waardoor de verstrooiing van de electronen aan deze donoren afneemt. Dit is ook de reden dat dit verstrooiingsmechanisme vaak "remote impurity scattering" genoemd wordt.

2) "Interface roughness scattering".

Dit mechanisme beschrijft de verstrooiing die ontstaat doordat tijdens de groei van het preparaat onregelmatigheden optreden op de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs overgang waaraan de electronen kunnen verstrooien.

3) "Phonon scattering".

Deze bijdrage tot de verstrooiing van de electronen valt onder te verdelen in verstrooiing aan twee soorten fononen: de optische fononen en de akoestische fononen. De verstrooiing door akoestische fononen is ook weer onder te verdelen in twee soorten, namelijk de deformatie potentiaal koppeling en de piëzo-electrische koppeling. Al deze fononbijdragen zijn echter zeer temperatuurafhankelijk: ze gaan pas bij temperaturen hoger dan 10 K werkelijk meetellen. Bij de lage temperaturen waarbij dit onderzoek verricht wordt, zijn ze te verwaarlozen.

4) "Intersubband scattering".

Als de Fermi-energie zo groot is dat de tweede subband in de potentiaalput van de GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterojunctie bezet is, gaat ook "intersubband scattering" een rol spelen. De electronen uit de ene subband kunnen dan verstrooien naar toestanden in de andere subband. Er is nog onduidelijkheid volgens welk mechanisme dit gebeurt^{7,8}. Wel duidelijk is dat "intersubband scattering" een aanzienlijke bijdrage levert tot de totale verstrooiing⁹.

De invloed van elk van deze bijdragen op de totale verstrooiing, kan worden weergegeven met behulp van een overgangswaarschijnlijkheid $v_i(\theta, E)$ voor elk proces afzonderlijk. Deze term geeft de waarschijnlijkheid weer, dat een electron met energie E door "strooiproces i " verstrooid wordt over een hoek θ . De waarschijnlijkheid dat het electron met energie E überhaupt over een hoek θ verstrooid wordt, wordt

gegeven door de som van de overgangswaarschijnlijkheden van alle afzonderlijke processen en wordt $v(\theta, E)$ genoemd:

$$v(\theta, E) = \sum_i v_i(\theta, E) \quad (2.8)$$

In het algemeen wordt er echter niet met de overgangswaarschijnlijkheid gewerkt, maar wordt deze uitgedrukt in een relaxatietijd τ . Dit kan op twee manieren gebeuren, zodat er ook twee verschillende relaxatietijden verkregen worden. De eerste relaxatietijd, de quantumrelaxatietijd τ_q , wordt verkregen door de totale overgangswaarschijnlijkheid te integreren over de hoek θ en dit resultaat te inverteren:

$$\frac{1}{\tau_q(E)} = \int_0^{2\pi} v(\theta, E) d\theta \quad (2.9)$$

De tweede relaxatietijd, de transportrelaxatietijd τ_t , wordt verkregen door in de integraal de overgangswaarschijnlijkheid te wegen met een factor $(1-\cos\theta)$:

$$\frac{1}{\tau_t(E)} = \int_0^{2\pi} v(\theta, E)(1-\cos\theta) d\theta \quad (2.10)$$

Dankzij de factor $(1-\cos\theta)$ wordt de transportrelaxatietijd τ_t dus vooral bepaald door verstrooiing over grote hoeken. Bij de GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojuncties die tijdens dit onderzoek gebruikt worden, is het belangrijkste strooimechanisme het mechanisme van "remote impurity scattering". De electronen uit het 2DEG worden door dit mechanisme vooral over kleine hoeken verstrooid. Het gevolg hiervan is dat bij deze preparaten, de bovenstaande relaxatietijden een factor 10 of meer zullen verschillen^{6,10}.

Een grootheid die vaker gebruikt wordt om de verstrooiing weer te geven, is de mobiliteit μ (=beweeglijkheid van de electronen) die direct uit de relaxatietijd bepaald kan worden via

$$\mu = \frac{e \langle \tau \rangle}{m^*} \quad (2.11)$$

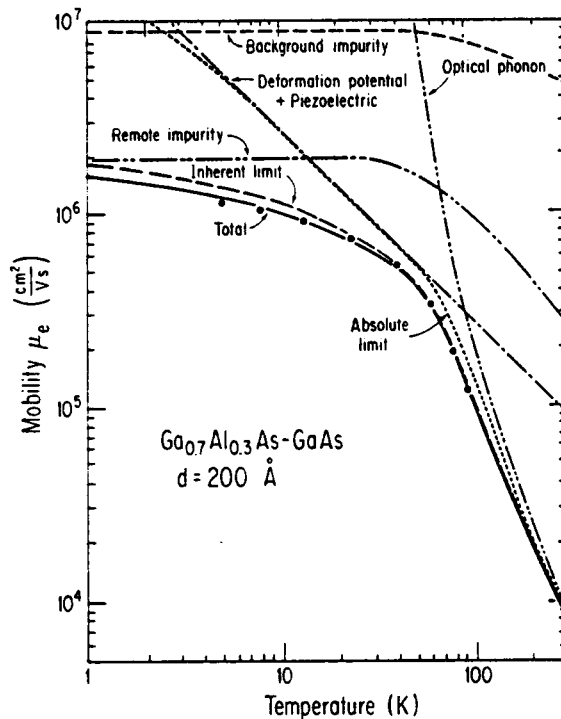
In deze formule stelt $\langle \tau \rangle$ de over de energie gemiddelde relaxatietijd voor. Omdat er twee relaxatietijden gedefinieerd zijn, kunnen er nu ook twee mobiliteiten

gedefinieerd worden: de quantummobilitéit μ_q die met de quantumrelaxatietijd τ_q berekend wordt en de transportmobilitéit μ_t die met de transportrelaxatietijd τ_t bepaald wordt. Het onderscheid tussen deze twee mobilitéiten blijkt met name belangrijk te zijn bij de beschrijving van de oscillaties, die in de weerstand optreden als functie van het magnetisch veld, de Shubnikov-de Haas oscillaties (zie paragraaf 2.6).

Uit de definities van de mobilitéit (vergelijking 2.11) en de relaxatietijd (vergelijking 2.9 of 2.10), volgt met behulp van vergelijking 2.8 dat de mobilitéit is op te delen in allerlei deelmobilitéiten μ_i , die de verstrooiing van de electronen door elk van de stroomechanismen afzonderlijk, weergeven. In formulevorm wordt dit weergegeven door

$$\frac{1}{\mu} = \sum_i \frac{1}{\mu_i}. \quad (2.12)$$

In figuur 2.3 is weergegeven hoe de transportmobilitéit opgedeeld kan worden in allerlei deelmobilitéiten μ_i voor de verschillende stroomechanismen. Dit is gedaan als functie van de temperatuur.



Figuur 2.3. De transportmobilitéit opgedeeld in deelmobilitéiten μ_i als functie van de temperatuur¹¹.

Het streven bij de fabricage van devices zoals bijvoorbeeld de transistor, is om deze sneller te maken. Dit betekent dus dat er gestreeft wordt de verstrooiing te

minimaliseren om zo een zo groot mogelijke mobiliteit te kunnen verkrijgen. Doordat de mobiliteit nu helemaal ontleed is, is het nu mogelijk om eenvoudig in te zien wat in de verschillende temperatuurgebieden het belangrijkste strooimechanisme is en kan er gericht gezocht worden naar een oplossing waardoor deze verstrooiing teruggedrongen kan worden.

2.3. Geleiding in het 2DEG.

De meest algemene uitdrukking voor de stroomdichtheid \mathbf{J} in een 2DEG wordt weergegeven in vergelijking 2.13:

$$\mathbf{J} = \frac{2e}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v} f d^2\mathbf{k} \quad (2.13)$$

In deze vergelijking stelt \mathbf{v} de snelheid van de electronen voor, representeert f de verdelingsfunctie van de electronen en is \mathbf{k} een golfvector.

Er wordt aangenomen dat er sprake is van een parabolische E - \mathbf{k} relatie.

Als er geen elektrisch veld en geen magnetisch veld aangelegd worden, zijn de electronen in thermodynamisch evenwicht. In dit geval wordt de verdelingsfunctie van de electronen weergegeven door de Fermi-Dirac verdeling die een functie is van de energie. Door deze verdeling in te vullen in vergelijking 2.13 volgt dat de stroomdichtheid \mathbf{J} in deze situatie, precies zoals verwacht werd, gelijk aan nul is (E is een even functie van \mathbf{k} , \mathbf{v} is een oneven functie van \mathbf{k} ; integreren van het product van deze twee functies levert hier dus nul als uitkomst van de integraal).

Als er nu echter wel een elektrisch veld en een magnetisch veld aangelegd worden, verandert dit de zaak: er is geen sprake meer van thermodynamisch evenwicht. In dit geval is de verdelingsfunctie niet meer gelijk aan de Fermi-Dirac verdeling. De nieuwe verdelingsfunctie kan (onder bepaalde condities) uitgerekend worden uit de Boltzmann Transportvergelijking¹². Door deze verdelingsfunctie in te vullen in vergelijking 2.13, kan een tensorrelatie verkregen worden waarin de stroomdichtheid \mathbf{J} en het elektrisch veld $\underline{\mathbf{E}}$ voorkomen¹³. Als nu wordt aangenomen dat er geen gradiënten zijn in de temperatuur en in de Fermi-energie, kan deze relatie geschreven worden als

$$\mathbf{J} = \vec{\sigma} \underline{\mathbf{E}}. \quad (2.14)$$

De σ -tensor wordt ook wel de conductiviteitstensor genoemd. Als er sprake is van isotrope geleidbaarheid, vertoont deze tensor symmetrie en is ze te schrijven als

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Omdat er wordt gewerkt met gedegeneerde halfgeleiders, dat wil zeggen $E_t/kT \gg 1$, volgen voor σ_{xx} en σ_{xy} de volgende relatief eenvoudige betrekkingen als er een magnetisch veld B_z loodrecht op het 2DEG wordt aangelegd¹³:

$$\sigma_{xx} = \frac{ne^2\tau_t}{m^*} \frac{1}{1 + \omega_c^2\tau_t^2} \quad (2.16)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{ne}{B_z} \frac{\omega_c^2\tau_t^2}{1 + \omega_c^2\tau_t^2} \quad (2.17)$$

In deze twee vergelijkingen stelt $\omega_c = eB_z/m^*$ de cyclotronfrequentie voor.

Als er geen magnetisch veld B_z loodrecht op het 2DEG wordt aangelegd, volgt uit vergelijking 2.17 dat de component σ_{xy} uit de conductiviteitstensor gelijk aan nul is. In dit geval kan de tensorvergelijking 2.14 ook geschreven als de bekende relatie $\underline{\mathbf{J}} = \sigma \underline{\mathbf{E}}$: de elektronen drijven in de richting van het elektrische veld $\underline{\mathbf{E}}$.

Vergelijking 2.14 kan ook geïnverteerd worden:

$$\underline{\mathbf{E}} = \vec{\rho} \underline{\mathbf{J}} \quad (2.18)$$

In deze vergelijking stelt de ρ -tensor de resistiviteitstensor voor die geschreven kan worden als

$$\vec{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Voor de componenten ρ_{xx} en ρ_{xy} van deze tensor gelden de volgende algemene tensorrelaties:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.20)$$

$$\rho_{xy} = \frac{-\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.21)$$

Met vergelijking 2.16 en 2.17 volgen nu voor ρ_{xx} en ρ_{xy} :

$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{ne^2\tau_t} = \frac{1}{ne\mu_t} \quad (2.22)$$

$$\rho_{xy} = -\frac{B_z}{ne} \quad (2.23)$$

2.4. Energiesplitsingen onder invloed van een magnetisch veld.

2.4.1. Landau-splitsing.

In paragraaf 2.2 is uitgelegd hoe van een GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojunctie de bandstructuur $U(z)$ kan worden uitgerekend. Ook volgden uit deze berekening de gequantiseerde energieniveaus waar de electronen zich in kunnen bevinden. Omdat de electronen echter wel in de x- en de y-richting konden bewegen, werd er niet gesproken van energieniveaus, maar moest er gesproken worden van energiebanden. Met de aanname dat voor de beweging in het xy-vlak een parabolische dispersierelatie gold, volgde voor de energie van de electronen in de i^e subband vergelijking 2.7.

Als nu echter een magnetisch veld in de z-richting wordt aangelegd, zullen de electronen wel in hun beweging in de x- en de y-richting beperkt worden: ze gaan cyclotronbanen beschrijven. De Hamiltoniaan H gaat er in dit geval ook anders uit zien:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + U(z) \quad (2.24)$$

In deze vergelijking is $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ de impulsoperator, geeft \mathbf{A} de vectorpotentiaal die het magnetisch veld beschrijft en geeft $U(z)$ de bandstructuur weer. Deze bandstructuur zal in de komende vergelijkingen voor het gemak even weggelaten worden.

Als er een magnetisch veld met grootte B_z in de z-richting aangelegd wordt, kan de vectorpotentiaal \mathbf{A} geschreven worden als $(0, B_z x, 0)$. De Schrödingervergelijking heeft dan de vorm

$$\frac{1}{2m^*} (p_x^2 + (p_y - eB_z x)^2 + p_z^2) \Psi = E \Psi. \quad (2.25)$$

Omdat de operatoren p_y en p_z commuteren met de Hamiltoniaan (want $[p_y, x] = [p_z, x] = 0$), kunnen zij beschouwd worden als bewegingsconstanten en is de Schrödingervergelijking ook te schrijven als

$$\frac{1}{2m^*} (p_x^2 + (\hbar k_y - eB_z x)^2 + \hbar^2 k_z^2) \Psi = E \Psi. \quad (2.26)$$

Door de coördinatentransformatie

$$\tilde{x} = x - x_0 = x - \frac{\hbar k_y}{eB_z} \quad (2.27)$$

door te voeren volgt uiteindelijk de Schrödingervergelijking

$$\left(\frac{1}{2m^*} p_{\tilde{x}}^2 + \frac{e^2 B_z^2}{2m^*} \tilde{x}^2 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \right) \Psi = E \Psi. \quad (2.28)$$

Uit de vergelijkingen 2.27 en 2.28 volgt dat hier sprake is van een harmonische oscillator om het evenwichtspunt x_0 ¹⁴. De energie ten gevolge van de beweging van de electronen in de x- en de y-richting, is nu dus ook gequantiseerd. De totale energie E uit vergelijking 2.28 kan nu worden weergegeven als

$$E_{j, k_z} = \left(j + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}. \quad (2.29)$$

In deze vergelijking geldt $\omega_c = eB_z/m^*$.

Als de bandstructuur $U(z)$ ook nog in de berekening wordt meebeschouwd, levert dit uiteindelijk het volgende resultaat voor de energieniveaus als er een magnetisch veld B_z wordt aangelegd loodrecht op het 2DEG:

$$E_{i,j} = E_i + (j + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c \quad j=0,1,2,\dots \quad (2.30)$$

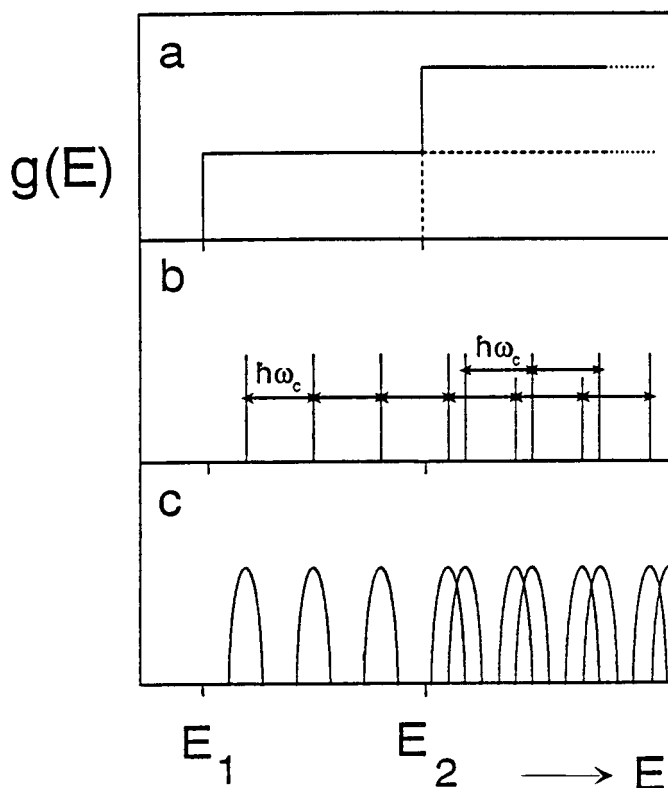
Uit deze vergelijking volgt dat de energiebanden uit vergelijking 2.7 die ontstaan als er geen magnetisch veld aanwezig is, opsplitsen in een serie equidistante energieniveaus als er een magnetisch veld loodrecht op het 2DEG aangelegd wordt. Als gevolg van dit magnetisch veld verandert dus ook de toestandsdichtheid van de electronen: zonder magnetisch veld is dit een stapfunctie waarbij de toestandsdichtheid constant blijft binnen een subband (zie figuur 2.4a), met magnetisch veld wordt dit een gepiekte functie waarvan de pieken liggen op de energiewaarden die aangegeven zijn in vergelijking 2.30 (zie figuur 2.4b). Omdat in de praktijk echter altijd verstrooiingen optreden, is er sprake van een eindige quantumrelaxatietijd τ_q . Met de onzekerheidsrelaties van Heisenberg volgt hieruit dat in de praktijk de energieniveaus niet er uit zien als δ -pieken, maar dat ze een eindige energiebreedte $2\Gamma = \hbar/2\tau_q$ hebben. Tijdens de meeste berekeningen is gewerkt met energieniveaus die elliptisch verbreed zijn (zie figuur 2.4c).

Bij deze figuur moet nog opgemerkt worden dat de toestandsdichtheid alleen bij magnetische velden die groter zijn dan ongeveer 1 T, er uit ziet als aangegeven in figuur 2.4c. Bij magnetische velden lager dan 1 T gaan de afzonderlijke Landauniveaus overlappen met andere Landauniveaus uit dezelfde subband, waardoor in deze situatie een toestandsdichtheid verkregen wordt die bestaat uit een constante ondergrond met daar bovenop een oscillatorische component (zie ook paragraaf 2.6). De toestandsdichtheid zoals die weergegeven is in figuur 2.4c, kan ook in formulevorm geschreven worden zodat er mee gerekend kan worden. Hiervoor moet het aantal electronen dat zich per oppervlakte-eenheid binnen één Landauniveau kan bevinden, bekend zijn. Dit aantal kan worden berekend met de randvoorwaarde dat x_0 binnen het kristal moet liggen:

$$0 < \frac{\hbar k_y}{e B_z} < L_x \quad (2.31)$$

In deze vergelijking geeft L_x de lengte van het kristal in de x-richting weer. Vergelijking 2.31 kan ook geschreven worden als

$$0 < k_y < \frac{e B_z L_x}{\hbar} \quad (2.32)$$



Figuur 2.4. Toestandsdichtheid in 3 situaties:

- a) zonder magnetisch veld
- b) met magnetisch veld loodrecht op het 2DEG, maar zonder niveauverbreding
- c) met magnetisch veld loodrecht op het 2DEG, maar met elliptische niveauverbreding

Met de toestandsdichtheid in de k -ruimte in één dimensie, die $1/2\pi$ bedraagt, volgt dat het aantal toegestane k_y -waarden gelijk is aan

$$\frac{1}{2\pi} \frac{eB_z}{\hbar} L_x L_y. \quad (2.33)$$

In deze vergelijking geeft L_y de lengte van het kristal in de y -richting weer. Door nu de spinontaarding mee te beschouwen, volgt uit vergelijking 2.33 dat het aantal elektronen dat zich per oppervlakte-eenheid in een Landaaniveau kan bevinden, gelijk is aan

$$\frac{2eB_z}{h}. \quad (2.34)$$

Nu de ontappingsgraad bekend is, volgt dat de toestandsdichtheid $g_{ij}(E)$ van het j^e

energieniveau in de i^e subband, moet voldoen aan

$$\int_{E_{ij}-\Gamma}^{E_{ij}+\Gamma} g_{ij}(E) dE = \frac{2eB_z}{h}. \quad (2.35)$$

Met behulp van deze voorwaarde volgt voor de totale, semi-elliptische toestandsdichtheid $g(E)$ de betrekking waarvan een voorbeeld was weergegeven in figuur 2.4c:

$$g(E) = \sum_{ij} \frac{eB_z}{\hbar} \frac{2}{\pi^2 \Gamma} \left(1 - \left(\frac{E - E_{ij}}{\Gamma} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.36)$$

2.4.2. Spinsplitsing.

Naast de zojuist beschreven Landau-splitsing treedt er nog een splitsing in energieniveaus op als er een magnetisch veld wordt aangelegd: de Zeeman-splitsing. Deze zorgt ervoor dat een Landau-niveau opsplijt in twee niveaus: de electronen met spin up schuiven omlaag en de electronen met spin down schuiven omhoog. Het energieverval tussen deze twee spinniveaus, ΔE_{spin} , kan geschreven worden als

$$\Delta E_{\text{spin}} = g^* \mu_B B. \quad (2.37)$$

In deze vergelijking geeft g^* de effectieve Landé-factor weer en is $\mu_B = e\hbar/2m$ het Bohr-magneton. De grootte B geeft in deze vergelijking de grootte van het totale magneetveld weer.

De effectieve Landé-factor g^* blijkt een functie van het aantal electronen met spin up en het aantal electronen met spin down te zijn. Dit is een gevolg van de exchange-interactie tussen de electronen. Door de exchange-interactie moet namelijk de energie van electronen met spin up in het energieniveau k , verhoogd worden met een eigenenergie $\Sigma_1(k, E_{k1})$, terwijl de energie van electronen met spin down verhoogd moet worden met een eigenenergie $\Sigma_1(k, E_{k1})$ ^{15,16}. Als hieruit nu het energieverval tussen de twee spinniveaus bepaald wordt, levert dit

$$\Delta E_{\text{spin}} = g_0 \mu_B B + \Sigma_{\uparrow}(k, E_{k\uparrow}) - \Sigma_{\downarrow}(k, E_{k\downarrow}). \quad (2.38)$$

In deze vergelijking is g_0 de Landé-factor voor bulk-GaAs die gelijk is aan 0,52. De term $g_0 \mu_B B$ geeft dus het aandeel van de "gewone" spinsplitsing in de totale spinsplitsing weer.

Met vergelijking 2.37 volgt nu uit vergelijking 2.38 dat de effectieve Landé-factor geschreven kan worden als

$$g^* = g_0 + \frac{1}{\mu_B B} (\Sigma_{\uparrow}(k, E_{k\uparrow}) - \Sigma_{\downarrow}(k, E_{k\downarrow})). \quad (2.39)$$

Meestal worden de termen die ten gevolge van de exchange-interactie ontstaan, vereenvoudigd zodat tenslotte voor de effectieve Landé-factor g^* volgt:

$$g^* = g_0 + \frac{E_{\text{ex}}}{\mu_B B} (n_{\uparrow} - n_{\downarrow}) \quad (2.40)$$

In deze vergelijking stelt n_{\uparrow} het aantal electronen per oppervlakte-eenheid met spin up voor en geeft n_{\downarrow} het aantal electronen per oppervlakte-eenheid met spin down weer. Voorts wordt E_{ex} de exchange-parameter genoemd. Deze is positief zodat gesproken kan worden van "enhanced spin-splitting".

Uit een artikel van Englert et al¹⁷ blijkt dat als gevolg van het hierboven beschreven effect, bij hoge magneetvelden de effectieve Landé-factor en dus ook de spinsplitsing een factor 10 kan toenemen ten opzichte van de situatie in bulk-GaAs.

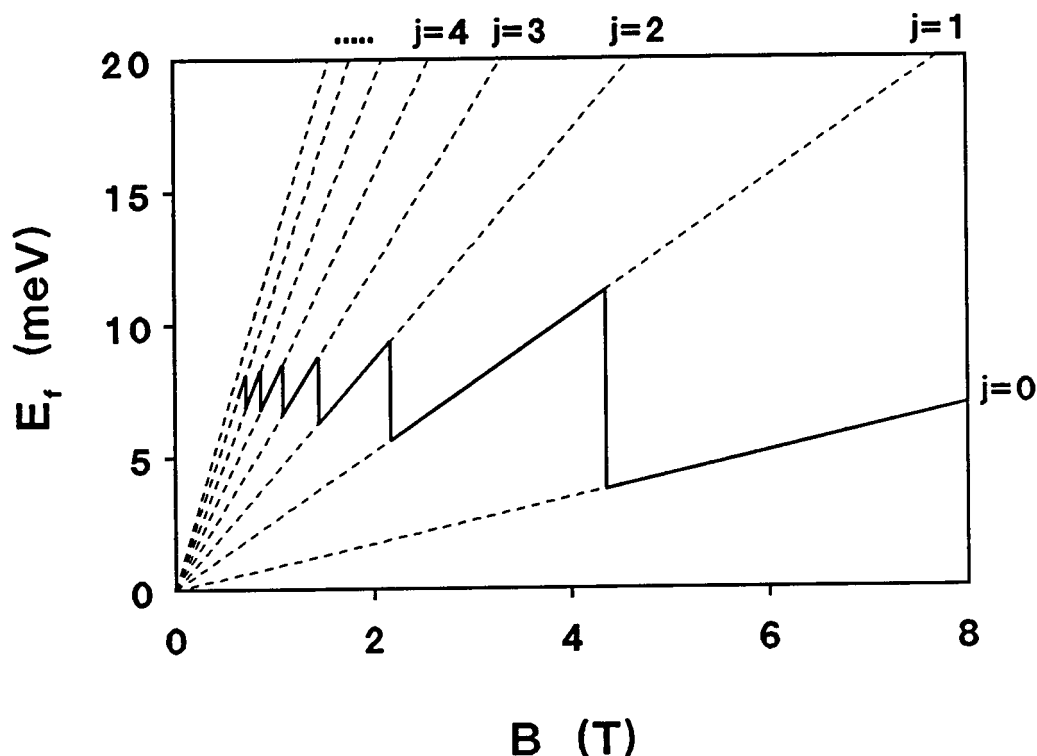
2.5. Fermi-energie-oscillaties.

In paragraaf 2.4.1 is afgeleid dat onder invloed van een loodrecht magnetisch veld, een subband gaat opsplitsen in gequantiseerde Landauniveaus. Het gevolg hiervan is dat de Fermi-energie ten opzichte van de geleidingsband zal gaan oscilleren als functie van het magnetische veld. Dit kan duidelijk gemaakt worden aan de hand van figuur 2.5.

In deze figuur is de situatie weergegeven dat er slechts één subband gevuld is, waarvan de Landauniveaus niet verbreed zijn. De electronenconcentratie is in dit voorbeeld $2,10 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ en de temperatuur is 0 K.

De rechte lijnen door de oorsprong geven de energie als functie van het magnetische veld weer voor de verschillende Landauniveaus met index $j = 0, 1, 2, \dots$ (zie vergelijking 2.30). Als nu eerst de situatie bij hoge magneetvelden bestudeerd wordt, volgt met vergelijking 2.34 dat bij magnetische velden hoger dan 4,35 T alleen het eerste ($j = 0$) Landauniveau gevuld is. De Fermi-energie zal hier dus op de $j=0$ -rechte liggen. Als het magnetisch veld echter lager dan 4,35 T wordt, volgt met vergelijking 2.34 dat niet alle electronen zich meer in het eerste Landauniveau kunnen

bevinden en dat dus het tweede Landauniveau gevuld moet worden. Dit betekent dat bij $B = 4,35$ T de Fermi-energie naar de $j=1$ -rechte zal springen om vervolgens bij lagere magnetische velden een tijdje deze rechte te volgen. Door het magnetische veld steeds verder te laten dalen, volgt met vergelijking 2.34 op een analoge manier dat bij magnetische velden van 2,17 T, 1,45 T, 1,09 T, 0,87 T, 0,72 T, ... weer alle bezette Landauniveaus volledig gevuld zullen zijn, zodat de Fermi-energie bij deze magnetische velden telkens naar een andere Landauniveau-rechte zal springen. Het uiteindelijke gevolg is dat de Fermi-energie zal gaan oscilleren als functie van het magnetische veld zoals is weergegeven in figuur 2.5.



Figuur 2.5. Berekende oscillaties in de Fermi-energie als functie van het magnetische veld in de situatie dat er sprake is van niet verbrede Landauniveaus bij $T = 0$ K. $n = 2,10 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$.

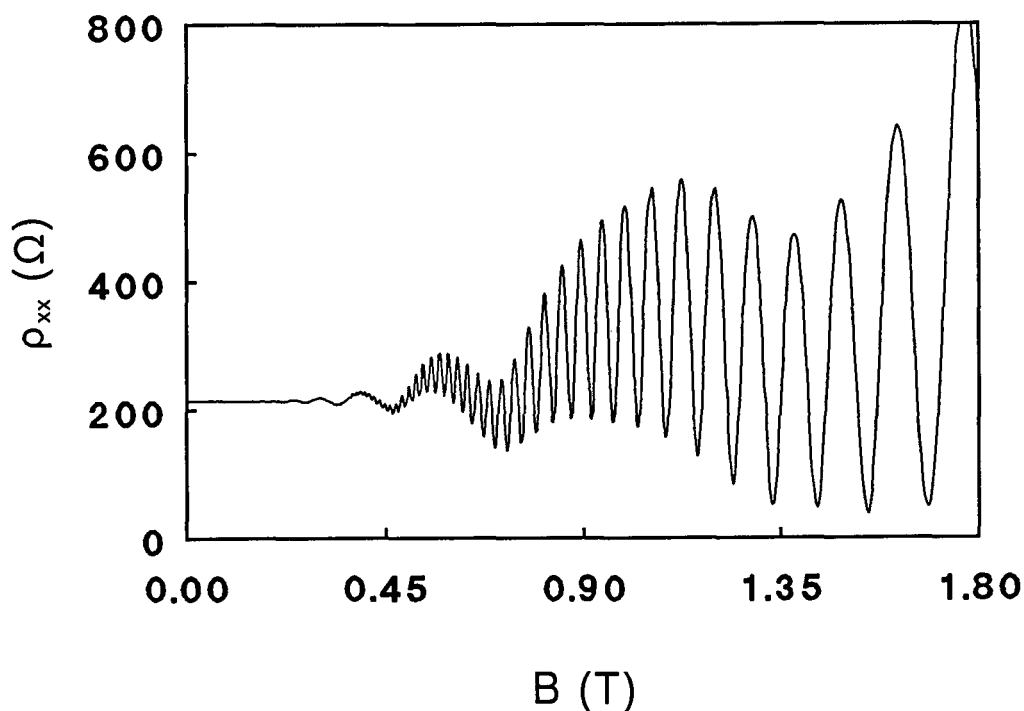
In de praktijk zullen de oscillaties in de Fermi-energie een gladder verloop hebben dan in figuur 2.5 is weergegeven omdat de Landauniveaus verbreed zijn en de temperatuur niet nul is. Bovendien zal als er nog een tweede subband gevuld is, deze tweede subband ook nog invloed hebben op het verloop van de Fermi-energie als functie van het magnetische veld.

2.6. Shubnikov-de Haas oscillaties.

In paragraaf 2.4.1 is afgeleid dat de toestandsdichtheid van een 2DEG gequantiseerd wordt als er een magnetisch veld loodrecht op het 2DEG wordt aangelegd (zie figuur 2.4). Dit heeft een belangrijke invloed op de weerstand ρ_{xx} van het 2DEG als functie van het aangelegde magnetisch veld. In de situatie dat het Fermi-niveau namelijk op

een piek van de toestandsdichtheid ligt, zijn er veel toestanden vrij die slechts een klein energieverval hebben met de wél door elektronen bezette toestanden in de piek. Het gevolg is dat in deze situatie veel verstrooiing van elektronen plaats kan vinden waardoor de weerstand groot zal zijn. Als het Fermi-niveau echter tussen twee pieken van de toestandsdichtheid in ligt, is de kans op verstrooiing van de elektronen kleiner waardoor de weerstand nu klein zal zijn. De weerstand wordt dus voor een groot deel bepaald door de toestandsdichtheid op het Fermi-niveau.

Bij de magnetische velden waarbij hier gewerkt wordt ($B < 2T$), zal de Fermi-energie nauwelijks variëren als functie van het magnetisch veld. Dit komt door het in paragraaf 2.5 opgemerkte feit dat in de praktijk de Landauniveaus verbreed zijn en de temperatuur niet nul is. Met behulp van dit gegeven is eenvoudig in te zien wat er zal gaan gebeuren met de weerstand ρ_{xx} als het magnetische veld gaat veranderen: uit formule 2.30 volgt dat bij een veranderend magnetisch veld de Landauniveaus door het Fermi-niveau zullen gaan schuiven. Hierdoor zal ρ_{xx} gaan oscilleren als functie van het magnetische veld. De oscillaties die op deze manier in ρ_{xx} ontstaan, zijn periodiek in $1/B_z$ en worden Shubnikov-de Haas oscillaties genoemd. Als er meerdere subbanden in het 2DEG bezet zijn, zijn er ook meerdere oscillatieperiodes in $1/B_z$ te onderscheiden: elke bezette subband heeft zijn eigen oscillatieperiode. Als twee subbanden bezet zijn, worden Shubnikov-de Haas oscillaties verkregen als weergegeven in figuur 2.6.



Figuur 2.6. Shubnikov-de Haas oscillaties bij twee bezette subbanden.

Uit deze figuur volgt dat de oscillaties ten gevolge van de tweede subband een grotere periode hebben dan de oscillaties ten gevolge van de eerste subband. Dit is in te zien door te kijken naar het aantal Landauniveaus dat per subband door het Fermi-niveau schuift als het magnetische veld veranderd wordt. Omdat in de eerste subband meer

Landauniveaus gevuld zijn dan in de tweede subband, betekent dit namelijk dat, als het magnetische veld verandert, een Landauniveau uit de tweede subband dat in de buurt van het Fermiverniveau ligt, minder verschuift dan een Landauniveau uit de eerste subband dat in de buurt van het Fermiverniveau ligt. Dit komt doordat de Landauniveaus een verschuiving ondergaan die ontstaat doordat alle lager gelegen Landauniveaus uit hun subband, dezelfde verandering in hun onderlinge afstand $\hbar\omega_c$, ondergaan, zodat de totale verschuiving van de bovenste gevulde Landauniveaus, evenredig is met het aantal lager gelegen Landauniveaus in hun eigen subband. Het resultaat is dus dat bij een verandering van het magnetische veld meer Landauniveaus van de eerste subband dan Landauniveaus van de tweede subband door het Fermiverniveau schuiven zodat duidelijk is dat de oscillaties ten gevolge van de eerste subband sneller zijn dan de oscillaties ten gevolge van de tweede subband.

De grootte van de periodes in $1/B_z$ volgt met behulp van vergelijking 2.34. Het totaal aantal elektronen per oppervlakte-eenheid in de i^e subband wordt namelijk gegeven door

$$n_i = L_i \frac{2eB_z}{h}. \quad (2.41)$$

In deze vergelijking stelt L_i het aantal bezette Landauniveaus voor in de i^e subband. In een minimum van de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de i^e subband, zijn alle bezette Landauniveaus uit deze subband geheel gevuld en geeft L_i dus een geheel getal weer. Het magnetisch veld dat nodig is om deze situatie te creëren, volgt uit vergelijking 2.41 en wordt B_{z,L_i} genoemd. Als nu het magnetisch veld vergroot wordt, schuiven de Landauniveaus volgens vergelijking 2.30 naar hogere energiewaarden. In de eerstvolgende situatie waarin alle bezette Landauniveaus van de i^e subband geheel gevuld zijn (dit is dus het eerstvolgende minimum in de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de bezetting van deze subband), bedraagt het aantal geheel gevulde Landauniveaus ($L_i - 1$). Het magnetisch veld dat bij deze situatie hoort, wordt B_{z,L_i-1} genoemd. De periode $P_i(1/B)$ van de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de i^e subband, volgt nu door $1/B_{z,L_i-1}$ af te trekken van $1/B_{z,L_i}$:

$$P_i\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2e}{n_i h} \quad (2.42)$$

Uit vergelijking 2.42 volgt dat de periode van de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de i^e subband rechtstreeks gekoppeld is aan de electronendichtheid in deze subband. Deze vergelijking wordt dan ook vaak gebruikt om de electronendichtheid van de i^e subband uit de oscillaties te kunnen bepalen.

Tot nu toe is slechts kwalitatief uitgelegd dat de weerstand zal gaan oscilleren als functie van het aangelegde magnetische veld met periodes die afhankelijk zijn van de

subbanddichtheid. De Shubnikov-de Haas oscillaties kunnen echter in formulevorm geschreven worden met behulp van enkele vergelijkingen die afgeleid zijn door Isihara en Smrčka¹⁸.

Allereerst leiden zij een uitdrukking voor de oscillatorische component van de toestandsdichtheid ten gevolge van de i^e subband, af:

$$\frac{\Delta g_i(E)}{g_0} = 2 \sum_{s=1}^{\infty} D(sX) \exp\left(\frac{-\pi s}{\mu_{q,i} B_z}\right) \cos\left(\frac{2\pi s(E-E_i)}{\hbar\omega_c} - s\pi\right) \quad (2.43)$$

In deze vergelijking stelt g_0 de toestandsdichtheid voor in de situatie dat er geen magnetisch veld aangelegd is en geeft E de electronenergie weer. De factor $D(sX)$ geeft de temperatuur-dempingsfactor weer die geschreven kan worden als

$$D(sX) = \frac{sX}{\sinh(sX)} \quad (2.44)$$

met $X = 2\pi^2 kT / \hbar\omega_c$.

De temperatuur T die in deze vergelijking voorkomt, geeft de electronentemperatuur weer.

Bij de afleiding van vergelijking 2.43 werd aangenomen dat de Landauniveaus, in tegenstelling tot de situatie in vergelijking 2.36, niet elliptisch maar Lorentziaans verbreed waren met een breedte $2\Gamma_i$ zodat $\mu_{q,i} = e\tau_{q,i}/m^* = e\hbar/4m^*\Gamma_i$. Meestal wordt $\Delta g_i/g_0$ uit vergelijking 2.43 nog vereenvoudigd door alleen de belangrijkste component, de $s=1$ -component, mee te beschouwen.

De oscillaties in de toestandsdichtheid komen tot uiting in de componenten van de geleidbaarheidstensor waarvan de bijdrage per subband geschreven wordt als^{18,19}:

$$\sigma_{xx,i} = \frac{e^2}{m^*} \frac{\tau_{t,i}}{1 + \omega_c^2 \tau_{t,i}^2} n_{eff,i} \quad (2.45)$$

$$\sigma_{xy,i} = e \frac{\partial n_i}{\partial B} - \omega_c \tau_{t,i} \sigma_{xx,i} \quad (2.46)$$

Door namelijk in deze vergelijkingen het effectieve aantal electronen uit de i^e subband dat deelneemt aan de geleiding, $n_{eff,i}$, en de transportrelaxatietijd $\tau_{t,i}$ van de i^e subband te schrijven als

$$n_{eff,i} = n_{0,i} \left(1 + \frac{\Delta g_i(E_f)}{g_0} \right) \quad (2.47)$$

en

$$\frac{1}{\tau_{t,i}} = \frac{1}{\tau_{t,0i}} \left(1 + \frac{\Delta g_i(E_f)}{g_0} \right), \quad (2.48)$$

volgt voor $\sigma_{xx,i}$ en $\sigma_{xy,i}$:

$$\sigma_{xx,i} = \frac{\sigma_{0,i}}{1 + \omega_c^2 \tau_{t,0i}^2} \left(1 + \frac{2\omega_c^2 \tau_{t,0i}^2}{1 + \omega_c^2 \tau_{t,0i}^2} \frac{\Delta g_i(E_f)}{g_0} \right) \quad (2.49)$$

$$\sigma_{xy,i} = -\frac{\sigma_{0,i} \omega_c \tau_{t,0i}}{1 + \omega_c^2 \tau_{t,0i}^2} \left(1 - \frac{3\omega_c^2 \tau_{t,0i}^2}{\omega_c^2 \tau_{t,0i}^2 (1 + \omega_c^2 \tau_{t,0i}^2)} \frac{\Delta g_i(E_f)}{g_0} \right) \quad (2.50)$$

Hierbij wordt aangenomen dat voldaan is aan de voorwaarden $E_f \gg \hbar/\tau_{q,i}$, $E_f \gg \hbar\omega_c$ en $\Delta g_i(E_f)/g_0 \ll 1$ ¹⁹.

In deze vergelijkingen geven $n_{0,i}$, $\tau_{t,0i}$ en $\sigma_{0,i}$ de waarden van respectievelijk n_i , $\tau_{t,i}$ en $\sigma_{xx,i}$ als er geen magnetisch veld aanwezig is, weer.

Uit de vergelijkingen 2.49 en 2.50 volgt dus dat de componenten $\sigma_{xx,i}$ en $\sigma_{xy,i}$ van de geleidbaarheidstensor gaan oscilleren als functie van het magnetisch veld. De Shubnikov-de Haas oscillaties kunnen uiteindelijk in formulevorm geschreven worden door de vergelijkingen 2.49 en 2.50 te gebruiken om de totale geleidbaarheid σ_{xx} en σ_{xy} uit te schrijven via een eenvoudige sommatie van de bijdragen $\sigma_{xx,i}$ en $\sigma_{xy,i}$ per subband, en met behulp van vergelijking 2.20 de weerstand ρ_{xx} hiermee uit te werken. Dit levert een weinig inzichtelijke betrekking op voor ρ_{xx} als functie van $\Delta g_1/g_0$ en $\Delta g_2/g_0$. Coleridge toont echter aan dat, onder de voorwaarden dat $\Delta g_i(E_f)/g_0 \ll 1$ en $\omega_c \tau_i \gg 1$, $\Delta \rho_{xx}/\rho_0$ vereenvoudigd geschreven kan worden als een gewogen sommatie van de soortelijke weerstanden per subband die op hun beurt weer evenredig zijn met $\Delta g_i/g_0$ ⁷:

$$\frac{\Delta \rho_{xx}}{\rho_0} = A_1 \frac{\Delta g_1(E_f)}{g_0} + A_2 \frac{\Delta g_2(E_f)}{g_0} \quad (2.51)$$

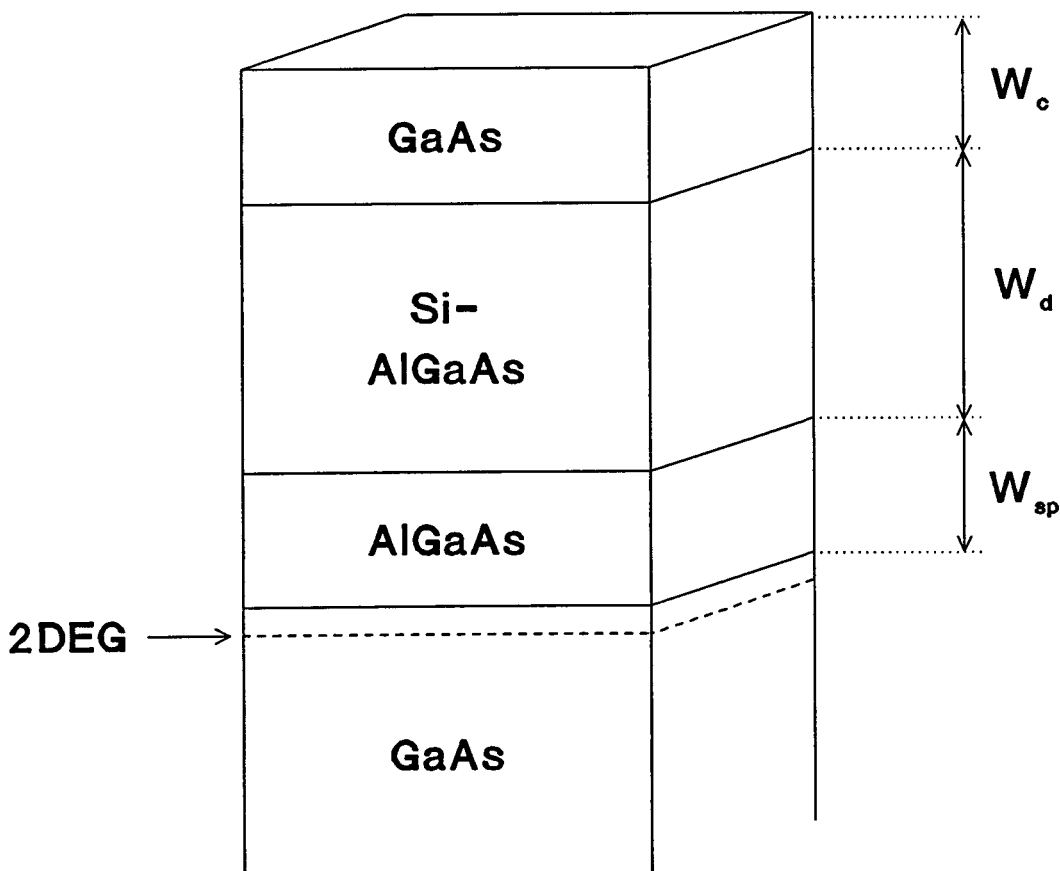
In deze vergelijking stellen A_1 en A_2 de weegfactoren voor, voor de bijdragen van respectievelijk de eerste en de tweede subband.

HOOFDSTUK 3. EXPERIMENTELE OPZET.

In dit hoofdstuk zal besproken worden hoe de metingen gedaan zijn. Allereerst zal in paragraaf 3.1 een overzicht gegeven worden van de preparaten die gebruikt zijn bij de metingen. Vervolgens zal in paragraaf 3.2 en 3.3 de meetmethode van respectievelijk de Shubnikov-de Haas-metingen en de Fermi-energie-metingen besproken worden. Dit wordt gedaan door allereerst uit te leggen over welke contacten gemeten is, vervolgens de besturing van de metingen te beschrijven, daarna uit te leggen hoe de preparaten afgekoeld zijn en tenslotte de verwerkingsmethode van de meetresultaten te bespreken.

3.1. De preparaten.

De preparaten die bij de Shubnikov-de Haas- en de Fermi-energie-metingen gebruikt zijn, zijn allen gegroeid met de Molecular Beam Epitaxy opstelling die aanwezig is in de groep Halfgeleiderfysica. De opbouw van deze preparaten uit verschillende lagen, is gedeeltelijk weergegeven in figuur 3.1.



Figuur 3.1. De opbouw van de preparaten.

Door deze figuur te vergelijken met figuur 2.2 volgt de functie van de verschillende lagen. De onderste GaAs-laag die gegroeid is op onder andere een superrooster (dat hier niet getekend is), vormt de dikke GaAs-laag (dikte orde μm) uit figuur 2.2 waarin het 2DEG ontstaat. De $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -laag met dikte W_{sp} die hierop gegroeid is, vormt de spacer. Vervolgens is de Si gedoteerde $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -laag uit figuur 2.2 aangebracht. Om te voorkomen dat het aluminium uit deze laag, die een dikte W_d heeft, gaat oxideren, is er tenslotte nog een GaAs-toplaag met een dikte W_c gegroeid. Er is gemeten aan verschillende preparaten die zijn gegroeid met verschillende groeiparameters zodat deze preparaten ook verschillende transporteigenschaften hebben. In tabel 3.1 zijn enkele belangrijke groeiparameters en transporteigenschaften van de bij dit werk gebruikte preparaten, weergegeven.

preparaat	x	$n_d(10^{24}\text{m}^{-3})$	$n(10^{15}\text{m}^{-2})$	$\mu_{t,5K}(\text{m}^2/\text{Vs})$
W38	0,33	3,05	10,8	14,0
W152	0,33	1,33	6,13	25,4
W199	0,33	1,31	4,26	130
W207	0,33	1,00	13,1	29,2

Tabel 3.1. Enkele belangrijke parameters van de gebruikte preparaten.

3.2. Shubnikov-de Haas-metingen.

3.2.1. Meetmethode.

3.2.1.1. Contacten.

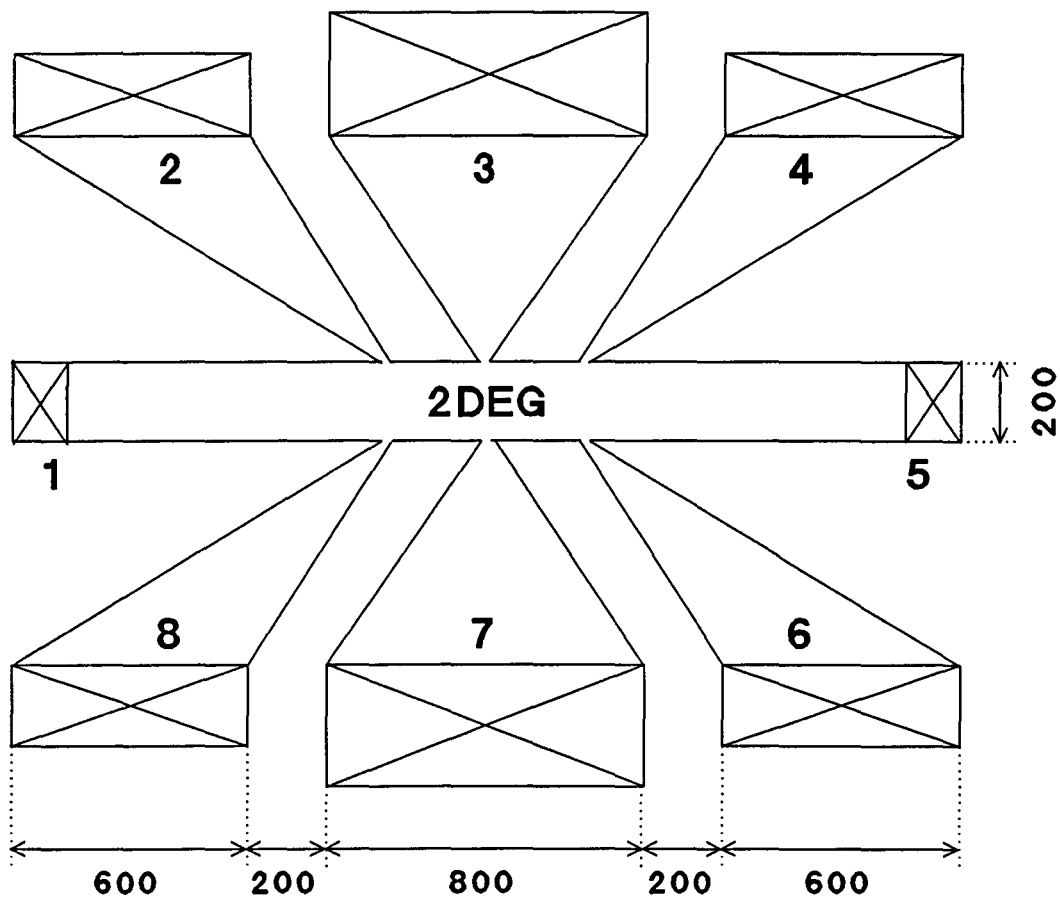
Om de transporteigenschaften van het 2DEG te kunnen meten zijn er verschillende contacten aangebracht op het 2DEG. In figuur 3.2 zijn het 2DEG en deze contacten zoals ze zijn aangebracht op preparaat W38, weergegeven. Aan alle preparaten die gebruikt zijn om Shubnikov-de Haas-metingen te doen, zijn op een dergelijke manier als is weergegeven in figuur 3.2, contacten aangebracht.

De contacten 1 en 5 dienen om een stroom door het 2DEG te sturen. Met behulp van de overige contacten wordt of de spanning ΔV_{xx} in de longitudinale richting (bijvoorbeeld over de contacten 2 en 4) of de spanning ΔV_{xy} in de transversale richting (bijvoorbeeld over de contacten 3 en 7) in het 2DEG gemeten. Omdat de soortelijke weerstand ρ gelijk is aan het quotiënt van de grootte van het elektrische veld \underline{E} en de grootte van de stroomdichtheid \underline{J} , volgt dat voor deze spanningen geldt:

$$\Delta V_{xx} = \frac{\Delta \rho_{xx}}{\rho_0} \rho_0 \frac{l}{b} I \quad (3.1)$$

$$\Delta V_{xy} = \frac{\Delta \rho_{xy}}{\rho_0} \rho_0 I \quad (3.2)$$

In deze vergelijkingen stelt l de lengte en b de breedte van het 2DEG tussen de gebruikte contacten voor.

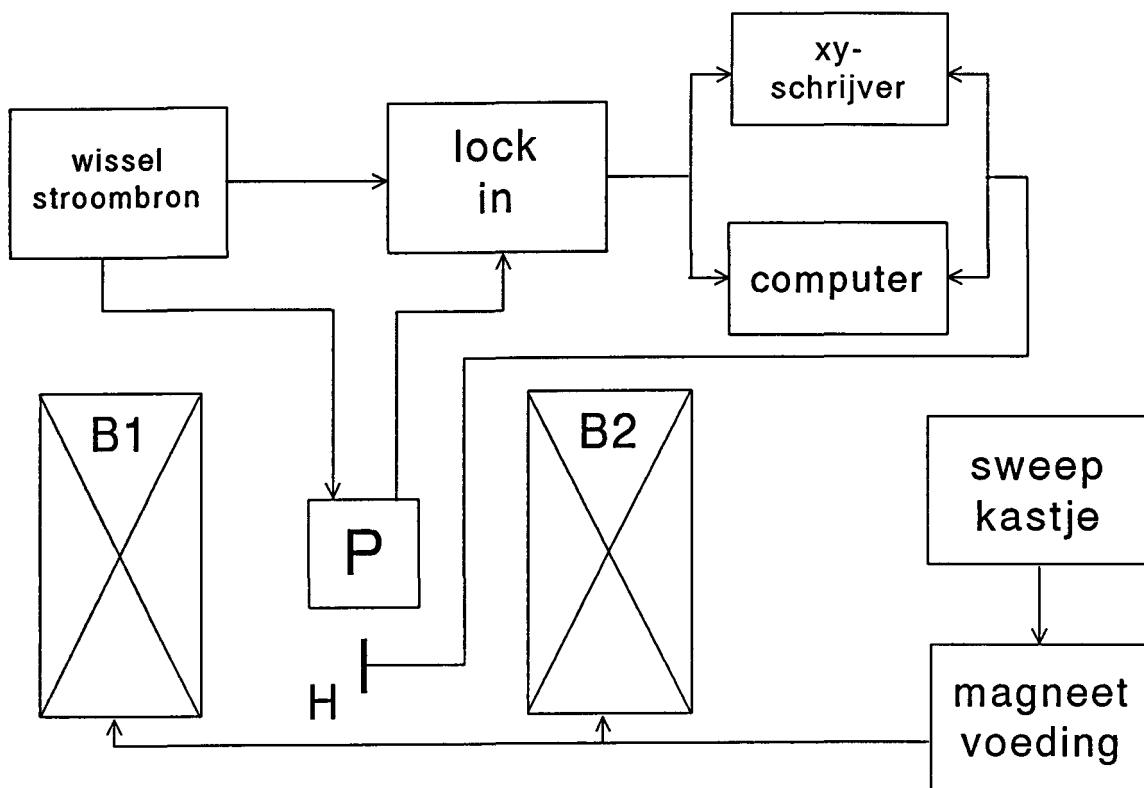


Figuur 3.2. De contacten op het 2DEG bij preparaat W38. Alle maten die in deze figuur zijn weergegeven, zijn weergegeven in μm .

Uit de vergelijkingen 3.1 en 3.2 volgt dat in preparaten met de geometrie zoals die is weergegeven in figuur 3.2, een meting van ΔV_{xx} (en eventueel ΔV_{xy}), in tegenstelling tot preparaten met bijvoorbeeld een Corbino-geometrie¹³, direct informatie levert van de te onderzoeken soortelijke weerstand $\Delta \rho_{xx}$ (en eventueel $\Delta \rho_{xy}$).

3.2.1.2. Opstelling.

De opstelling die gebruikt is om de Shubnikov-de Haas-metingen te besturen, is schematisch weergegeven in figuur 3.3.



Figuur 3.3. De opstelling die gebruikt is voor de besturing van de Shubnikov-de Haas-metingen in preparaat P.

Het magnetveld waarin het preparaat P zich bevindt, wordt gecreëerd door een stroom te sturen door de twee spoelen B1 en B2. Deze spoelen bevinden zich tijdens de metingen in vloeibaar helium (zie paragraaf 3.2.1.3) en zijn gewikkeld met een zodanig materiaal zodat ze bij de temperatuur van vloeibaar helium supergeleidend zijn en dus hoge magnetvelden kunnen creëren. Omdat de weerstand in het 2DEG als functie van het magnetveld moet worden bepaald, worden deze superspoelen aangestuurd met een magnetvoeding die op zijn beurt aangestuurd wordt door een sweepkastje. Met deze configuratie worden magnetvelden gecreëerd die kunnen oplopen van 0 tot 7 T in een in te stellen tijd die kan variëren van 10 s tot 8000 s. Het magnetveld wordt bepaald met behulp van een Hallplaatje H dat zich tussen de superspoelen bevindt. Het signaal dat dit Hallplaatje afgeeft, is aangesloten op de X-ingang van de XY-schrijver en de computer.

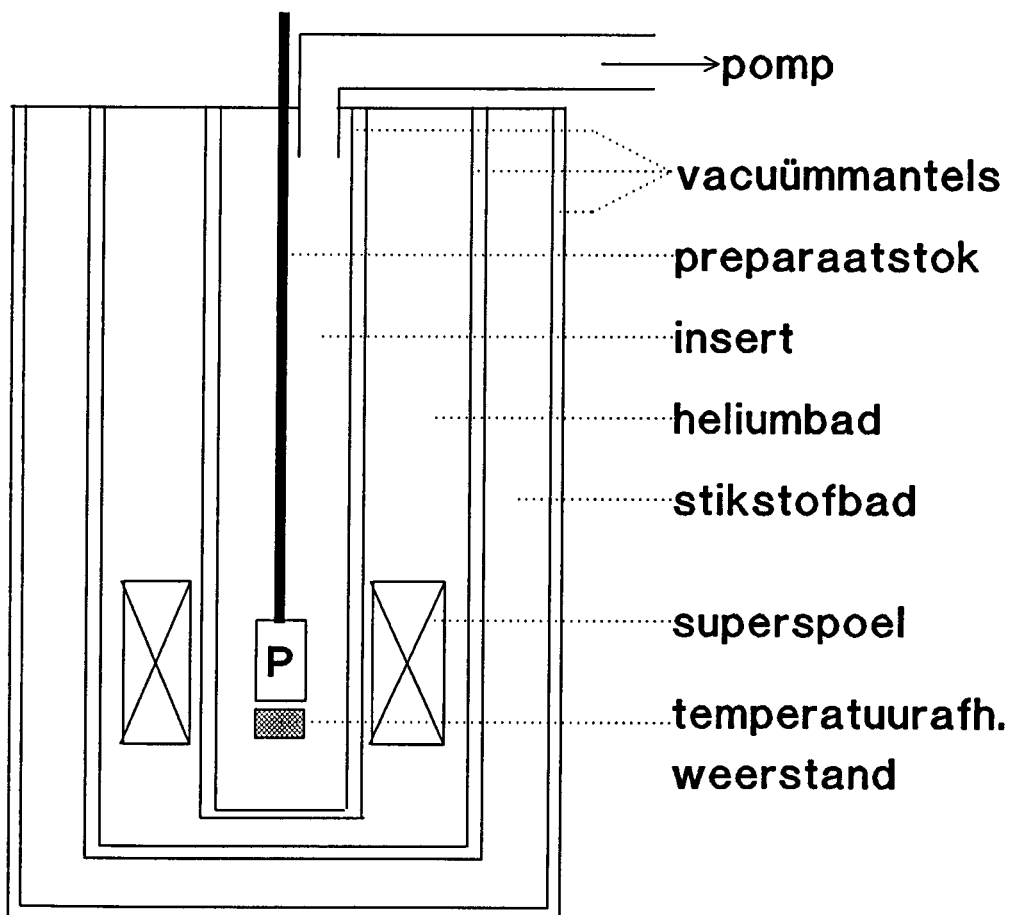
Door een stroom door het preparaat te sturen, worden er spanningen ΔV_{xx} en ΔV_{xy} in het 2DEG gecreëerd. Bij de experimenten die hier gedaan worden, wordt hiervoor geen gelijkstroom maar een wisselstroom van $1 \mu\text{A}$ genomen. De spanningen ΔV_{xx} en ΔV_{xy} worden gemeten met behulp van de lock-in-versterker. Het referentiesignaal

voor de lock-in-versterker wordt hierbij gevormd door de wisselspanningsbron die de wisselstroom die door het preparaat loopt, opwekt. Door de lock-in-versterker in te stellen op 1F, de uitgang van de lock-in-versterker aan te sluiten op de Y-ingang van de XY-schrijver en de computer en tenslotte het magnetisch veld langzaam te laten oplopen met behulp van het sweepkastje, wordt uiteindelijk het signaal van ΔV_{xx} als functie van het magnetische veld, de Shubnikov-de Haas-oscillaties, verkregen.

Bij de metingen die geregistreerd worden met de computer, wordt gebruik gemaakt van het meetprogramma M.A.P.²⁴. Met dit programma worden de metingen opgeslagen in een file zodat de metingen later eenvoudig geanalyseerd kunnen worden (zie paragraaf 3.2.2).

3.2.1.3. Koeling.

Alle experimenten die tijdens dit werk gedaan zijn, zijn bij temperaturen gedaan die niet hoger waren dan 4,2 K. Om het preparaat op deze temperatuur te brengen, wordt het preparaat onder aan een preparaatstok bevestigd en wordt deze stok in een cryostaat die gevuld is met vloeibaar helium, gehangen. De bedrading via welke de spanning over de contacten gemeten wordt, wordt via deze preparaatstok naar buiten gevoerd. Een schematische weergave van de cryostaat is gegeven in figuur 3.4.



Figuur 3.4. De cryostaat waarin het preparaat P wordt gehangen.

De cryostaat is opgebouwd uit zes delen. De buitenste drie delen worden gevormd door twee vacuümmantels waartussen zich een bad met vloeibaar stikstof bevindt. Dit geheel dient als een warmteschild voor het vloeibare helium dat zich binnenin de cryostaat bevindt. De binnenste drie delen worden gevormd door een heliumbad waarin zich de superspoelen bevinden, een vacuümmantel en de ruimte waarin zich het preparaat bevindt, de zogenaamde insert. Deze insert kan ook met vloeibaar helium gevuld worden via een naaldventiel zodat de temperatuur van het preparaat kan dalen tot 4,2 K. Om nog lagere temperaturen te bereiken, kan helium worden afgepompt zodat het kookpunt van het helium bij het preparaat lager wordt. Het resultaat is dat er metingen gedaan kunnen worden bij temperaturen die variëren van 1,1 K tot 4,2 K. De temperatuur wordt gemeten met behulp van een geijkte, temperatuurafhankelijke weerstand die zich bij het preparaat bevindt.

3.2.2. Verwerkingsmethode.

Uit de Shubnikov-de Haas oscillaties die gemeten zijn volgens de methode die beschreven is in paragraaf 3.2.1.2, kan informatie gehaald worden over de quantummobilitéit en de electronendichtheid van elke subband. Dit gebeurt met behulp van het verwerkingsprogramma S.D.H.²⁵ waarmee de files die met het programma M.A.P. gecreëerd waren, verwerkt kunnen worden.

Met behulp van dit verwerkingsprogramma kan namelijk een Fourierspectrum gemaakt worden van het gemeten signaal. In dit spectrum zal volgens vergelijking 2.51 elke bezette subband vertegenwoordigd worden door een piek. De positie van deze pieken levert vervolgens met behulp van vergelijking 2.42 informatie over de bijbehorende subband-electronendichtheden. Door vervolgens het frequentiespectrum zodanig te filteren dat er een bepaalde piek in dit spectrum overblijft, kan informatie verkregen worden over de quantummobilitéit van de electronen uit de bij de overgebleven piek behorende subband. Dit gebeurt door het gefilterde frequentiespectrum via een inverse Fouriertransformatie terug te transformeren zodat een signaal evenredig met $\Delta g_i(E_f)/g_0$ overblijft. Door nu vervolgens de piekwaarden van dit signaal te delen door de temperatuurdempingsfactor $D(X)$ en deze waarden logaritmisches uit te zetten als functie van $1/B_z$, wordt uiteindelijk een rechte grafiek verkregen met helling $-\pi/\mu_{q,i}$. Deze plaatjes waaruit de quantummobilitéit $\mu_{q,i}$ bepaald kan worden, worden ook wel Dingle-plots genoemd.

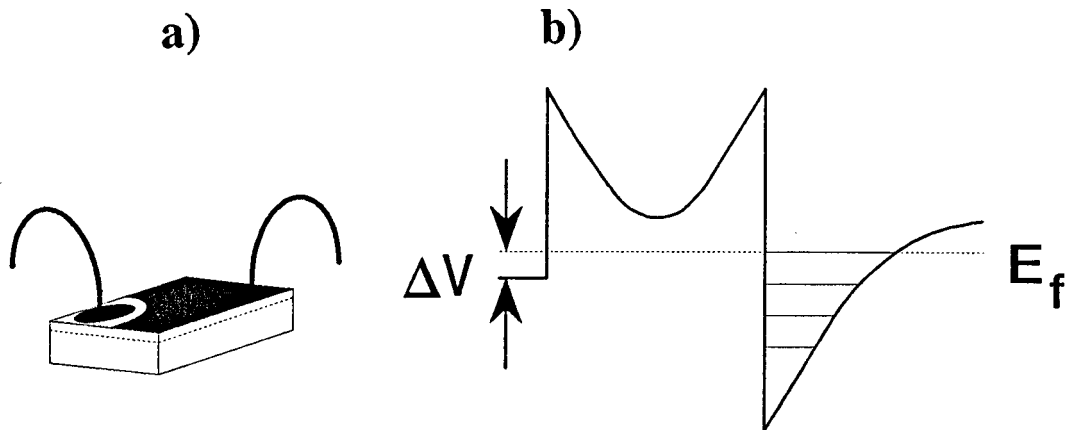
De transportmobilitéit kan niet voor elke subband apart worden bepaald. Wel kan een maat voor de transportmobilitéit verkregen worden met behulp van de vergelijkingen 2.22 en 2.23 door de verhouding van de gemeten ρ_{xy} bij $B = 1$ T en ρ_{xx} bij $B = 0$ T uit te rekenen.

3.3. Fermi-energie-metingen.

3.3.1. Meetmethode.

3.3.1.1. Contacten.

Bij de Fermi-energie-metingen is gebruik gemaakt van preparaten waarbij bovenop de bovenste GaAs-laag van het preparaat nog een dun laagje goud is gedeutoneerd. Dit geleidende laagje doet dienst als "floating gate". De spanning die op deze gate staat is constant als functie van het magnetisch veld. Door nu de spanning over de gate en het 2DEG te meten als functie van het magnetische veld, wordt uiteindelijk een maat gevonden voor de Fermi-energie in het 2DEG als functie van het magnetische veld. Bij dit experiment hoeven slechts twee contacten aangebracht te worden op het preparaat. Deze zijn weergegeven in figuur 3.5.



Figuur 3.5. a) De contacten aan de gate en het 2DEG bij de Fermi-energie-metingen. b) De bandstructuur als bovenop het sample (dat is: links in de bandstructuur) een gate wordt aangebracht. Over deze gate en het 2DEG wordt een spanning ΔV gemeten.

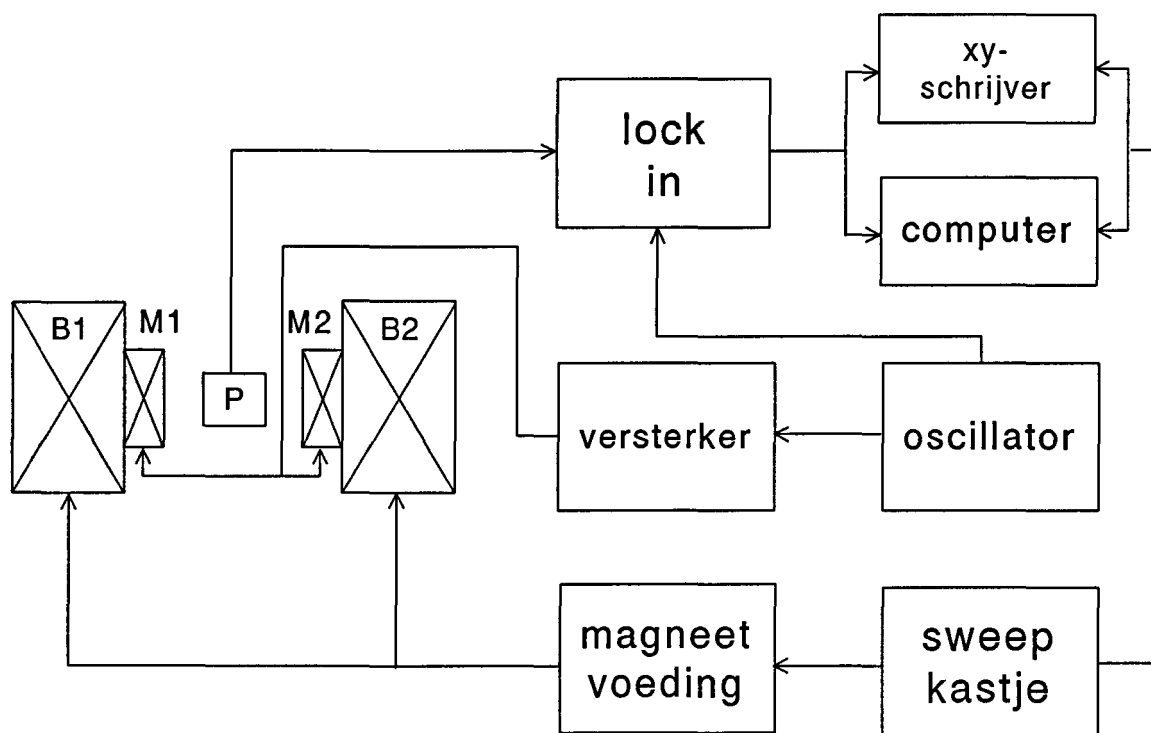
Contact 1 staat hierbij in verbinding met het 2DEG, contact 2 staat in verbinding met de gate.

3.3.1.2. Opstelling.

Omdat het gate-2DEG systeem dat in paragraaf 3.3.1.1 besproken is, functioneert als een niet-ideale spanningsbron die vanwege het ontbreken van thermodynamisch evenwicht (want in het algemeen geldt: $E_{f, \text{gate}} \neq E_{f, \text{2DEG}}$) snel leeg zal lopen, zal een meting van de spanning die over de gate en het 2DEG staat, bij geen enkel magneetveld een spanningsverschil opleveren. Om toch een maat voor de Fermi-energie in het 2DEG als functie van het magneetveld te kunnen verkrijgen, is daarom gemeten met magnetische velden die opgebouwd zijn uit een langzaam in de tijd toenemend hoofd-magneetveld met daar bovenop gesuperponeerd een klein, snel in de tijd oscillerend, modulatieveld. De spanning die over de gate en het 2DEG gemeten wordt als er een in de tijd oscillerend modulatieveld wordt aangelegd, zal namelijk ook gaan oscilleren als functie van de tijd. Door nu de amplitude van dit oscillerende signaal te meten als functie van het magnetische veld, wordt uiteindelijk

informatie over de helling van de Fermi-energie als functie van het magnetische veld verkregen.

De opstelling die gebruikt is om de metingen van de Fermi-energie op deze manier te kunnen besturen, is weergegeven in figuur 3.6.



Figuur 3.6. De opstelling die gebruikt is om de Fermi-energie-metingen in preparaat P te besturen.

Het magnetische veld waarin het preparaat P zich bevindt bestaat, zoals hierboven reeds vermeld is, uit een langzaam in de tijd toenemend hoofd-magneetveld en een snel oscillerend modulatieveld. Het hoofd-magneetveld wordt, net als in figuur 3.3, gecreëerd met twee superspoelen B1 en B2 die worden aangestuurd met een magneetvoeding die op zijn beurt weer aangestuurd wordt door een sweepkastje. In deze opstelling kan de tijd waarin het magneetveld oploopt ook weer ingesteld worden op tijden die variëren van 10 s tot 8000 s. Het magnetische veld loopt in deze opstelling echter slechts op van 0 tot 4 T. Het signaal dat het sweepkastje afgeeft, wordt aangesloten op de X-ingang van de XY-schrijver en de computer.

Het snel oscillerende modulatieveld, wordt gecreëerd met behulp van de twee modulatiespoelen M1 en M2. De stroom die door deze twee spoelen gestuurd wordt, wordt geleverd door een systeem dat bestaat uit een oscillator en een versterker. Door nu de spanning over de gate en het 2DEG via de lock-in-versterker, instelling 1F, te meten, wordt een maat voor de eerste afgeleide van de Fermi-energie naar het magnetische veld verkregen. Hierbij dient de oscillator die de stroom door de modulatiespoelen stuurt, als referentiespanningsbron. Dit uitgangssignaal van de lock-in-versterker wordt, net als in paragraaf 3.2.1.2, als functie van het magnetische veld weggeschreven naar de Y-ingang van de XY-schrijver en de computer.

Het bovenstaande kan ook gedaan worden als de lock-in-versterker ingesteld is op $2F$; dit levert dan een signaal dat lijkt op de tweede afgeleide van de Fermi-energie naar het magnetische veld als functie van dit magnetische veld.

3.3.1.3. Koeling.

Net als het geval was bij de Shubnikov-de Haas-metingen, zijn de Fermi-energie-metingen uitgevoerd bij zeer lage temperaturen. Dit houdt ook hier in dat de preparaten zich bij de metingen in vloeibaar helium bevinden dat, door de dampdruk te veranderen, temperaturen kan krijgen die variëren van 1,1 tot 4,2 K. Deze worden ook in deze opstelling gemeten met behulp van een geijkte, temperatuurafhankelijke weerstand. Het grote verschil met de koeling in de experimenten die gedaan zijn met de opstelling uit figuur 3.4, is dat hier slechts één ruimte met vloeibaar helium gevuld is zodat het preparaat en de superspoelen zich hier in dezelfde ruimte bevinden. Een ander groot verschil is dat zich hier geen vacuümmantels tussen de buitenkant, het stikstofbad en het heliumbad bevinden. Dit heeft tot gevolg dat tijdens deze metingen grotere warmteverliezen optreden zodat er vaker helium en stikstof bijgevuld zal moeten worden.

3.3.2. Verwerkingsmethode.

In paragraaf 3.3.1.2 is reeds opgemerkt dat, door een extra modulatieveld aan te leggen, een signaal dat sterk lijkt op de eerste of de tweede afgeleide van de Fermi-energie naar het magnetische veld, gemeten kan worden. De Fermi-energie als functie van het magnetische veld kan uit dit signaal afgeleid worden als aangenomen wordt dat deze geschreven kan worden als

$$E_f(B,T) = \sum_r A_r(B,T) \cos\left(\frac{2\pi r}{PB}\right). \quad (3.3)$$

In deze vergelijking is aangenomen dat $A_r(B,T)$ een langzaam als functie van het magnetische veld variërende amplitude is van de r^e harmonische van het signaal en P de periodiciteit in het reciproke magnetische veld weergeeft.

Als nu voor het magnetische veld geschreven wordt

$$B = B_0 + B_m \cos(\omega t) \quad (3.4)$$

met $B_m \ll B_0$, volgt dat vergelijking 3.3 herschreven kan worden tot

$$\begin{aligned}
E_f(B_0, T) &= \sum_r A_r(B_0, T) \cos \left[\frac{2\pi r}{PB_0} \left(1 - \frac{B_m}{B_0} \cos(\omega t) \right) \right] \\
&= \sum_r A_r(B_0, T) \left[\cos \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) \cos \left(\frac{2\pi B_m r}{PB_0^2} \cos(\omega t) \right) \right. \\
&\quad \left. + \sin \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) \sin \left(\frac{2\pi B_m r}{PB_0^2} \cos(\omega t) \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Door tenslotte te schrijven $\alpha = 2\pi B_m / PB_0^2$ en $\cos(\alpha \cos(\omega t))$ en $\sin(\alpha \cos(\omega t))$ te ontwikkelen in een reeks Besselfuncties²⁸, volgt voor $E_f(B_0, T)$:

$$\begin{aligned}
E_f(B_0, T) &= \sum_r A_r(B_0, T) \left\{ \left[J_0(\alpha r) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_{2k}(\alpha r) \cos(2k\omega t) \right] \cos \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left[2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k J_{2k+1}(\alpha r) \cos((2k+1)\omega t) \right] \sin \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Omdat er gemeten wordt met de lock-in-versterker, worden de meeste componenten uit deze vergelijking weggefilterd. Na meting met de lock-in-versterker ingesteld op 1F en 2F, blijft tenslotte voor de gemeten signalen $E_{f,1\omega}(B_0, T)$ respectievelijk $E_{f,2\omega}(B_0, T)$ over:

$$E_{f,1\omega}(B_0, T) \sim 2 \sum_r A_r(B_0, T) \sin \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) J_1(r\alpha) \tag{3.7}$$

$$E_{f,2\omega}(B_0, T) \sim -2 \sum_r A_r(B_0, T) \cos \left(\frac{2\pi r}{PB_0} \right) J_2(r\alpha) \tag{3.8}$$

In de limiet dat B_m klein is ten opzichte van de periode van de oscillaties, geldt $\alpha \ll 1$ zodat $J_1(r\alpha)$ en $J_2(r\alpha)$ evenredig zijn met respectievelijk $r\alpha$ en $(r\alpha)^2$. Uit de vergelijkingen 3.7 en 3.8 volgt dat in dit geval inderdaad signalen gemeten worden die lijken op de eerste respectievelijk de tweede afgeleide naar het magnetische veld.

Door eerst $E_{f,2\omega}(B_0, T)$ te meten volgt, omdat de $r=1$ -component de belangrijkste component is, uit het nulpunt in deze meting ten gevolge van het feit dat $J_2(\alpha)$ nul wordt, de grootte van het modulatieveld B_m .

Als vervolgens wordt aangenomen dat de Fermi-energie-oscillaties met de $r=1$ -component uit vergelijking 3.3 beschreven kunnen worden, kan uit een meting met een modulerend magnetisch veld gesuperponeerd op het hoofdmagneetveld, de vorm van $A_1(B_0, T)$ bepaald worden uit vergelijking 3.7 en is dus uiteindelijk met behulp van vergelijking 3.3 de vorm van de Fermi-energie-oscillaties bepaald.

HOOFDSTUK 4. RESULTATEN EN DISCUSSIE.

In dit hoofdstuk zullen de metingen en de berekeningen worden weergegeven en van commentaar voorzien. In de eerste paragraaf zal een beschrijving worden gegeven van de condities waaronder insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties geconstateerd zijn. Vervolgens zullen in de tweede paragraaf enkele verklaringen voor deze insnoeringen uit de literatuur besproken worden. In de daarop volgende paragrafen zullen tenslotte enkele mechanismen onderzocht worden die de insnoeringen mogelijk kunnen veroorzaken.

4.1. De insnoeringen.

Shubnikov-de Haas metingen aan preparaten met hoge transportmobiliteiten ($\mu_t > 25 \text{ m}^2/\text{Vs}$) geven insnoeringen te zien: bij bepaalde waarden van het loodrechte magnetisch veld verdwijnen de oscillaties in het Shubnikov-de Haas signaal. Deze insnoeringen zijn alleen te zien als ook de tweede subband in het preparaat gevuld is met electronen.

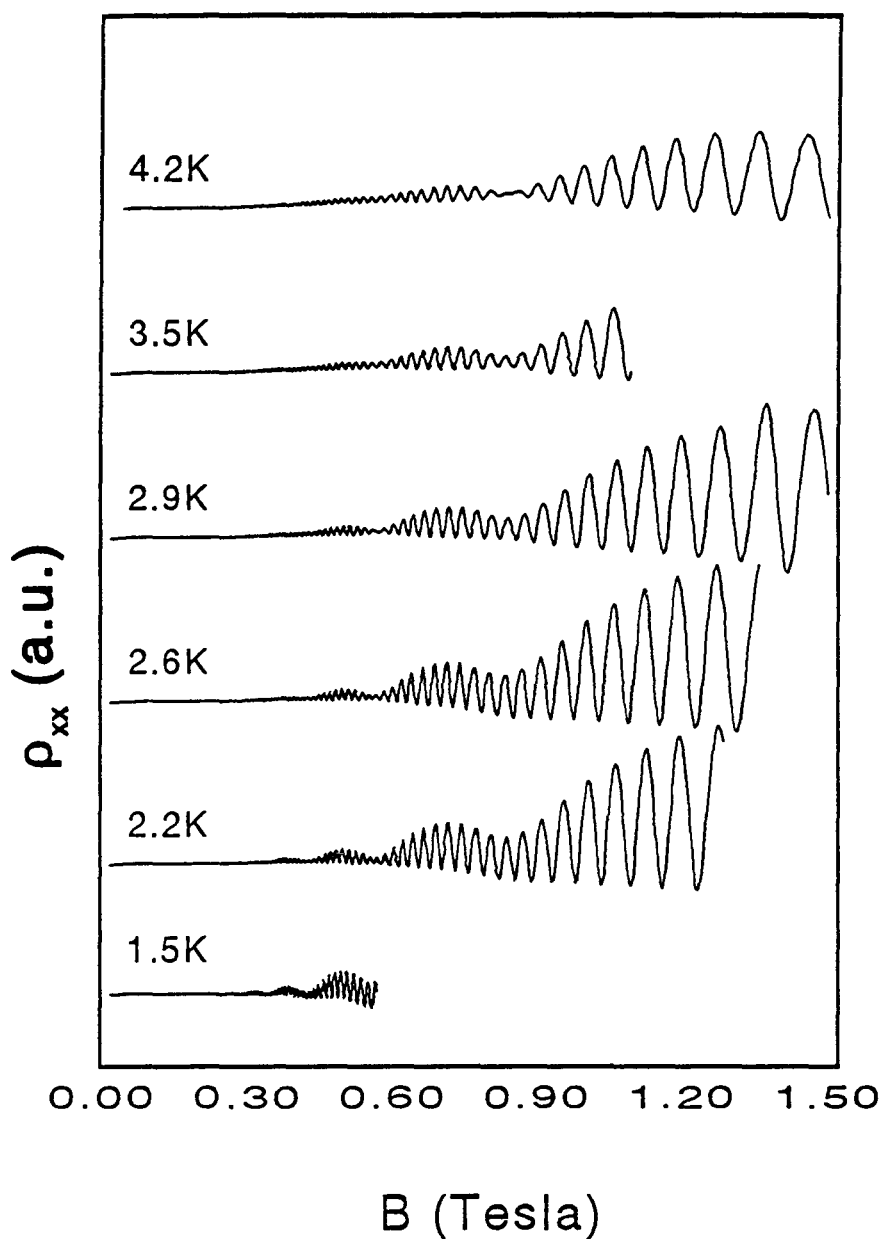
Om de insnoeringen beter te kunnen te beschrijven zijn met preparaat W207 Shubnikov-de Haas metingen gedaan bij meerdere temperaturen. De overige parameters werden hierbij constant gehouden. In figuur 4.1 zijn de resultaten van deze metingen weergegeven.

Uit figuur 4.1 volgt dat er aan twee voorwaarden voldaan moet zijn om een insnoering te zien:

- 1) Insnoeringen komen alleen voor in de minima die ontstaan in de weerstand ten gevolge van het vullen van de tweede subband.
- 2) Bij toenemende temperatuur, springen de insnoeringen naar hogere magnetische velden. Het loodrechte magnetische veld waarbij de insnoeringen voorkomen, kan worden gerelateerd aan de temperatuur via de relatie $kT \approx \frac{1}{4}\hbar\omega_c$.

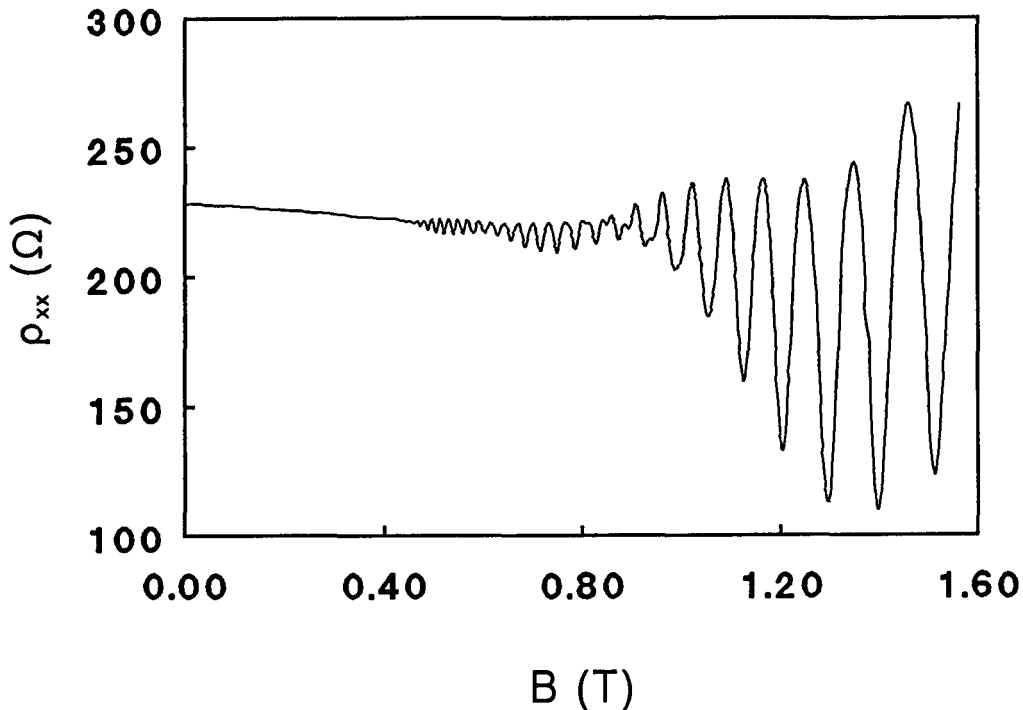
Deze waarnemingen lijken overeen te komen met de waarnemingen die in de literatuur vermeld zijn: Leadley⁸ heeft om de insnoeringen goed te kunnen beschrijven eveneens de bovenstaande twee voorwaarden gevonden terwijl Coleridge⁷, Fletcher²⁰ en Schacham²¹ een soortgelijke temperatuurafhankelijkheid van de insnoeringen hebben geconstateerd.

Uit figuur 4.1 blijkt dat als niet aan bovenstaande twee voorwaarden voldaan is, er geen insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties te zien zijn: bij een temperatuur van 3,5 K zou volgens de voorwaarde $kT \approx \frac{1}{4}\hbar\omega_c$ een insnoering zichtbaar kunnen worden rond een magnetisch veld van $B = 0,7 \text{ T}$. Bij dit magnetische veld is echter juist een maximum in de oscillaties ten gevolge van de electronen uit de tweede subband zichtbaar zodat niet meer voldaan is aan de eerste voorwaarde en er geen insnoering in de Shubnikov-De Haas oscillaties bij deze temperatuur zichtbaar is.



Figuur 4.1. Shubnikov-de Haas metingen bij verschillende temperaturen.

Bij preparaten met lagere transportmobiliteiten (bijvoorbeeld preparaat W38 met $\mu_i = 14 \text{ m}^2/\text{Vs}$) zijn geen insnoeringen te zien. De meeste waarschijnlijke verklaring hiervoor, is dat bij deze preparaten nog geen oscillaties te zien zijn bij de magnetische velden waar volgens de voorwaarde $kT \approx \frac{1}{4}\hbar\omega_c$ een insnoering te verwachten zou zijn. Door naast een wisselstroom ook nog een gelijkstroom door het preparaat te sturen, kan een electronengas opgewarmd worden. Als dit gedaan wordt dan blijkt nog een ander effect zichtbaar te worden in de Shubnikov-de Haas oscillaties. Dit effect is weergegeven in figuur 4.2.



*Figuur 4.2. Shubnikov-de Haas oscillaties bij preparaat W207.
 $T_c = 2,9$ K; $I_{DC} = 28,0$ μ A.*

Uit figuur 4.2 blijkt namelijk dat in de Shubnikov-de Haas oscillaties een extra opsplitsing van de oscillaties optreedt als er naast de wisselstroom een gelijkstroom door het preparaat gestuurd wordt.

4.2. Toetsing van verklaringen uit de literatuur.

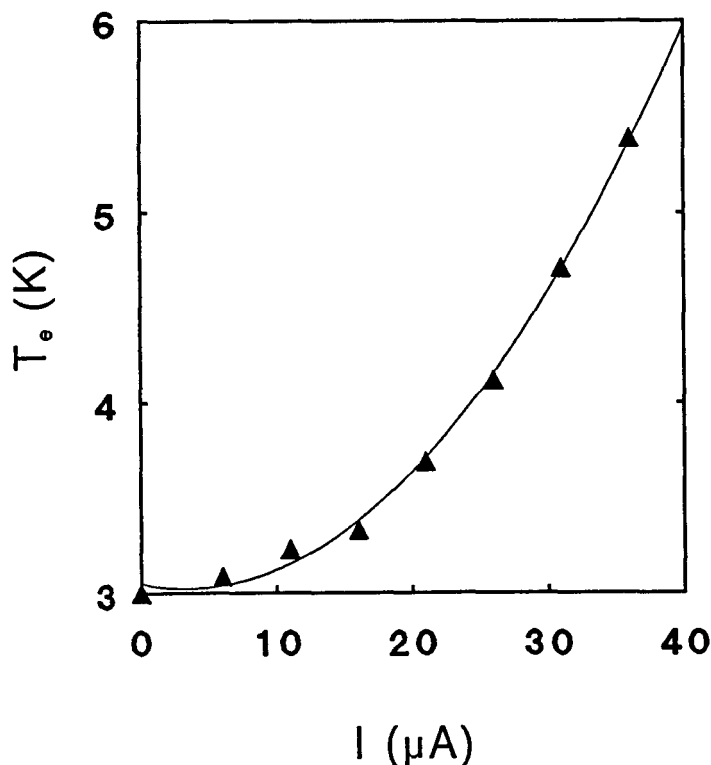
Zoals in de vorige paragraaf reeds werd vermeld, zijn de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties in de literatuur door meerdere onderzoekers geconstateerd^{7,8,20,21}. De verklaringen die zij voor de insnoeringen, ook wel amplitudemodulaties genoemd, geven, spreken elkaar echter tegen. Daarom zullen in deze paragraaf deze verklaringen op hun juistheid getoetst worden.

De eerste poging om de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties te verklaren, werd gedaan door Leadley et al⁸. Zij verklaarden de insnoeringen met behulp van "intersubband scattering" via akoestische fononen. Zij gebruikten hierbij twee argumenten. Ten eerste hadden zij geconstateerd dat in het temperatuurgebied waarin de insnoeringen zichtbaar werden, het dominante intersubband-verstrooiingsmechanisme gevormd moest worden door absorptie van akoestische fononen. Het tweede argument dat zij hierbij gebruikten was dat zowel uit metingen als uit berekeningen bleek dat de intersubband-verstrooiing, de intrasubband-verstrooiing kon overheersen.

Om deze verklaring te toetsen zijn er metingen gedaan, waarbij onderzocht werd of de

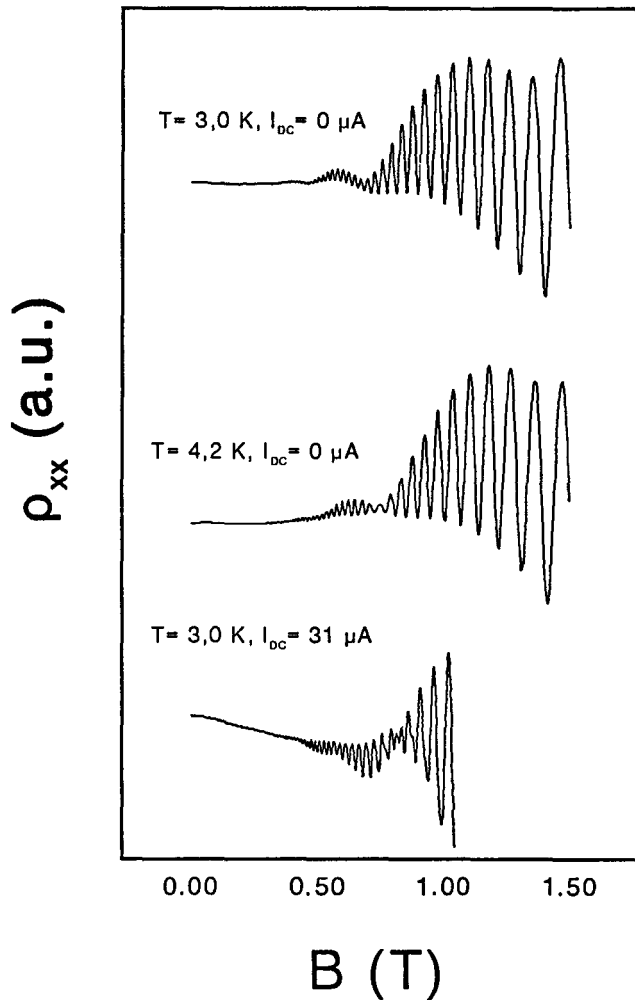
roostertemperatuur of juist de electronentemperatuur van belang is bij de beschrijving van de insnoeringen. Als namelijk intersubband-verstrooiing door absorptie van akoestische fononen het belangrijkste mechanisme zou zijn dat zorgt voor insnoeringen, zouden de insnoeringen afhankelijk moeten zijn van de roostertemperatuur: bij hogere roostertemperaturen zijn er namelijk meer fononen aanwezig in het 2DEG die geabsorbeerd kunnen worden dan bij lagere roostertemperaturen. Eerst zal nu besproken worden hoe de electronentemperatuur bepaald kan worden.

Een electronengas kan worden opgewarmd door een gelijkstroom door het preparaat te sturen. Om nu de electronentemperatuur bij een bepaalde gelijkstroom te bepalen, zijn er telkens twee Shubnikov-de Haas metingen gedaan. De eerste meting werd gedaan bij een bepaalde roostertemperatuur zonder dat er een stroom door het preparaat liep, zodat de electronentemperatuur hier gelijk was aan de roostertemperatuur die bekend was. Omdat het preparaat zich in vloeibaar helium bevond en er eventueel afgepompt kon worden, was deze kleiner of gelijk aan 4,2 K. De tweede meting werd telkens gedaan door, bij dezelfde roostertemperatuur, wel een gelijkstroom door het preparaat te sturen. Omdat de electronentemperatuursafhankelijkheid van de Shubnikov-de Haas oscillaties bekend is (zie vergelijking 2.43 en 2.44), volgt uit de verhouding van de piekwaarden van de signalen van de bovenstaande twee metingen, de waarde van de electronentemperatuur die bij een bepaalde stroom door het preparaat hoort²⁷. Het resultaat van deze metingen, de electronentemperatuur als functie van de gelijkstroom die door het preparaat gestuurd wordt, is weergegeven in figuur 4.3.



Figuur 4.3. De electronentemperatuur als functie van de gelijkstroom door het preparaat. De roostertemperatuur was 3 K.

Nu bekend is hoe hoog de electronentemperatuur zal zijn als er een bepaalde gelijkstroom door het preparaat gestuurd wordt, kan verder gegaan worden met de toetsing van Leadley's verklaring van de insnoeringen. Zoals hierboven reeds is opgemerkt, wordt dit gedaan door te onderzoeken of de insnoeringen afhankelijk zijn van de roostertemperatuur of de electronentemperatuur. De metingen die hiervoor gedaan zijn bij verschillende rooster- en electronentemperaturen, zijn weergegeven in figuur 4.4.



Figuur 4.4. Shubnikov-de Haas metingen bij verschillende electronentemperaturen en roostertemperaturen. Uit deze resultaten volgt dat alleen de electronentemperatuur van belang is bij de beschrijving van de insnoeringen.

In het bovenste plaatje zijn de Shubnikov-de Haas oscillaties uitgezet als de rooster- en de electronentemperatuur 3,0 K zijn. Bij deze temperaturen blijkt er geen insnoering in de oscillaties aanwezig te zijn. Uit het tweede plaatje blijkt dat als de rooster- en de electronentemperatuur nu toenemen tot 4,2 K, er wel een insnoering ontstaat rond een magnetisch veld van 0,8 T. In het onderste plaatje zijn de oscillaties

uitgezet die verkregen waren toen alleen de electronentemperatuur was toegenomen tot 4,2 K door een extra gelijkstroom door het preparaat te sturen, en de roostertemperatuur op 3,0 K gehouden werd. In deze situatie blijkt ook een insnoering te ontstaan in de oscillaties rond een magnetisch veld van 0,8 T. Deze insnoering vertoont meer structuur dan de insnoeringen die gezien zijn in de situatie dat er geen extra stroom door het preparaat gestuurd werd. Uit het gegeven dat de insnoering niet verschoven is, volgt dat de insnoering niet afhankelijk is van de roostertemperatuur maar van de electronentemperatuur. Dit betekent dus dat de conclusie van Leadley dat de insnoeringen ontstaan door intersubband-verstrooiing via absorptie van akoestische fononen, niet juist kan zijn.

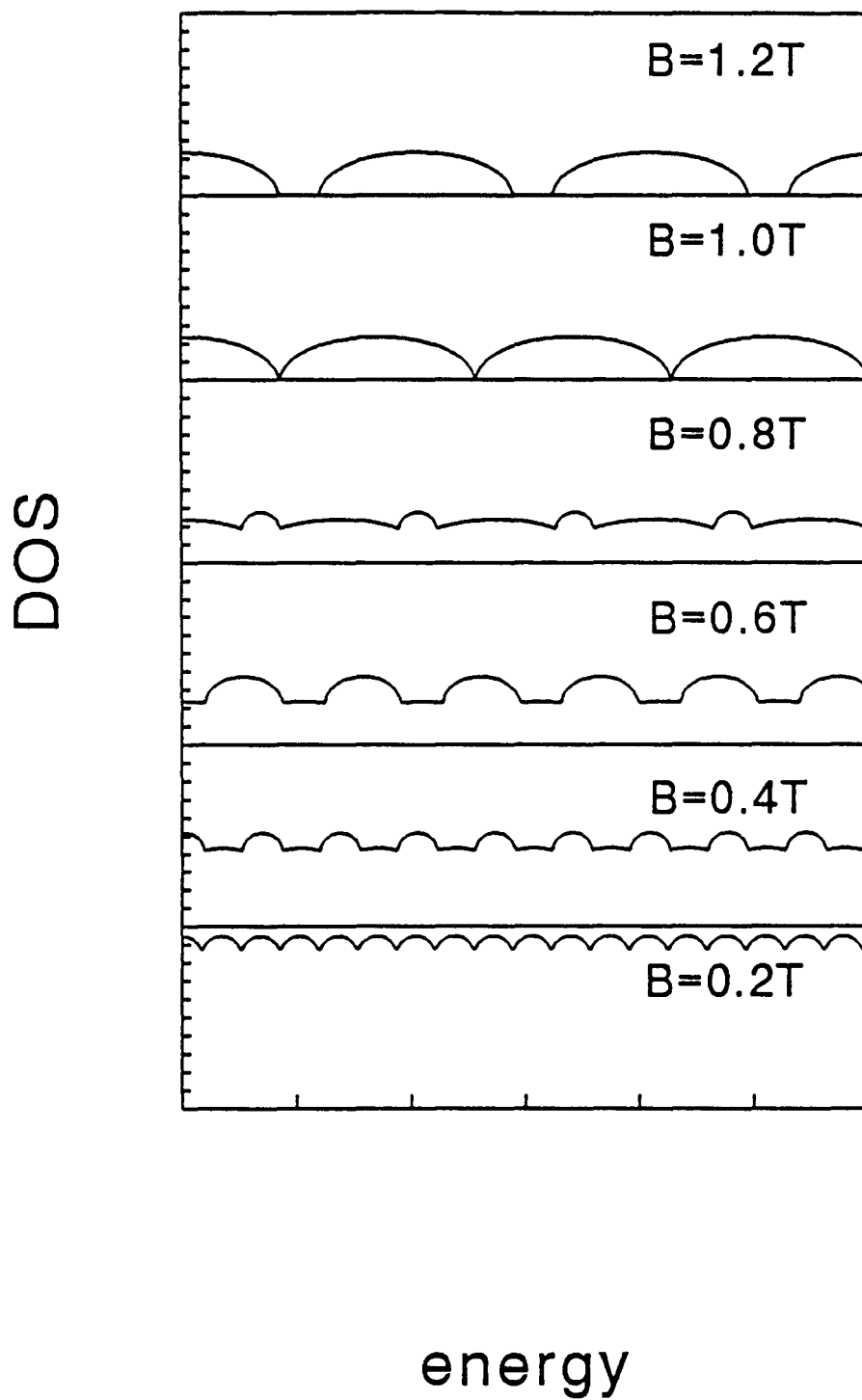
Deze conclusie wordt ondersteund door resultaten van Coleridge⁷. Zijn resultaten leiden namelijk tot de volgende argumenten om de verklaring van Leadley af te wijzen:

- 1) uit een directe meting van de intersubband-verstrooiing volgt dat deze niet temperatuurafhankelijk is.
- 2) de gemeten fractie intersubband-verstrooiing (34% van de totale verstrooiing is intersubband-verstrooiing) is veel te klein om de waargenomen bijna 100% insnoering te verklaren.
- 3) naast amplitudemodulatie is er bij een insnoering ook een temperatuurafhankelijke frequentiemodulatie waargenomen, die volgens Coleridge niet met intersubband-verstrooiing verklaard kan worden.

Coleridge denkt in een heel andere richting om de insnoeringen te kunnen verklaren⁷. Hij verklaart ze namelijk via "een toenemende intermodulatie van oscillaties in de Fermi-energie als de temperatuur stijgt". Om deze uitspraak iets te verduidelijken zal aan de hand van figuur 4.5 uitgelegd worden wat Coleridge wil zeggen.

In figuur 4.5 is de toestandsdichtheid uitgezet bij verschillende loodrechte magnetische velden. Hierbij is aangenomen dat de Landauniveaus elliptisch verbreed zijn met een halve breedte Γ van 0,85 meV. Uit deze figuur blijkt dat bij $B = 1,0$ T en $B = 1,2$ T de Landauniveaus duidelijk onderscheiden kunnen worden. Aangezien $kT \sim 0,09T$ [meV] zullen er dus Shubnikov-de Haas oscillaties zichtbaar zijn bij deze magnetische velden. Als het magnetische veld echter verandert naar $B = 0,8$ T, volgt met $kT \sim 0,09T$ [meV] dat er bij temperaturen die naar 4 K gaan, geen oscillaties meer in de toestandsdichtheid te onderscheiden zijn. Bij dit magnetische veld zullen de Shubnikov-de Haas oscillaties dus gaan insnoeren. Als het magnetische veld nu nog verder daalt tot $B = 0,6$ T, volgt uit deze figuur dat er wel weer duidelijke oscillaties in de toestandsdichtheid te onderscheiden zijn, zodat bij dit magnetische veld wel weer Shubnikov-de Haas oscillaties te zien zullen zijn.

In feite komt de verklaring van Coleridge voor de insnoeringen overeen met de verklaring die hier met behulp van figuur 4.4 gegeven is. De temperatuurafhankelijkheid van het magnetische veld waar de oscillaties voor kunnen komen, lijkt wel met de metingen overeen te kunnen komen. Het zwakke punt in zijn redenering is echter dat volgens zijn theorie de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties, in tegenstelling tot de waarnemingen in paragraaf 4.1, helemaal niet in een minimum van de oscillaties ten gevolge van de tweede subband hoeven te liggen: er zou weliswaar eventueel gesteld kunnen worden dat de grote waarde van 0,85 meV voor de halve breedte Γ van de Landauniveaus die nodig is om insnoeringen te creëren rond een magnetisch veld van 0,8 T (meestal wordt namelijk gewerkt met een halve breedte Γ van 0,4 meV die volgt uit een meting van de quantummobilititeit),



Figuur 4.5. Toestandsdichtheid bij verschillende magnetische velden. De halve breedte Γ van de Landauniveaus is $0,85\text{ meV}$.

veroorzaakt wordt door verstrooiing van electronen uit de eerste subband aan electronen uit de tweede subband, maar een verklaring voor het feit dat de insnoeringen alleen in een minimum van de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de tweede subband voorkomen, kan met deze theorie niet gegeven worden.

Een derde artikel waarin de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties besproken worden, komt van de hand van Fletcher et al²⁰. In dit artikel wordt geprobeerd de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties te verklaren door eerst de thermokracht te onderzoeken als functie van het magnetische veld. Fletcher heeft namelijk ook insnoeringen geconstateerd in de thermokracht. Daar deze thermokracht wordt gecreëerd door een temperatuurgradiënt over het preparaat aan te leggen, is volgens Fletcher te verwachten dat de thermokracht wordt gedomineerd door electron-fonon verstrooiing. Door nu deze thermokracht als functie van het magnetische veld te onderzoeken, verwacht hij meer te kunnen zeggen over de verschillende effecten die ontstaan door inelastische intra- en inter-Landauniveau-verstrooiing.

Fletcher verklaart de insnoeringen die hij in de thermokracht gemeten heeft, door een overgang van inelastische intra-Landauniveau-verstrooiing bij lage $kT/\hbar\omega_c$ naar inelastische inter-Landauniveau-verstrooiing bij hoge $kT/\hbar\omega_c$ aan te nemen. De insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties verklaart hij door een overgang aan te nemen van elastische intra- en inter-Landauniveau-verstrooiing bij lage $kT/\hbar\omega_c$ naar inelastische inter-Landauniveau-verstrooiing bij hoge $kT/\hbar\omega_c$.

Een eerste bezwaar tegen het artikel van Fletcher is dat het resultaat dat de Shubnikov-de Haas oscillaties gedomineerd worden door inelastische verstrooiing (door electron-fonon-verstrooiing dus) onjuist lijkt te zijn: bij de bespreking van Leadley's artikel bleek dat de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties onafhankelijk zijn van de roostertemperatuur en dus nooit verklaard kunnen worden door verstrooiingsmechanismen waarbij fononen geabsorbeerd worden. Het tweede bezwaar tegen dit artikel weegt eigenlijk nog veel zwaarder: de betrouwbaarheid van alle resultaten uit dit artikel moet in twijfel getrokken worden! Dit komt doordat Fletcher, voordat hij de metingen gaat analyseren, de metingen via een Fourieranalyse filtert en vermenigvuldigt met een factor $\sinh X/X$ (zie vergelijking 2.43 en 2.44). Het gevolg van deze vermenigvuldiging is, dat hij de metingen in de buurt van de insnoeringen geweldig opblaast. Het lijkt er op dat het signaal dat hij hierna bekijkt, bij kleine magnetische velden alleen uit versterkte ruis bestaat. Dit vermoeden wordt nog bevestigd door metingen van de thermokracht die hier zijn gedaan en die bij de magnetische velden waar Fletcher reeds insnoeringen kon constateren, nog absoluut geen oscillaties te zien gaven²⁶.

Het vierde en laatste artikel dat hier besproken zal worden, is een artikel van Schacham et al²¹. In dit artikel wordt geconstateerd dat de Shubnikov-de Haas oscillaties zijn op te delen in drie regimes als er twee subbanden bezet zijn: bij lage magnetische velden wordt een frequentie van de oscillaties gevonden die bepaald wordt door het verschil van de electronenconcentraties van de twee subbanden, bij hogere velden bestaat het signaal uit een sommatie van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband en de tweede subband en bij nog hogere magnetische velden is weer een enkele oscillatie te zien waarvan de frequentie bepaald wordt door de totale electronenconcentratie. Insnoering in Shubnikov-de Haas oscillaties vinden volgens Schacham plaats bij het magnetische veld waar de oscillaties met de verschilfrequentie overgaan in de oscillaties die bestaan uit de twee

gesommeerde signalen. Door nu de drie regimes waarin de Shubnikov-de Haas oscillaties onderverdeeld kunnen worden te verklaren, kan Schacham in feite de insnoeringen verklaren.

Hij doet dit door allereerst de weerstand ρ_{xx} te ontwikkelen naar $\Delta g_1/g_0$ en $\Delta g_2/g_0$, en vervolgens de intermodulatieterm $\Delta g_1 \Delta g_2 / g_0^2$ uit te schrijven en te vereenvoudigen. In het oscillerende gedeelte van $\sigma_{xx,i}$ en $\sigma_{xy,i}$ neemt hij hierbij verschillende fases φ_i en θ_i aan. Door deze fases in elk van de drie regimes anders te kiezen, krijgt hij voor de intermodulatieterm in alle drie de regimes de hierboven beschreven signalen. De keuze van de fases die hij hierbij maakt, is deels in overeenstemming met metingen van deze fases uit de literatuur¹⁹.

Schacham verklaart de insnoeringen dus door via de intermodulatieterm af te leiden dat in de Shubnikov-de Haas oscillaties verschillende structuren voor kunnen komen die, als ze in elkaar overgaan, voor een insnoering zorgen. Hij voert hierbij echter zomaar fasesprongen in om van het ene regime naar het andere regime te gaan, zonder ook maar enige uitleg te geven waarom de fasesprongen optreden. In feite heeft hij dus het probleem van de insnoeringen niet verklaard, maar wiskundig op een andere manier geformuleerd. Voorts heeft hij niet aangetoond dat de intermodulatieterm ook daadwerkelijk de belangrijkste term in de weerstand is en komt uit zijn artikel niets naar voren over de temperatuurafhankelijkheid van de oscillaties.

Samenvattend kan dus worden geconcludeerd dat er in de literatuur weliswaar wel verklaringen en beschrijvingen van de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties voorhanden zijn, maar dat ze allen nogal wat minpunten bezitten.

4.3. Inhomogene stroomverdelingen.

Een mogelijke verklaring voor het ontstaan van insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties zou gevonden kunnen worden door niet alleen de weerstand te bestuderen, maar ook de stroom die door het preparaat loopt. Bij het gebruik van vergelijking 3.1 wordt er namelijk altijd van uit gegaan dat de stroom die door het 2DEG loopt homogeen verdeeld is zodat een meting van de spanning ΔV_{xx} als functie van het magnetische veld automatisch informatie geeft over de weerstand $\Delta \rho_{xx}$ als functie van het magnetische veld. Uit de literatuur volgt echter dat dit helemaal niet vanzelfsprekend is: door de aanwezigheid van "localized states" en "extended states" kan er een inhomogene stroomverdeling in het 2DEG ontstaan met als gevolg dat uit de metingen van de spanning ΔV_{xx} als functie van het magnetische veld, niet automatisch de weerstand $\Delta \rho_{xx}$ als functie van het magnetische veld volgt²². Om te onderzoeken of inhomogene stroomverdelingen de oorzaak zijn van de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties, zijn daarom metingen gedaan van de Fermi-energie als functie van het magnetische veld. Uit paragraaf 3.3 volgt namelijk dat bij de Fermi-energie-metingen geen stroom door het 2DEG gestuurd hoeft te worden zodat uit de eventuele afwezigheid van insnoeringen in de Fermi-energie-metingen geconcludeerd kan worden dat inhomogene stroomverdelingen de oorzaak zijn van de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

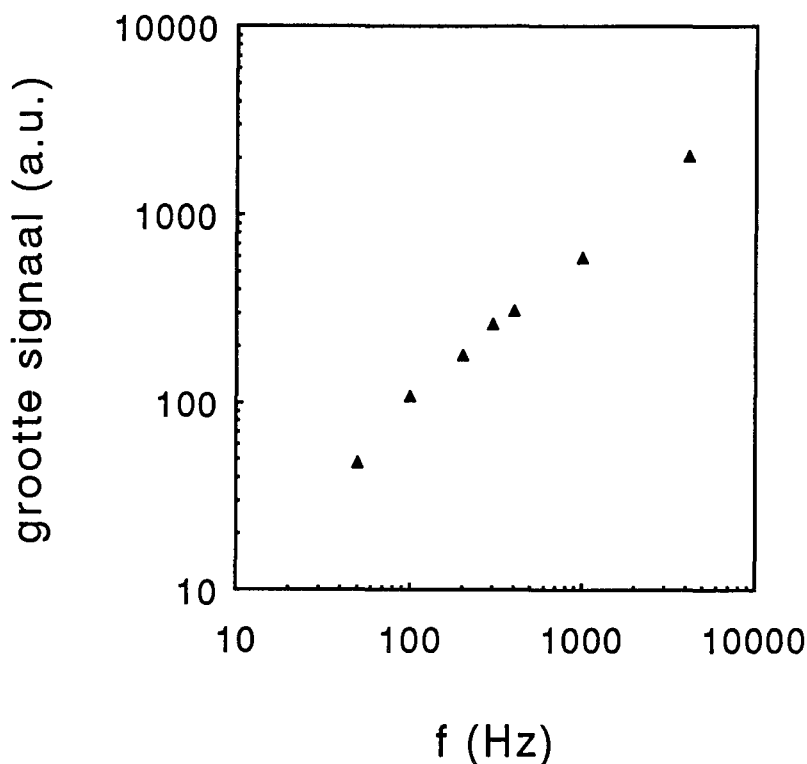
Omdat de techniek die hier gebruikt wordt om de Fermi-energie als functie van het magnetische veld te meten nieuw is, zal in het eerste deel van deze paragraaf gecontroleerd worden of de metingen van de Fermi-energie overeenstemmen met de

theoretisch berekende Fermi-energie. Vervolgens zullen in het tweede deel van deze paragraaf de metingen van de Fermi-energie in het preparaat dat insnoeringen te zien gaf in metingen van de Shubnikov-de Haas oscillaties, preparaat W207, besproken worden.

4.3.1. Vergelijking van de gemeten Fermi-energie met de berekende Fermi-energie.

Tijdens deze experimenten die gedaan werden om de metingen van de Fermi-energie te controleren op hun juistheid door ze te vergelijken met berekeningen van de Fermi-energie, is gebruik gemaakt van preparaat W199. Dit preparaat werd gebruikt omdat in dit preparaat slechts één subband bezet is, zodat het gemeten Fermi-energie-sigitaal eenvoudig geanalyseerd kan worden met vergelijking 3.7. De grootte van het modulatieveld werd bij deze metingen ingesteld op 4,8 mT.

Tijdens de metingen bleek dat de grootte van het gemeten signaal sterk afhankelijk is van de frequentie van het modulatieveld. De vorm van het signaal veranderde niet als de modulatiefrequentie veranderd werd. De frequentie-afhankelijkheid van de grootte van het signaal is opgemeten en uitgezet in figuur 4.6.



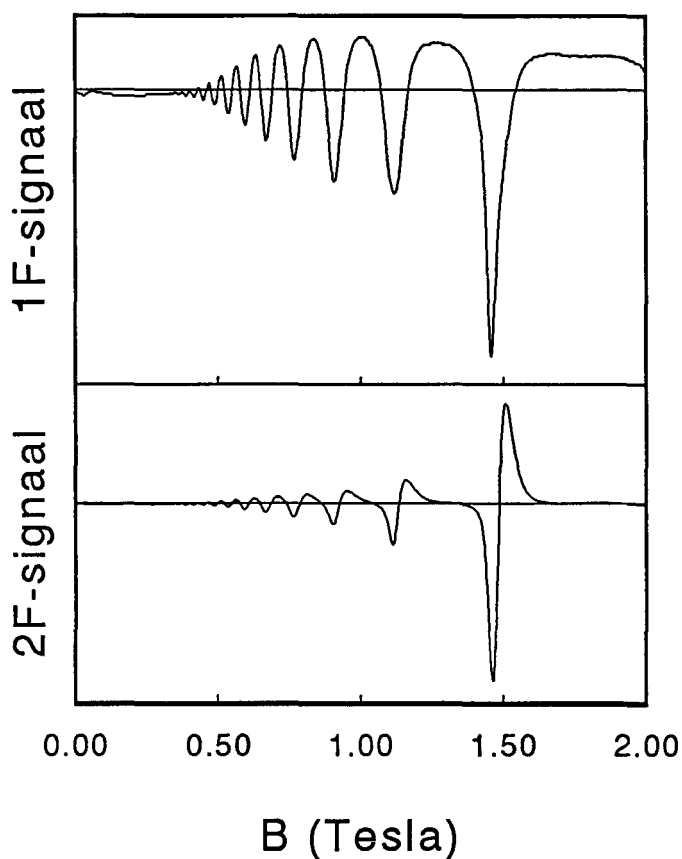
Figuur 4.6. De frequentie-afhankelijkheid van de grootte van het signaal bij de Fermi-energie-metingen.

Uit figuur 4.6 blijkt dat, omdat de helling van de grafiek ongeveer 1 is, de grootte van het signaal ongeveer evenredig toeneemt met de frequentie van het modulatieveld. Dit resultaat kan verklaard worden met het reeds in paragraaf 3.3.1.2 vermelde feit

dat het gate-2DEG systeem functioneert als een niet-ideale spanningsbron die, als er geen thermodynamisch evenwicht heerst, snel leeg zal lopen. Bij lage modulatiefrequenties heeft de niet-ideale spanningsbron namelijk meer tijd om leeg te lopen dan bij hogere modulatiefrequenties zodat de spanning die deze niet-ideale spanningsbron genereert bij lage frequenties lager zal zijn dan bij hogere frequenties. Het feit dat de vorm van het signaal niet verandert als de modulatiefrequentie veranderd wordt, kan worden toegeschreven aan de kleine capaciteit van het sample: doordat deze capaciteit klein is lekt namelijk slechts een zeer klein deel van de lading uit het 2DEG tussen de gate en het 2DEG.

In het resterende deel van deze paragraaf wordt gewerkt met een modulatiefrequentie van 10,6 Hz. Vanwege de zojuist besproken frequentie-afhankelijkheid van het signaal, zullen bij de metingen geen getalwaarden weergegeven worden maar zal er gewerkt worden met "arbitrary units" (a.u.).

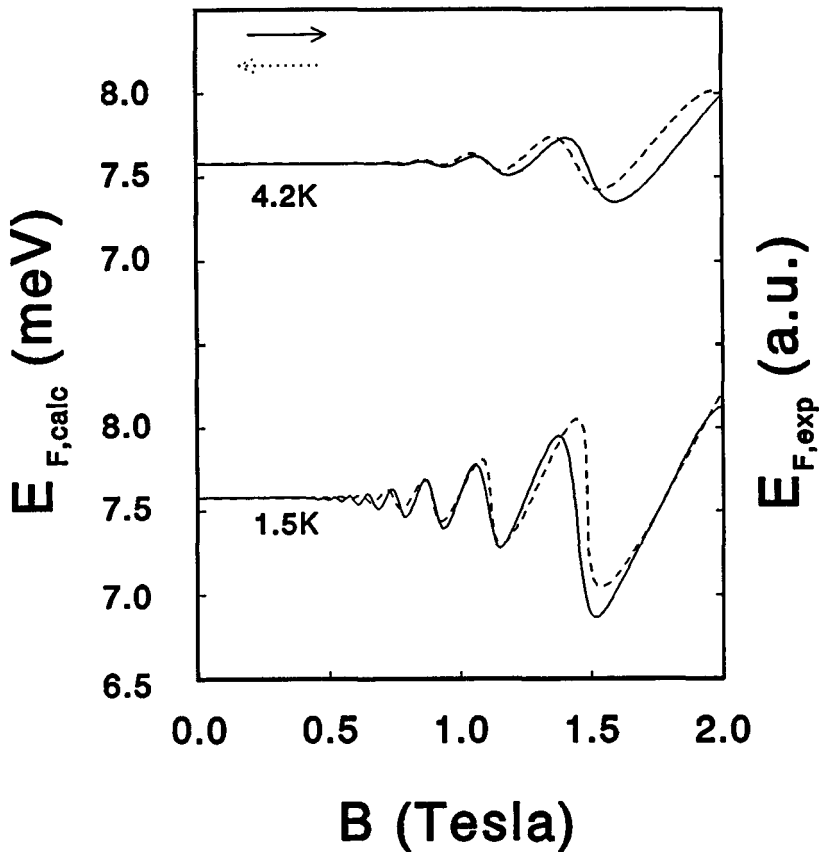
In figuur 4.7 zijn enkele typische Fermi-energie-signalen die gemeten zijn met de lock-in-versterker ingesteld op 1F en 2F, weergegeven als functie van het magnetische veld.



Figuur 4.7. Fermi-energie-signalen gemeten met de lock-in-versterker ingesteld op 1F en 2F. $T = 1,5$ K.

Uit deze figuur volgt direct dat het 2F-sig-naal een sig-naal is dat sterk lijkt op de afgeleide van het 1F-sig-naal. Om nu de gemeten signalen te kunnen vergelijken met

berekende Fermi-energie-signalen, zijn bij temperaturen van 1,5 K en 4,2 K 1F-signalen gemeten en verwerkt volgens de methode die in paragraaf 3.3.2 beschreven is. Hierbij werd aangenomen dat de $r=1$ -term uit vergelijking 3.3 de belangrijkste term is. Het resultaat is weergegeven in figuur 4.8.



Figuur 4.8. De Fermi-energie die volgt uit de metingen (doorgetrokken lijn) en de Fermi-energie die volgt uit de berekeningen (gestippelde lijn) bij 1,5 K en 4,2 K.

In deze figuur is ook de theoretische Fermi-energie bij 1,5 K en 4,2 K weergegeven zoals die volgde uit de berekeningen. Deze berekeningen zijn uitgevoerd met een oude versie van het programma ENDIF (zie appendix A). Met dit programma is de Fermi-energie zelfconsistent uitgerekend als functie van het magnetische veld door bij verschillende magnetische velden de electronenconcentratie bij een bepaalde Fermi-energie uit te rekenen, deze te vergelijken met de werkelijke electronenconcentratie die volgde uit de metingen en de Fermi-energie net zo lang aan te passen tot de berekende en de gemeten electronenconcentratie praktisch gelijk zijn. Bij deze berekeningen werd aangenomen dat de Landauniveaus Gaussisch verbreed zijn. De breedte op de halve hoogte van de Landauniveaus werd hierbij afgeleid uit de quantummobilititeit, die volgde uit de transportmobilititeit die bekend is ($\mu_t = 80 \text{ m}^2/\text{Vs}$)¹⁰. Dit leverde via de formule $\Gamma = e\hbar/2m^*\mu_q$ een breedte van 0,8 meV. Uit figuur 4.8 volgt dat de Fermi-energie die volgde uit de metingen redelijk goed

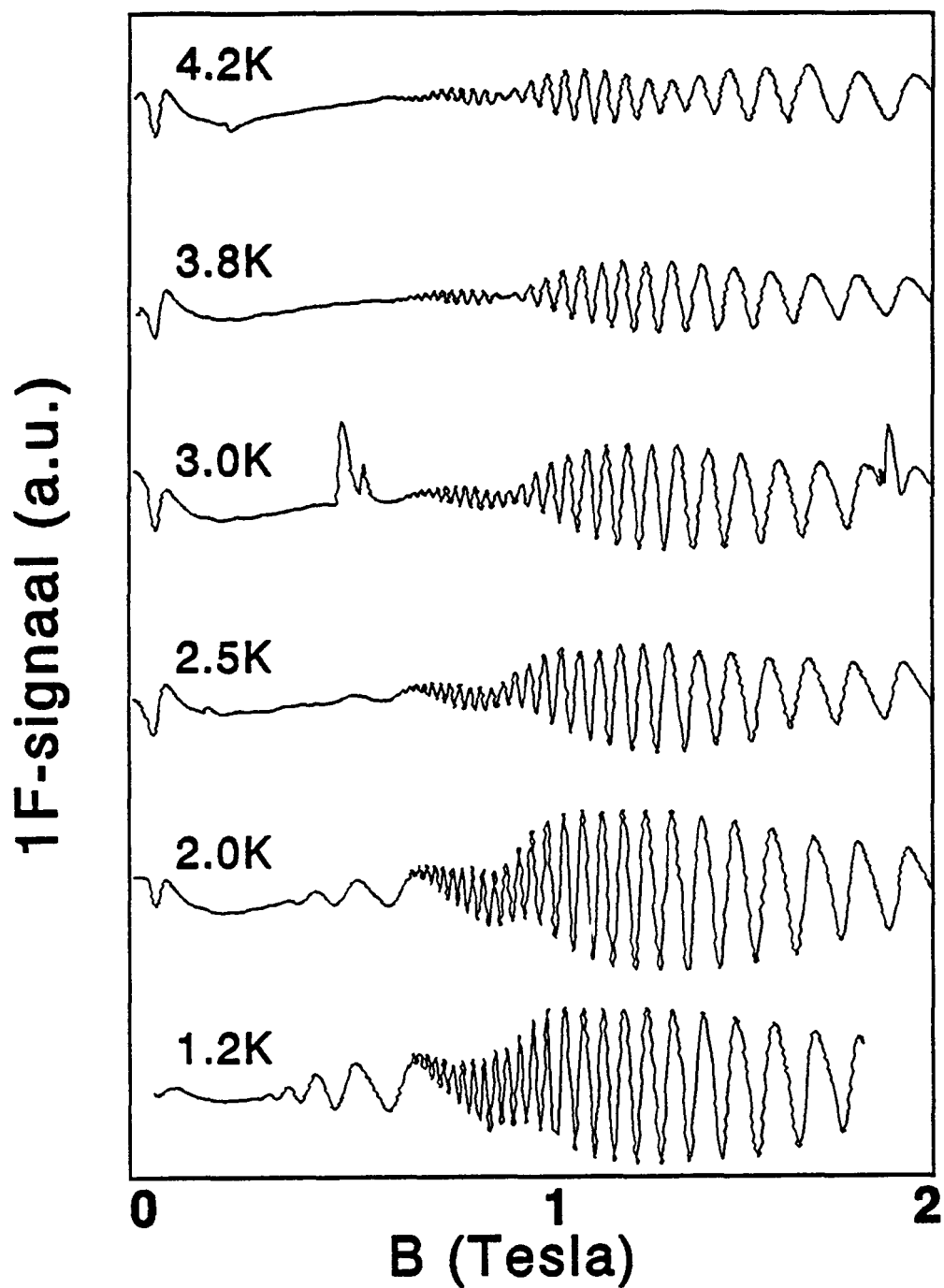
overeenstemt met de Fermi-energie die volgde uit de berekeningen. Bij hogere magneetvelden treden afwijkingen van het berekende signaal op die zijn toe te schrijven aan hogere orde termen die bij hogere magneetvelden belangrijker worden en waar geen rekening mee is gehouden bij de verwerking van het gemeten signaal. Samenvattend kan geconcludeerd worden dat de techniek die hier gebruikt wordt om de Fermi-energie te meten als functie van het magnetische veld, ook inderdaad informatie over de Fermi-energie als functie van het magnetische veld levert.

4.3.2. Fermi-energie-metingen bij preparaat W207.

Nu bekend is dat de techniek die in paragraaf 3.3 beschreven is om de Fermi-energie te meten inderdaad betrouwbaar is, kunnen er Fermi-energie-metingen als functie van het magnetische veld gedaan worden bij preparaat W207. Deze metingen zijn gedaan door de lock-in-versterker in te stellen op 1F. De resultaten bij verschillende temperaturen zijn weergegeven in figuur 4.9.

Uit figuur 4.9 volgt dat net als in de Shubnikov-de Haas oscillaties ook in de Fermi-energie een insnoering te zien zal zijn bij een magnetisch veld van 0,9 T als de tweede subband gevuld is. De insnoering in de Fermi-energie-oscillaties vertoont hetzelfde gedrag als de insnoering in de Shubnikov-de Haas oscillaties van figuur 4.1: hij verdwijnt bij lagere temperaturen. Er zijn echter ook verschillen te ontdekken tussen figuur 4.1 en figuur 4.9. Bij lagere magnetische velden zijn namelijk in figuur 4.9 geen insnoeringen meer te zien. Dit komt echter doordat bij lage magnetische velden bij de metingen van de Fermi-energie te weinig oscillaties van de eerste subband zichtbaar zijn. Een ander verschil tussen figuur 4.1 en figuur 4.9 is dat het signaal van de tweede subband de Fermi-energie-metingen domineert bij lage magnetische velden en temperaturen. Dit komt doordat de Besselfunctie $J_1(r\alpha)$ bij deze magnetische velden groter is voor de tweede subband dan voor de eerste subband zodat uit vergelijking 3.7 volgt dat het signaal ten gevolge van de electronen uit de tweede subband opgeblazen wordt ten opzichte van het signaal ten gevolge van de electronen uit de eerste subband.

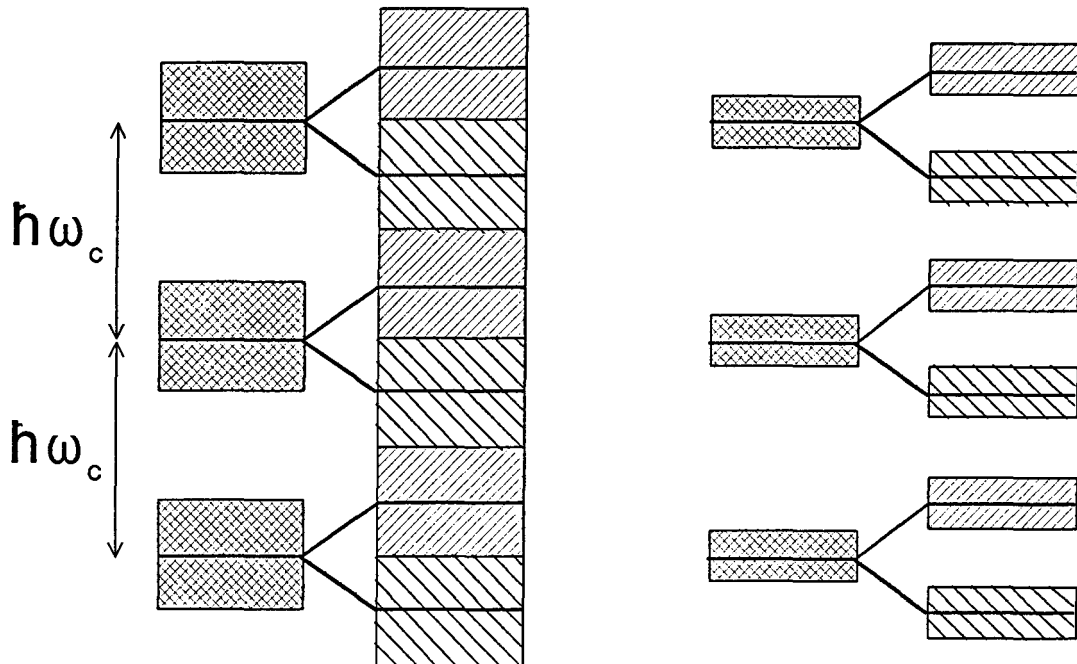
Uit deze resultaten kan dus geconcludeerd worden dat de insnoeringen in de Fermi-energie eenzelfde gedrag vertonen als de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties. Hieruit volgt dat de insnoeringen die in de Shubnikov-de Haas oscillaties gezien waren, niet verklaard kunnen worden door aan te nemen dat er sprake is van een inhomogene stroomverdeling in het 2DEG.



Figuur 4.9. Het gemeten $1F$ -signaal van de Fermi-energie-metingen in preparaat W207 bij verschillende temperaturen.

4.4. Enhanced spin-splitting.

Een ander mogelijk mechanisme waarmee de insnoeringen en de extra structuren die ontstaan als een gelijkstroom door het preparaat gestuurd wordt, verklaard zouden kunnen worden, zou een sterke spinopsplitsing van de Landauniveaus kunnen zijn. Dit kan duidelijk gemaakt worden aan de hand van een schematisch plaatje van enkele energieniveaus uit de eerste subband waarin rekening is gehouden met de verbreding van de niveaus. In figuur 4.10 is dit plaatje voor enkele situaties weergegeven.

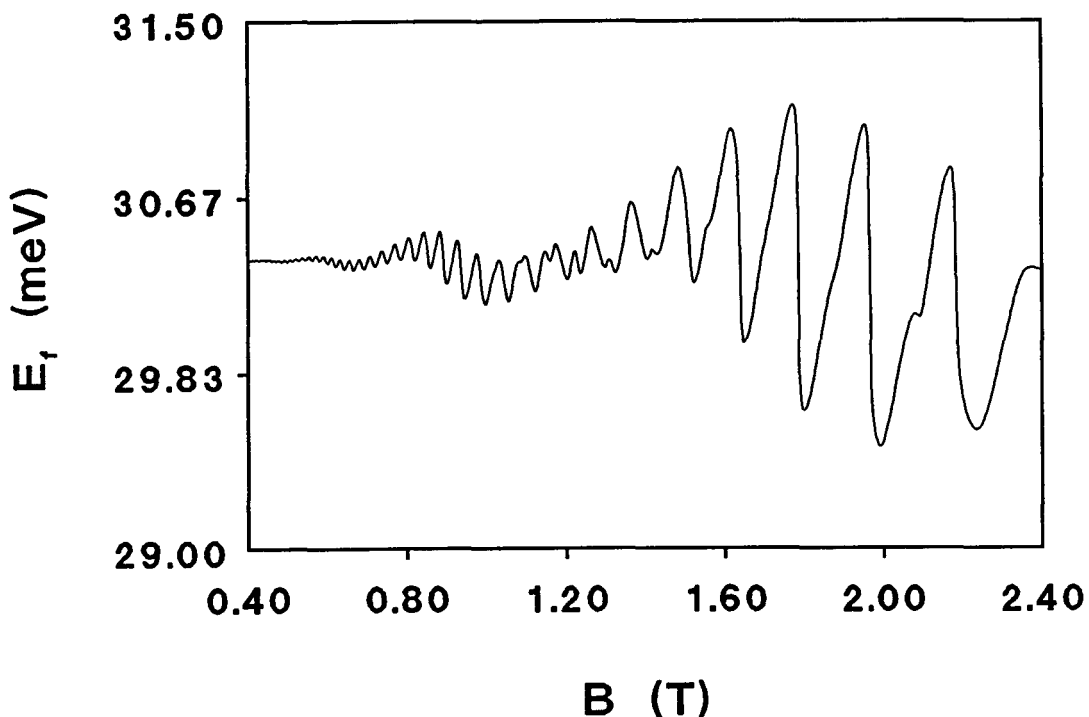


Figuur 4.10. Sterke spinsplitsing van enkele Landauniveaus. De arceringen geven de verbreding van de niveaus aan. Links is de verbreding zodanig dat er door de sterke spinsplitsing een insnoering ontstaat, rechts is de verbreding zodanig dat er door de sterke spinsplitsing een frequentieverdubbeling ontstaat.

Helemaal links in de twee plaatjes van figuur 4.10 is de situatie weergegeven dat er geen spinsplitsing is. Hier worden dus "normale" Shubnikov-de Haas oscillaties verwacht. Rechts in de twee plaatjes zijn de niveaus wel sterk opgesplitst. In het linkse plaatje is de niveaubreedte zodanig dat de niveaus elkaar allemaal net zullen overlappen bij sterke spinplitsing zodat er een min of meer vlakke toestandsdichtheid zal ontstaan. Het gevolg van de spinsplitsing is hier dus dat de Shubnikov-de Haas oscillaties zullen insnoeren. In het rechtse plaatje is een andere situatie getekend die kan ontstaan bij een sterke spinsplitsing: de breedte van de niveaus is hier zodanig dat bij sterke spinsplitsing de niveaus allemaal zover uit elkaar liggen dat de toestandsdichtheid twee keer zoveel oscillaties vertoont. In deze situatie zal als gevolg van de sterke spinsplitsing een soort dubbele frequentie optreden in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

De sterke spinsplitsing, ook wel "enhanced spin-splitting" genoemd, kan met behulp van de theorie over de effectieve Landé-factor uit paragraaf 2.4.2 aannemelijk gemaakt worden.

Om de invloed van "enhanced spin-splitting" te kunnen bestuderen, zijn met het programma ENDIF berekeningen gedaan van de Fermi-energie E_f als functie van het magnetische veld. Zoals in paragraaf 4.3.1 reeds beschreven werd, wordt met dit programma de Fermi-energie zelfconsistent uitgerekend door bij verschillende magnetische velden de electronenconcentratie bij een bepaalde Fermi-energie uit te rekenen, deze te vergelijken met een meegegeven electronenconcentratie en de Fermi-energie net zo lang aan te passen totdat de berekende en de meegegeven electronenconcentratie praktisch gelijk zijn. De invloed van "enhanced spin-splitting" is in dit programma meebeschouwd door een extra loop in te bouwen, waarmee de effectieve Landé-factor zelfconsistent bepaald wordt. Dit gebeurt door aan te nemen dat de effectieve Landé-factor evenredig is met het aantal electronen met spin up minus het aantal electronen met spin down (zie vergelijking 2.40). Er zijn hier geen berekeningen gedaan van de oscillaties in de weerstand omdat er geen goede, eenvoudige formule voorhanden is om de weerstand uit de Fermi-energie te bepalen. Een studie naar effecten in de Fermi-energie is echter voldoende omdat in de metingen van de Fermi-energie als functie van het magnetische veld ook insnoeringen aanwezig bleken te zijn (zie paragraaf 4.3.2). In appendix A is een listing weergegeven van het programma ENDIF. Voor meer inzicht in de formules die in dit programma een rol spelen, wordt verwezen naar het afstudeerverslag van Assink²³. Een typisch resultaat van de berekeningen die met behulp van het programma ENDIF verkregen zijn, is weergegeven in figuur 4.11.

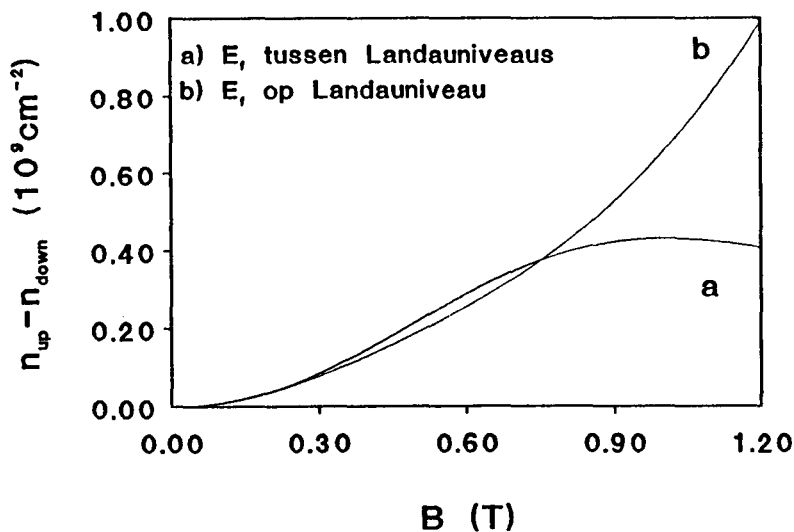


*Figuur 4.11. De berekende Fermi-energie met "enhanced spin-splitting" als functie van het magnetische veld.
 $n_{tot} = 9,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$; $T = 2 \text{ K}$; $E_{ex} = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ meVcm}^2$.*

Uit deze figuur blijkt dat bij een exchangeparameter E_{ex} die $2,2 \cdot 10^{11} \text{ meVcm}^2$ bedraagt, de spinsplitsing duidelijk zichtbaar is. De Fermi-energie is ook uitgerekend bij kleinere waarden van E_{ex} , maar deze berekeningen leverden geen duidelijk

zichtbare invloed van de spinsplitsing op de oscillaties in de Fermi-energie op. Om te weten te komen of $2,2 \cdot 10^{-11} \text{ meVcm}^2$ een realistische waarde van de exchangeparameter is, is in de literatuur gezocht naar gemeten waarden voor deze parameter. In een artikel van Englert et al¹⁷ is een waarde voor deze parameter gevonden: Englert stelde vast dat bij een waarde van $1,12 \cdot 10^{-11} \text{ meVcm}^2$ voor de exchangeparameter, zijn metingen goed gereproduceerd werden. Deze waarde is slechts twee maal zo klein als de waarde die in figuur 4.11 meegenomen is. Voorlopig lijkt "enhanced spin-splitting" dan ook nog een mogelijk mechanisme te zijn om de verschijnselen te verklaren.

Zoals in paragraaf 4.1 reeds is vermeld, zijn de insnoeringen alleen geconstateerd op minima in de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband. Dit betekent dat als "enhanced spin-splitting" het mechanisme is waarmee de waargenomen verschijnselen verklaard kunnen worden, de spinsplitsing duidelijk groter moet zijn in de situatie dat de Fermi-energie tussen twee Landauniveaus van de tweede subband in ligt dan in de situatie dat de Fermi-energie op een Landauniveau van de tweede subband ligt. Uit vergelijking 2.40 volgt dat dit betekent dat in de eerste situatie het verschil tussen het aantal electronen uit de tweede subband met spin up en het aantal electronen uit de tweede subband met spin down, duidelijk groter moet zijn dan in de tweede situatie. Dit verschil, $(n_{\uparrow} - n_{\downarrow})$ ten gevolge van electronen uit de tweede subband, is bestudeerd door eenvoudigweg twee verbrede, spin-gesplitste Landauniveaus te nemen en met vergelijking 2.40 het verschil $(n_{\uparrow} - n_{\downarrow})$ als functie van het magnetische veld, zelfconsistent uit te rekenen. Dit is bij verschillende parameterinstellingen (temperatuur, exchange-parameter, niveauverbreding) gedaan voor de twee bovengenoemde situaties door in de ene situatie het Fermi-niveau midden tussen de twee Landauniveaus in te leggen en in de andere situatie het Fermi-niveau precies midden op een (spin-gesplitst) Landau-niveau te leggen. Een typisch resultaat van deze berekeningen is weergegeven in figuur 4.12.



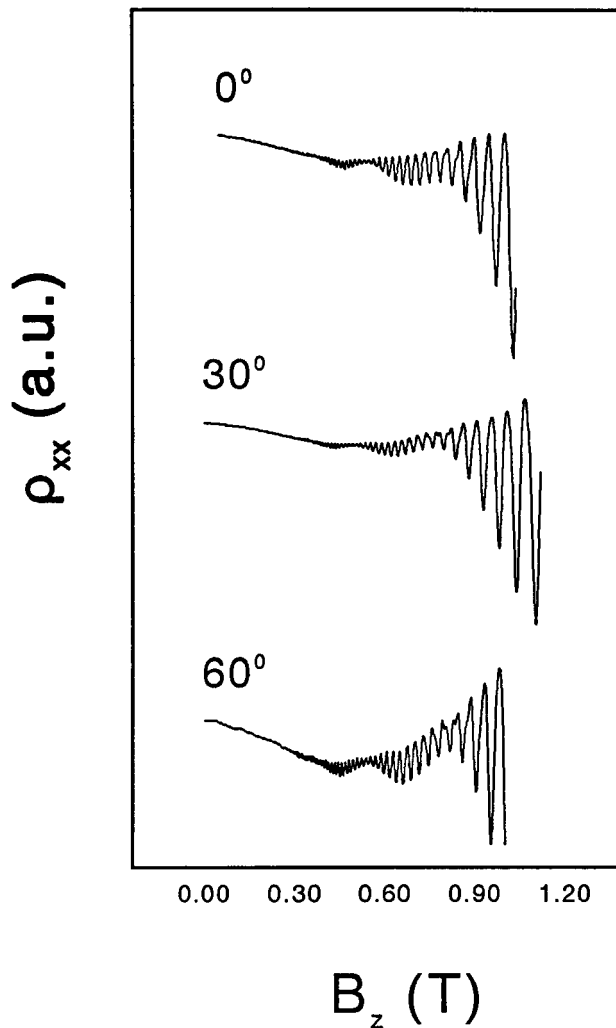
Figuur 4.12. De (zelfconsistente) $(n_{\uparrow} - n_{\downarrow})$ van de tweede subband die een maat is voor de spinsplitsing. Dit is uitgerekend in de situatie dat E_f op een Landauniveau van de tweede subband ligt en in de situatie dat E_f precies tussen twee Landauniveaus van de tweede subband in ligt.

Uit deze figuur blijkt dat de spinsplitsing in de situatie dat het Fermi-niveau tussen twee Landau-niveaus van de tweede subband in ligt, in ieder geval niet significant groter is dan in de situatie dat het Fermi-niveau op een Landau-niveau van de tweede subband ligt. Hieruit kan dus geconcludeerd worden dat de insnoeringen die op een minimum van de Shubnikov-de Haas oscillaties ten gevolge van de elektronen uit de tweede subband liggen, niet verklaard kunnen worden met "enhanced spin-splitting".

Deze conclusie is nog bevestigd met een experiment:

Uit de theorie van paragraaf 2.4 volgde dat de opsplitsing in Landau-niveaus alleen afhankelijk is van de component van het magnetische veld die loodrecht staat op het 2DEG, terwijl de spinsplitsing ook nog afhankelijk is van het totale magnetische veld. Als de spin van belang zou zijn om de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties te verklaren, zou dit betekenen dat de insnoeringen zouden moeten veranderen als er een magnetisch veld evenwijdig aan het 2DEG wordt aangelegd omdat het totale magnetische veld dan verandert. Er zijn magnetische velden evenwijdig aan het 2DEG aangelegd door het 2DEG ten opzichte van het totale magnetische veld te draaien over hoeken van 30° en 60° . De Shubnikov-de Haas oscillaties zijn bij deze hoeken opgenomen en, samen met de Shubnikov-de Haas oscillaties in de situatie van een loodrecht magnetisch veld op het 2DEG, uitgezet in figuur 4.13 als functie van het loodrechte magnetische veld.

Een vergelijking tussen deze drie Shubnikov-de Haas metingen in figuur 4.13, levert geen onderlinge verschillen op. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de insnoeringen niets met een versterkte spinsplitsing te maken hebben.



Figuur 4.13. De gemeten Shubnikov-de Haas oscillaties bij verschillende hoeken tussen het magnetische veld en het 2DEG als functie van het loodrechte magnetische veld.

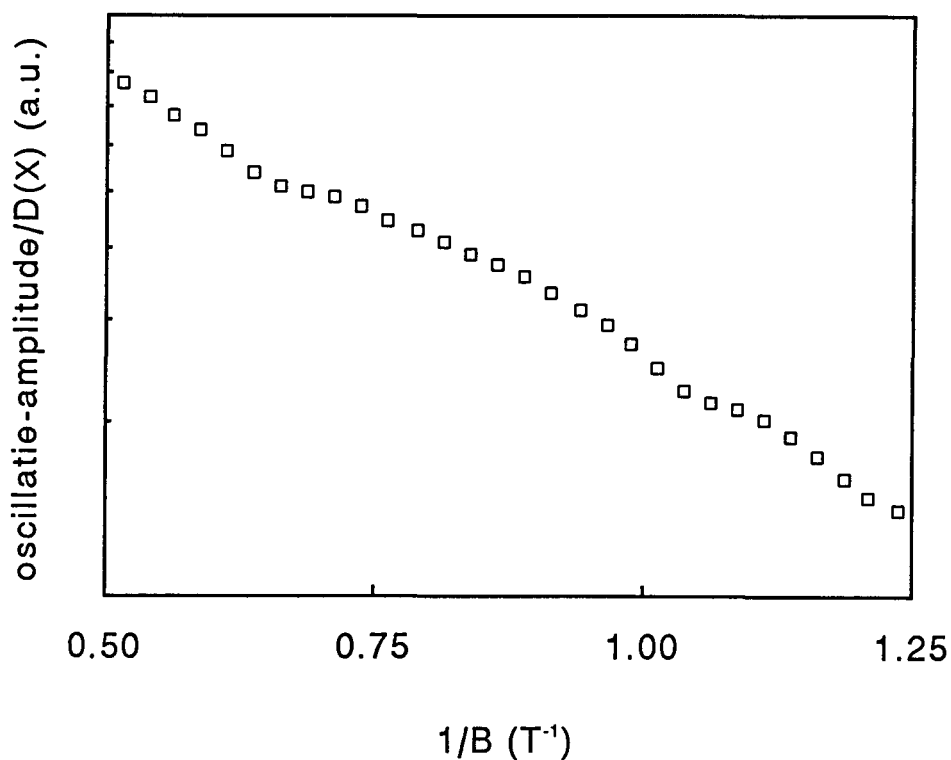
4.5. Intersubband scattering.

Hoewel Coleridge reeds verklaarde dat de insnoeringen niet veroorzaakt kunnen worden door intersubband scattering⁷, lijkt het toch nuttig de invloed van deze zogenaamde intersubband-verstrooiing nader te bestuderen. Hiervoor zijn twee redenen aan te voeren.

De eerste reden is dat door de intersubband-verstrooiingsterm maar groot genoeg te nemen, het mogelijk wordt te verklaren waarom insnoeringen alleen in een minimum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband geconstateerd zijn. De intersubband-verstrooiingsterm kan namelijk geschreven worden als een integraal over de energie van het product van de toestandsdichtheid van de eerste subband en de toestandsdichtheid van de tweede subband en zorgt zo voor een bijdrage tot ρ_{xx} die als functie van het magnetische veld oscilleert. Deze oscillerende

bijdrage tot ρ_{xx} die als functie van het magnetische veld oscilleert. Deze oscillerende bijdrage is, als er sprake is van een maximum in de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband (Fermivolume op een Landaniveau van de tweede subband), in fase met de oscillaties in ρ_{xx} ten gevolge van de eerste subband. Het gevolg hiervan is dat de oscillaties ten gevolge van de electronen uit de eerste subband niet zullen insnoeren als er sprake is van een maximum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband. In een minimum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband, is de situatie anders. Hier ligt het Fermivolume tussen twee Landaniveaus van de tweede subband in zodat de intersubband-verstrooiingsterm uit fase met de oscillaties in ρ_{xx} kan raken. Het gevolg is dus dat de Shubnikov-de Haas oscillaties wel zouden kunnen insnoeren in een minimum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband als de intersubband-verstrooiingsterm maar groot genoeg genomen wordt.

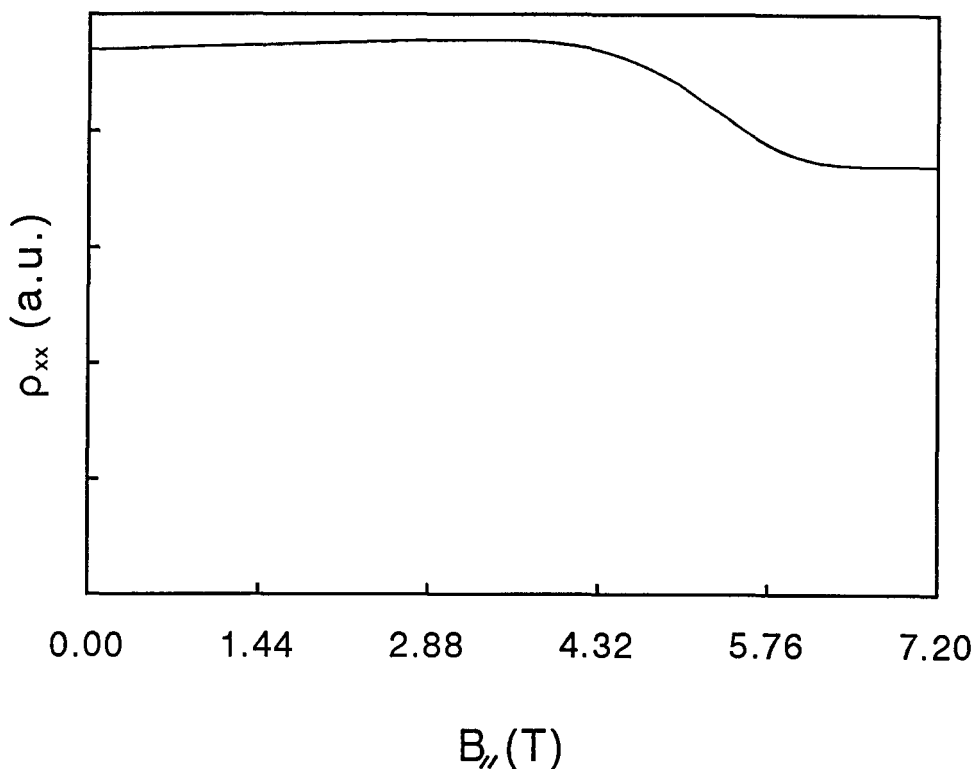
De tweede reden waarom het nuttig is de invloed van intersubband-verstrooiing te bestuderen, is dat Shubnikov-de Haas metingen aan preparaten met lagere transportmobiliteiten, zoals bijvoorbeeld preparaat W38, niet perfect gesimuleerd kunnen worden door de theorie uit paragraaf 2.6. Dit wordt direct duidelijk als met behulp van de Shubnikov-de Haas metingen aan preparaat W38, een Dingle-plot (zie paragraaf 3.2.2) van de eerste subband gemaakt wordt (zie figuur 4.14).



Figuur 4.14. Dingle-plot van de eerste subband bij preparaat W38. $T = 1,1$ K.

Uit figuur 4.14 blijkt dat de Dingle-plot van de eerste subband bij preparaat W38 een lichte slingingering vertoont. Aan de hand van formule 2.51 werd echter verwacht dat de Dingle-plot recht was. Door nu intersubband-verstrooiing mee te beschouwen in de theorie, zou de slingingering in de Dingle-plot mogelijk gesimuleerd kunnen worden.

Om te meten hoe belangrijk intersubband-verstrooiing in preparaat W207 is, is de weerstand ρ_{xx} gemeten als functie van het magnetische veld dat evenwijdig werd aangelegd aan het 2DEG⁹. Door namelijk het magnetische veld dat zich evenwijdig aan het 2DEG bevindt te vergroten, verandert de vorm van de put en schuift de tweede subband omhoog. Op het moment dat de tweede subband leeg raakt, zal intersubband-verstrooiing geen rol meer spelen. Het resultaat van deze meting is weergegeven in figuur 4.15.



Figuur 4.15. De weerstand ρ_{xx} als functie van het magnetische veld B_{\parallel} dat evenwijdig aan het 2DEG wordt aangelegd.

Uit deze figuur blijkt dat bij een magnetisch veld B_{\parallel} van ongeveer 5 T, de weerstand plotseling afneemt. Dit is een gevolg van het leegraken van de tweede subband waardoor de intersubband-verstrooiingsbijdrage in de weerstand, verdwijnt. Uit de grootte van de stap in de weerstand ten opzichte van de grootte van de totale weerstand uit figuur 4.15, volgt hoe sterk de intersubband-verstrooiingsbijdrage ongeveer is: intersubband-verstrooiing neemt ongeveer 20% van de totale verstrooiing voor zijn rekening. Hoewel de meting uit figuur 4.15 gedaan is zonder dat er een loodrecht magneetveld aanwezig was (er was dus geen opsplitsing in Landauniveaus), lijkt hieruit met behulp van het artikel van Coleridge toch te volgen dat insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties inderdaad niet verklaard kunnen worden met behulp van intersubband-verstrooiing: om insnoeringen met behulp van intersubband-verstrooiing te kunnen verklaren moet deze namelijk meer dan 50% van de totale verstrooiing vormen⁷.

Ondanks dat insnoeringen dus niet met behulp van intersubband-verstrooiing verklaard kunnen worden, zou, zoals hierboven reeds is opgemerkt, intersubband-verstrooiing toch nuttig kunnen zijn bij de beschrijving van Shubnikov-de Haas oscillaties in preparaten met lage mobiliteiten. Om dit te bestuderen is geprobeerd Shubnikov-de Haas oscillaties die gemeten zijn in preparaat W38, te simuleren. Dit is gedaan door eerst de weerstand ρ_{xx} voor dit preparaat te berekenen zonder intersubband-verstrooiing. Dit resultaat is, samen met het gemeten signaal bij een temperatuur van 1,1 K, weergegeven in figuur 4.16. Vervolgens is intersubband-verstrooiing meebeschoofd door dit signaal te vermenigvuldigen met een term die de intersubband-verstrooiing vertegenwoordigt en die er uit ziet als

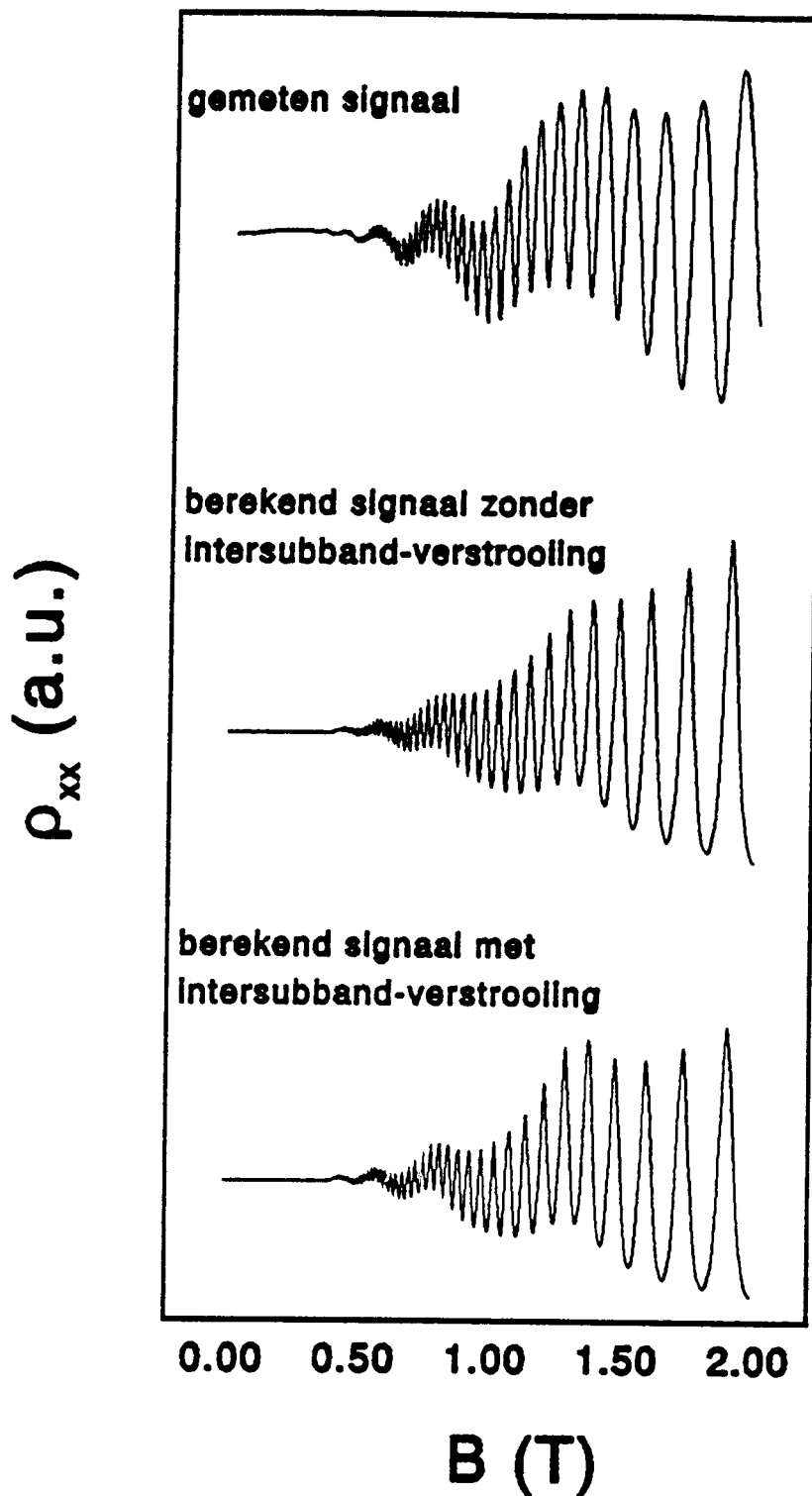
$$1 + \alpha \int_0^{\infty} f(E)(1-f(E))n_{01} \left(1 + \frac{\Delta g_1(E)}{g_0}\right) n_{02} \left(1 + \frac{\Delta g_2(E)}{g_0}\right) dE. \quad (4.1)$$

In deze vergelijking is α een onbekende evenredigheidsfactor en geven n_{01} en n_{02} de electronendichtheid in de eerste en de tweede subband weer als er geen magnetisch veld aanwezig is.

Dit signaal is berekend voor verschillende sterkten van de intersubband-verstrooiing, door de evenredigheidsfactor α te variëren. Het berekende signaal dat de beste gelijkenis vertoonde met de gemeten Shubnikov-de Haas oscillaties, is ook weergegeven in figuur 4.16.

Uit figuur 4.16 blijkt dat het berekende signaal niet goed lijkt op het gemeten signaal als er geen intersubband-verstrooiing wordt meegenomen in de berekeningen. Als er echter wel intersubband-verstrooiing meebeschoofd wordt, blijkt het berekende signaal meer dezelfde vorm te krijgen als het gemeten signaal. Ook uit de Dingle-plots van de berekende signalen, die hier overigens niet zijn weergegeven, bleek dat om de gemeten signalen redelijk te kunnen simuleren, intersubband-verstrooiing nodig is: toen geen intersubband-verstrooiing werd meegenomen in de berekeningen, gaf de Dingle-plot van het berekende signaal een rechte lijn te zien, met intersubband-verstrooiing gaf de Dingle-plot van het berekende signaal een slingering in deze lijn te zien zodat de Dingle-plot in deze situatie wel sterk leek op de Dingle-plot van het gemeten signaal uit figuur 4.14. Het aandeel van de intersubband-verstrooiing in de totale verstrooiing dat nodig is om het berekende signaal redelijk goed te laten lijken op het gemeten signaal, is in figuur 4.16 ruim 10%.

Samenvattend kan gesteld worden dat, hoewel insnoeringen niet verklaard kunnen worden met behulp van intersubband-verstrooiing, het meebeschooven van intersubband-verstrooiing toch belangrijk is bij de beschrijving van de Shubnikov-de Haas oscillaties: het aandeel van de intersubband-verstrooiing in de totale verstrooiing is ongeveer 10 à 20%.



Figuur 4.16. Het gemeten signaal in preparaat W38 en de berekende signalen in de gevallen dat er wel en dat er geen intersubband-verstrooiing wordt meebeschoofd. Door intersubband-verstrooiing mee te beschouwen kan het gemeten signaal beter gesimuleerd worden.

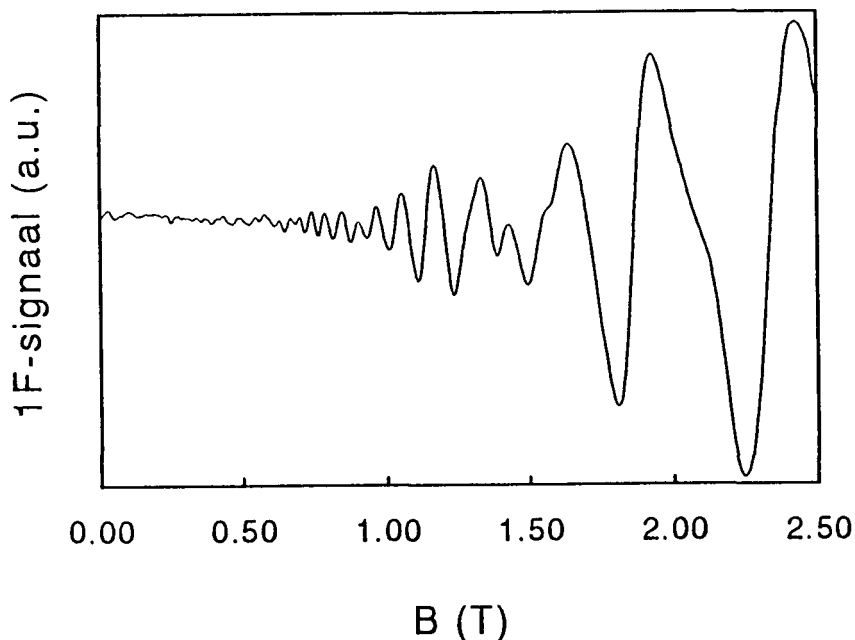
4.6. Inhomogeniteiten.

Een mogelijke verklaring voor het ontstaan van insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties die nog niet bestudeerd is, zou gevormd kunnen worden door de aanwezigheid van inhomogeniteiten in het sample. Uit de metingen volgen namelijk direct twee aanwijzingen dat er inhomogeniteiten in het sample aanwezig zouden kunnen zijn:

- 1) Bij hoge magnetische velden worden pieken in de Shubnikov-de Haas oscillaties gevonden die gesplitst zijn in drie deelpieken: twee pieken kunnen verklaard worden met spinsplitsing die bij deze magnetische velden belangrijk wordt, de derde piek zou het gevolg kunnen zijn van inhomogeniteiten in het sample.
- 2) De gemeten mobiliteit van de tweede subband is een factor tien lager dan de mobiliteit die uit berekeningen volgt. De extra verstrooiing die de electronen ondervinden, zou afkomstig kunnen zijn van de inhomogeniteiten.

De inhomogeniteiten kunnen gevormd worden door bijvoorbeeld variaties in de spacerdikte, de donorconcentratie of de acceptorconcentratie.

Om te onderzoeken of inhomogeniteiten ook echt insnoeringen kunnen veroorzaken, is preparaat W199 (dit is een preparaat met één gevulde subband) inhomogeen gemaakt door de helft van dit preparaat te bedekken met een gate. Door de aanwezigheid van een gate wordt namelijk de bandstructuur veranderd zodat, net zoals bij inhomogeniteiten het geval is, de bandstructuur en dus ook de ligging van het eerste energieniveau niet overal in het sample gelijk is. De Shubnikov-de Haas oscillaties die met dit sample gemeten zijn, zijn weergegeven in figuur 4.17. Deze meting is uitgevoerd met behulp van een gemoduleerd magnetisch veld om zodoende een hogere gevoeligheid en dus meer oscillaties te creëren bij lage velden.



Figuur 4.17. Het 1F-sigitaal dat volgt uit een meting van de Shubnikov-de Haas oscillaties in een preparaat dat kunstmatig inhomogeen is gemaakt. Bij deze meting is gebruik gemaakt van een modulatietechniek.

Uit deze figuur volgt dat door inhomogeniteiten aan te brengen, er inderdaad insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties gecreëerd kunnen worden.

In paragraaf 4.1 werd geconstateerd dat er voldaan moest zijn aan drie voorwaarden om een insnoering te zien verschijnen:

- 1) De tweede subband moet gevuld zijn.
- 2) Insnoeringen treden alleen op als er sprake is van een minimum in de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband.
- 3) Het magnetische veld waar de insnoeringen voorkomen neemt bij toenemende temperaturen toe volgens de relatie $kT \sim \hbar\omega_c$.

Om met inhomogeniteiten insnoeringen te kunnen verklaren die aan alle drie de bovengenoemde voorwaarden voldoen, zal er een aantal aannamen gemaakt moeten worden. Deze aannamen zullen nu eerst worden gegeven zonder ze te rechtvaardigen. Nadat besproken is hoe met deze aannamen de insnoeringen verklaard kunnen worden, zal aan het eind van deze paragraaf een poging gedaan worden deze aannamen te rechtvaardigen.

De aannamen die gemaakt moeten worden om de insnoeringen te kunnen verklaren met behulp van inhomogeniteiten, zijn:

- 1) De inhomogeniteit is te beschrijven door twee gebieden te onderscheiden met verschillende bandstructuur. Dit verschil in de bandstructuur is zodanig dat in het ene gebied de tweede subband wel bezet is (gebied a), terwijl in het andere gebied de tweede subband niet bezet is (gebied b).
- 2) De electronenconcentraties zijn in beide gebieden gelijk: $n_a = n_b$.
- 3) De niveauverbreding in het gebied waar de tweede subband wel bezet is (gebied a), is groter dan de niveauverbreding in het gebied waar de tweede subband niet bezet is (gebied b): $\Gamma_{a,1} > \Gamma_{b,1}$.

Om te controleren of de insnoeringen met deze drie aannamen verklaard kunnen worden, zal puntsgewijs gecontroleerd worden of, met behulp van deze aannamen, aan alle drie de voorwaarden voor de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties, voldaan kan worden.

Uit de eerste aanname volgt direct dat aan de eerste voorwaarde voldaan wordt. Deze voorwaarde is ook in overeenstemming met de tweede aanname. Als in beide gebieden namelijk alleen de eerste subband gevuld is, zal als gevolg van de tweede aanname de electronenconcentratie in de eerste subband voor beide gebieden gelijk zijn. Hieruit volgt direct dat in deze situatie de Landaniveaus van de eerste subband in beide gebieden gelijk zullen liggen zodat ten gevolge van deze aanname nooit insnoeringen kunnen ontstaan als alleen de eerste subband bezet is.

De tweede voorwaarde kan worden gecontroleerd met behulp van een eenvoudige signaalanalyse. Als namelijk wordt aangenomen dat de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband geschreven kunnen worden als een sommatie van de signalen uit gebied a en gebied b, volgt voor de oscillaties ten gevolge van de electronen uit de eerste subband

$$\cos f_{a,1} + \cos f_{b,1} = 2 \cos \frac{1}{2}(f_{a,1} + f_{b,1}) \cos \frac{1}{2}(f_{a,1} - f_{b,1}). \quad (4.2)$$

In deze vergelijking geven de termen $f_{a,1}$ en $f_{b,1}$ de fase weer van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband in gebied a en gebied b. De fase is evenredig met het quotiënt van de electronendichtheid (in de desbetreffende subband en in het desbetreffende gebied) en het magnetische veld. De cosinus-termen zijn in deze vergelijking geschreven zonder de voorfactoren die wel in vergelijking 2.43 voorkomen. Dit is hier gedaan omdat er van uit gegaan wordt dat, door aan de derde voorwaarde te voldoen, de voorfactoren voor de twee termen gelijk zullen worden. Dit zal verderop nog uitgebreid worden besproken.

Uit vergelijking 4.2 volgt dat er door het onderscheid dat gemaakt is tussen twee gebieden die beiden een snelle oscillatie in de weerstand ten gevolge van electronen uit de eerste subband veroorzaken, een snelle oscillatie ontstaat die gemoduleerd wordt door een langzaam oscillerende term, de term $\cos \frac{1}{2}(f_{a,1} - f_{b,1})$. Deze langzaam oscillerende term zorgt voor insnoeringen als hij nul wordt. Op deze insnoeringen geldt dus voor de fase

$$f_{a,1} - f_{b,1} = (2k+1)\pi. \quad (4.3)$$

In deze vergelijking geeft k een geheel getal weer.

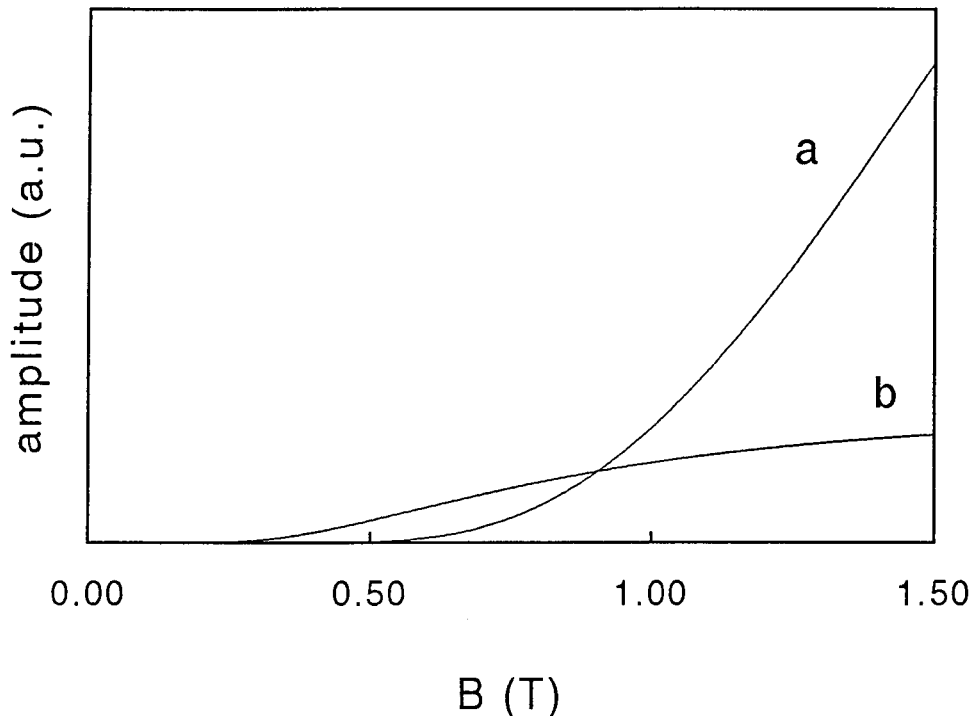
De minima van de tweede subband kunnen gevonden worden uit de minima van de term $\cos f_{a,2}$. Op deze minima geldt dat $f_{a,2}$ gelijk is aan $(2k+1)\pi$ (k is weer een geheel getal).

Door nu eerst nog eens de tweede aanname, dat is $n_a = n_b$ oftewel $f_a = f_b$, te bekijken, volgt samen met de eerste aanname dat deze herschreven kan worden tot $f_{a,1} + f_{a,2} = f_{b,1}$. Door in de fasen die horen bij de minima van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband nu $f_{a,2}$ te vervangen door $f_{b,1} - f_{a,1}$, volgt nu dat de fasen waar minima in de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband ontstaan, gelijk zijn aan de fasen waar volgens vergelijking 4.3 insnoeringen te verwachten zijn. Samenvattend kan dus gezegd worden dat uit de eerste en de tweede aanname volgt dat insnoeringen samenvallen met minima in de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband.

De derde en laatste voorwaarde waaraan de insnoeringen moeten voldoen, volgt met behulp van de derde aanname. Om dit duidelijk te maken zijn in figuur 4.18 de omhullenden getekend van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband voor gebied a en voor gebied b. Deze omhullenden volgen uit de derde aanname.

Uit figuur 4.18 blijkt dat de omhullende van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband duidelijk verschillend zal zijn voor gebied a en gebied b: omdat de breedte van de energieniveaus in gebied b volgens de derde aanname kleiner is dan de breedte van de energieniveaus in gebied a, zal de omhullende sneller zijn maximale waarde bereiken. Deze maximale waarde is voor gebied a groter dan voor

gebied b omdat er wordt aangenomen dat in het grootste deel van het sample de tweede subband bezet zal zijn. Als de temperatuur wordt veranderd zullen de twee omhullenden veranderen: als de temperatuur daalt zullen ze bij lagere magnetische velden hun maximale waarde bereiken.

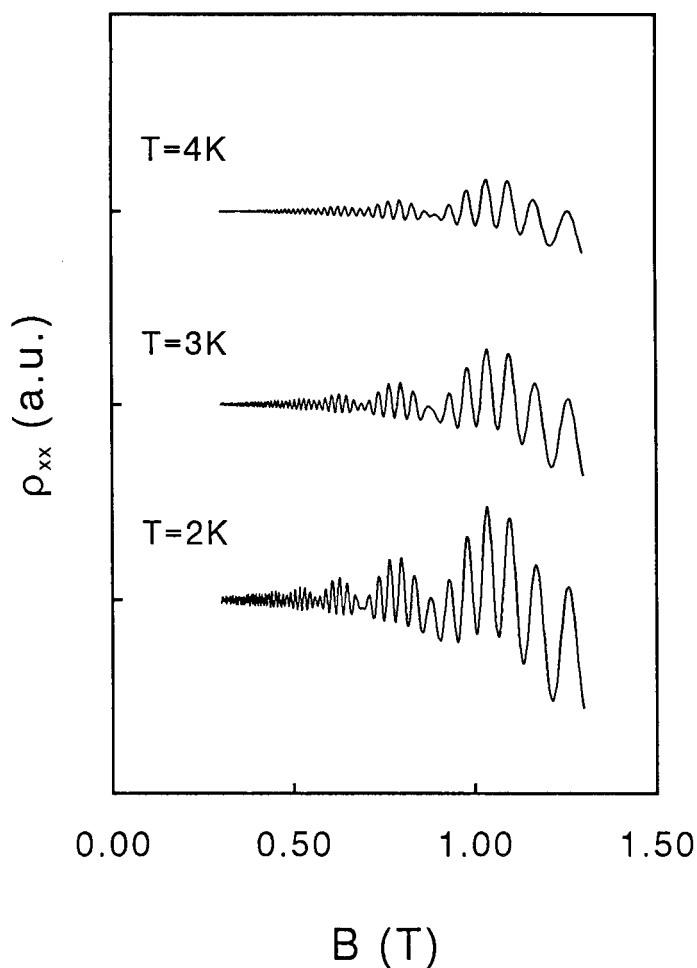


Figuur 4.18. Kwalitatieve weergave van de omhullenden van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de eerste subband voor gebied a en gebied b.

Uit een analyse van vergelijking 4.2 volgt dat de insnoeringen volledig zullen zijn als de twee cosinus-termen uit deze vergelijking een gelijke voorfactor hebben. Dit is het geval als de twee omhullenden uit figuur 4.18 elkaar snijden. Zoals hierboven reeds besproken is, zullen de omhullenden veranderen als de temperatuur daalt. Het gevolg hiervan is dat het snijpunt van de twee omhullenden zal verschuiven naar lagere magnetische velden: rond het magnetische veld waar de insnoeringen ontstaan, zal de omhullende van de oscillaties van gebied b namelijk niet veranderen terwijl de omhullende van de oscillaties van gebied a daar wel zal veranderen als de temperatuur verandert. Uit de derde aanname volgt dus dat de insnoeringen naar lagere magnetische velden zullen schuiven als de temperatuur verlaagd wordt.

In figuur 4.19 zijn ter illustratie enkele resultaten van berekeningen die met deze drie aannamen gedaan zijn, weergegeven.

Uit deze figuur blijkt dat, door bovengenoemde drie aannamen te maken, inderdaad insnoeringen gesimuleerd kunnen worden met de eigenschappen die gemeten zijn in figuur 4.1.



Figuur 4.19. Enkele berekeningen van Shubnikov-de Haas oscillaties als er aangenomen wordt dat er sprake is van een inhomogeen sample.

Tot nu toe is in deze paragraaf vooral op een suggestieve manier uitgelegd dat als gevolg van inhomogeniteiten de gemeten insnoeringen verklaard kunnen worden. Nu zal geprobeerd worden de aannamen die in het voorgaande gemaakt zijn (enigszins) te rechtvaardigen.

De aanname dat in het ene deel van het sample de tweede subband wel bezet is en in het andere deel niet, zou verklaard kunnen worden door variaties in de acceptorconcentratie als functie van de plaats in het sample aan te nemen. Als de acceptorconcentratie namelijk verandert, verandert de depletielaag in GaAs. Het gevolg hiervan is dat de vorm van de potentiaalput met name bovenin de put zal veranderen zodat met name de tweede subband zal schuiven bij veranderingen in de acceptorconcentratie. Dit is ook gebleken uit metingen waarbij het sample achtereenvolgens belicht werd, opgewarmd werd tot 60 K en vervolgens weer afgekoeld werd. Door het sample te belichten werden namelijk electron-gat paren gecreëerd waarvan de gaten recombineerden met de negatief geladen acceptoren uit de depletielaag in GaAs. Hierdoor nam de dikte van de depletielaag in GaAs toe zodat de put bovenin breder werd en de tweede subband gevuld werd. Toen daarna het sample even opgewarmd werd, verdween de oscillatie ten gevolge van electronen

uit de tweede subband weer. Dit werd verklaard door te stellen dat er ionisatie van de acceptoren had plaatsgevonden waardoor de depletiedikte afnam en dus de put bovenin smaller werd zodat de tweede subband omhoog schoof en de electronen uit de tweede subband gedrukt werden.

De aanname dat er variaties in de acceptorconcentratie optreden kan aannemelijk gemaakt worden door de gemiddelde afstand tussen twee acceptoren uit te rekenen. Deze volgt uit de acceptorconcentratie die $2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ bedraagt en is ongeveer 1700 \AA . Doordat deze afstanden zo groot zijn (vergelijk met de gemiddelde afstand tussen twee donoren die 30 \AA bedraagt terwijl deze donoren zich op ongeveer 60 \AA van het 2DEG bevinden), zullen de electronen uit het 2DEG geen constante strooipotentiaal ondervinden ten gevolge van de acceptoren, maar een als functie van de plaats fluctuerende strooipotentiaal.

De tweede aanname die verklaard moet worden, is de aanname dat de electronenconcentratie overal in het sample gelijk is. Deze aanname kan eenvoudig verklaard worden met behulp van ladingsneutraliteit: aangezien de donorconcentratie in beide gebieden gelijk zal zijn en de fluctuaties in de acceptorconcentratie te verwaarlozen zijn ten opzichte van de donorconcentratie, zal de totale electronenconcentratie overal in het sample gelijk moeten zijn om te kunnen spreken van ladingsneutraliteit.

De derde en laatste aanname kan (gedeeltelijk?) verklaard worden met intersubband-verstrooiing. In paragraaf 4.5 is immers al aangetoond dat als de tweede subband gevuld wordt, de totale verstrooiing ongeveer 20% toeneemt. Dit is een gevolg van de intersubband-verstrooiing. Het gevolg van deze extra verstrooiing is dat in gebied a de niveaus meer verbreed zullen zijn dan in gebied b. Deze extra verbreding lijkt echter niet voldoende te zijn om de temperatuursafhankelijkheid van de insnoeringen te kunnen verklaren. Om hier een duidelijkere uitspraak over te kunnen doen zal in de toekomst nader onderzoek gedaan moeten worden naar de extra verbreding die nodig is om de temperatuursafhankelijkheid van de insnoeringen te kunnen verklaren.

HOOFDSTUK 5. CONCLUSIES.

Als de tweede subband van het 2DEG in GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojuncties gevuld wordt, blijken er onder bepaalde omstandigheden insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties te ontstaan. Er zijn twee voorwaarden gevonden waaronder deze insnoeringen optreden:

- 1) er moet sprake zijn van een minimum in de oscillaties ten gevolge van de electronen uit de tweede subband.
- 2) insnoeringen kunnen alleen optreden bij magnetische velden waarvoor voldaan wordt aan $kT \sim \frac{1}{4}\hbar\omega_c$.

Om het ontstaan van deze insnoeringen te kunnen verklaren, is er gezocht naar verklaringen uit de literatuur.

Leadley et al probeerden de insnoeringen te verklaren met behulp van intersubband-scattering via absorptie van akoestische fononen. Uit metingen van de electronentemperatuur- en de roostertemperatuur-afhankelijkheid van de insnoeringen bleek echter dat de insnoeringen alleen afhankelijk waren van de electronentemperatuur en dat dus absorptie van (akoestische) fononen geen rol speelde.

Met behulp van dit gegeven kon ook de verklaring van Fletcher et al afgewezen worden. Bij deze afwijzing van de verklaring van Fletcher et al, is nog als extra argument gevonden dat de verwerkingsmethode van hun meetresultaten niet betrouwbaar was.

Coleridge verklaarde de insnoeringen via "een toenemende intermodulatie van oscillaties in de Fermi-energie als de temperatuur stijgt". Een berekening van de toestandsdichtheid bij verschillende magnetische velden, toonde echter aan dat voor het ontstaan van insnoeringen via dit mechanisme, de tweede subband niet gevuld hoefde te zijn.

Het vierde en laatste artikel waarin geprobeerd is de insnoeringen te verklaren is van Schacham et al. In dit artikel werd echter geen verklaring voor de insnoeringen gegeven maar alleen een beschrijving met behulp van fasesprongen in de oscillaties.

Omdat in de literatuur dus geen goede verklaring voor het ontstaan van de insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties gevonden was, is er gezocht naar andere mechanismen die de insnoeringen mogelijk zouden kunnen veroorzaken.

Het eerste mechanisme dat onderzocht is, zijn inhomogene stroomverdelingen in het 2DEG: door de aanwezigheid van localized en extended states loopt de stroom via kronkelige paden door het 2DEG. Deze vreemde stroomverdelingen in het 2DEG zouden de oorzaak kunnen zijn van het ontstaan van de insnoeringen die ontstaan in de spanning die gemeten wordt langs het 2DEG als functie van het magneetveld. Om te onderzoeken of dit mechanisme de oorzaak van de insnoeringen is, zijn er metingen gedaan van de Fermi-energie als functie van het magnetische veld. Uit deze metingen bleek dat in de Fermi-energie ook insnoeringen ontstaan. Omdat de Fermi-energie gemeten werd door, via een modulatietechniek, de spanning over het 2DEG en een floating gate bovenop het sample te meten, er liep dus geen stroom door het 2DEG bij deze metingen, volgde hieruit dus dat inhomogene stroomverdelingen niet de oorzaak zijn van het ontstaan van insnoeringen in de Shubnikov-de Haas oscillaties.

Vervolgens is onderzocht of de insnoeringen het gevolg zouden kunnen zijn van

"enhanced spin-splitting". Uit een berekening van het aantal electronen met spin up minus het aantal electronen met spin down voor de situaties dat er sprake is van een maximum respectievelijk minimum in de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband, volgde echter dat de spinsplitsing in beide gevallen ongeveer gelijk is. Hieruit volgde dat als de insnoeringen verklaard zouden kunnen worden met "enhanced spin-splitting", de insnoeringen niet alleen in een minimum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband te zien zouden moeten zijn, maar ook in een maximum van de oscillaties ten gevolge van electronen uit de tweede subband. Een ander argument om "enhanced spin-splitting" af te wijzen als oorzaak voor de oscillaties, volgde uit een meting. De insnoeringen zijn namelijk gemeten bij verschillende evenwijdige velden en dus verschillende groottes van de spinsplitsing. Omdat deze metingen geen afhankelijkheid van het evenwijdige veld leverden, kon inderdaad gesteld worden dat de insnoeringen niets met een versterkte spinsplitsing te maken hadden.

Het volgende mechanisme dat onderzocht is om de insnoeringen te kunnen verklaren, is "intersubband-scattering". Hiertoe is het aandeel van de intersubband-verstrooiing in de totale verstrooiing gemeten door de weerstand als functie van een evenwijdig aangelegd magnetisch veld te meten. Uit de grootte van de stap die in de weerstand optreedt bij een toenemend evenwijdig magnetisch veld, volgde dat dit aandeel ongeveer 20% bedroeg. Dit aandeel was te klein om de insnoeringen met behulp van intersubband-verstrooiing te kunnen verklaren. Wel volgde uit slingeringen die in Dingle-plots te zien waren, dat intersubband-verstrooiing noodzakelijk was om metingen waarin geen insnoeringen te zien waren, helemaal correct te kunnen beschrijven.

Bij het laatste mechanisme dat onderzocht is om de insnoeringen te verklaren, werd gebruik gemaakt van inhomogeniteiten. Hierbij werden drie aannamen gemaakt:

- 1) Het sample is op te verdelen in twee gebieden. In het ene gebied is de tweede subband wel bezet, in het andere gebied is de tweede subband niet bezet.
- 2) In de twee te onderscheiden gebieden is de totale electronenconcentratie gelijk.
- 3) De energieniveaus in het gebied waar twee subbanden bezet zijn, zijn breder dan in het gebied waar slechts één subband bezet is.

Met behulp van deze drie aannamen konden alle eigenschappen van de insnoeringen verklaard worden.

Om de eerste aanname te kunnen verklaren, moest worden aangenomen dat de inhomogeniteiten veroorzaakt worden door variaties in de acceptorconcentratie. Een kleine berekening leerde dat dit een redelijke aanname was. De tweede aanname werd verklaard met behulp van ladingsneutraliteit. De derde aanname tenslotte, werd verklaard met intersubband-scattering die zorgt voor een extra verbreding van de niveaus als er een tweede subband gevuld wordt. Deze verklaring lijkt echter niet voor een verschil in niveaubreedte te zorgen dat voldoende is om de temperatuursafhankelijkheid van de insnoeringen te kunnen verklaren.

Om te onderzoeken of inhomogeniteiten de insnoeringen ook echt veroorzaken zullen de bovenstaande drie voorwaarden, en dan met name de derde voorwaarde, verder onderzocht moeten worden.

APPENDIX A. LISTING VAN ENDIF.

```

PROGRAM ENDIF;
{*****}
{
  Self-consistent calculation of the Fermi-energy
  in a 2DEG as function of the magnetic field
  * Two sub-bands
  * semi-elliptic DOS each sub-band
  * Fermi-Dirac distribution function
  * Self-consistent spin-splitting
}
{
  units:  density (cm^-2)
          temperature (Kelvin)
          magnetic field (Tesla)
          gamma (meV)
}
{
  Original: F.Peeters, 30-01-89
}
{
  Translation to Pascal and Speed up by rewriting
  zero detect routine and integrating routines
  and also Sub-band calculation part by:
          H.Assink, June 1989
}
{
  Enhanced-spin-splitting effect by:
          J.Claes, March 1992
}
{*****}

CONST
Kb = 0.0861757;           {Const van Boltzmann in meV/K}
HSGMS = 1.7025;          {Const: 1000 * h-streep/m-ster}
HSPKGTE = 3.24818e-11;   {Const: h-streep*PI^2/(2*e) (cm^2 T)}
TEKGHSGP = 1.5496027896054e-4; {Const: 2/PI * e^2/h-streep}
EKGPKHS = 2.46626943794689e-5; {Const: 1/PI^2 * e^2/h-streep}
BOHRMAGN = 5.79e-2;      {Bohr-magneton=1000*h-streep/2m}
E = 1.60219e-15;         {Const: 10000 * e}
PADIN = 'b:\';
PADOUT = 'c:\';

VAR
inputdata,outputdata:text;
density,gamma1,gamma2,B0,B,T,Ef0,deltaB,step,accu,kT,beta:extended;
alfa,gsteroud,d_gamma1,d_gamma2,d_hsw,d_spinen,ndif,res,dev:extended;
resup,resdown,a1,x,y,x0,y0,x1,y1,xv,dens,e21,d_e21,d_Ef:extended;
num,i,j,k,n:integer;
jr,kr:byte;
alf:array[0..3] of real;

FUNCTION en(d_Ef:extended):extended;

FUNCTION simpson4fn1(n,ni:integer):extended;

```

```

FUNCTION fn(x:extended):extended;

VAR ap,am,f1,f2,w:extended;

BEGIN
  ap:=a1+d_gamma1*x-d_Ef;
  am:=a1-d_gamma1*x-d_Ef;
  IF (ap<-80) or (ap>80) THEN
    f1:=0
  ELSE f1:=1/(2+exp(ap)+exp(-ap));
  IF (am<-80) or (am>80) THEN
    f2:=0
  ELSE f2:=1/(2+exp(am)+exp(-am));
  IF x=1 THEN
    fn:=(f1-f2)*pi/2
  ELSE
    BEGIN
      w:=sqrt(1-x*x);
      fn:=(f1-f2)*(arctan(x/w)+x*w);
    END
  END;

VAR
  som,h1,h2,h3,h4,x:extended;
  i:integer;

BEGIN {simpson4fn1}
  h1:=1.0/(4*ni);
  h2:=1.0/(2*ni);
  h3:=3*h1;
  h4:=1.0/ni;
  som:=7*fn(0)+14*fn(h4)+12*fn(h2);
  som:=som+32*(fn(h1)+fn(h3));
  x:=h4+h1;
  FOR i:=1 TO ni-2 DO
    BEGIN
      som:=som+14*fn(x+h3)+12*fn(x+h1);
      som:=som+32*(fn(x)+fn(x+h2));
      x:=x+h4
    END;
  som:=som+7*fn(1)+12*fn(1-h2);
  som:=som+32*(fn(1-h3)+fn(1-h1));
  simpson4fn1:=som/(90.0*ni)
END; {simpson4fn1}

FUNCTION simpson4fn2(n,ni:integer):extended;

FUNCTION fn(x:extended):extended;

VAR ap,am,f1,f2,w:extended;

BEGIN
  ap:=a1+d_gamma2*x-d_Ef+d_e21;
  am:=a1-d_gamma2*x-d_Ef+d_e21;
  IF (ap<-80) or (ap>80) THEN
    f1:=0

```



```

ELSE f1:=1/(2+exp(ap)+exp(-ap));
IF (am<-80) or (am>80) THEN
  f2:=0
ELSE f2:=1/(2+exp(am)+exp(-am));
IF x=1 THEN
  fn:=(f1-f2)*pi/2
ELSE
  BEGIN
    w:=sqrt(1-x*x);
    fn:=(f1-f2)*(arctan(x/w)+x*w);
  END
END;

VAR
  som,h1,h2,h3,h4,x:extended;
  i:integer;

BEGIN {simpson4fn2}
  h1:=1.0/(4*ni);
  h2:=1.0/(2*ni);
  h3:=3*h1;
  h4:=1.0/ni;
  som:=7*fn(0)+14*fn(h4)+12*fn(h2);
  som:=som+32*(fn(h1)+fn(h3));
  x:=h4+h1;
  FOR i:=1 TO ni-2 DO
    BEGIN
      som:=som+14*fn(x+h3)+12*fn(x+h1);
      som:=som+32*(fn(x)+fn(x+h2));
      x:=x+h4
    END;
  som:=som+7*fn(1)+12*fn(1-h2);
  som:=som+32*(fn(1-h3)+fn(1-h1));
  simpson4fn2:=som/(90.0*ni)
END; {simpson4fn2}

VAR dev,ap,am,f1,f2:extended;
  n:integer;

BEGIN {en}
  res:=0;
  resup:=0;
  resdown:=0;
  n:=0;
  REPEAT
    a1:=d_hsw*(n+0.5)+d_spinen;
    ap:=a1+d_gamma1-d_Ef;
    am:=a1-d_gamma1-d_Ef;
    IF ap<-80 THEN
      f1:=pi/4
    ELSE IF ap>80 THEN
      f1:=0
    ELSE f1:=pi/4/(1+exp(ap));
    IF am<-80 THEN
      f2:=pi/4
    ELSE IF am>80 THEN

```

```

    f2:=0
ELSE f2:=pi/4/(1+exp(am));
dev:=simpson4fn1(n,4);
dev:=0.5*(f1+f2+d_gamma1/2*dev);
res:=res+dev;
resup:=resup+dev;
a1:=d_hsw*(n+0.5)-d_spinen;
ap:=a1+d_gamma1-d_Ef;
am:=a1-d_gamma1-d_Ef;
IF ap<-80 THEN
    f1:=pi/4
ELSE IF ap>80 THEN
    f1:=0
ELSE f1:=pi/4/(1+exp(ap));
IF am<-80 THEN
    f2:=pi/4
ELSE IF am>80 THEN
    f2:=0
ELSE f2:=pi/4/(1+exp(am));
dev:=simpson4fn1(n,4);
dev:=0.5*(f1+f2+d_gamma1/2*dev);
res:=res+dev;
resdown:=resdown+dev;
n:=n+1;
UNTIL (abs(dev/res)<accu*0.4);
n:=0;
REPEAT
    a1:=d_hsw*(n+0.5)+d_spinen;
    ap:=a1+d_gamma2-d_Ef+d_e21;
    am:=a1-d_gamma2-d_Ef+d_e21;
    IF ap<-80 THEN
        f1:=pi/4
    ELSE IF ap>80 THEN
        f1:=0
    ELSE f1:=pi/4/(1+exp(ap));
    IF am<-80 THEN
        f2:=pi/4
    ELSE IF am>80 THEN
        f2:=0
    ELSE f2:=pi/4/(1+exp(am));
    dev:=simpson4fn2(n,4);
    dev:=0.5*(f1+f2+d_gamma2/2*dev);
    res:=res+dev;
    resup:=resup+dev;
    a1:=d_hsw*(n+0.5)-d_spinen;
    ap:=a1+d_gamma2-d_Ef+d_e21;
    am:=a1-d_gamma2-d_Ef+d_e21;
    IF ap<-80 THEN
        f1:=pi/4
    ELSE IF ap>80 THEN
        f1:=0
    ELSE f1:=pi/4/(1+exp(ap));
    IF am<-80 THEN
        f2:=pi/4
    ELSE IF am>80 THEN
        f2:=0

```

```

ELSE f2:=pi/4/(1+exp(am));
dev:=simpson4fn2(n,4);
dev:=0.5*(f1+f2+d_gamma2/2*dev);
res:=res+dev;
resdown:=resdown+dev;
n:=n+1;
UNTIL (abs(dev/res)<accu*0.4);
en:=dens-res;
ndif:=resup-resdown;
END; {en}

```

```

FUNCTION gster(alfa:extended):extended;

```

```

BEGIN
  gster:= 0.5+alfa*ndif;
END;

```

```

BEGIN {hoofdprogramma}
  assign(inputdata,PADIN+'ENDIF_IN');
  reset(inputdata);
  read(inputdata, density, gamma1, gamma2, e21, B0);
  read(inputdata, Ef0, T, deltaB, step, accu, num);
  alf[0]:=5;
  alf[1]:=10;
  alf[2]:=12;
  alf[3]:=14;
  FOR j:=0 TO 1 DO
  BEGIN
    T:=T+1;
    FOR k:=0 TO 3 DO
    BEGIN
      alfa:=alf[k];
      writeln;
      writeln('Ingelezen data:');
      writeln('Density (cm^-2): ',density:12);
      writeln('Gamma1: ',gamma1:1:3);
      writeln('Gamma2: ',gamma2:1:3);
      writeln('E2-E1 (meV): ',e21:1:2);
      writeln('Startwaarde magneetveld (T): ',B0:1:1);
      writeln('Start gok Fermi energie (meV): ',Ef0:1:3);
      write('Stapgrootte tussen de te berekenen ');
      writeln('magneetveldwaarden (T): ',deltaB:1:3);
      writeln('Grootte nulpunt zoek stappen (beta): ',step:1:3);
      write('Relatieve nauwkeurigheid bij het bepalen van nulpunt');
      writeln(' en integralen: ',accu:11);
      writeln('G-afhankelijkheid van (n-up - n-down): ',alfa:4:2);
      writeln('Aantal te bepalen magneetveldwaarden: ',num+1);
      writeln('Temperatuur (K): ',T:1:1);
      kr:=k+ord('0');
      jr:=j+ord('0');
      assign(outputdata,PADOUT+'NDIF_1'+chr(kr)+chr(jr));
      writeln('file: ',PADOUT+'NDIF_1'+CHR(KR)+CHR(JR));
      rewrite(outputdata);
      writeln(outputdata,density);
      writeln(outputdata,gamma1);
      writeln(outputdata,gamma2);
    END;
  END;

```

```

writeln(outputdata,e21);
writeln(outputdata,B0);
writeln(outputdata,T);
writeln(outputdata,accu);
writeln(outputdata,alfa);

kT := Kb*T;           { kT in meV, om dimensieloos te maken }
beta := 1/kT;
d_e21:=e21*beta;     { Dimensieloze E2-E1}
d_gamma1 := gamma1*beta; { Dim.loze breedte Landauband subband1 }
d_gamma2 := gamma2*beta; { Dim.loze breedte Landauband subband2 }
x0 := Ef0*beta;      { Startwaarde Fermi-energie per kT }
write('B ':5,'hsw ':7,'Ef (meV) ':15);
writeln('n-dif':9,'n-up':9,'n-down':10,'gster':10);
ndif:=0;             { Initialisatie van gster }
FOR i:=0 TO num DO
BEGIN
  B := B0 + i*deltaB; { Grootte magnetischveld }
  d_hsw := HSGMS*B/kT; { Dimensieloze h-streep omega }
  dens := HSPKGTE*density/B; { Vulfactor * pi/2 }
  REPEAT
    d_spinen:=-0.5*gster(alfa)*BOHRMAGN*B/kT;
    { Dit is de dimensieloze spin-energie }
    gsteroud:=gster(alfa);
  (* Berekening van de Fermi energie *)
  y0 := en(x0);
  IF ((y0<0) AND (step>0)) OR ((y0>0) AND (step<0)) THEN
    step := -step;
  x1 := x0 + step;
  y1 := en(x1);
  WHILE (y1*y0 >=0) DO
  BEGIN
    x0 := x1;
    y0 := y1;
    x1 := x1 + step;
    y1 := en(x1)
  END;
  x := x0;
  REPEAT
    xv := x;
    x := x0-y0*(x0-x1)/(y0-y1);
    y := en(x);
    IF abs(y-y0)<abs(y-y1)/8 THEN
      BEGIN
        x := x0-2*y0*(x0-x1)/(y0-y1);
        y := en(x)
      END;
    IF abs(y-y1)<abs(y-y0)/8 THEN
      BEGIN
        x := x1-2*y1*(x1-x0)/(y1-y0);
        y := en(x)
      END;
    IF y0*y>0 THEN
      BEGIN
        x0:=x;
        y0:=y
      END;

```

```

        END
    ELSE
        BEGIN
            x1:=x;
            y1:=y
        END
        UNTIL abs(xv-x)<accu*0.5;
        d_Ef:=x0-y0*(x0-x1)/(y0-y1);
        x0:=d_Ef;    {Initialisatie van de volgende Fermi-energie gok}
        y0:=en(x0); {ndif-bepaling bij Fermi-energie van d_Ef}
        UNTIL ABS(gster(alfa)-gsteroud)/gster(alfa)<0.001;
    { * Output data per B-veldwaarde:
        write(outputdata,B:5:3,' ',d_hsw*kT:7:3,' ',d_Ef*kT:15:11,' ');
        write(outputdata,ndif*B/HSPKGTE:15,' ',resup*B/HSPKGTE:9,' ');
        writeln(outputdata,resdown*B/HSPKGTE:9,' ',gster(alfa):7:3);
        write(B:5:3, d_hsw*kT:7:3, d_Ef*kT:15:11,ndif*B/HSPKGTE:11);
        writeln(resup*B/HSPKGTE:9,resdown*B/HSPKGTE:9,gster(alfa):7:3);
    END;
    close(outputdata);
END;
close(inputdata);
END.

```

APPENDIX B. SYMBOLENLIJST.

symbool	grootheid	SI-eenheid
A	vectorpotentiaal	Tm
b	breedte van het 2DEG	m
B	magnetisch veld	T
D(sX)	temperatuur-dempingsfactor	
d_a	depletiedikte in GaAs	m
d_d	depletiedikte in $Al_xGa_{1-x}As$	m
d_s	spacerdikte	m
e	elementaire lading	C
E	electrisch veld	Vm^{-1}
E	energie	J
E_c	laagste energie in geleidingsband	J
E_{ex}	exchange-parameter	Jm^2
E_f	Fermi-energie	J
E_i	laagste energie in i^e subband	J
E_v	hoogste energie in valentieband	J
ΔE_{spin}	energie-opsplitsing t.g.v. spin	J
$f(E)$	Fermi-Dirac verdeling	
g^*	effectieve Landé-factor	
g_0	Landé-factor in bulk-GaAs	
$g(E)$	toestandsdichtheid	$J^{-1}m^{-2}$
$\Delta g(E)/g$	oscillatorische component van de toestandsdichtheid	
I_{DC}	gelijkstroom	A
J	stroomdichtheid	Am^{-1}
k	golfvector	m^{-1}
k	constante van Boltzmann	JK^{-1}
l	lengte van het 2DEG	m
L	lengte van het kristal	m
m	vrije electronmassa	kg
m^*	effectieve electronmassa	kg
$n(z)$	electronenconcentratie	m^{-3}
n	electronenconcentratie	m^{-2}
N_a	acceptorconcentratie	m^{-3}
N_d	donorconcentratie	m^{-3}
P(1/B)	periode in SdH-sigitaal	T^{-1}
r	reële vector	m
T	temperatuur	K
T_c	roostertemperatuur	K
U(z)	bandstructuur	J
U_0	banddiscontinuïteit	J
$U_H(z)$	Hartreepotentiaal	J
$U_{im}(z)$	imagepotentiaal	J

$U_{xc}(z)$	potentiaal t.g.v. exchange- en correlatie-effecten	J
v	snellheid	ms^{-1}
ΔV_{xx}	spanning in longitudinale richting	V
ΔV_{xy}	spanning in transversale richting	V
W_c	dikte GaAs-laag	m
W_d	dikte AlGaAs-laag	m
W_{sp}	dikte spacer-laag	m
x	aluminiumfractie in AlGaAs	
z	coördinaat loodrecht op 2DEG	m
Γ	halve breedte van een Landauniveau	J
ϵ_0	diëlectrische constante in vacuüm	Fm^{-1}
ϵ_r	relatieve diëlectrische constante	
θ	strooihoek	
μ	mobilititeit	$\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$
μ_B	Bohr-magneton	JT^{-1}
μ_q	quantummobilititeit	$\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$
μ_t	transportmobilititeit	$\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$
$v(\theta, E)$	overgangswaarschijnlijkheid	s^{-1}
$\rho(z)$	ladingsdichtheid	Cm^{-3}
ρ_{xx}	longitudinale soortelijke weerstand	Ω
ρ_{xy}	transversale soortelijke weerstand	Ω
σ_{xx}	longitudinale geleidbaarheid	Ω^{-1}
σ_{xy}	transversale geleidbaarheid	Ω^{-1}
τ	relaxatietijd	s
τ_q	quantumrelaxatietijd	s
τ_t	transportrelaxatietijd	s
$\Phi(z)$	z-afhankelijke deel van golffunctie	
$\Psi(z, r)$	golffunctie	
ω_c	cyclotronfrequentie	s^{-1}

REFERENTIES.

- [1] B.G. Streetman, "Solid State Electronic Devices", Prentice Hall, p. 296 (1990).
- [2] L. Shubnikov en W.J. de Haas, "Neue Erscheinungen bei der Widerstandsänderung von Wismuteinkristallen im Magnetfeld bei der Temperatur von flüssigem Wasserstoff", Proceedings of the Section of Sciences of the Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam **33**, p. 363 (1930).
- [3] R.M. Kusters, "High-Carrier-Density Heterojunctions and Magnetic Semiconductors in High Magnetic Fields", proefschrift Katholieke Universiteit Nijmegen, p. 21 (1990).
- [4] W. van Haeringen en D. Lenstra, "Quantumtheorie van de vaste stof deel I en deel II", collegedictaat TUE (1986).
- [5] F. Stern, "Self-Consistent Results for n-Type Si Inversion Layers", Phys. Rev. B **5**, p. 4891 (1972).
- [6] J.P. Harrang, R.J. Higgins, R.K. Goodall, P.R. Jay, M. Laviro en P. Delescluse, "Quantum and classical mobility determination of the dominant scattering mechanism in the two-dimensional electron gas of an AlGaAs/GaAs heterojunction", Phys. Rev. B **32**, p. 8126 (1985).
- [7] P.T. Coleridge, "Inter-subband scattering in a 2D electron gas", Semicond. Sci. Technol. **5**, p. 961 (1990).
- [8] D.R. Leadley, R.J. Nicholas, J.J. Harris en C.T. Foxon, "Influence of acoustic phonons on inter-subband scattering in GaAs-GaAlAs heterojunctions", Semicond. Sci. Technol. **4**, p. 885 (1989).
- [9] R.M. Kusters, "High-Carrier-Density Heterojunctions and Magnetic Semiconductors in High Magnetic Fields", proefschrift Katholieke Universiteit Nijmegen, p. 44 (1990).
- [10] S. Das Sarma en F. Stern, "Single-particle relaxation time versus scattering time in an impure electron gas", Phys. Rev. B **32**, p. 8442 (1985).
- [11] W. Walukiewicz, H.E. Ruda, J. Lagowski en H.C. Gatos, "Electronmobility in modulation-doped heterostructures", Phys. Rev. B **30**, p. 4571 (1984).
- [12] F.A.P. Blom, "Electrische transportverschijnselen in halfgeleiders", collegedictaat TUE, hoofdstuk 2.
- [13] F.A.P. Blom, "Electrische transportverschijnselen in halfgeleiders", collegedictaat TUE, hoofdstuk 3.

- [14] S. Gasiorowicz, "Quantum Physics", John Wiley & Sons, hoofdstuk 7 (1974).
- [15] J.F. Janak, "g Factor of the 2D interacting electron gas", Phys. Rev. **178**, p. 1416 (1969).
- [16] T. Ando en Y. Uemura, "Theory of Oscillatory g Factor in an MOS Inversion Layer under Strong Magnetic Fields", Journal of the Phys. Soc. of Japan **37**, p. 1044 (1974).
- [17] Th. Englert, D.C. Tsui, A.C. Gossard en Ch. Uihlein, "g-Factor enhancement in the 2D electron gas in GaAs/AlGaAs heterojunctions", Surface Science **113**, p. 295 (1982).
- [18] A. Isihara en L. Smrčka, "Density and magnetic field dependences of the conductivity of two-dimensional electron systems", J. Phys. C: Solid State Phys. **19**, p. 6777 (1986).
- [19] P.T. Coleridge, R. Stoner en R. Fletcher, "Low-field transport coefficients in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs heterostructures", Physical Review B **39**, p. 1120 (1989).
- [20] R. Fletcher, J.J. Harris en C.T. Foxon, "An investigation into the possible effects of inelastic inter-Landau level scattering on the resistivity and thermopower of a two-dimensional electron gas", J. Phys.: Condens. Matter **3**, p. 3479 (1991).
- [21] S.E. Schacham, E.J. Haugland en S.A. Alterovitz, "Intermodulation in the oscillatory magnetoresistance of a two-dimensional electron gas", Phys. Rev. B **45**, p. 13417 (1992).
- [22] R.F. Kazarinov en Serge Luryi, "Quantum percolation and quantization of Hall resistance in two-dimensional electron gas", Phys. Rev. B **25**, p. 7626 (1982).
- [23] H.P. Assink, "Onderzoek aan electronentransport in een twee-dimensionaal electronengas bij hoge magneetvelden en temperaturen", afstudeerverslag TUE, p. 52 (1990).
- [24] M.A. Prins, "Beschrijving van "Measuring ASYST Program v2.00" voor data-acquisitie en -verwerking", afstudeerverslag TUE (1989).
- [25] W.A. v.d. Graaf, "Transport- en quantummobilititeit van een tweedimensionaal electronengas in een GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterojunctie", afstudeerverslag TUE, p. 50 (1991).
- [26] R. Willems, "Thermo- en galvanomagnetische transportverschijnselen in een tweedimensionaal electronengas", stageverslag TUE (1992).
- [27] G.H.P.M. Swinkels, "Metingen verricht aan de insnoeringen in het Shubnikov-de Haas signaal", stageverslag TUE (1992).

- [28] M. Abramowitz en I.A. Stegun, "Handbook of mathematical functions", 9th Dover printing, Dover Publications, Inc., New York (1972).