Eindhoven University of Technology

MASTER

Optimaal regelen van een balancerende stok

Sep, P.C.J.M.

Award date:
1992

Link to publication

Disclaimer
This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Download date: 24. Jun. 2025

6010

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN

FACULTEIT ELEKTROTECHNIEK

Vakgroep Meten en Regelen

OPTIMAAL REGELEN

van een

BALANCERENDE STOK

door P.C.J.M. Sep

Rapport van het afstudeerwerk

uitgevoerd van april tot december 1992

in opdracht van prof.dr.ir. A.C.P.M. Backx

onder leiding van ir. A.A. van Rede

datum rapport: december 1992

De faculteit elektrotechniek van de Technische Universiteit Eindhoven aanvaardt geen verantwoordelijkheid voor de inhoud van stageverslagen en/of afstudeer rapporten.

SAMENVATTING

Sep, P.; Optimaal regelen van een balancerende stok.

Afstudeerverslag, vakgroep ER, Faculteit Elektrotechniek, Technische Universiteit Eindhoven, december 1992.

Dit verslag behandelt een methode om een stok stabiel te laten balanceren op een x-y schrijver. Hierbij wordt gebruik gemaakt van een analoge regelaar. Het ontwerpen en in werking stellen van de regelaar is in dit verslag behandeld.

Verder behandelt dit verslag een digitale sturing, die over de analoge regelaar geplaatst wordt, om de staande stok volgens een optimaal traject van positie te veranderen.
Om een optimale sturing te ontwerpen is kennis van het systeem nodig. Daarom is op het systeem een identificatie uitgevoerd. Ook dit is in dit verslag behandeld.

Het resultaat is de beschrijving van een robuuste opstelling waarmee een stok op de voet een de x-y schrijver kan balanceren door gebruik te maken van twee onafhankelijke analoge regelaars. De identificatie van het systeem heeft een derde orde model als resultaat. De signaal-ruis verhouding is niet geweldig goed, maar gebruik makend van de validatieset blijkt het model toch goed bruikbaar te zijn.
De aan de hand van het model uitgerekende optimale sturing geeft een goed resultaat.

SUMMARY

Sep, P.; Optimal control of an inverted pendulum.

Practical report, Measurement and control Section ER, Electrical Engineering, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, December 1992.

In this report a method is presented for the control of an inverted pendulum. Initially this is done by an continuous controller. The report deals with the design and the practical experiences of the continuous controller.

It also deals with a second controller in the discrete time system which is used to change the position of the inverted pendulum. The continuous controller will then still be used. For the design of the second controller it is necessary to do an identification on the system. The details and the problems of this identification will be reported.

The result which is obtained is a robust mechanical construction with a stable inverted pendulum on it by using two independant continuous controllers. The identification results in a thirth order model. The quality of the model is tested by using a validation set. The signal to noise ratio is not very good but the model which is estimated turned out to be very usefull.

INHOUDSOPGAVE

1. INLEIDING.....3

2. OPSTELLING.....4

3. DYNAMICA PROCES.....5

3.1 Twee meetgebieden.....11

4. ANALOGE REGELAAR.....12

4.1 Conclusies.....17

5. HARDWARE ANALOGE REGELAAR.....18

6. IN WERKING STELLEN VAN OPSTELLING EN ANALOGE REGELAAR...19

7. SYSTEEM KOPPELEN MET DE COMPUTER.....26

8. AANSTUREN VANUIT MACS.....29

9. DATAVERWERVING.....29

10. IDENTIFICATIE (DATABEWERKING).....35

10.1 Offset.....35
10.2 Delay.....36
10.3 inschakelverschijnselen.....38
10.4 identificatie.....39
10.5 conclusie.....45

11. OPTIMAAL TRAJECT.....49

11.1 State-space model.....49
11.2 Kostenfunctie.....50
11.3 Berekenen van optimaal traject.....51
11.4 Praktisch optimaal traject.....55

12. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN.....57

12.1 Conclusies.....57
12.2 Aanbevelingen.....59

LITERATUURLIJST.....60

Bijlagen 1 t/m 10 Programma's en programma resultaten..61t/m70

1. INLEIDING

Bij de vakgroep meet en regeltechniek is al vele jaren een konstruktie aanwezig die de mogelijkheid schept om een stok op het voetje van een x-y schrijver te laten balanceren. Deze konstruktie is opgebouwd uit een aantal houten krukjes waarop de sensoren gemonteerd zijn. Dit geeft dan ook een zeer labiele indruk van het geheel. Temeer daar alle onderdelen los van elkaar gemonteerd zijn kan het aanraken van de konstruktie al tot gevolg hebben dat de instelling geheel verandert wordt. De regelaar die er bij hoort is theoretisch zeer slecht te onderbouwen. Deze kon slechts op gevoel worden ingesteld waarbij een kleine verandering al tot instabiliteit kon leiden.

De balancerende stok werd vooral bij demonstraties uit de kast gehaald, en opgesteld. Dit werd altijd uitgevoerd door dezelfde medewerker van de vakgroep ER. Door de jarenlange ervaring met deze opstelling lukte het deze persoon steeds weer de balancerende stok stabiel te krijgen.

Er is echter nooit iets op papier gezet over het instellen van de sensoren en de regelaar. Evenmin is er enige theoretische achtergrond bekent over hoe de regelaar is ontworpen. Omdat de bewuste medewerker inmiddels de vakgroep ER heeft verlaten was het zeer moeilijk de stok met de aanwezige konstruktie en regelaar stabiel te krijgen. Dit zou een zeer tijdrovende bezigheid zijn. Temeer daar de theoretische achtergrond van de regelaar niet bekend is en deze tevens zeer moeilijk in te stellen is, is er besloten een nieuwe regelaar te ontwerpen die met de oude regelaar niets van doen heeft.

Omdat de wankele opstelling ook verre van ideaal was, is deze ook meteen geheel vernieuwd.

De opdracht van het optimaal regelen van een balancerende stok is in feite een vervolg van een jaren oude project. Echter vanwege de redenen die hierboven zijn genoemd, en vooral ook vanwege het ontbreken van enige rapportage (in welke vorm dan ook) moest er weer van voor af aan, aan deze opdracht gewerkt worden. Het ontbreken van enige rapportage blijkt vaak, en ook nu weer tot extra en dubbel werk te leiden.

Omdat dit het eerste rapport over de balancerende stok is, is vrij uitvoerig op de nodige details ingegaan. Er is in chronologische volgorde beschreven hoe men te werk is gegaan. Daarbij is zo goed mogelijk ingegaan op de feiten en bevindingen zoals die optraden.

Hierdoor zal dit een goed naslagwerk zijn voor personen die in de toekomst ook een opdracht aan de balancerende stok zullen vervullen.

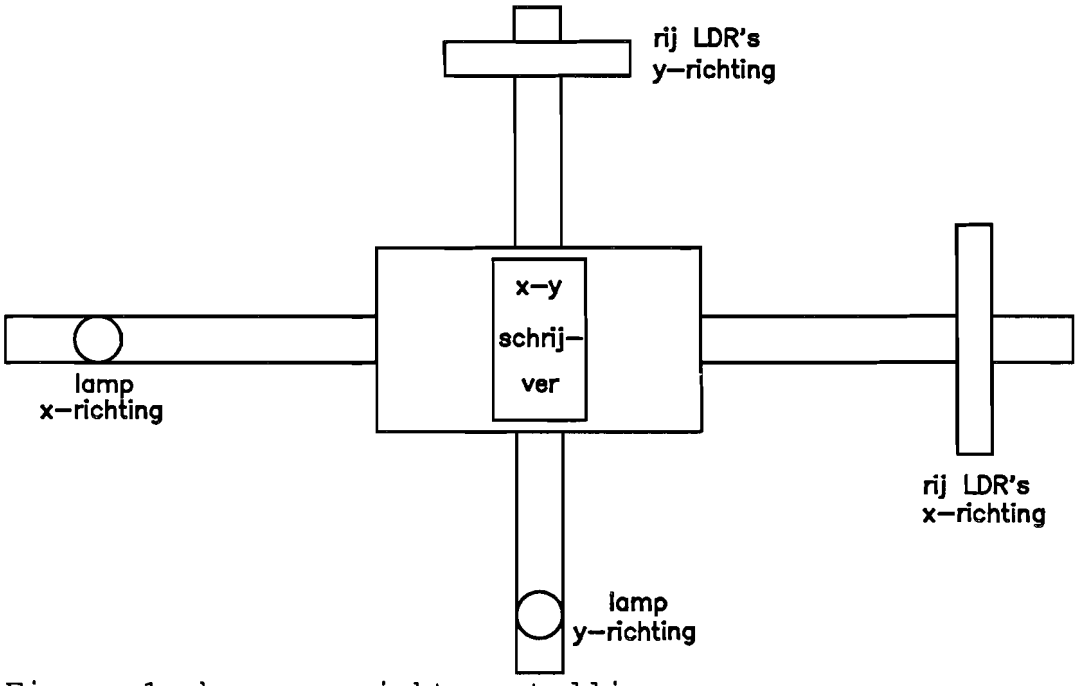
Verder zal het meet en regel gedeelte van de balancerende stok ook van wetenschappelijke waarde zijn voor personen die daarin zijn geinteresseerd.

2. OPSTELLING

De opstelling bestaat uit een kruisvormige konstruktie van ijzeren profielen die op poten is gezet en ongeveer 50 centimeter boven de grond staat.

Op iedere uiteinden van het kruis is een vertikale profiel gemonteerd die verschoven kan worden. Op deze profiel is ofwel een rij met lichtgevoelige LDR's gemonteerd, ofwel een lamp, en wel zodanig dat de lamp en de rij met lichtgevoelige LDR's tegenover elkaar staan.

In het midden staat de x-y schrijver. Hieronder is schematisch het bovenaanzicht van de opstelling gegeven.



Figuur 1: bovenaanzicht opstelling.

De hoogte waarop de lampen en de LDR's gemonteerd kunnen worden is instelbaar. Ook de afstand tussen de lampen, de LDR's en de x-y schrijver is instelbaar.

De stok zelf is van papier gemaakt waarin aan de onderkant een punt gelijmd zit. Deze komt in het midden tussen de lampen en de rij LDR's te staan, op het voetje van de x-y schrijver waar normaal geproken de pen bevestigd wordt. Dit betekent dat de stok op de rij LDR's een schaduw zal veroorzaken. Afhankelijk van de plaats van de schaduw, en dus de plaats van de stok, zal de rij LDR's een grotere of kleinere spanning afgeven.

Deze spanning is dus een maat voor de plaats van de bovenkant van de stok.

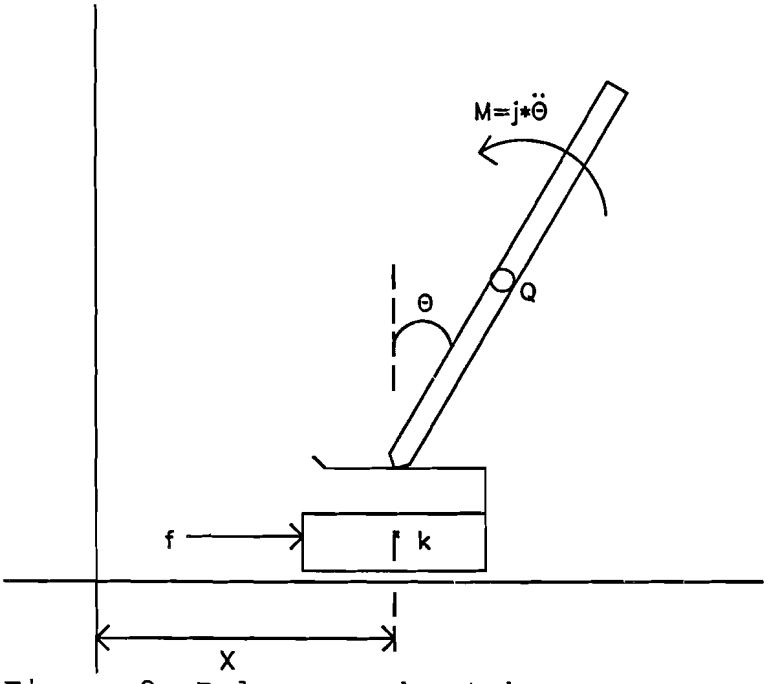
De rij LDR's staan parallel geschakeld in een weerstandsnetwerk, en de totale schakeling hiervan wordt gevoed met plus en min 30 volt hetgeen overeenkomt met de maximale spanning van de voeding.

Voor de werking en de nauwkeurige details van de plaatsbepaling van de bovenkant van de stok met behulp van de rij LDR's wordt verwezen naar de verslagen van J. Peeters en L. Freriks, respectievelijk [lit.1] en [lit.2].

3. DYNAMICA PROCES

De balancerende stok kan zowel in de x-richting als in de y-richting vrij bewegen. Omdat de bewegingen in de x- en y-richting identiek zijn wordt alleen de x-richting besproken.

Hieronder is een schematische tekening gegeven van de balancerende stok die op een "karretje" (x-y schrijver) staat.



Figuur 2: Balancerende stok.

2l	:	lengte balancerende stok
m_s	:	massa stok
m_k	:	massa "karretje"
f	:	uitwendige kracht
f_k	:	versnellingskracht van het karretje
f_s	:	versnellingskracht van de stok
M_i	:	massatraagheid
Q	:	massamiddelpunt van de stok
x	:	plaats van het "karretje"

Voor de x-coordinaat van het punt Q (x_Q) geldt:

$$x_Q = x + l \cdot \sin\theta \tag{1}$$

Door dit één maal te differentiëren verkrijgt men de snelheid van het punt Q

$$v_Q = \dot{x} + l\dot{\theta} \cdot \cos\theta \tag{2}$$

Nogmaals differentiëren geeft de versnelling van het punt Q.

$$a_Q = \ddot{x} + l\ddot{\theta} \cdot \cos\theta - l\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta \tag{3}$$

De algemene vergelijkingen voor een dynamisch evenwicht zijn als volgt:

$$\begin{array}{lll} 1 & \sum f = 0 & \textit{in een iedere richting} \\ 2 & \sum M = 0 & \textit{om iedere as} \end{array} \tag{4}$$

Dit is de tweede wet van Newton, waarbij gebruik is gemaakt van het principe van D'Alembert voor een dynamisch evenwicht.

De eerste algemene vergelijking leidt voor het geval van de balancerende stok tot:

$$\sum f_x = 0 = (f_k + f_s + f)_x \tag{5}$$

Met: Σf_x => de sommatie van de krachten in de x-richting.

$$\begin{aligned} (f_k)_x &= -m_k \cdot a \quad = -m_k \cdot \ddot{x} \\ (f_s)_x &= -m_s \cdot (a_Q)_x = -m_s \cdot (\ddot{x} + l\ddot{\theta} \cdot \cos\theta - l\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta) \end{aligned} \tag{6}$$

Invullen geeft de vergelijking

$$m_k \cdot \ddot{x} + m_s \cdot (\ddot{x} + l\ddot{\theta} \cdot \cos\theta - l\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta) = f \tag{7}$$

De tweede algemene vergelijking van formule (4) kan in het geval van de balancerende stok als volgt worden gebruikt:

$$\sum M = 0 \quad \textit{ten opzichte van het draaipunt van de stok.} \tag{8}$$

Met: Σ M => de sommatie van de momenten die op het proces werken.

(moment = kracht x arm)

De momenten die van toepassing zijn:

1. t.g.v de versnellingskracht van de stok : f_s
2. t.g.v. de zwaartekracht van het massamiddelpunt : f_z
3. de massatraagheid : M_i

Algemeen geldt voor f_s:

$$f_s = -m_s((\ddot{x})_x + (l\ddot{\theta})_t - (l\dot{\theta}^2)_n)$$

$$\begin{aligned} \textit{met} \quad (\ddot{x})_x &\rightarrow \textit{versnelling in de x-richting} \\ (l\ddot{\theta})_t &\rightarrow \textit{versnelling in de transversale richting} \\ (l\dot{\theta}^2)_n &\rightarrow \textit{versnelling in de normaal richting} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\sum M = 0 = M_i - (l \cdot f_s)_t - (f_z)_t$$

$$\begin{aligned} \textit{met} \quad (f_s)_t &= -m_s \cdot (\ddot{x} \cdot \cos\theta + l\ddot{\theta}) \\ M_i &= J\ddot{\theta} \\ (f_z)_t &= m \cdot g \cdot l \cdot \sin\theta \end{aligned} \tag{10}$$

Invullen geeft:

$$J\ddot{\theta} + m_s \cdot l \cdot (\ddot{x} \cdot \cos\theta + l\ddot{\theta}) - m \cdot g \cdot l \cdot \sin\theta = 0 \tag{11}$$

$$\textit{met } J \rightarrow \textit{traagheidsmoment}$$

Het traagheidsmoment van een dunne staaf met lengte 2l is:

$$J = \frac{1}{3} \cdot m_s \cdot l^2 \tag{12}$$

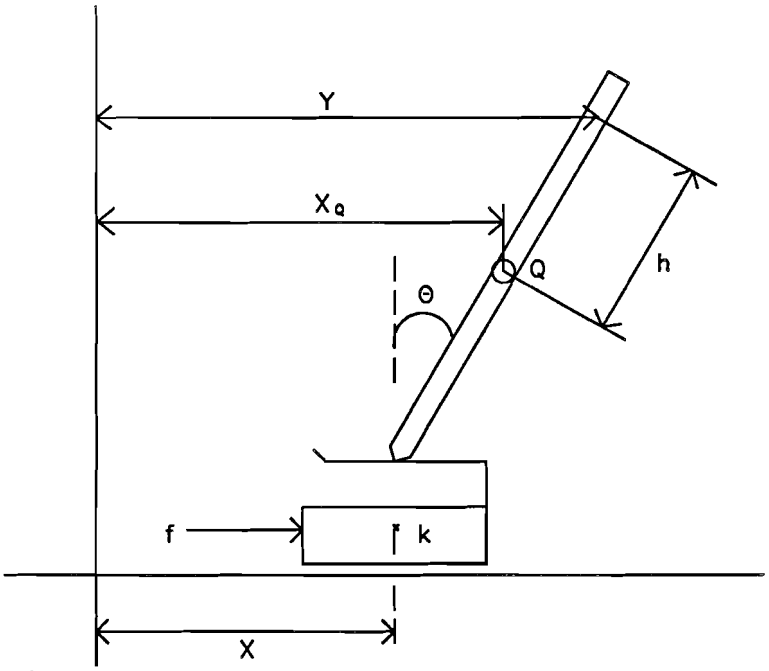
Verder beschouwen we de hoek Θ steeds heel klein (de stok staat steeds nagenoeg rechtop) zodat de volgende benaderingen gemaakt mogen worden:

$$\begin{aligned} \cos\theta &\approx 1 \\ \sin\theta &\approx \theta \end{aligned} \tag{13}$$

Dit leidt tot de volgende differentiaal vergelijking waarmee de benaderde overdrachtsfunctie van het proces bepaald kan worden.

$$\frac{4}{3} \cdot m_s \cdot l^2 \cdot \ddot{\theta} + m_s \cdot l \cdot \ddot{x} - m_s \cdot g \cdot l \cdot \theta = 0 \tag{14}$$

Hieronder is het proces nogmaals getekend met een aantal belangrijke afstanden



Figuur 3: Balancerende stok.

y : de plaats van de stok op een hoogte h boven het midden.
x_0: de plaats van het midden van de stok
x : de plaats van het karretje en dus tevens van de onderkant van de stok.

Er geldt:

$$y = x_Q + h \cdot \sin\theta$$
$$en \qquad (15)$$
$$x_Q - x = l \cdot \sin\theta$$

en voor kleine Θ

$$y = x_Q + h \cdot \theta$$
$$en \qquad (16)$$
$$x_Q = x + l \cdot \theta$$

substitutie geeft:

$$y = x + (l + h) \cdot \theta \qquad (17)$$

Verder geldt voor kleine Θ

$$\theta = \frac{x_Q - x_v}{l} \qquad (18)$$

substitutie van x_Q geeft uiteindelijk

$$\theta = \frac{y - x}{h + l} \qquad (19)$$

zodat

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{y} - \ddot{x}}{h + l} \qquad (20)$$

De uitgang van het proces is de afstand y die met de LDR's gemeten wordt terwijl de ingang de plaats x van de x-y schrijver is.

Invullen van Θ en $\ddot{\Theta}$ in de laatst beschreven differentiaalvergelijking geeft:

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot m \cdot l^2}{h + l} \cdot \ddot{y} - \frac{m \cdot g \cdot l}{h + l} \cdot y = [\frac{\frac{4}{3} \cdot m \cdot l^2}{h + l} - m \cdot l] \cdot \ddot{x} + \frac{m \cdot g \cdot l}{h + l} \cdot x \qquad (21)$$

In het Laplace domein wordt dit met:

$$\ddot{y} \Rightarrow s^2 \cdot Y \quad en \quad \ddot{x} \Rightarrow s^2 \cdot X \tag{22}$$

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot m \cdot l^2}{h + l} s^2 Y - \frac{m \cdot g \cdot l}{h + l} Y = [\frac{\frac{4}{3} \cdot m \cdot l^2}{h + l} - m \cdot l] s^2 X + \frac{m \cdot g \cdot l}{h + l} X \tag{23}$$

Na enig rekenwerk geeft dit als overdrachtsfunctie:

$$H = \frac{Y}{X} = \frac{(\frac{h}{2 \cdot l} - \frac{1}{6})(s^2 + \frac{g}{h - \frac{2 \cdot l}{6}})}{-\frac{2}{3}(s^2 - \frac{3 \cdot g}{4 \cdot l})} \tag{24}$$

Dit is de overdrachtsfunctie van de plaatsen X en Y van de stok. De overdrachtsfunctie van het gehele proces wordt gegeven door de spanningen Vx (spanning op de x-y schrijver) en Vy (spanning afgegeven door de LDR's).

De x-y schrijver wordt in eerste instantie ideaal verondersteld. Dat wil zeggen, een spanning op de ingang veroorzaakt op hetzelfde moment een overeenkomende plaats van het "karretje" van de x-y schrijver.

Dit is natuurlijk niet volledig overeenkomend met de praktijk maar omdat de tijdkonstanten van de vallende stok vele malen groter zijn dan die van de x-y schrijver is het ideaal veronderstellen van de x-y schrijver realistisch.
Ook mogelijke aanwezige speling wordt op deze plaats verwaarloosd.

Dit betekent dat de overdrachtsfunctie van de x-y schrijver in eerste instantie een konstante faktor is:

$$X = K_1 \cdot V_x \tag{25}$$

Verder geldt voor de spanning die de LDR's afgeven dat deze vrijwel evenredig is met de plaats van de stok, en dus met de plaats y.

De dynamica van de LDR's wordt hier niet meegenomen omdat deze hoogfrequent, ten opzichte van de dynamica van de stok, af valt.

Er geldt bij benadering:

$$Y = K_2 \cdot V_y \tag{26}$$

Voor de overdrachtsfunctie Vy/Vx kan dus geschreven worden:

$$\frac{V_y}{V_x} = \frac{K_1 \cdot Y}{K_2 \cdot X} = K \cdot \frac{Y}{X} \tag{27}$$

Het verschil tussen deze twee overdrachtsfuncties is dus een konstante factor K.

Omdat deze factor geen invloed heeft op de ligging van de polen of nulpunten wordt in het vervolg gewerkt met de overdrachtsfunctie:

$$H = \frac{Y}{X} \tag{28}$$

3.1 Twee meetgebeiden

Wat betreft de overdrachtsfunctie zijn er twee gebieden te onderscheiden:

$$1: \qquad h < \tfrac{2}{6} \cdot l \tag{29}$$

Deze situatie heeft tot resultaat dat het proces twee reële polen heeft en twee reële nulpunten.

$$2: \qquad h > \tfrac{2}{6} \cdot l \tag{30}$$

Nu heeft het proces twee imaginaire nulpunten en twee reële polen.

Deze laatste mogelijkheid wordt verder uitgewerkt, omdat in de praktische opstelling de afstand y ook gemeten wordt op een hoogte h die groter is dan 2/6·l.
Vergeleken met de situatie met twee reële nulpunten, blijkt dit ook de makkelijkste situatie te zijn die met een regelaar stabiel te maken is.

Er volgen nu een aantal waarden die gelden voor de praktische opstelling:

2l = 128 cm = 1,28 m
g = 9,8 m/s²
h = 43 cm = 0,43 m

De overdrachtsfunctie wordt hiermee:

$$H_{proces} = \frac{Y}{X} = -0,25\frac{s^2 + 45,23}{s^2 - 11,48} \qquad (31)$$

Als eerste benadering heeft het proces dus de volgende polen en nulpunten:

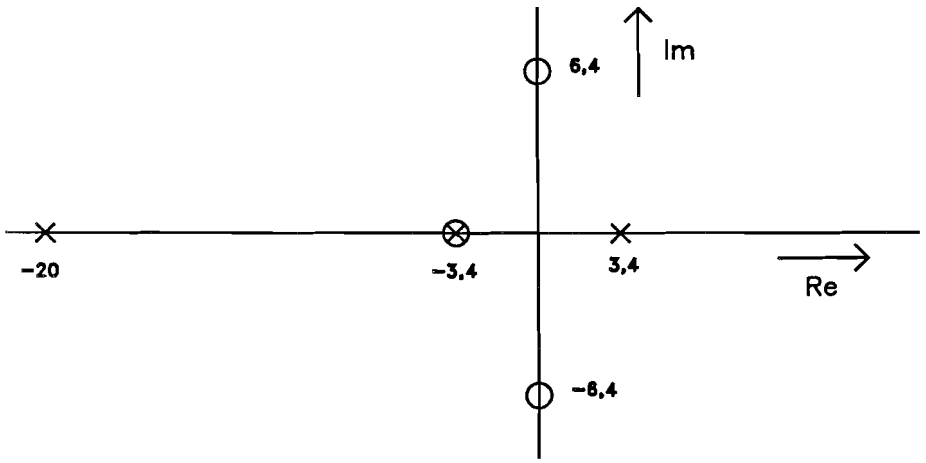
Polen : s = +3,4 en s = -3,4
Nulpunten : s = +6,7j en s = - 6,7j

4. ANALOGE REGELAAR

Het is nu duidelijk geworden dat het proces een pool heeft in het rechter deel van het s-vlak. Het proces is dus, zoals verwacht, instabiel.

Het idee van de regelaar is nu om de pool in het rechtse halfvlak naar links te "trekken" door het nulpunt van de regelaar op de pool s = -3,4 van het proces te leggen en verder een pool van de regelaar ver weg in het linker halfvlak te leggen. Hiervoor is s = -20 gekozen.
Door deze regelaar in de terugkoppeling te plaatsen zal een stabiel systeem verkregen worden.

Het polen nulpunten plaatje van het proces en van de regelaar ziet er in het s-vlak als volgt uit:



Figuur 4: polen-nulpunten plaatje.

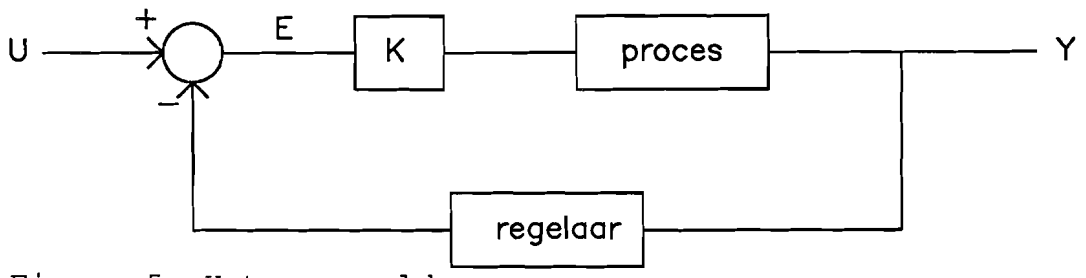
De overdracht van de regelaar wordt nu:

$$H_{reg} = K_{reg}\frac{s + 3,4}{s + 20} \tag{32}$$

Reeds berekend was

$$H_{proces} = -0,25\frac{s^2 + 45,23}{s^2 - 11,48} \tag{33}$$

Gebruikmakend van de regelaar in de terugkoppellus ziet het schema er als volgt uit:



Figuur 5: Het geregelde proces.

De overdrachtsfunctie van het geheel wordt nu:

$$G = \frac{Y}{X} = \frac{-0,25K(s^2 + 45,23)(s + 20)}{(s + 3,4)[(s + 20)(s - 3,4) - 0,25KK_{reg}(s^2 + 45,23)]} \tag{34}$$

Dit geeft als karakteristieke vergelijking:

$$K.V.: (s + 3,4)[(1 - 0,25KK_{reg})s^2 + 16,6s - 68 - 11,31KK_{reg}] = 0 \tag{35}$$

Dit betekent dat er een vaste pool op $s \approx -3,4$ ligt en dat er verder nog twee polen aanwezig zijn waarvan de ligging afhankelijk is van de versterking K.

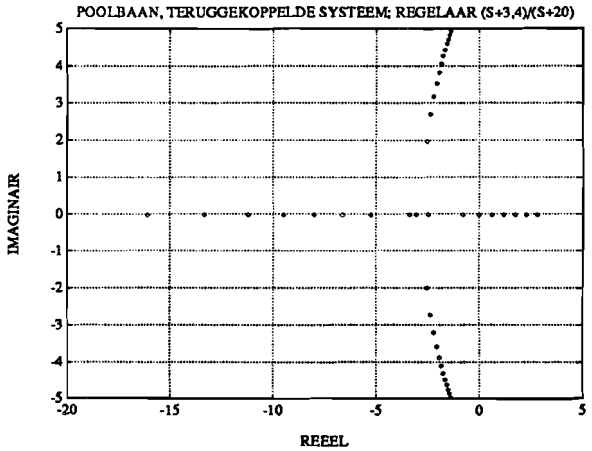
De poolbaan hiervan kan met MATLAB uitgerekend worden. Hiervoor is een programma geschreven die de karakteristieke vergelijking oplost voor verschillende waarden van K.
Dit programma, met de naam "oplkv.m", is gegeven op bijlage 1.

Bij het aanroepen hiervan worden een aantal variabele meegegeven. Op de eerste plaats het nulpunt van de regelaar die in dit geval op -3,4 wordt gesteld. Verder kan ook het aantal verschillende K-waarden en de grootte van deze waarden als variabele meegegeven worden.

Het programma geeft als resultaat een rootlocus in grafiek vorm en een matrix waarin in iedere rij de polen staan die horen bij een bepaalde vooraf opgegeven K-waarde.

De karakteristieke vergelijking die gegeven is in formule 35 is met behulp van het programma "oplkv" voor de K-waarden 1 tot en met 20 opgelost.

De rootlocus is hieronder in grafiekvorm in figuur 6 weergegeven, terwijl de matrix die de feitelijke waarden van de polen bevat, voor de K-waarden 1 tot en met 20, gegeven is op bijlage 2.



Figuur 6: poolbaan.

Op bijlage 2 is te zien dat de pool op s ≈ -3,4 voor alle waarden van K constant blijft.

Het systeem blijkt stabiel te worden voor k < -6 en het uitbreekpunt vindt plaats voor k ≈ -8,5.

De mogelijkheid bestaat dat de pool van het proces (s = -3,4) niet exact wordt opgeheven door het nulpunt van de regelaar.

De berekening die hierboven is beschreven is nu nogmaals uitgevoerd, echter nu met een regelaar waarvan het nulpunt variabel gesteld wordt.

De overdracht van de regelaar ziet er nu als volgt uit:

$$H_{reg} = K_{reg}\frac{s + d}{s + 20} \qquad (36)$$

Het nulpunt van de regelaar is gelijk aan -d en kan gevarieerd worden.

De karakteristieke vergelijking ziet er nu als functie van $KK_{reg} = K_t$ en d als volgt uit:

K.V.:

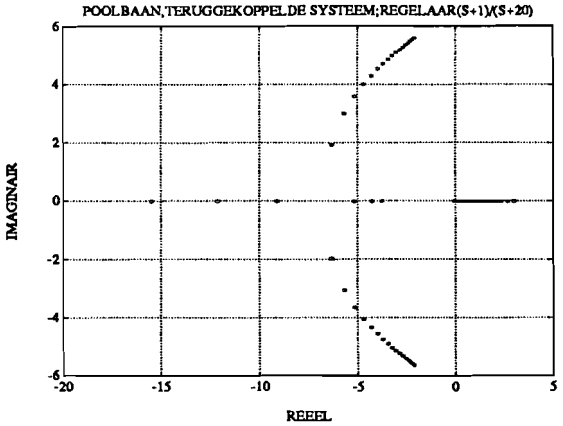
$$(1-0,25K_t)s^3+(20-0,25K_td)s^2+(-11,48-11,31K_t)s-229,6-11,31K_td=0 \qquad (37)$$

Door wederom gebruik te maken van het programma "oplkv" wordt deze karakteristieke vergelijking voor een aantal situaties opgelost waarbij het nulpunt van de regelaar (is -d) steeds op een andere plaats gelegd wordt.

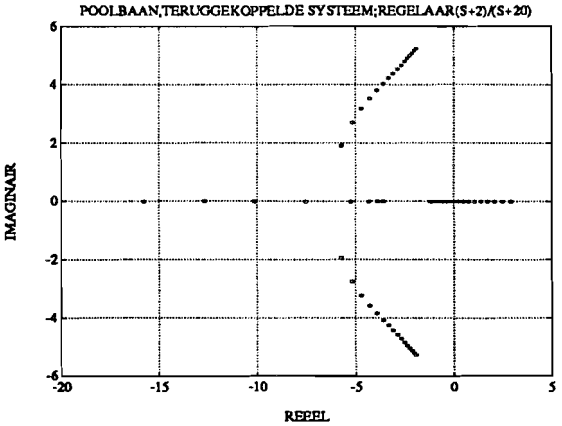
Op deze manier kan nagegaan worden in hoeverre de stabiliteit in een dergelijk geval nog gewaarborgd kan worden.

Hierbij heeft men het nulpunt van de regelaar laten schuiven van s = -1 tot s = -10 en steeds de poolbaan uitgerekend.
Iedere poolbaan wordt uitgerekend voor K-waarden die liggen tussen 1 en 20 met stapjes van één.

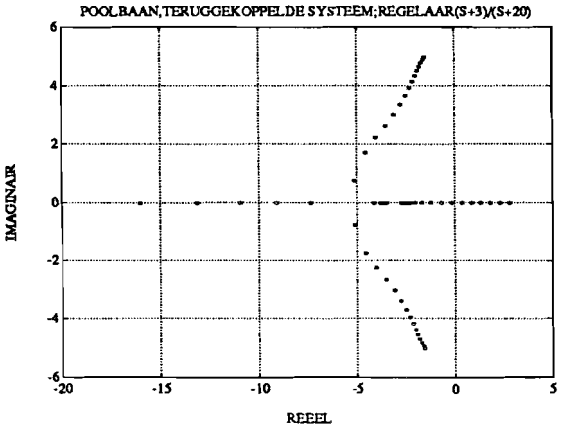
Het resultaat is hieronder gegeven waarbij de nulpunten van de regelaar respectievelijk 1, 2, 3, 4, 5 en 10 gekozen zijn.



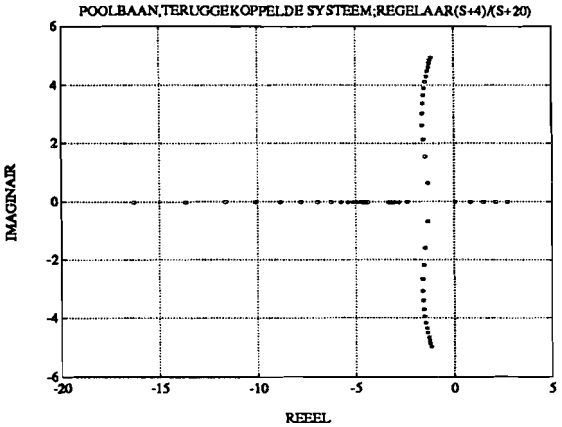
Figuur 7:nulpunt regelaar =-1



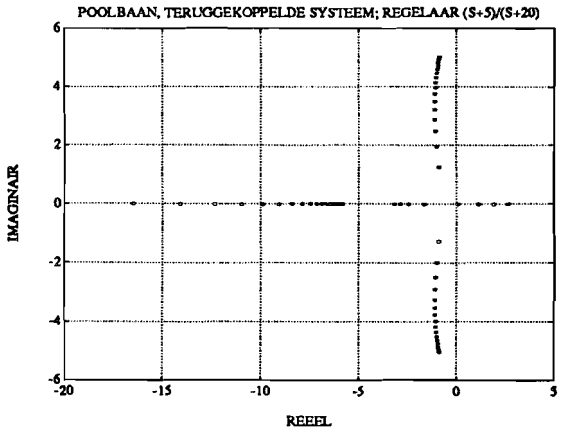
Figuur 8:nulpunt regelaar =-2



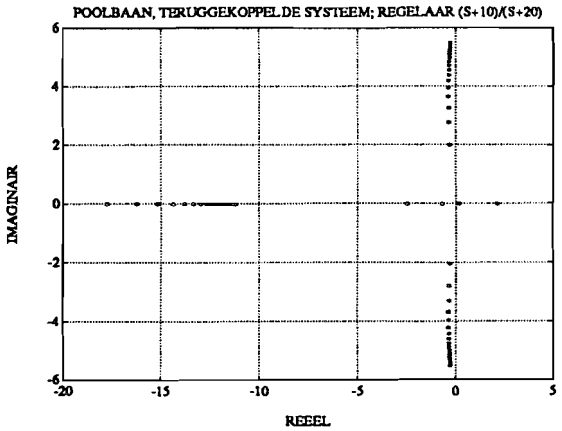
Figuur 9:nulpunt regelaar =-3



Figuur 10:nulpunt regelaar=-4



Figuur 11:nulpunt regelaar=-5



Figuur12:nulpunt regelaar=-10

De werkelijke waarden van de polen die hierboven in grafiekvorm staan zijn gegeven op de bijlagen 3 tot en met 8. In de kolommen 1 van deze matrixen staan steeds de waarden van de polen die gelden voor K=1. In kolommen 2 staan steeds de waarden van de polen die gelden voor K=2, enz, tot en met K=20.

4.1 Conclusies

In deze bijlagen is te zien dat de vaste pool zoals die op bijlage 2 op ongeveer -3,4 bleef staan, nu steeds verschuift.

Verder blijkt het systeem bij een kleinere K factor stabiel te worden als het nulpunt van de regelaar verder naar links ligt.

Voor een nulpunt op -10 (bijlage 8) blijkt er zelfs al een stabiele situatie op te treden voor K = 3. Deze situatie is echter verre van ideaal omdat de polen heel dicht bij het rechter halfvlak liggen. Zelf bij grotere waarden van K komt in deze situatie weinig verbetering.

Als het nulpunt van de regelaar op -1 ligt (bijlage 3) blijkt het systeem pas stabiel te worden voor een K-waarde die groter is dan 20.

Een te grote versterkingsfactor heeft als nadeel dat ruis en andere verstoring een grotere rol gaan spelen zodat deze situatie ook niet bruikbaar is.

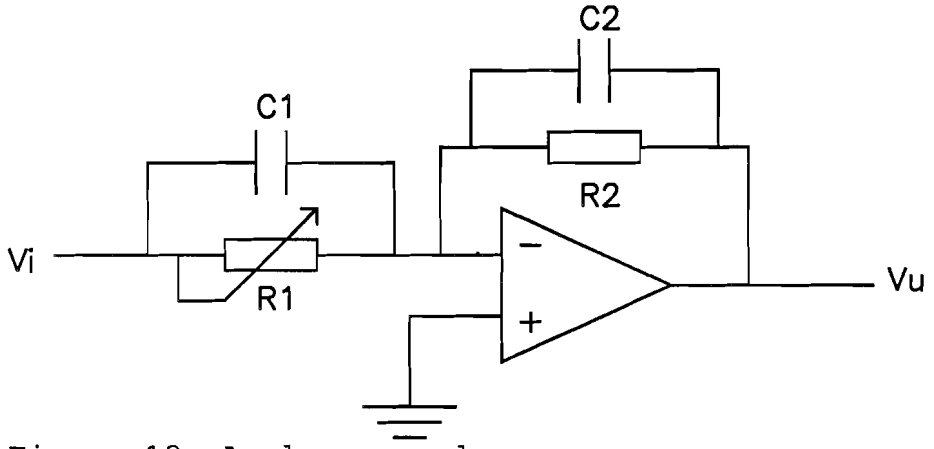
Algemeen mag deze theoretische benadering afgesloten worden met de opmerking dat een redelijk goede stabiele situatie verkregen kan worden als het nulpunt van de regelaar tussen de -2 en de -4 ligt.

Bij het ontwerp van de regelaar moet hier dus rekening mee gehouden worden. Dit kan bijvoorbeeld gedaan worden door het nulpunt van de regelaar instelbaar te maken, waarbij het accent gelegd moet worden op het bereik tussen -2 en -4.

5. HARD-WARE ANALOGE REGELAAR

De analoge regelaar is een PD-regelaar. De pool en het nulpunt kunnen gerealiseerd worden met een versterker en een tweetal RC-combinaties.

Het schema is hieronder gegeven:



Figuur 13: Analoge regelaar.

Voor de Op Amp in figuur 13 wordt de CA3140 gebruikt.

Doorrekenen van het schema geeft het volgende resultaat:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{R_2(1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1(1 + j\omega C_2 R_2)} \qquad (38)$$

Herschrijven en s = jω invullen levert:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{s + \frac{1}{C_1 R_1}}{s + \frac{1}{C_2 R_2}} \qquad (39)$$

Dit betekent dat de nulpunt van de regelaar gevormd wordt door $1/C_1R_1$ en de pool door $1/C_2R_2$.

Weerstand R_1 is variabel tussen 0 en 6,6kΩ. Om een nauwkeurige afstelling mogelijk te maken in het gebied tussen s = −1,5 en s = −4 is gekozen voor een capaciteit C1 = 100μF

Deze capaciteit is een electroliet condensator zodat er eventueel problemen kunnen optreden bij het ompolen. Dit blijkt echter in de praktische opstelling niet het geval te zijn omdat de grootste negatieve waarde over de condensator maximaal -0,38 volt kan zijn. Voor de toegepaste electrolietische condensator blijkt dit geen ploblemen op te leveren.

De pool van de regelaar wordt ver in het linker halfvlak gelegd. Er is gekozen voor R2 = 22KΩ en C2 = 2,2μF.

6. IN WERKING STELLEN VAN OPSTELLING EN ANALOGE REGELAAR.

De hoogte van de rij LDR's en van de lampen worden afgesteld op 107 centimeter, zodat de afstand y die eerder in dit rapport (figuur 2) naar voren kwam, op een hoogte van 107 centimeter gemeten wordt. De voorgaande berekeningen om een theoretisch model te verkrijgen zijn dan ook gebaseerd op deze hoogte.

De schakeling van de analoge regelaar is op print gezet op de wijze zoals dit eerder in dit verslag uiteengezet is. Voor zowel de x- als de y-richting is een afzonderlijke analoge regelaar gemaakt. Deze moeten ook afzonderlijk worden afgesteld.

De eerste en belangrijkste taak is om de twee regelaars zodanig af te stellen dat het proces stabiel wordt, zodat de stok dus blijft staan. Elektrisch gezien zijn er voor zowel de x- als de y-richting een drietal afstel mogelijkheden.

Dit zijn:

1. Het nulpunt van de regelaar, die met de potmeter op de regelaar wordt ingesteld.
2. De setpoint: dit is de plaats waar het voetje van de x-y schrijver komt te staan. Dit kan met de off-set van de x-y schrijver ingesteld worden.
3. De rondgaande versterking, die met de versterking van de x-y schrijver ingesteld kan worden.

Bij het afregelen van de regelaar is als volgt te werk gegaan:

Op de eerste plaats zijn de nulpunten van de regelaar afgesteld op de waarden zoals deze in het theoretische model berekend zijn.

Vervolgens is de off-set van de x-y schrijver zodanig afgesteld dat het voetje in het midden kwam te staan als de stok met de hand overeind gehouden werd.

Vervolgens heeft men de rondgaande versterking steeds vergroot totdat het proces stabiel werd.

In eerste instantie was de stabiliteit van het proces niet overtuigend groot. De stok stond nogal te wankelen en ten gevolge van een verstoring van buitenaf werd het proces instabiel. Door de rondgaande versterking verder te verhogen kreeg het proces een stabieler karakter.

Bij een te grootte rondgaande versterking bleek echter dat het proces wederom instabiele verschijnselen ging vertonen. Een grote versterking kan namelijk tot gevolg hebben dat ruis, die ook deze versterking ondergaat, een te grote invloed gaat uitoefenen zodat de regelaar een sterk verruist signaal moet verwerken.

De optimale visuele instelling van de x-y schrijver is:

x-richting: 0,1 Volt/cm (gecalibreerd)
y-richting: 0,2 Volt/cm (gecalibreerd)

Men ziet nu de stok vrij stabiel staan waarbij deze enigszins nog een wankelende beweging maakt. Op een flinke verstoring van buitenaf reageert het proces goed genoeg om stabiel te blijven, echter nog met de nodige uitslingeringen.

Men gaat nu het nulpunt van de regelaar verschuiven. Het proces blijkt minder stabiel te worden als het nulpunt naar links verschoven wordt. Het naar rechts verschuiven van het nulpunt geeft een stabieler proces.
De optimale visuele instelling van de regelaars is:

x-richting: nulpunt op s = -2,9
y-richting: nulpunt op s = -3,1

Het uiteindelijke resultaat van de instelling is dat de stok vrij stabiel staat (de stok beweegt binnen een oppervlakte van 3 cm^2) en nagenoeg iedere verstoring van buitenaf kan verwerken mits deze binnen het bereik van de x-y schrijver en de LDR's valt.

Uit het voorgaande kan de conclusie getrokken worden dat de rondgaande versterking en de ligging van het nulpunt van de regelaar van aanzienlijke invloed zijn op de stabiliteit van de regelaar.

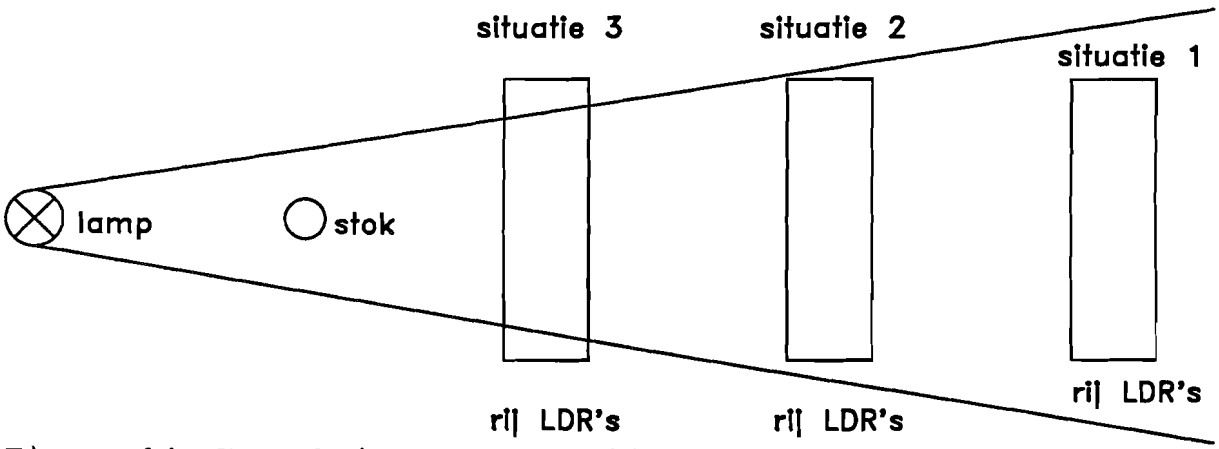
Het stabiele gebied is vrij ruim, maar om echter de optimale afstelling te verkrijgen dient de analoge regelaar nauwkeurig, zoals hierboven beschreven, te worden afgesteld.

Met een optimale afstelling wordt bedoeld dat de stok zo goed mogelijk stil staat, en dat deze zo goed mogelijk reageert op verstoringen van buitenaf, met als gevolg dat de verstoring zo snel mogelijk weer opgeheven wordt.

Nu het proces goed stabiel is, kan de afstand tussen de lichtbron en de stok, en tussen de rij LDR's en de stok optimaal afgesteld worden.

Door de rij LDR's dichter naar de lamp en de stok te schuiven zal de lichtopbrengst van de lamp beter over de LDR's benut worden (van situatie 1 naar 2 in figuur 14). Dit betekent dat de LDR's beter belicht worden met als gevolg dat het bereik van de spanning die de rij LDR's afgeeft vergroot wordt. Dit heeft weer een betere plaatsbepaling van de stok tot gevolg

Schuift men deze rij LDR's echter te dicht bij de stok dan zal een gedeelte van de rij LDR's niet belicht worden (situatie 3 in figuur 14).



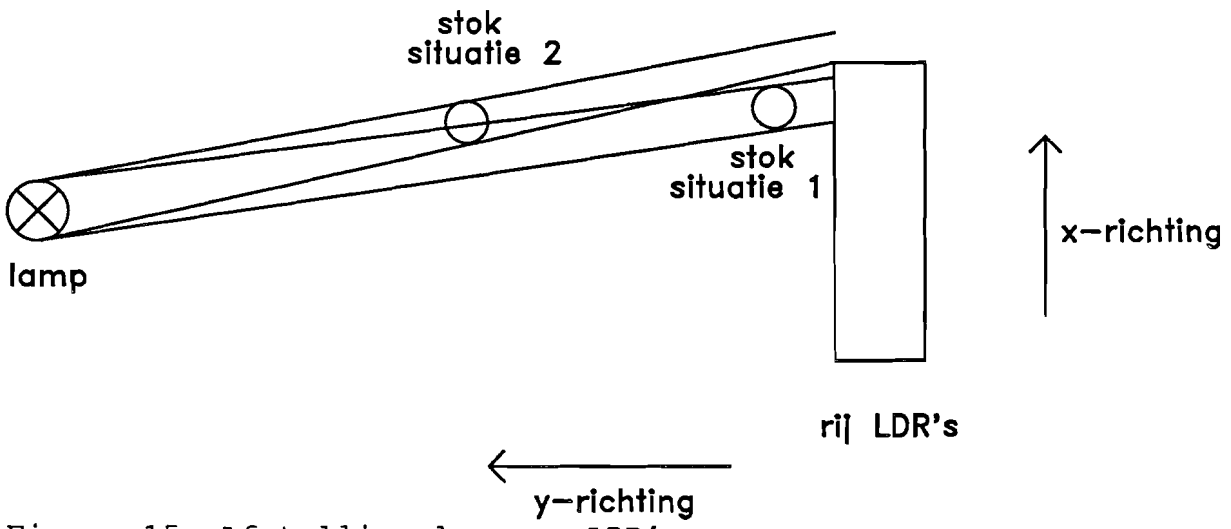
Figuur 14: Verschuiven van de rij LDR's

Met het oog op het voorgaande zal de afstand tussen de lamp en de stok en tussen de rij LDR's en de stok ongeveer gelijk gehouden worden. Deze twee afstanden worden nu langzaam verkleint totdat de stok nog juist het maximale bereik van de x-y schrijver kan benutten.

Dit betekent dat de schaduw van de stok ongeveer twee LDR's voor de laatste LDR staat, als de stok vrijwel in zijn uiterste stand op de x-y schrijver staat. Deze reserve van twee LDR's is genomen in verband met een eventuele overshoot die de stok kan hebben.

Hier dient echter een opmerking bij geplaatst worden, die met figuur 15 verduidelijkt zal worden.

Als men namenlijk de lamp en de rij LDR's van bijvoorbeeld de x-richting op de bovenstaande manier afstelt terwijl de stok dicht bij de rij LDR's staat (situatie 1 in figuur 15) zal bij beweging in de y-richting de schaduw naast de rij LDR's vallen (situatie 2 in figuur 15).



Figuur 15: Afstelling lamp en LDR's

De verdeling over de rij LDR's moet dus optimaal worden ingesteld als de stok het dichtst bij de lamp staat.

Verder kwam bij de in werking zijnde opstelling naar voren dat de x- en y-richting niet onafhankelijk van elkaar werken. Het werd duidelijk dat deze twee richtingen een korrelatie vertonen.

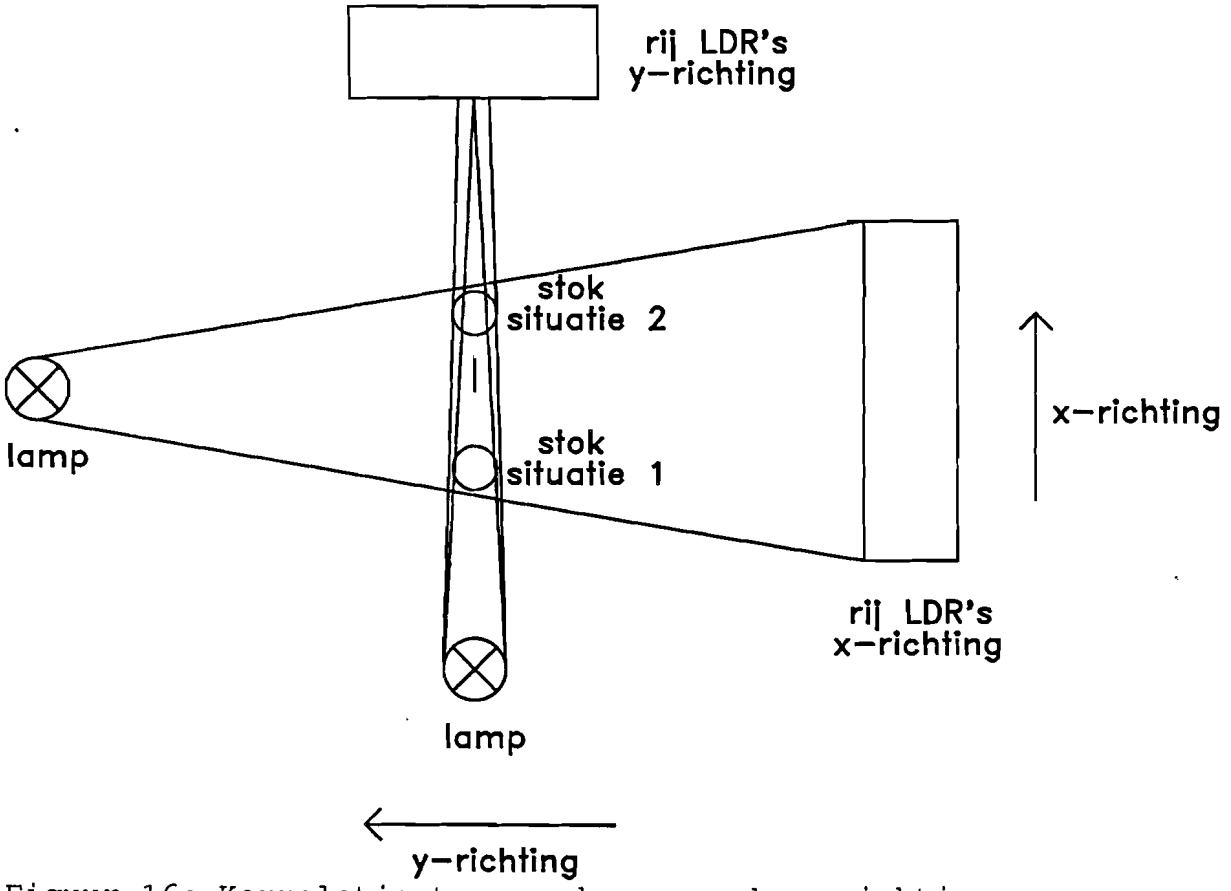
Dit is als volgt te verklaren:

Beweegt men de stok bijvoorbeeld alleen in de x-richting dan zal de schaduw in de y-richting zwakker of sterker worden (dit is afhankelijk van het feit of de stok respectievelijk van of naar de LDR's van de y-richting beweegt).

Ten gevolge van het veranderen van de schaduwsterkte in de y-richting zal de rij LDR's van de y-richting een andere spanning afgeven met als gevolg dat de regelaar hierop reageert en een ander evenwichtspunt zal bereiken, dat zich een klein stukje naast het vorige evenwichtspunt bevindt.

De stok is nu dus ook een stukje in de y-richting verschoven, zonder dat deze richting aangestuurd werd.

De tekening hieronder zal het een en ander verduidelijken.



Figuur 16: Korrelatie tussen de x- en de y-richting

Dit heeft tot gevolg dat bij het afstellen voor een maximaal bereik van de stok over de x-y schrijver een verdere beperking optreedt.

Het bovenstaande heeft tot gevolg dat bij het afstellen van de rij met LDR's een compromis gesloten moet worden.

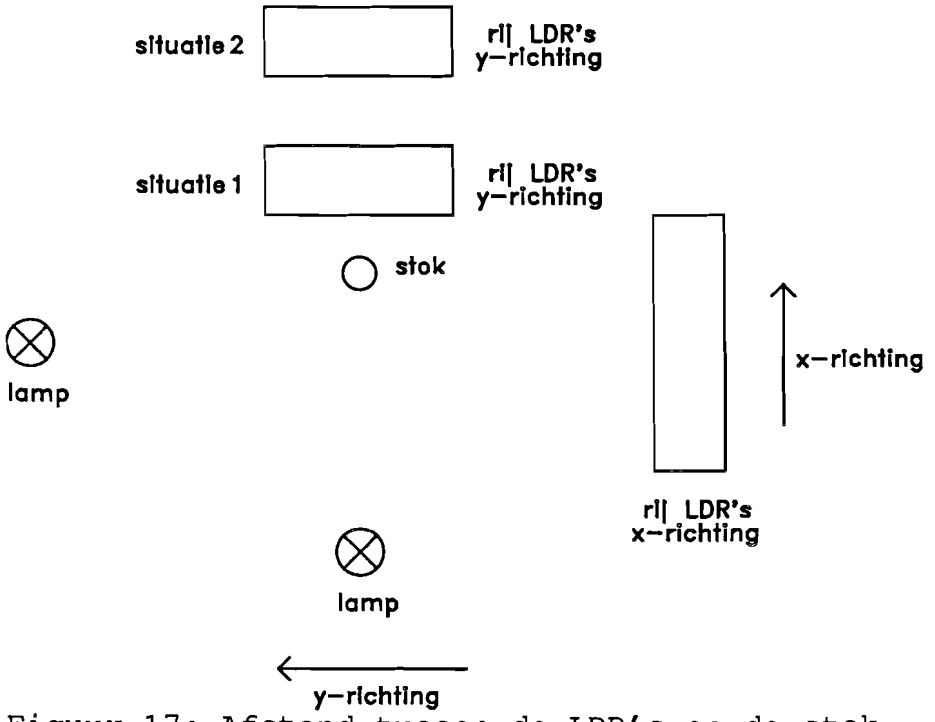
Dit is als volgt te verklaren.

Door de afstand tussen de stok en de rij LDR's te verkleinen zal:

1: De schaduw op de LDR's sterker worden
2: Het bereik van de stok vergroot worden (natuurlijk tot maximaal de grootte van de x-y schrijver).

Echter ook de afhankelijkheid van de x- en y-richting wordt stukken groter als de rij LDR's dicht bij de stok geplaatst wordt. Dit komt omdat in een dergelijk geval een beweging in bijvoorbeeld de x-richting een grootte schaduw verandering, en dus plaatsverandering, in de y-richting veroozaakt.

Figuur 17 die hieronder is weergegeven zal dit verduidelijken.



Figuur 17: Afstand tussen de LDR's en de stok

In geval van situatie 1 zal een kleine beweging in de x-richting al een redelijk grote verandering van de schaduw in de rij LDR's van de y-richting veroorzaken (een kleine beweging in de x-richting kan dan namenlijk al betekenen dat de stok twee maal zo ver van de rij LDR's van de y-richting komt te staan) zodat er een vrij sterke korrelatie tussen de x- en de y-richting onstaat.

Tussen deze twee uitersten is een compromis gevonden, en wel zodanig dat nog juist het maximale bereik van de x-y schrijver benut kan worden.

Als laatste van dit hoofdstuk nog een opmerking die betrekking heeft op de konstruktie van de opstelling:

In eerste instantie werd de x-y schrijver rechtstreeks op de opstelling zelf geplaatst. Dit bleek echter een probleem op te leveren omdat een trilling van de stok tot gevolg had dat de opstelling ging trillen, zodat ook de lampen en de rij LDR's gingen trillen.

Deze laatste trilling had weer tot gevolg dat de spanning van de rij LDR's een schommelend verloop had, zodat de analoge regelaar dit karakter overnam. Dit betekende vervolgens weer dat de x-y schrijver hiermee aangestuurd werd, zodat dit een extra trilling van de stok veroorzaakte.

Vanwege deze gesloten kring had een kleine trilling al snel tot gevolg dat de stok in resonantie raakte.

Om dit probleem op te lossen moest de kring ergens doorbroken worden. Dit is gedaan door de x-y schrijver op een apart tafeltje te plaatsen zodat er een ontkoppeling tussen de x-y schrijver en de rest van de opstelling is onstaan. Een trilling van de x-y schrijver heeft nu nog wel een trilling van het tafelje tot gevolg maar deze dempt vrij snel uit omdat de rest van de opstelling hierdoor niet wordt beinvloed.

7. SYSTEEM KOPPELEN MET DE COMPUTER

Het tot nu toe verkregen resultaat is een proces, in de vorm van een x-y schrijver een stok en de kombinatie van lichtbron en LDR's, dat stabiel geregeld wordt door een analoge PD-regelaar.

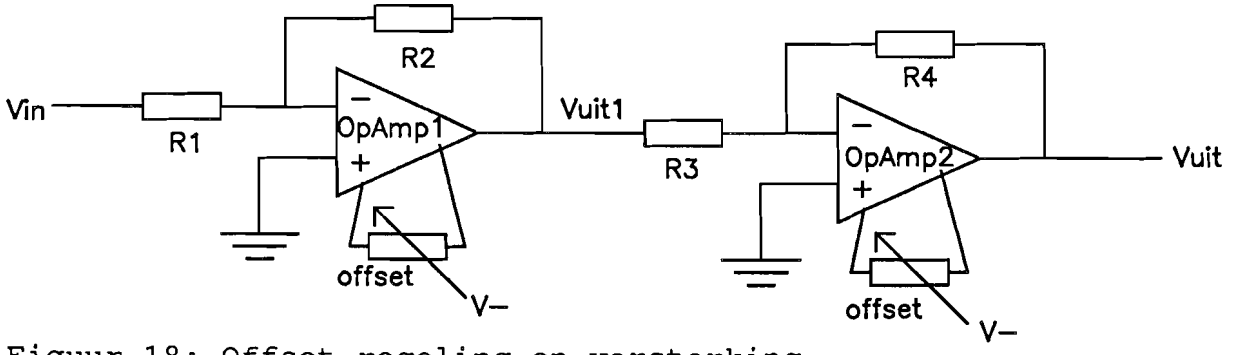
De uiteindelijke bedoeling is om de staande stok volgens een optimaal traject van plaats te laten veranderen. Dit dient te gebeuren met een optimaal gekozen stuursignaal.

De staande stok dient uiteindelijke dus een kleine plaatsverandering te kunnen uitvoeren zonder dat er instabiliteit optreedt, door een juist gekozen stuursignaal aan te bieden.

Om een optimaal stuursignaal te kunnen berekenen moet het systeem geidentificeerd worden. Dit betekent dat een model verkregen dient te worden van het proces. Omdat het eigenlijke proces uiterst instabiel is kan dit niet apart geidentificeerd worden.

Er is wel een mogelijkheid om de parallelschakeling van proces en analoge regelaar als te identificeren "nieuw" proces te beschouwen. Deze mogelijkheid zal worden uitgevoerd, zodat het eigenlijke proces met de analoge regelaar als "black box" geidentificeerd wordt, en hiervan dus een model gemaakt gaat worden.

De eerste taak is nu dus om over het proces met regelaar de CPU met AD- en DA-kaart te plaatsen. Alvorens de AD-kaart aan te sturen wordt eerst de offset weggeregeld en zodanig versterkt dat het maximale bereik van AD-converter nagenoeg bereikt wordt. De schakeling die hiervoor gebruikt wordt is hieronder gegeven.



Figuur 18: Offset regeling en versterking

Voor de x-richting geldt: R1 = R2 = 560kΩ
R3 = 100kΩ
R4 = 900kΩ

Voor de y-richting geldt: R1 = R2 = 560kΩ
R3 = 100kΩ
R4 = 500kΩ

Voor beide richtingen geldt: OpAmp 1 = OpAmp 2 = CA 3140

Voor de y-richting moet een offset van -0,24 volt weggeregeld worden terwijl dit voor de x-richting -0,38 volt is. De offset van OpAmp 1 wordt zodanig afgesteld dat Vuit -0,24 respectievelijk -0,38 volt is als Vin=0.

Wat uit de praktijk naar voren kwam was dat deze schakeling een kleine temperatuur afhankelijkheid bezit, die vooral merkbaar was als de schakeling juist aangeschakeld was. Staat de schakeling echter enige minuten aan dan is van deze temperatuur afhankelijkheid nagenoeg niets meer te merken.

OpAmp 2 zorgt voor de versterking van het signaal. Deze versterking is voor de x-richting 9 maal en voor de y-richting 5 maal.

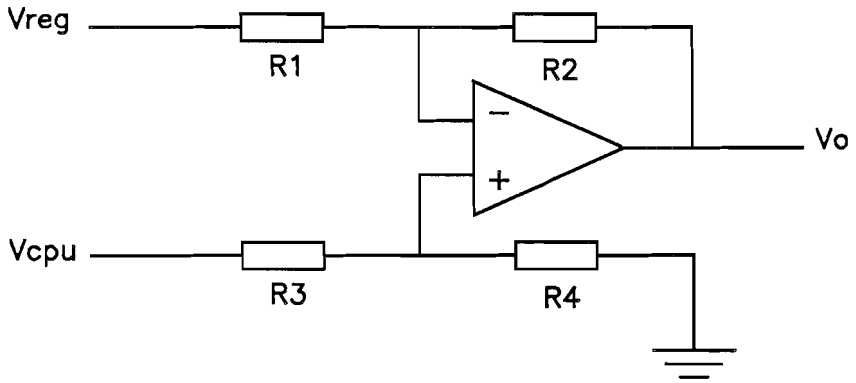
Op deze manier heeft men bereikt dat de AD kaart zo goed mogelijk op zijn volle bereik wordt benut zodat de kwantisatie fouten zo klein mogelijk zijn.

Het aansturen van het proces gebeurt met de DA kaart. De maximale analoge spanning die deze kaart uit kan sturen kan met behulp van Vref ingesteld worden.

Proefondervindelijk is gebleken dat de x-richting maximaal met 0,5 volt kan worden aangestuurd, om binnen het bereik van het proces te blijven. Voor de y-richting geldt een maximale waarde van 0,9 volt. Voor de referentie spanning geldt dus:

x-richting: Vref = -0,5 Volt
y-richting: Vref = -0,9 Volt

De analoge spanning die de DA kaart afgeeft dient opgeteld te worden bij de ingang van het proces. De optelschakeling die hiervoor gebruikt wordt is hieronder weergegeven.



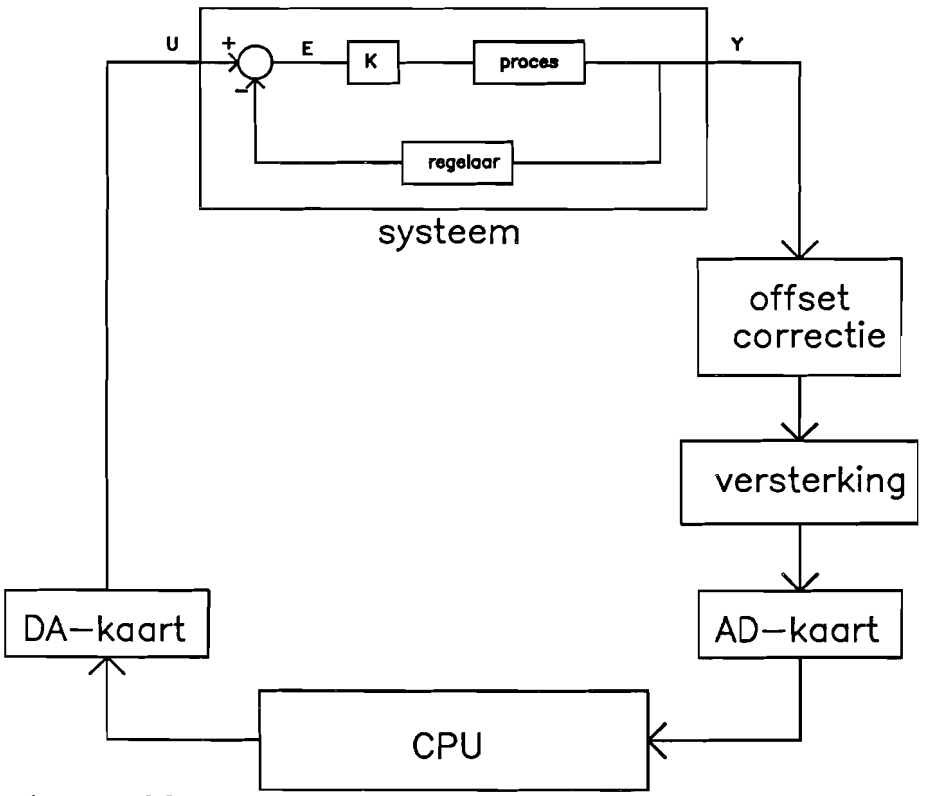
Figuur 19: Optelschakeling

Met R1 = R2 = R3 = R4 = 10kΩ
De gebruikte Op Amp is van het type CA3140.

Er geldt voor deze schakeling:

Vo = Vcpu - Vreg

Het uiteindelijke schema van de totale schakeling is hieronder weergegeven.



Figuur 20: Totale schakeling

8. AANSTUREN VANUIT MACS

Aansturing van het proces vanuit de CPU gebeurt met behulp van het programma MACS. Dit programma biedt de mogelijkheid om maximaal twee ingangen van het proces aan te sturen, en tegelijkertijd maximaal 12 uitgangen van het proces te meten en verwerken. Met het programma MACS zijn een aantal variabelen in te stellen waaronder onder andere de sampletijd, de maximale duur van een experiment en de oversampling.

Met het programma MATLAB kan een matrix aangemaakt worden die in MACS ingelezen kan worden waarmee vervolgens de ingang van het proces aangestuurd kan worden. Op deze manier kan de gebruiker bepalen op welke manier de ingangen aangestuurd worden.

Door met MACS een experiment uit te voeren kunnen de ingangen op de gewenste manier aangestuurd worden, terwijl tegelijkertijd de uitgangen van het proces gemeten en opgeslagen worden. Aan het einde van een experiment kunnen de resultaten worden bewaard onder een .out file. Deze file kan in MATLAB weer worden ingelezen zodat de resultaten geinterpreteerd kunnen worden.

9. DATAVERWERVING

Alvorens de uiteindelijke data voor de identificatie te kunnen verwerven dienen eerst een aantal grootheden in grove lijnen bepaald te worden. Deze grootheden zijn:

-Plaatsbepaling op welk deel van de x-y schrijver de identificatie plaats gaat vinden.
-Het bereik waarover de aansturing plaats zal vinden
-Bandbreedte van het systeem.
-Sampletijd.

Wat betreft de plaats op de x-y schrijver waar de identificatie uit gevoerd zal worden is gebleken dat dit het beste midden op de x-y schrijver kan gebeuren.

Vooral omdat een flinke aansturing dan niet meteen tot gevolg heeft dat het proces dan buiten zijn bereik komt. Maar ook omdat het optimale traject waarlangs de stok dient te gaan bewegen op het midden van de x-y schrijver zal liggen, zodat het model zo goed mogelijk zal passen bij het werkelijke proces.

Een verder groot voordeel is dat de koppeling tussen de x- en y-richting in het midden van de x-y schrijver minimaal is.

Wat betreft het bereik van de aansturing dient een compromis gemaakt te worden.

Voor het onderzoek is het natuurlijk zeer uitdagend en leerzaam om de uitsturing zo groot mogelijk te maken. Dit heeft namelijk als voordeel dat het model een groot deel van het bereik van het proces bevat.

Verder zal een grote aansturing van het systeem tot gevolg hebben dat eventuele ruiskomponenten beduidend kleiner zijn dan het signaal, hetgeen een goede signaal ruis-verhouding tot gevolg heeft.

Er treden echter een aantal beperkende factoren op, die het ideale standpunt onbereikbaar maken.

- In de eerste plaats dient de aansturing ruim binnen het bereik van het proces plaats te vinden. Op de grens van het bereik werken heeft namelijk geen zin omdat een kleine verstoring het proces dan al instabiel kan maken.

- Verder kunnen er problemen onstaan als het proces grote opeenvolgende stappen in de aansturing moet verwerken. Men moet er namelijk steeds rekening mee houden dat men te maken heeft met een proces dat op zich al zeer instabiel is. De PD-regelaar kan dit proces weliswaar zeer goed stabiel regelen, maar dit betekent niet dat een iedere aansturing vanuit de CPU (in de vorm van grote opeenvolgende stappen) door het proces gevolgd en geaccepteerd wordt.

- Als laatste geeft het identificeren met een groot bereik ook een mechanisch probleem. Dit betreft de beperking van de opstelling, die nu eenmaal niet oneindig robuust is. Uit praktische metingen is gebleken dat de opstelling in trilling gaat als het systeem grote opeenvolgende stappen te verwerken heeft. De dynamica van deze trilling heeft een heel ander karakter dan de zeer geringe trilling die onstaat bij één stap op het systeem, zodat dit als een ongewenst effect beschouwd kan worden. Aangezien de opstelling reeds een zeer robuust karakter heeft, en de robuustheid vergroten dus zeer arbeidsintesief is, is er op het oplossen van dit mechanisch probleem niet verder in gegaan. Dit zou de essentie van de afstudeeropdracht zodanig verleggen dat niet passende uitvoeringen de boventoon zouden gaan voeren. Temeer daar er reeds zeer veel energie en tijd is gaan zitten in het maken en opstellen van de mechanische opstelling.

Mocht er ooit besloten worden om dit mechanisch probleem aan te pakken bedenk dan wel dat de twee andere beperkingen die hierboven genoemd zijn steeds van kracht zullen blijven. Het zal dus niet zondermeer tot gevolg hebben dat het bereik waarin geidentificeerd wordt vergroot kan worden.

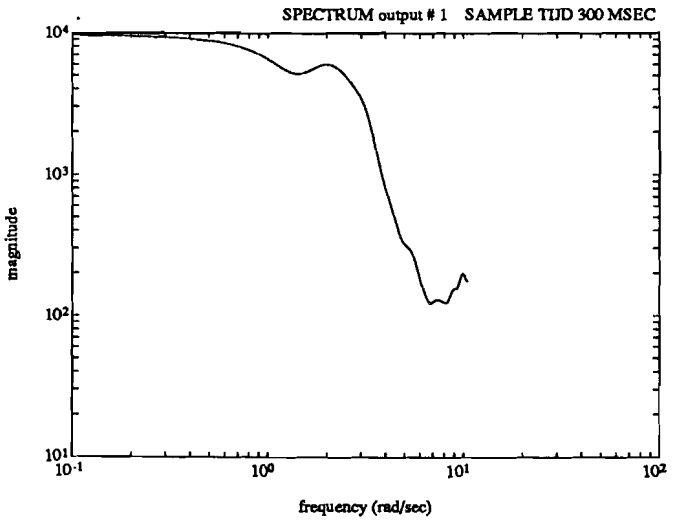
Met het oog op de hiervoor besproken wensen en beperkingen is er na enig experimenteren gekozen voor een middenweg. Als de maximale aansturing van het proces zodanig is dat het "karretje" van de x-y schrijver niet meer dan 8 centimeter op en neer gaat is er een goed compromis gevonden tussen de wens van een grote aansturing en de hierboven besproken beperkingen die daarbij optreden.

Om de bandbreedte van het systeem te bepalen zijn een aantal korte experimenten gedaan.

Omdat er in eerste instantie nog niet veel over het systeem bekend is (hooguit een grove indikatie van de bandbreedte) werden deze experimenten gedaan bij verschillende sample frequenties.

Op deze manier zou een eventuele te hoog of te laag gekozen samplefrequentie duidelijk zichtbaar dienen te worden in het frequentiespectrum van de uitgang.

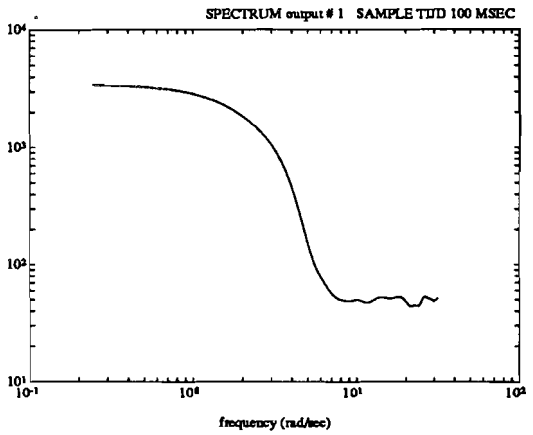
Als eerste is een ingang aangestuurd met een witte ruisreeks van 5000 samples en een sample tijd van 300msec. Van de met die ingang gerelateerde uitgang is het uitgangssignaal gemeten, en daaruit is het frequentiespectrum berekend.
Het resultaat is grafisch weergegeven in figuur 21.



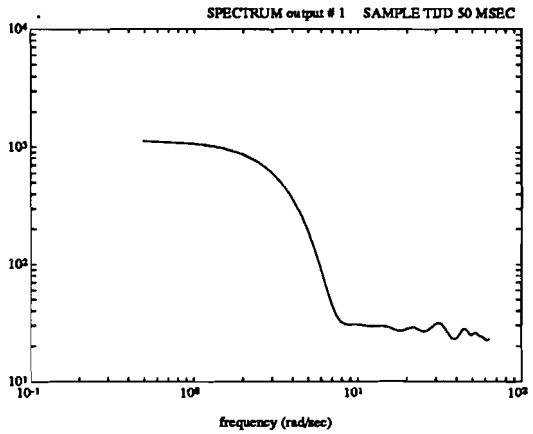
Figuur 21: Frequentiespectrum

Het -3dB punt van dit spectrum ligt op 2,6rad/sec hetgeen overeen komt met 0,41Hz.

Hetzelfde experiment is ook uitgevoerd met een sample tijd van 100msec en 50msec. De frequentie spectra hiervan zijn wederom hieronder gegeven.



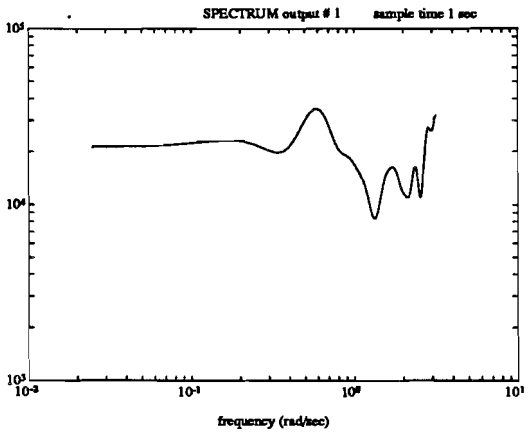
Figuur 22: Frequentiespectrum



Figuur 23: Frequentiespectrum

De -3dB punten liggen op respectievelijk 2,5rad/sec (0,40Hz) en 2,8rad/sec (0,44Hz).

Doet men hetzelfde experiment bij een sample tijd van 1 sec dan heeft dit een spectrum tot resultaat zoals het hieronder te zien is.



Figuur 24: Frequentiespectrum

Men ziet nu een spectrum dat bij de halve sample frequentie nog niet is afgevallen. Dit is dus duidelijk een geval van een te laag gekozen sample frequentie.

Uit de frequentie plaatjes die gemaakt zijn met een sample tijd van 50, 100 en 300msec komt een -3dB punt naar voren bij ongeveer 0,4Hz.

De bandbreedte van het systeem kan nu ook bepaald worden en is ongeveer 1Hz. Dit betekent dat er volgens Shannon gesampled dient te worden met minimaal 2Hz.

Omdat dit minimum een theoretisch minimum is, is er gekozen voor een kleine oversampling. Daarom is voor de samplefrequentie 10Hz gekozen. Deze samplefrequentie is dan ook vervolgens gebruikt ter verkrijging van de data voor de identificatie, en tijdens het uitsturen van een optimaal stuursignaal.

Bij het aansturen van een ingang met een witte ruisreeks en een sampletijd van 100msec wordt wel het uiterste van de opstelling, de stok en de x-y schrijver verlangd. Men kon duidelijk zien dat de opstelling enigzins begon te trillen en dat de x-y schrijver uiterst zwaar belast werd ten gevolge van deze snelle random overgangen.

Verder bestond de indruk dat de dynamica van de stok en de x-y schrijver veranderde bij een te snelle aansturing. Hierbij wordt gedacht aan de stok die bij dergelijke snelle bewegingen een beetje kan gaan doorbuigen en aan de plaats waar de punt van de stok op de x-y schrijver staat die speling kan gaan vertonen.

Ook gaan niet idealiteiten van de x-y schrijver (zoals speling in het mechanische gedeelte en de overbrenging tussen motor en "karretje" ed) een rol spelen bij een snelle aansturing.

Om trilling van de opstelling te voorkomen en om de juiste dynamica van het systeem te schatten is er besloten om de witte ruisreeks eerst te filteren alvorens deze aan het proces aan te bieden. Dit zorgt er tevens voor dat de levensduur van de x-y schrijver niet onnodig verkort wordt.

Proefondervindelijk is vastgesteld dat de hierboven beschreven problemen voor het grootste deel zijn opgelost als de witte ruisreeks eerst wordt gefilterd met een tweede orde butterworth filter waarvan de kantelfrequentie ligt op 0,7Hz.

Er is nu, door het uitvoeren van verschillende experimenten, voldoende kennis over het systeem om de uiteindelijke dataset tot stand te brengen.

Hiervoor zijn achtereenvolgens de volgende handelingen uitgevoerd:

- Witte ruisreeks maken met een lengte van 10000 samples.
- Filteren met een tweede orde butterwordth filter met een kantelfrequentie van 0,7Hz.
- Zodanig schalen dat de x-y schrijver over maximaal 8 centimeter wordt aangestuurd.
- Met gebruikmaking van MACS deze gefilterde witte ruis aan het proces aanbieden, en tegelijkertijd de uitgang meten.

Met behulp van de nu bekende in- en uitgangsdata zal de identificatie van het systeem plaats vinden.

Als laatste wordt hier nog opgemerkt dat deze gang van zaken voor zowel de x-richting als de y-richting plaats heeft gevonden en dat tevens voor de beide richtingen een validatieset is opgenomen. Men is nu dus in het bezit van 40000 samples aan data.

Deze vier verschillende data reeksen zijn onder de namen X.MAT, Y.MAT, XVAL.MAT en YVAL.MAT bewaard op de harde schijf van de fax, die op vloer 5 van meet- en regeltechniek ter beschikking staat.

10. IDENTIFICATIE (DATABEWERKING)

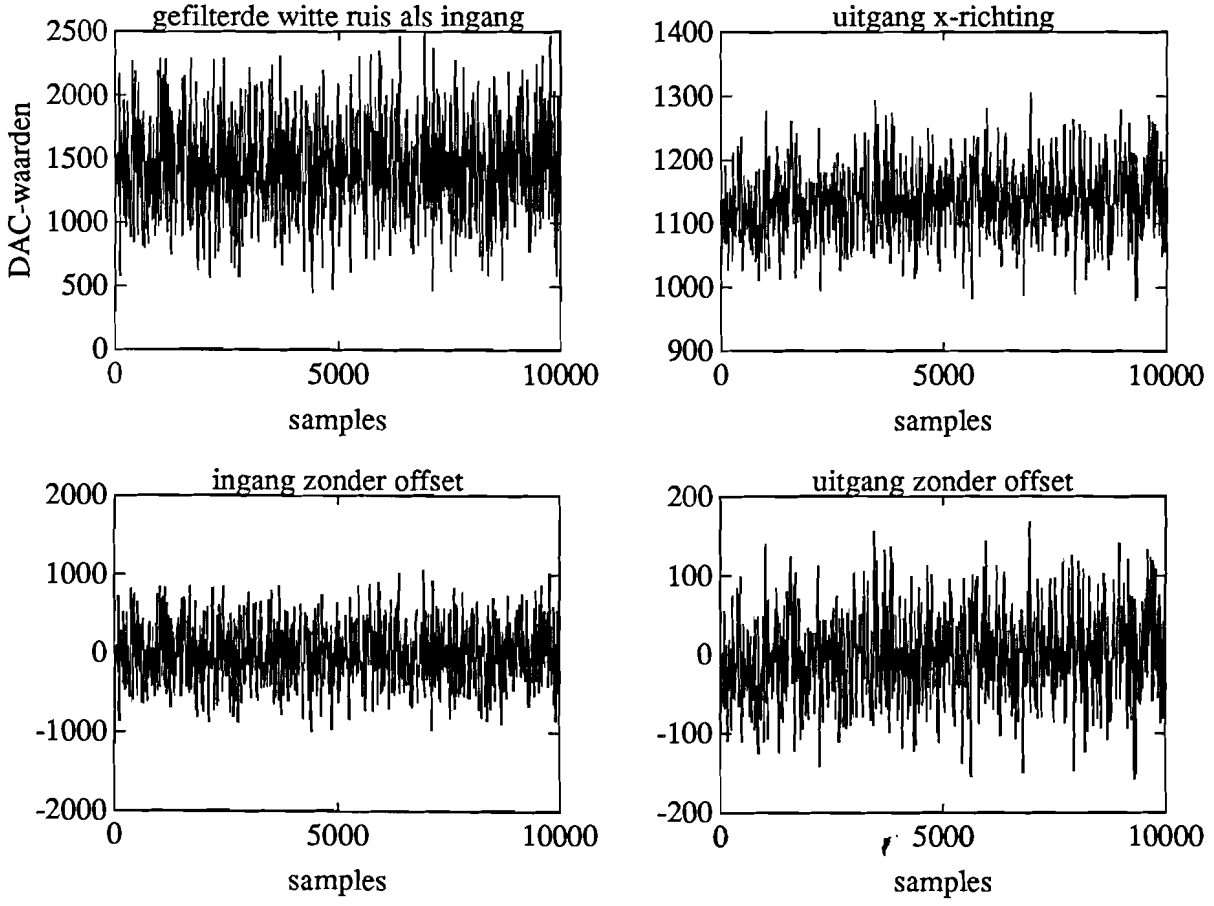
Men is nu in het bezit van een dataset met in- en uitgangs-data.

Alvorens deze data gebruikt kunnen worden dienen er eerst een aantal bewerkingen op plaats te vinden. Deze databewerkingen betreffen:

-offset
-delay
-inschakelverschijnselen

10.1 Offset

Vooral vanwege numerieke problemen (kleine variaties op grote getallen) dient de offset van de data verwijderd te worden. Hieronder zijn de data van de ingang en de uitgang met en zonder offset gegeven.



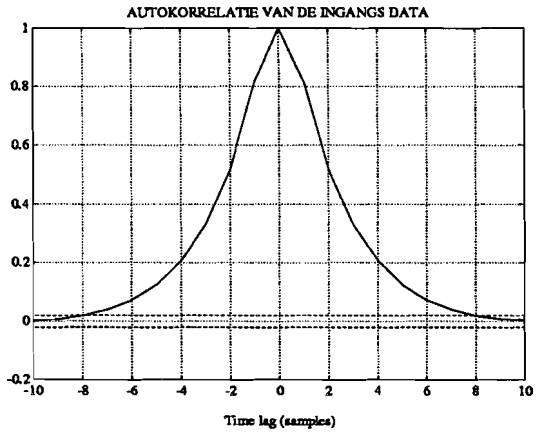
Figuur 25: De in- en uitgangsdata

10.2 Delay

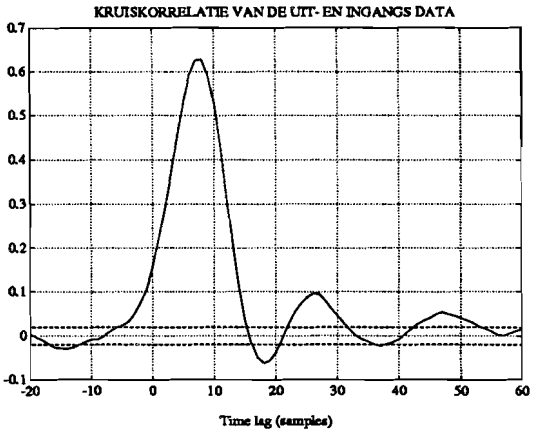
Om het model niet onnodig gecompliceerd te maken moet er nagegaan worden of er een duidelijke vertraging tussen de ingang en de uitgang zit. Is dit namelijke het geval dan kan deze vertraging voor de modelschatting eruit gehaald worden door de ingangsdata ten opzichte van de uitgangsdata te verschuiven.

De vertraging kan bepaald worden uit de kruiskorrelatie tussen de uitgang en de ingang. Deze kruiskorrelatie geeft de impulsresponsie van het proces mits de ingang wit is.
Dit laatste is niet zondermeer het geval. Om de witheid van het ingangssignaal te bepalen is hieronder de autokorrelatie van het ingangssignaal gegeven.

Tevens is de kruiskorrelatie tussen de uitgang en de ingang gegeven.



Figuur 26: Autokorrelatie



Figuur 27: Kruiskorrelatie

Het betrouwbaarheids interval is het gebied dat ligt tussen de twee horizontale gestippelde lijnen. Dit interval is zowel in figuur 26 als in figuur 27 aangegeven.

De autokorrelatie van de ingang (figuur 26) heeft een vrij breed deel dat buiten het betrouwbaarheids interval ligt (tussen -8 en 8 samples).

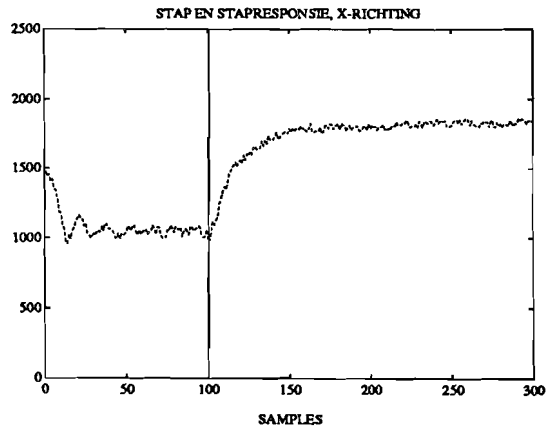
Dit geeft informatie over in hoeverre de impulsresponsie van het proces overeenkomt met de kruiskorrelatie tussen de uitgang en de ingang.

In de grafiek van de kruiskorrelatie ziet men dan ook dat het betrouwbaarheidsinterval al verlaten wordt voordat het tijdstip nul aangebroken is. Op deze manier kan de vertraging dus niet bepaald worden.

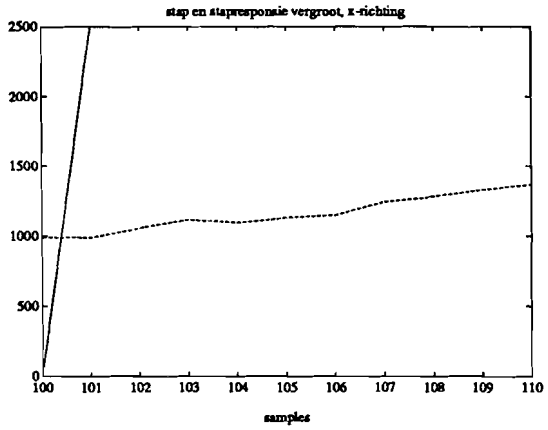
Een andere manier om de vertraging van het proces te bepalen is door de stapresponsie te meten. Op de ingang van het proces is een stap aangebracht terwijl de uitgang gemeten wordt.

Het resultaat is in grafiekvorm hieronder weergegeven, waarbij in figuur29 de stap zelf is uitvergroot. Op sample 100 is de ingang nog laag terwijl de ingang op sample 101 een DAC-waarde heeft van 2500.

De stippellijn in de grafiek geeft de responsie aan de uitgang weer.



Figuur 28: stap + responsie



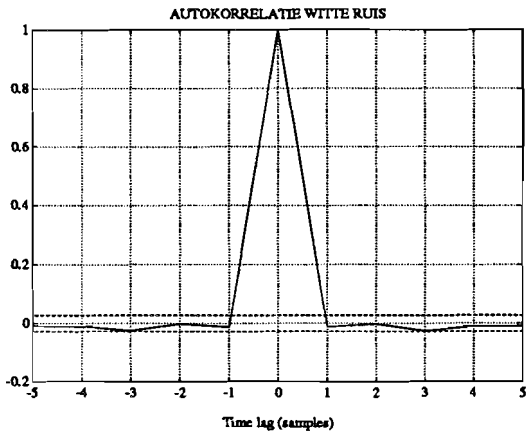
Figuur 29:stapresponsie groot

Op sample 101 wordt de ingang hoog terwijl de uitgang hier reeds op sample 102 op reageert.

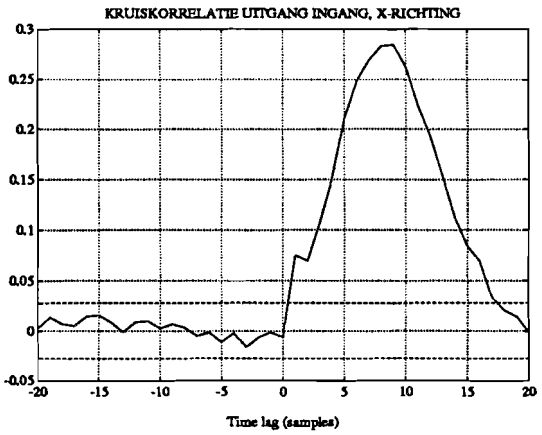
Dit laatste is natuurlijk niet met 100% zekerheid te zeggen omdat de responsie van sample 102 ongeveer even groot is als het ruisniveau. Gezien het verdere verloop van de responsie is hier toch van uitgegaan.

Om deze beslissing kracht bij te zetten is toch nog besloten om gebruik te maken van een eerder gedaan experiment. Dit betreft het experiment waarbij met een sample tijd van 100 msec echte witte ruis aan de ingang is aangeboden.

De autokorrelatie van deze witte ruis is hieronder gegeven met daarnaast de kruiskorrelatie tussen de uitgang en de ingang.



Figuur 30: Autokorrelatie



Figuur 31: Kruiskorrelatie

Aan de autokorrelatie van de ingang is te zien dat men met echte witte ruis te maken heeft. De kruiskorrelatie tussen uitgang en ingang mag nu dan ook als de impulsresponsie van het proces beschouwd worden. Uit deze kruiskorrelatie is op te maken dat het proces geen vertraging heeft.

De ingangs- en uitgangsdata zal dus voor de modelbepaling niet ten opzichte van elkaar verschoven hoeven te worden om een eventuele delay te kompenseren.

10.3 inschakelverschijnselen

Bekijkt men de grafiek van de stapresponsie die hiervoor is gegeven dan ziet men in het begin een inschakeling van het systeem.

Dit inschakelverschijnsel is als volgt te verklaren:

Op het moment dat het programma MACS op non-actief stond werd er een spanning aan de ingang van het proces aangeboden die gelijk was aan de helft van de maximale spanning. Op het moment dat MACS actief werd en bijvoorbeeld nul volt aanstuurde betekende dit voor het proces als het ware een kleine stapresponsie van de halve maximale waarde.

Zolang dit inschakelverschijnsel duurde werd aan de uitgang dus niet de werkelijke responsie van het proces gemeten. Deze data zijn dan ook voor de modelbepaling onjuist.

Uit de stapresponsie is te zien dat het inschakelverschijnsel ongeveer 40 tot 50 samples duurt. Omdat de dataset 10000 samples groot is kan men een vrij ruime korrektie toepassen. Er is daarom besloten om de eerste 100 samples van de dataset niet te gebruiken.

10.4 identificatie

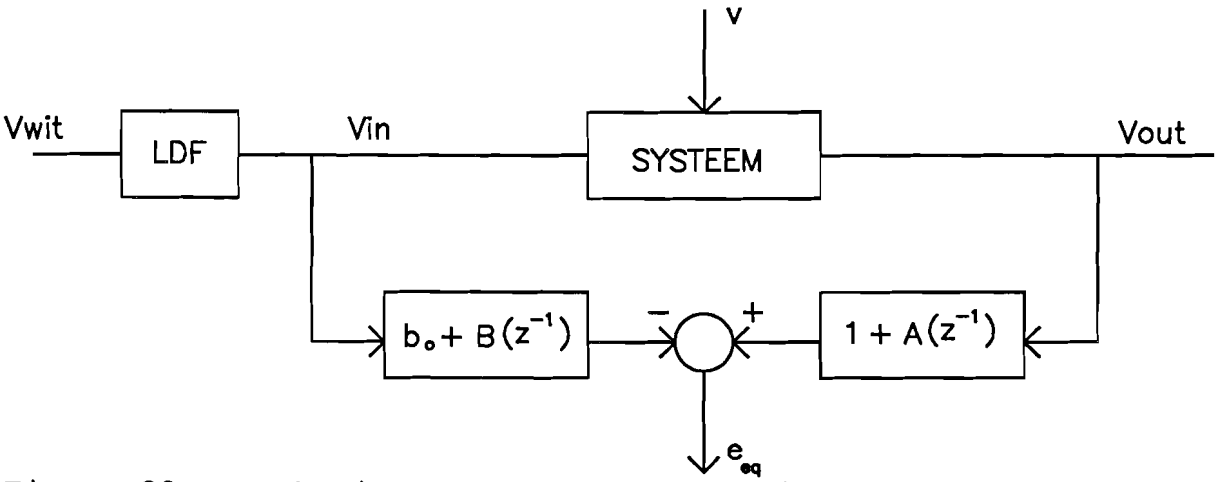
De nu verkregen aangepaste dataset kan gebruikt worden om een model van het proces uit te rekenen.

De eerste en meest voor de hand liggende methode om een model te berekenen is de volgende:

Bereken met behulp van een equation error methode (gebruik makend van het ARX-model: $A(q)\cdot y(t) = B(q)\cdot u(t) + e(t)$) een model.

Gebruik dit model als beginvoorwaarden voor het berekenen van een output error model. Door gebruik te maken van beginvoorwaarden is de kans groot dat het output error algoritme convergeert naar het globale minimum omdat de hoop dan reeds bestaat dat het ARX-model in de buurt van dat globale minimum zit.

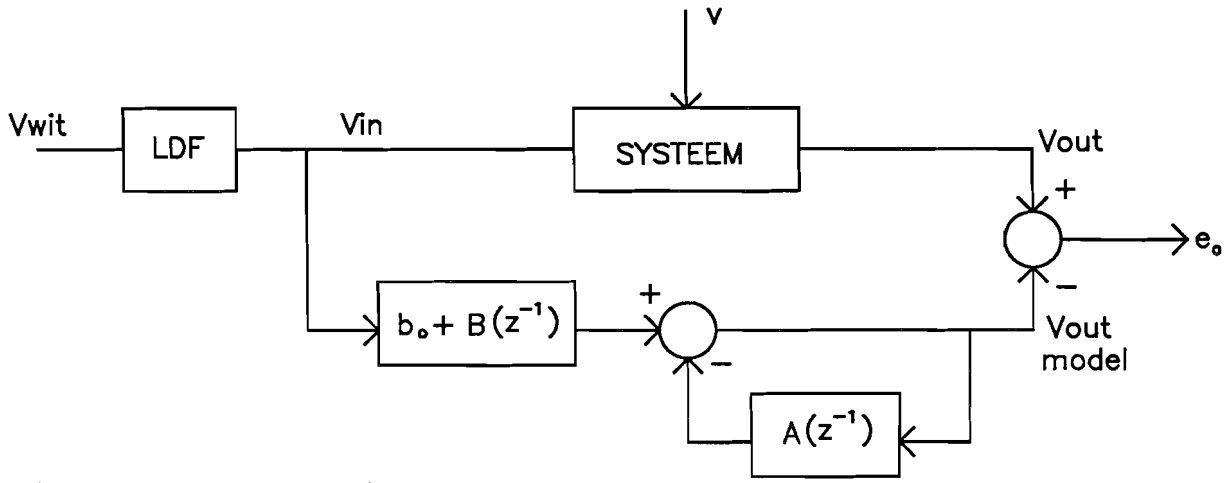
Het berekenen van een model met behulp van een equation error methode is schematisch hieronder weergegeven.



Figuur 32: Berekening model m.b.v. equation error methode

Men heeft de beschikking over de ingangs- en uitgangsdata, dus Vin en Vout is gemeten. Het algoritme berekent nu iteratief de A en B parameters zodanig dat e_{eq} minimaal wordt.

Deze A en B parameters worden als beginschatting meegegeven om vervolgens een model te berekenen met behulp van een output error methode. Deze methode is schematisch hieronder weergegeven.



Figuur 33: Berekening model m.b.v. output error methode

Het algoritme berekend nu iteratief de A en B parameters zodanig dat e_o minimaal wordt.

Een eerste aanzet is nu om een aantal ARX-modellen uit te rekenen van verschillende orden om min of meer na te gaan welke orde er het beste bij het proces past.

Het bepalen van de orde kan gebeuren door van ieder berekent ARX-model een polen-nulpunten plaatje te maken. De mogelijkheid bestaat nu dat er bij een te hoge orde pool-zero cancelation optreedt.

Dit zou dan betekenen dat het proces dan op vrijwel dezelfde manier met een lagere orde beschreven kan worden. In een dergelijk geval heeft men een indruk van de orde van het model (en dus van het proces).

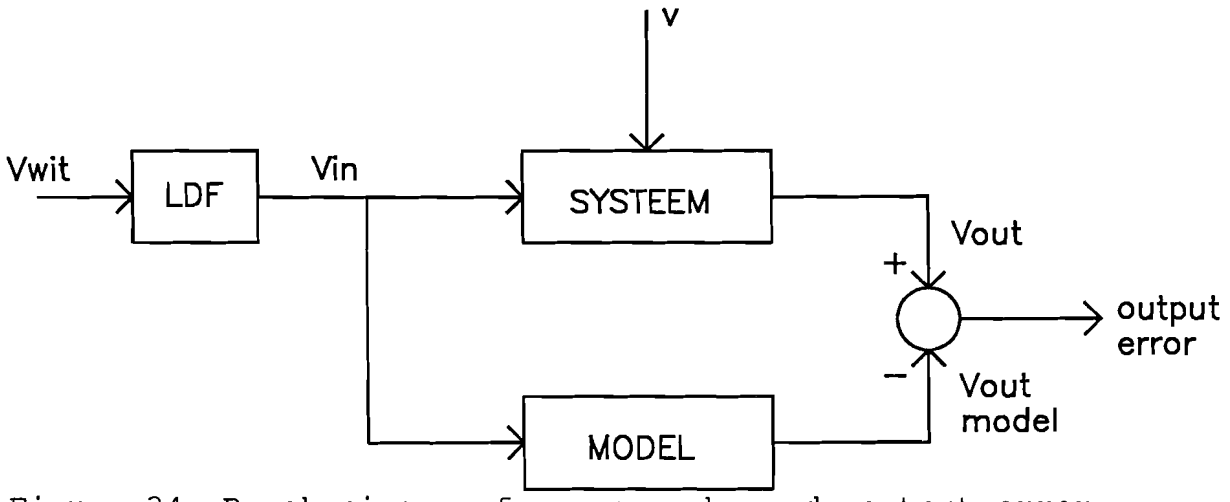
Dit bleek echter voor het in dit verslag beschreven proces niet het geval te zijn. Zelfs voor hoge orden waren er geen pool-zero cancelations overduidelijk aanwezig.

Een andere manier om de kwaliteit van het berekende model te bepalen is door de performance uit te rekenen. De performance is hier gedefinieerd als het vermogen van de fout (output error) gedeeld door het vermogen van de werkelijke uitgang.

In formule vorm ziet dit er als volgt uit:

$$\text{performance} = \frac{\Sigma(\text{output error})^2}{\Sigma(\text{uitgang proces})^2}$$

Schematisch ziet er dit als volgt uit:



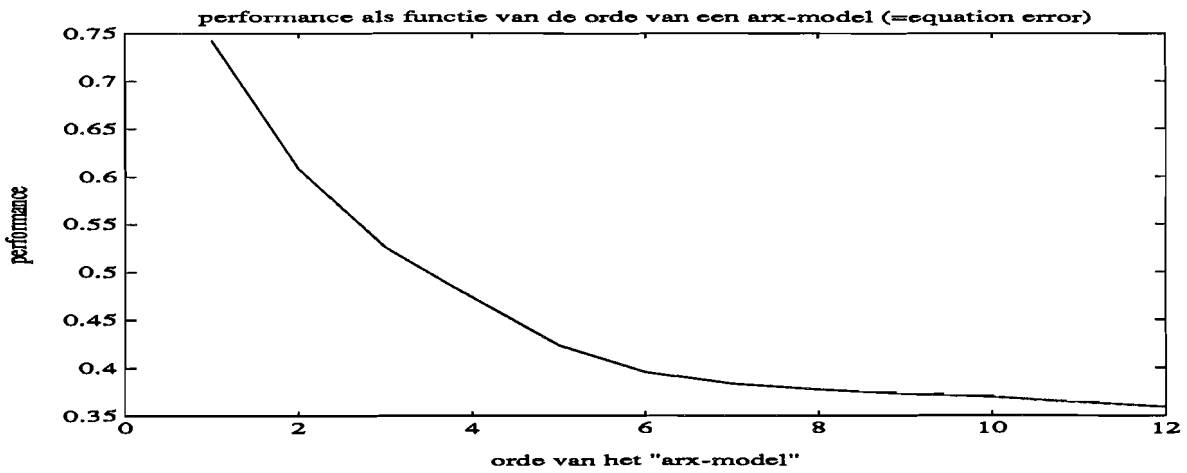
Figuur 34: Berekening performance m.b.v. de output error

Dus het werkelijke ingangssignaal wordt aan het model aangeboden waarvan men de kwaliteit wil bepalen. Vervolgens wordt het uitgangssignaal van dat model vergeleken met het werkelijke uitgangssignaal.

Het vermogen van die fout gedeeld door het vermogen van Vout wordt nu dus als performance gedefinieerd.

Door nu van ieder model van verschillende orde de performance te berekenen kan nagegaan worden wanneer een ordeverhoging geen fundamentele verbetering van de performance geeft. Op die manier kan bepaald worden welke orde van model het beste van bij het proces past.

De performance als functie van de orde van het equation error model (ARX-model: $A(q)\cdot y(t) = B(q)\cdot u(t) + e(t)$) is hieronder grafisch weergegeven.

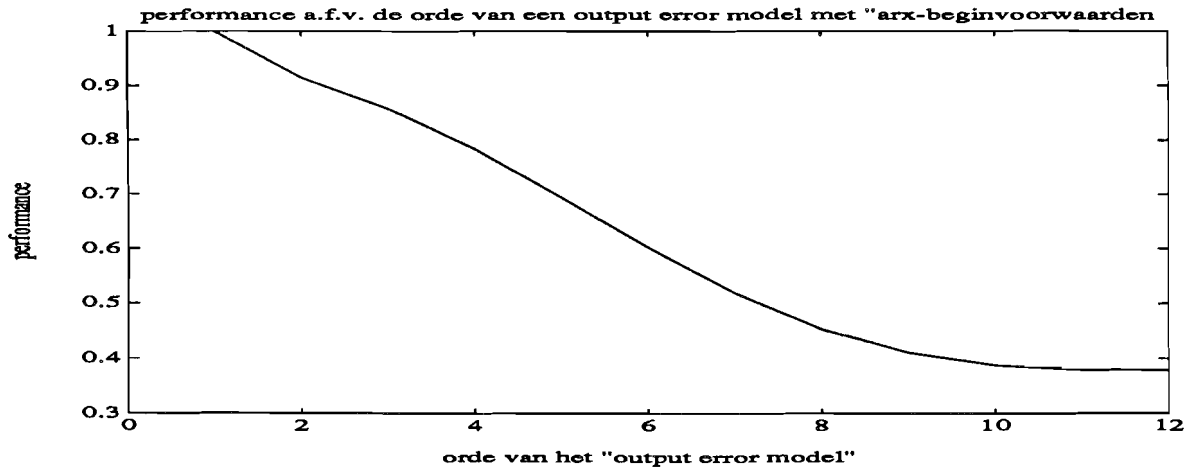


Figuur 35: Performance van een arx-model

In de grafiek is te zien dat de performance langzaam naar de 0,35 gaat. Verder geeft de grafiek niet een overtuigende indruk van de orde van het proces.

Deze berekende ARX-modellen worden nu als beginvoorwaarden gebruikt om daarmee een output error model (OE-model: $y(t) = B(q)/F(q) \cdot u(t) + e(t)$) te berekenen.

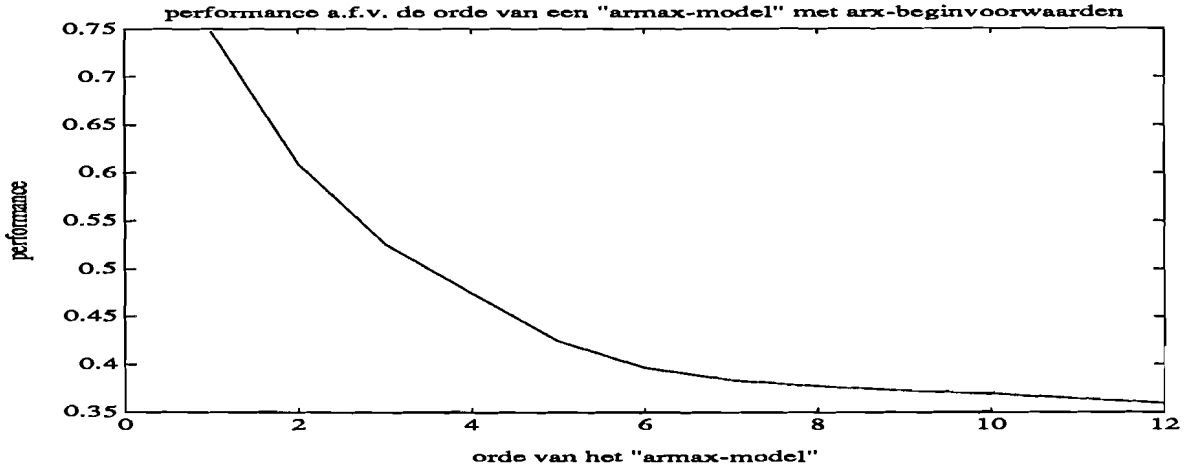
Wederom is nu de performance van deze output error modellen berekend en als functie van de orde uitgezet in de onderstaande grafiek.



Figuur 36: Performance van een output error model

Pas bij hogere orde modellen wordt een performance bereikt van 0,38. Gezien de hogere orde modellen en de matige performance die er bij horen worden deze resultaten dan ook als niet bevredigend beschouwd.

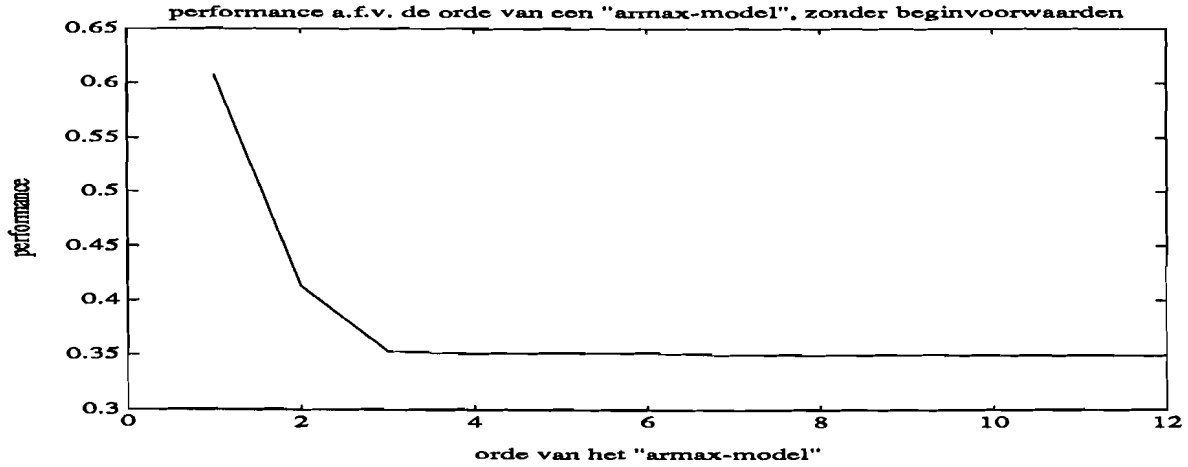
Dezelfde berekeningen zijn nogmaals uitgevoerd met een ARMAX-model (ARMAX-model: $A(q)\cdot y(t) = B(q)\cdot u(t) + C(t)\cdot e(t)$) wederom met de ARX-modellen als beginvoorwaarden. Deze resultaten zijn hieronder weergegeven.



Figuur 37:Performance van een armax model met beginvoorwaarden

De performance gaat heel langzaam bij hoge orde naar 0,36. Wederom luidt de conclusie dat de matige performance bij de hogere orde modellen niet als bevredigend beschouwd kunnen worden.

Het vermoeden bestaat dat de ARX-modellen als beginvoorwaarden niet bijdragen tot een verbetering van het model. Vandaar dat er nogmaals een aantal ARMAX-modellen zijn uitgerekend, maar nu zonder beginvoorwaarden. Het resultaat is hieronder wederom in grafiekvorm weergegeven.



Figuur 38: Performance van een armax model zonder beginvoorw.

Men ziet nu geen performanceverbetering meer optreden bij een model orde die groter is dan 3. Er komt hier dus duidelijk een derde orde model naar voren.

Er is ook een poging gedaan om de OE-modellen zonder beginvoorwaarden uit te rekenen. Dit gaf echter bij het vierde orde model convergentie problemen, zodat dit wat moeilijker grafisch is weer te geven. De andere orde modellen gaven nagenoeg hetzelfde resultaat als de grafiek hierboven.

In iedere grafiek die de performance tegen de orde uitzet ziet men de performance steeds naar de 0,35 gaan. Blijkbaar is dit de ondergrens, hetgeen betekent dat er een vrij groot ruissignaal aanwezig is.

Dit is als volgt te verklaren:

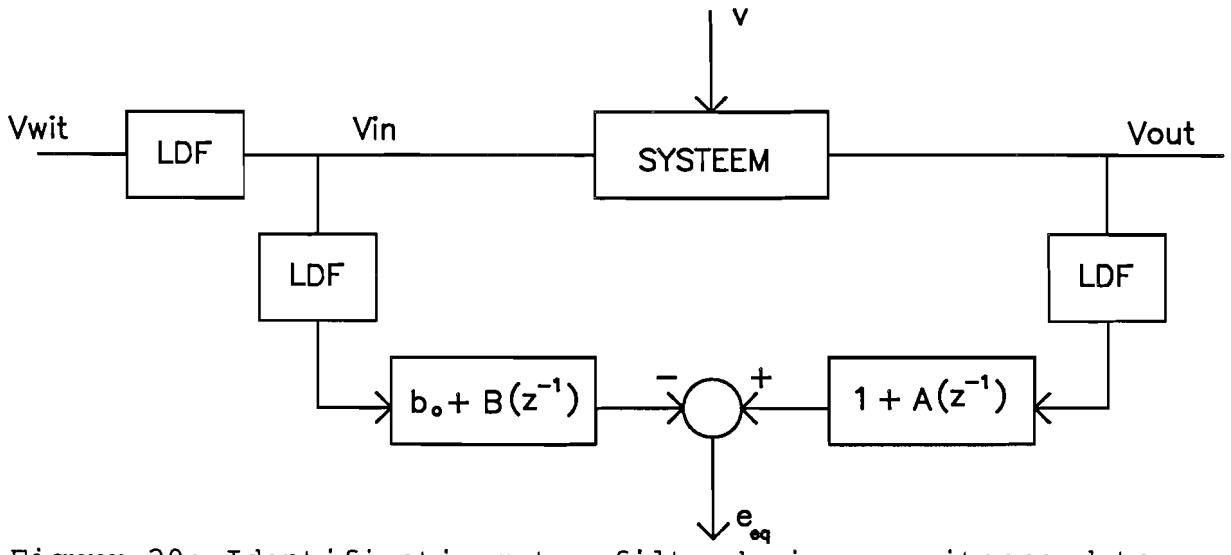
Als er geen ingangssignaal aan het systeem aangeboden wordt staat de stok al een beetje te bewegen. Hierbij moet men denken aan een op en neer gaande beweging van ongeveer 1 à 2 centimeter. Deze beweging is het gevolg van het konstant bijregelen van de stok door de analoge regelaar, om de stabiliteit te waarborgen.

Deze beweging zal ook tijdens de identificatie, toen er gefilterde witte ruis op de ingang stond, plaatsgevonden hebben, zodat deze als het ware gesuperponeerd wordt op het uitgangssignaal.

Verder heeft speling in de ophanging van de stok, en speling in de x-y schrijver een extra beweging tot gevolg. De stok begeeft zich ten gevolge van het steeds weer overwinnen van deze speling in een zogenaamde limiet cyclus.

Deze limiet cyclus kan dus als ruis op de uitgang beschouwd worden omdat deze beweging ongecorreleerd is met het ingangssignaal, en zal dus tijdens de identificatie de ondergrens van de performance van het model bepalen.

Dit is de reden waarom er nogmaals een identificatie uitgevoerd is, maar nu door gebruik te maken van gefilterde in- en uitgangsdata. Deze manier van modelschatting is hieronder schematisch weergegeven.



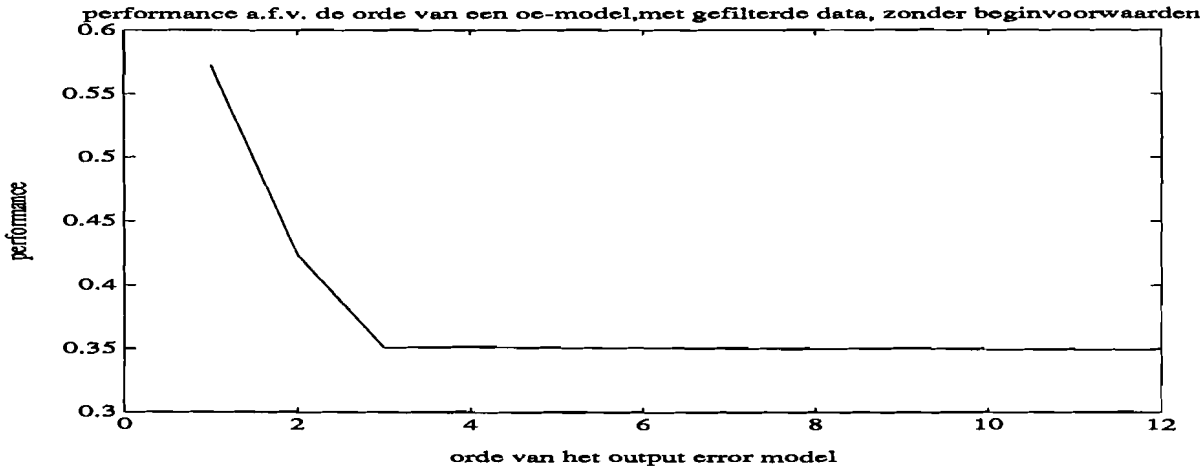
Figuur 39: Identificatie met gefilterde in- en uitgangsdata

De laagdoorlaat filters die hiervoor gebruikt worden zijn hetzelfde als het laagdoorlaatfilter waarmee het ingangssignaal gefilterd werd alvorens het aan het systeem aan te bieden. Dit zijn dus tweede orde butterworth filters met een kantelfrequentie van 0,7Hz.

Voor het ARMAX-model maakt het geen verschil om deze methode van modelschatting te gebruiken. Het geeft hetzelfde resultaat als reeds eerder besproken is.

De grafiek van de performance van een output error model als functie van de orde komt er wel beduidend anders uit te zien.

Hieronder is dat resultaat weergegeven.



Figuur 40: Performance van een output error model

Wederom komt een derde orde model naar voren met een perfomance van 0,35.

10.5 CONCLUSIE

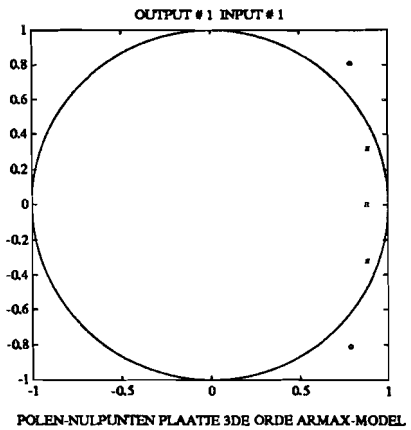
Met een aantal verschillende methoden om een model uit te rekenen komt men steeds tot een optimale performance van 0,35.

Dit is dan ook de ondergrens van de performance waar men steeds op terug valt ook al wordt de modelorde zeer hoog gekozen (zelfs orde 25 geeft een performance van 0,35).

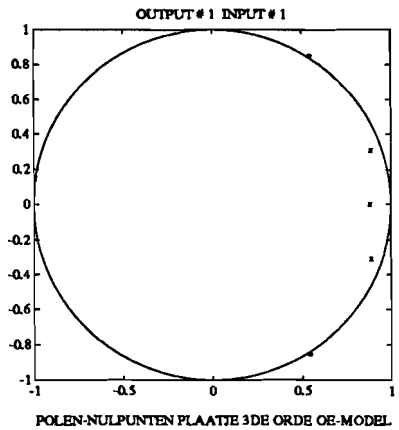
Verder geeft een tweetal berekeningsmethoden een overduidelijke "voorkeur" voor een derde orde model waarbij men meteen al op een performance van 0,35 terecht komt.

Deze orde zal dan ook in het vervolg steeds als orde van het systeem en het model beschouwd worden.

Van de twee te gebruiken modellen die berekend zijn, zijn hieronder de polen nulpunten plaatjes getekend.



Figuur 41: Derde orde armax



Figuur 42:Derde orde oe-model

Men ziet dat de polen van beide modellen vrijwel op dezelfde plaats liggen, terwijl de nulpunten van het armax model iets verder buiten de eenheidscirkel liggen.

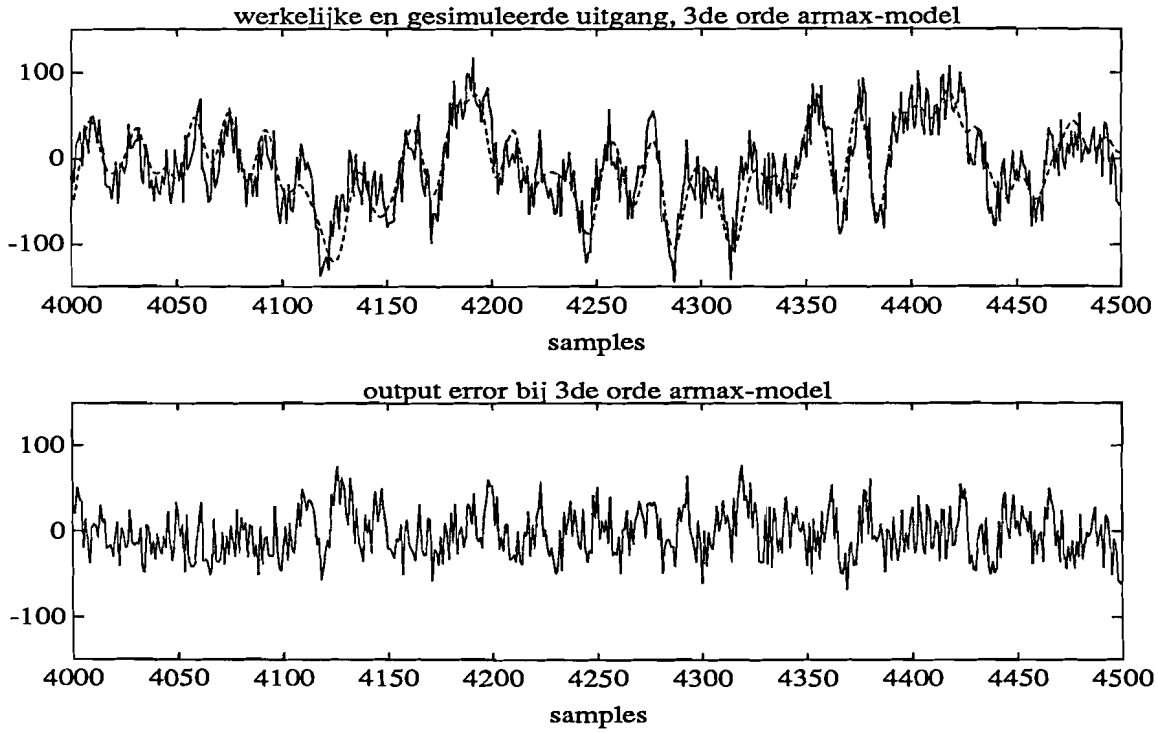
Algemeen bekeken zijn beide polen-nulpunten plaatjes niet noemenswaardig verschillend.

Nu de te gebruiken modelorde bekend is kunnen de werkelijke en gesimuleerde data met elkaar vergeleken worden.

Dit is hieronder gedaan waarbij de gesimuleerde uitgang gemaakt is met een derde orde ARMAX-model.

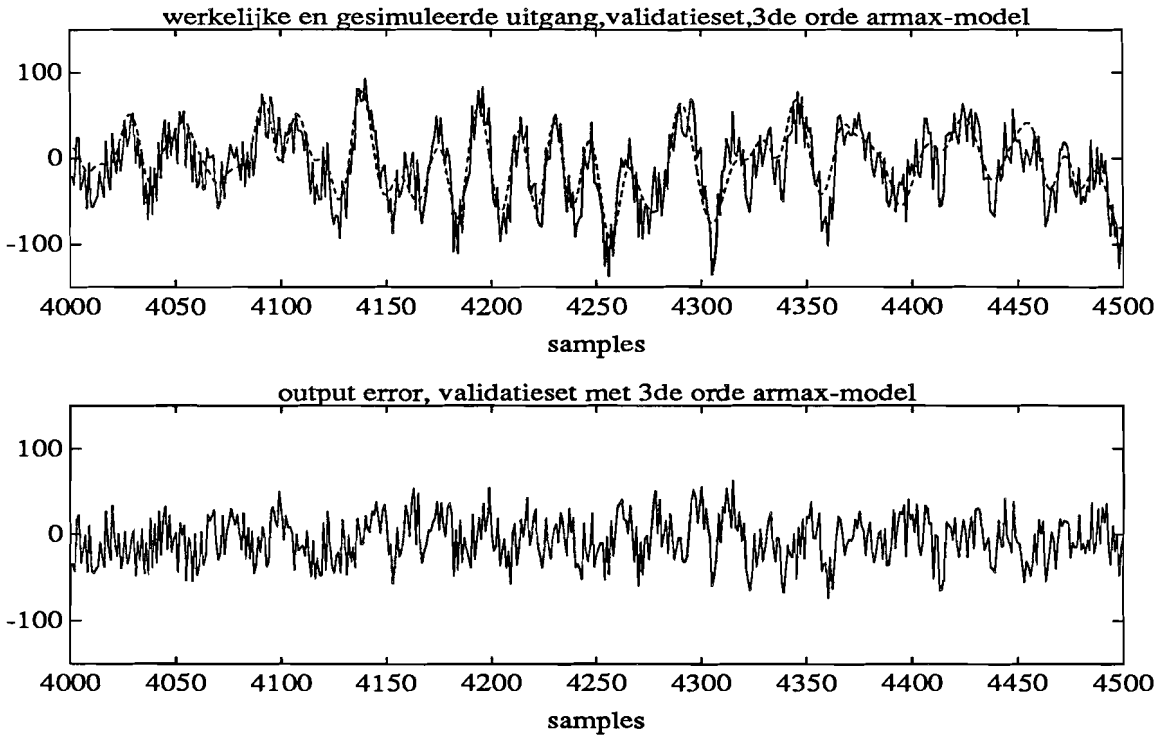
De doorgetrokken lijn stelt de werkelijke uitgang voor en de gestippelde lijn is de model uitgang.

Onder deze grafiek is de fout tussen de systeem uitgang en de model uitgang uitgezet. Dit is dus de output error.



Figuur 43: Data en fout bij een derde orde armax model

Ook de validatie set is op het derde orde ARMAX-model losgelaten. Het resultaat is hieronder te zien waarin wederom de werkelijke en gesimuleerde uitgang is uitgezet met eronder de output error.



Figuur 44: Data en fout bij gebruik van de validatieset

Als laatste kan nog vermeld worden dat ook de performance met deze validatieset is uitgerekend.

Dit gaf 0,36 als resultaat, hetgeen dus vrijwel hetzelfde is als de performance die berekend is met de dataset waarmee de modelschatting heeft plaatsgevonden.

Dit schept dan ook vertrouwen omtrent de kwaliteit van het model.

11 OPTIMAAL TRAJECT

Er is nu een model beschikbaar dat het werkelijke systeem zo goed mogelijk simuleert. Dit model kan nu gebruikt worden bij de berekening van een optimaal traject. De criteria volgens welke het traject optimaal genoemd mag worden zijn afhankelijk van de kostenfunctie die gehanteerd zal worden.

Bij het toepassen van een kostenfunctie wordt onder andere gebruik gemaakt van de toestanden van het systeem. Omdat het nu beschikbare model in de ARMA vorm staat, zodat de toestanden van het systeem niet direct "zichtbaar" zijn, dient dit model getransformeerd te worden naar een state-space model.

11.1 State-space model

Er zal nu gebruik gemaakt worden van het derde orde armax-model dat in hoofdstuk 10 berekend is. Dit model staat in de zogenaamde ARMA vorm. Dit betekent dat het model er als volgt uit ziet:

$$\begin{aligned} a(0)y(k) + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + a_3y(k-3) = \\ b_0u(k) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) \end{aligned} \qquad (40)$$

De grootheden van de parameters a en b zijn hieronder gegeven.

$$\begin{array}{ll} a_0 = 1 & b_0 = 0{,}0051 \\ a_1 = -2{,}6249 & b_1 = -0{,}0068 \\ a_2 = 2{,}4023 & b_2 = 0{,}0046 \\ a_3 = -0{,}7616 & \end{array} \qquad (41)$$

Dit model dient te worden omgeschreven naar een state space model.

Hiervoor is in MATLAB een programma geschreven. Dit programma heeft de naam "th2stsp" en vraagt als input een model in de zogenaamde theta vorm.

Bij het berekenen van een model met behulp van het programma MATLAB wordt het resultaat vrijwel altijd in deze theta vorm gegeven. Ook het model dat in hoofdstuk 10 is berekend staat in de theta vorm.

Het programma "th2stsp" is gegeven op bijlage 9.
Als resultaat geeft het de matrixen A, B, C en D die de state space beschrijving van het ingevoerde model geven.

Een state space beschrijving ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= A\underline{x}(k) + Bu(k) \\ \underline{y}(k) &= C\underline{x}(k) + Du(k) \end{aligned} \qquad (42)$$

Het derde orde armax model dat hierboven in de formules 40 en 41 is beschreven, is met behulp van het programma "th2stsp" getransformeerd naar een state space model.

De berekende matrixen van dat model zijn hieronder gegeven.

$$A = \begin{vmatrix} 2,6447 & -2,4340 & 0,7754 \\ 1,0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad (43)$$

$$C = |0,0037 \quad -0,0058 \quad 0,0047| \qquad D = 0$$

In het vervolg zal het model gebruikt worden zoals dat in de hier bovenstaande formules 42 en 43 is gegeven.

11.2 Kostenfunctie

De gebruikte kostenfunctie weegt zowel de toestanden van het systeem, als ook de energie van het ingangssignaal.
In formulevorm ziet de kostenfunctie er als volgt uit:

$$J = \sum_{k=o}^{N-1} \underline{x}^T(k)\ Q\ \underline{x}(k) + R\ u^2(k) \qquad (44)$$

We zien dat de matrix Q de toestanden van het systeem weegt terwijl R het ingangssignaal weegt.

Voor een gegeven Q en R is het traject optimaal indien J minimaal is. Er moet dus berekend worden voor welk inganssignaal de kostenfunctie minimaal is bij een gegeven Q en R.

Bij het minimaliseren van de kostenfunctie J wordt gebruik gemaakt van de "Discrete Algebraic Riccati Equation" (DARE) die er in steady state als volgt uit ziet.

$$P = A^T PA + Q - A^T PB(R + B^T PB)^{-1} B^T PA \tag{45}$$

Verder geldt:

$$\underline{u}(k) = -R^{-1}B^T P\, \underline{x}(k+1) = -[R + B^T PB]^{-1} B^T PA\, \underline{x}(k) = -L\, \underline{x}(k) \tag{46}$$

De details voor het verkrijgen van bovenstaande formules zijn gegeven in het dictaat van het college Moderne Regeltechniek [lit. 9].

11.3 Bereken van optimaal traject.

Door nu P op te lossen uit formule 45 en deze in formule 46 te substitueren kan het ingangssignaal, dat een optimaal traject tot gevolg heeft, berekend worden. Hierbij moet de begintoestanden van het systeem bekend zijn en wordt er van uitgegaan dat de eindtoestanden van het systeem nul zijn.

Dat betekent dat de snelheid en de versnelling aan het eind nul zijn hetgeen eigenlijk vanzelf sprekend is. Maar ook de positie wordt steeds naar nul geregeld.

Dit is echter geen bezwaar omdat bij de praktische uitvoering van het optimale traject dit hooguit een offset correctie tot gevolg heeft hetgeen heel gemakkelijk uit te voeren is.

Wederom is voor het oplossen van deze vergelijkingen gebruik gemaakt van een binnen MATLAB geschreven programma. Dit programma met de naam "opttrj" heeft een aantal variabelen als input nodig, en geeft als output het stuursignaal (u) waarmee het gewenste optimale traject uitgevoerd kan worden en de gesimuleerde positie van de stok.

Het programma is gegeven op bijlage 10.

De input van het programma is achtereenvolgens het model van het systeem, de matrix Q, scalar R, het aantal samples waarin het traject wordt afgelegd (N) en de begintoestand van het systeem ($\underline{x}_0$).

Verder wordt het stuursignaal (u) en de gesimuleerde positie (x_1) ook in grafiekvorm gegeven.

Door nu gebruik te maken van het programma "opttrj" kan er eenvoudig achtereenvolgens een optimaal traject berekend worden in verschillende situaties.

Voor matrix Q kiezen we:

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{47}$$

Er vindt dus geen weging op de snelheid x_2 en de versnelling x_3 plaats.

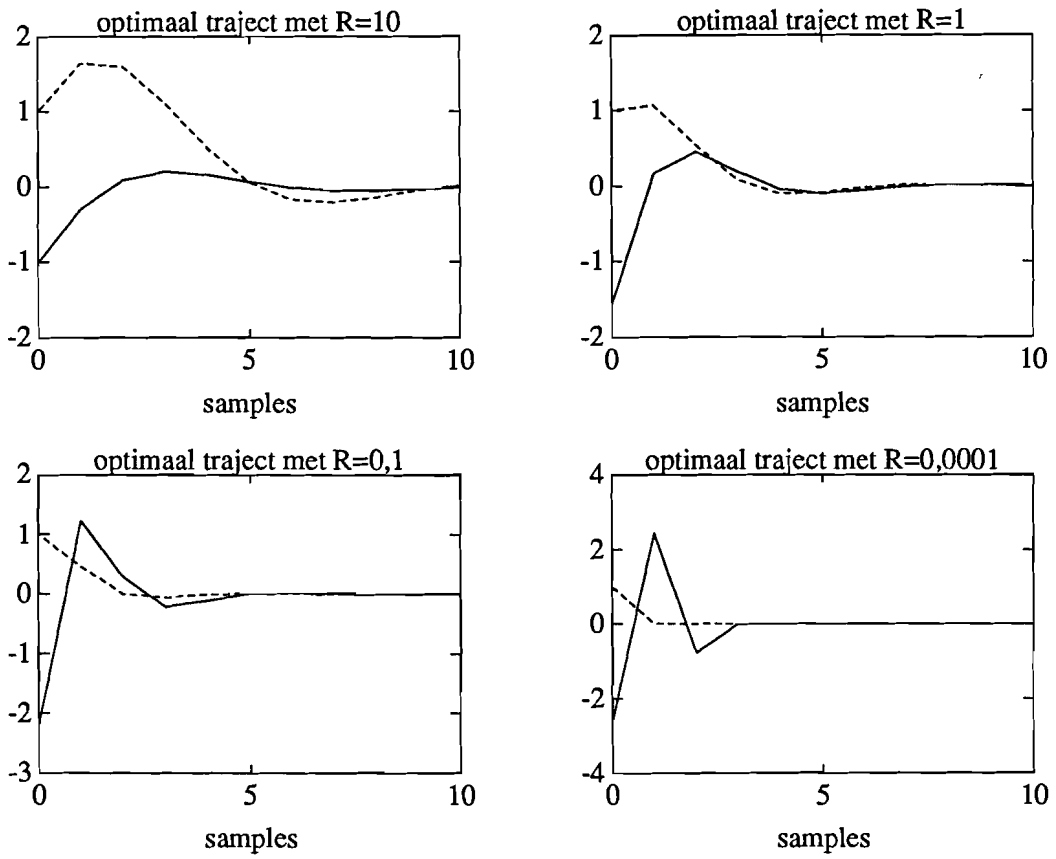
Alleen de positie x_1 wordt in de kostenfunctie meegenomen. Deze wordt in de berekening vanuit een zelf te bepalen beginpositie naar nul gestuurd.

Als begintoestand wordt steeds gekozen voor:

$$\underline{x}_0 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \tag{48}$$

Voor de scalar R worden verschillende waarden gekozen.

In figuur 45 die hieronder is weergegeven is het stuursignaal u en de positie x_1 bij verschillende waarden voor R in grafiekvorm gegeven.



Figuur 45:Optimale trajecten, R = 10 ; 1 ; 0,1 ; 0,00001

De stippellijn geeft steeds de positie van de stok weer, terwijl de doorgetrokken lijn het berekende ingangssignaal weergeeft.

In de figuur voor R=10 is duidelijk te zien dat een zware weging op het ingangssignaal tot gevolg heeft dat de positie die met een stippellijn is aangegeven, een heel rustig verloop heeft.

De positie wordt van 1 naar nul gestuurd waarbij de stok volgens de simulatie eerst een stukje de verkeerde kant op gaat. Er is te zien dat de stok in ongeveer 10 samples naar zijn eindpositie gaat.

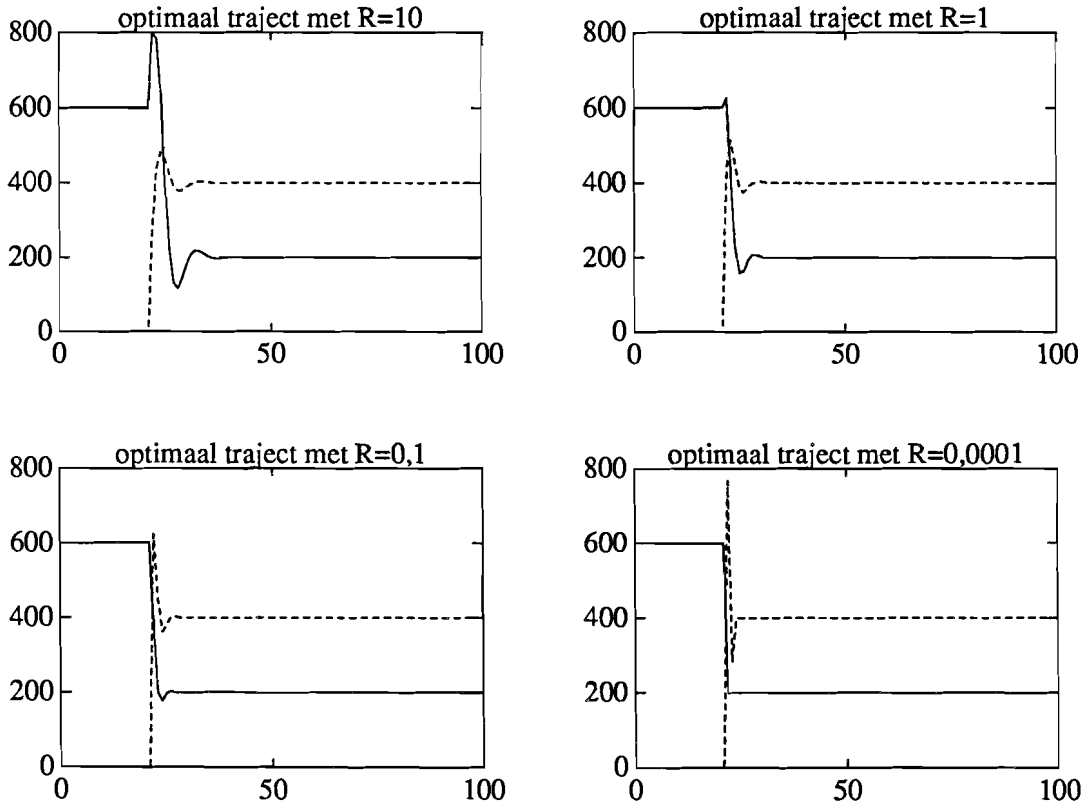
In de volgende figuur waar de weging van het ingangssignaal één is (R = 1) maakt het ingangssignaal iets grotere stappen. De positie gaat in ongeveer 7 samples naar zijn eindwaarde.

Een nog lichtere weging op het ingangssignaal (R=0,1) heeft tot gevolg dat het ingangsignaal nog grotere stappen maakt. De positie is na ongeveer 3 samples op zijn eindwaarde.

De laatste figuur geeft de theoretische mogelijkheid weer als het ingangssignaal vrijwel niet meegewogen wordt in de kostenfunctie (R = 0,0001). De positie verandert in 1 sample van 1 naar 0. Dit is dus theoretisch de snelste manier om de positie van de stok een traject af te laten leggen.

In hoeverre dit praktisch ook mogelijk is zal in de volgende paragraaf beschreven worden.

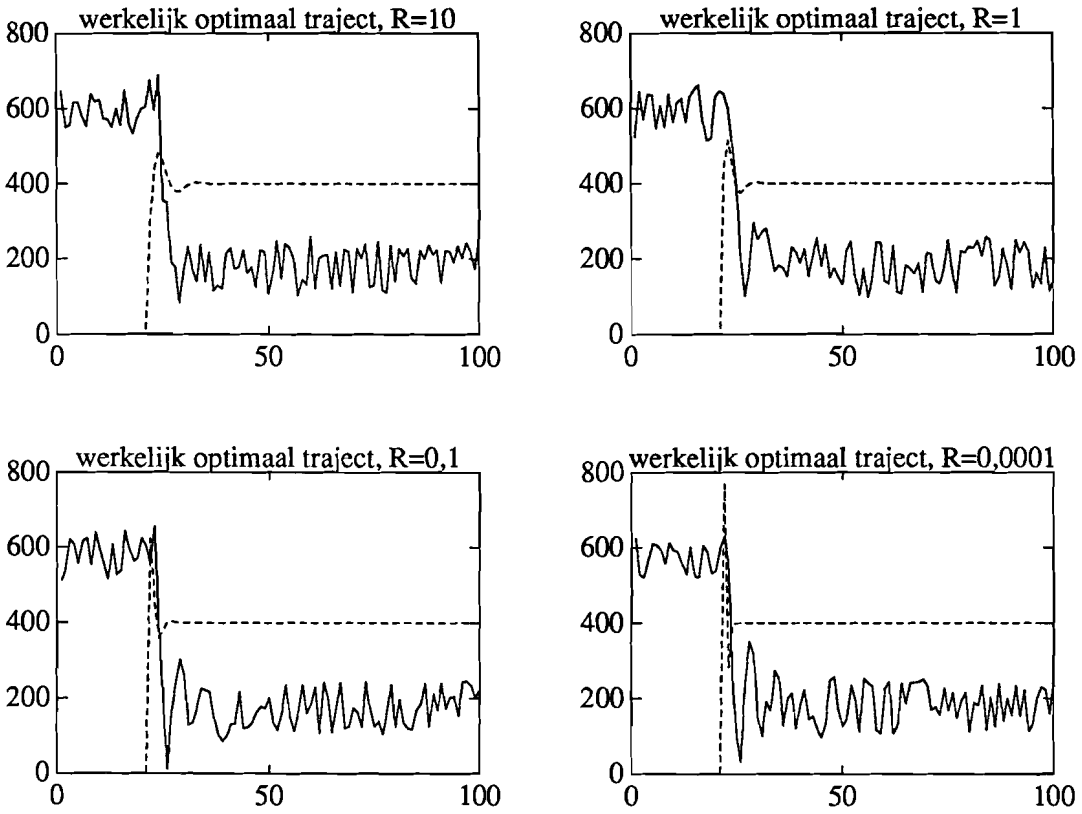
De simulatie-resulaten zijn hieronder in figuur 46 nogmaals met een andere schaalverdeling weergegeven zodat de vergelijkingen met de praktische meetresultaten eenvoudiger tot stand kunnen komen.



Figuur 46: Gesimuleerde optimale trajecten, geschaald.

11.4 Praktisch optimaal traject

De in de vorige paragraaf uitgevoerde berekeningen zijn in de praktijk getest door de berekende ingangsignalen aan het systeem aan te bieden. De resultaten zijn in figuur 47 weergegeven.



Figuur 47: Werkelijke optimale trajecten.

De doorgetrokken lijn geeft de positie van de stok weer, terwijl de gestippelde lijn het aangeboden ingangssignaal voorsteld.

Bekijkt men de grafiek van het werkelijke optimale traject met R=10 dan ziet men de positie de eerste 20 samples steeds een beetje fluctueren rond de 600.

De stok beweegt zich nu in de eerder genoemde limiet cyclus. Op het moment dat het ingangssignaal wordt aangeboden heeft de stok eerst even de neiging om de verkeerde kant op te gaan. Vervolgens gaat de stok vrij rustig naar zijn nieuwe positie en komt vrijwel meteen weer in zijn limiet cyclus hetgeen zijn rustpositie is.

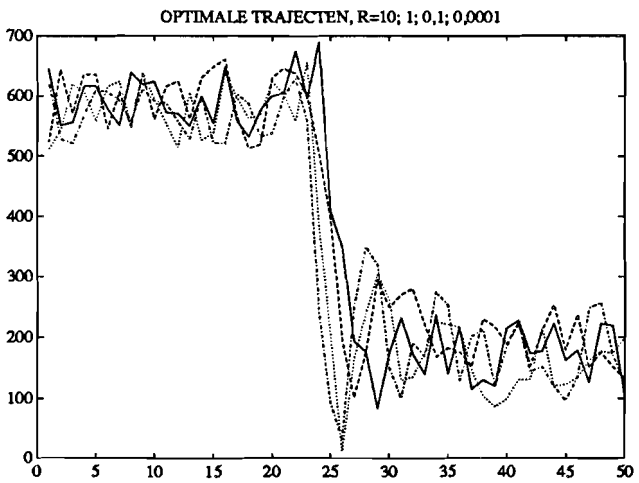
Wat bij de andere grafieken opvalt is dat de stok in mindere mate de neiging heeft om eerst de verkeerde kant op te gaan.

Vooral bij een kleinere waarde van R is dit het geval. Dit komt dan ook overeen met de resutaten van de simulatie.

Wat echter ook blijkt is dat het uitslingereffect aan het einde van het optimale traject groter wordt voor een kleinere waarde van R. De stok heeft dan dus meer tijd nodig om op zijn nieuwe positie weer in zijn normale limiet cyclus te komen. Wat dit betreft wijkt het praktische resultaat dan ook af van de simulatie.

Verder blijkt uit de grafieken dat het optimale traject sneller wordt afgelegd al naar gelang de waarde van R kleiner wordt.

Om dit op een duidelijke manier aan te tonen zijn in figuur 48 nogmaals de vier optimale trajecten in één grafiek weergegeven.



Figuur 48: Vier optimale trajecten.

Er is nu duidelijk te zien dat het snelle traject aan het einde ook meer uitslingeringen vertoont.

12 CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Tot slot van dit verslag worden de conclusies besproken waarna een aantal aanbevelingen zullen volgen die van belang zijn voor personen die een vervolg geven aan dit project.

12.1 Conclusies

*De opstelling heeft een robuust karakter en is zodanig geconstrueerd dat de vele instelbare grootheden vergrendeld kunnen worden, zodat de instelling niet per ongeluk gewijzigd kan worden.

*Deze robuustheid van de opstelling geeft de mogelijkheid ook andere regeltechnische theorie in de praktijk te testen.
De begrenzing hierbij is dat op de ingang van het systeem geen onbegrensd snelle en grote achtereenvolgende stappen mogen worden aangeboden omdat dit een trilling van het systeem tot gevolg heeft die niets met de dynamica van het systeem te maken heeft.

*De theoretische benadering van de dynamica van het proces blijkt goed te voldoen.

*De daarop gebaseerde analoge regelaar geeft een stabiel en goed resultaat, die verstoringen van buitenaf goed korrigeert.

*Ook als de analoge regelaar in de buurt van de optimale instelling staat ingesteld blijft het systeem stabiel.

*De instelling van de plaats van de lampen en van de rijen met LDR's heeft invloed op de regelbaarheid van het proces.

*Als er geen ingangsignaal aan het systeem wordt aangeboden blijft de stok op dezelfde plaats kleine heen en weer gaande bewegingen maken. Het proces bevindt zich dan in een zoge naamde limiet cyclus.
Deze limiet cyclus is vooral het gevolg van speling op de x-y schrijver. Verder wordt deze limiet cyclus ook veroorzaakt door de dode zone die de motoren en de aandrijvingen hebben. Ook de nauwkeurigheid van de plaatsbepaling van de bovenkant van de stok is van invloed op deze limiet cyclus.

*De kwaliteit van de identificatie wordt nadelig beinvloed omdat er vanwege mechanische complicaties, niet ieder wille keurig ingangssignaal aan het systeem kan worden aangeboden.

*De identificatie van het systeem heeft een derde orde model als resultaat met een performance van 0,35.

*De validatieset geeft vrijwel dezelfde performance.

*De plaatsbepaling van de bovenkant van de stok is niet exact lineair.

*De gebruikte LDR's zijn oud en onnauwkeurig.

*De berekende optimale trajecten geven op simulatieniveau een goed resultaat.

*Bij het in praktijk brengen van deze optimale trajecten blijkt het resultaat niet exact de simulatie te benaderen. Vooral aan het einde van de optimale trajecten blijken er verschillen op te treden tussen de simulatie en de praktische resultaten.

*Er is een korrelatie tussen de x- en de y-richting.

12.2 Aanbevelingen

*Een nauwkeurige plaatsing van een nieuwe rij met LDR's zal een betere plaatsbepaling van de bovenkant de stok tot gevolg hebben.

*Verder kan de plaatsbepaling van de bovenkant van de stok nauwkeuriger gemaakt worden door gebruik te maken van de methode zoals deze beschreven is in het stageverslag van M.T.J. Strik met de titel: Principe en implementatie van een optische bal-positie-sensor.

*Een mechanische verbetering van de x-y schrijver zal de genoemde limiet cyclus verkleinen.

*De korrelatie tussen x- en y-richting kan in de regeling meegenomen worden door een MIMO identificatie op het systeem uit te voeren. Als men vervolgens dit MIMO model gebruikt om een optimaal traject uit te rekenen zal de invloed van deze korrelatie door de MIMO aansturing worden gekorrigeerd.

*Men kan het praktische optimale traject verbeteren. Het in dit verslag uitgerekende optimale traject is namelijk alleen gebasseerd op het model van het systeem. De toestanden van het systeem worden dan ook berekend door gebruik te maken van dit model. Dit betekent dat een fout in een bepaalde toestand ook in de volgende toestanden zijn invloed zal hebben, zodat een opeenstapeling van fouten mogelijk is.
Door nu de ingang en de uitgang van het systeem tijdens de uitvoering van het optimale traject aan te bieden aan een observer zijn de toestanden van het systeem op ieder moment nauwkeuriger te bepalen. De mogelijkheid bestaat nu om aan de hand van deze berekende toestanden het ingangsignaal aan te passen om zodoende een beter optimaal traject te verkrijgen. Deze mogelijkheid staat beschreven in het dictaat van Moderne Regeltechniek [lit 9].
Op deze manier wordt de sturing van het systeem uitgebreid met een regeling.

LITERATUURLIJST

[1] J.P.A. Peeters,
Een positieopnemer voor een rollende kogel.
Afstudeerverslag, TUE, 1990.

[2] L.W. Freriks,
Implementatie en realisatie van onderdelen van een geinverteerd pendulumsysteem.
Stageverslag, TUE, 1990.

[3] A.N. Borghouts,
Inleiding in de mechanica.
Delftsche Uitgevers Maatschappij, 1978.

[4] D.H. van Campen en A. de Kraker,
Het dynamisch gedrag van constructies.
TUE dictaat, nr. 4552.

[5] A. Seireg,
Mechanical systems analysis.
Scranton, 1969.

[6] R. Roest,
Inleiding mechanica.
Delftsche Uitgevers Maatschappij, 1987.

[7] R.H. Cannon,
Dynamics of physical systems.
London: Mc Graw-Hill, 1967.

[8] T.E. Fortmann and K.L. Hitz,
An introduction to linear control systems.
New York: Dekker, 1977.

[9] A.A.H. Damen en H.H. van de Ven,
Moderne Regeltechniek.
TUE dictaat, nr. 5662.

```
function[l]=oplkv(d,s,st,f)
%oplkv : rekent de oplossing uit van de karakteristieke vergelijking
%
%[l]=oplkv(d,s,st,f)
%
%d : bepaald het nulpunt van de regelaar (s + d)/(s + 20).
%s : versterkingsfaktor waarmee de rootlocus begint.
%st: stapgrootte waarmee de versterkingsfactor steeds wordt vergroot.
%f : versterkingsfaktor waarmee de rootlocus eindigt.
%
%LET OP: als er geen enkel imaginair getal in de oplossing voorkomt
%        wordt er een grafiek uitgezet van de waarde van het getal
%        als functie van de plaats van dat getal in de matrix l.
h=0;
for k=s:st:f
h=h+1;
a=(1-0.25*k);
b=(20-0.25*k*d);
c=(-11.48-11.31*k);
e=(-229.6-11.31*k*d);
r=roots([a b c e]);
l(:,h)=r;
end
plot(l,'*')
xlabel('REEEL')
ylabel('IMAGINAIR')
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 3,4)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> 13_4

13_4 =

  Columns 1 through 4

 -16.0954          -13.3320          -11.2162           -9.4923
  -3.3882           -3.3882           -3.3882           -3.3882
   2.8060            2.2574            1.7237            1.1864

  Columns 5 through 8

  -8.0056           -6.6389           -5.2508           -3.3882
  -3.3882           -3.3882           -3.3882           -3.0743
   0.6226           -0.0058           -0.7899           -2.4630

  Columns 9 through 12

  -3.3882           -2.3731 + 2.7058i  -2.2149 + 3.1937i  -2.0765 + 3.5605i
  -2.5557 + 1.9845i  -2.3731 - 2.7058i  -2.2149 - 3.1937i  -2.0765 - 3.5605i
  -2.5557 - 1.9845i  -3.3882           -3.3882           -3.3882

  Columns 13 through 16

  -1.9543 + 3.8512i  -1.8458 + 4.0891i  -1.7486 + 4.2886i  -1.6612 + 4.4587i
  -1.9543 - 3.8512i  -1.8458 - 4.0891i  -1.7486 - 4.2886i  -1.6612 - 4.4587i
  -3.3882           -3.3882           -3.3882           -3.3882

  Columns 17 through 20

  -1.5821 + 4.6057i  -1.5102 + 4.7343i  -1.4445 + 4.8477i  -1.3843 + 4.9487i
  -1.5821 - 4.6057i  -1.5102 - 4.7343i  -1.4445 - 4.8477i  -1.3843 - 4.9487i
  -3.3882           -3.3882           -3.3882           -3.3882

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 1)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> l1

l1 =

  Columns 1 through 4

 -15.4800          -12.1131           -9.0949           -6.3078 + 1.9447i
  -3.7380           -4.2401           -5.1496           -6.3078 - 1.9447i
   3.0180            2.6866            2.3873            2.1157

  Columns 5 through 8

  -5.6564 + 3.0285i  -5.1214 + 3.6264i  -4.6733 + 4.0263i  -4.2921 + 4.3185i
  -5.6564 - 3.0285i  -5.1214 - 3.6264i  -4.6733 - 4.0263i  -4.2921 - 4.3185i
   1.8683             1.6429             1.4376             1.2509

  Columns 9 through 12

  -3.9638 + 4.5442i  -3.6784 + 4.7257i  -3.4281 + 4.8761i  -3.2072 + 5.0036i
  -3.9638 - 4.5442i  -3.6784 - 4.7257i  -3.4281 - 4.8761i  -3.2072 - 5.0036i
   1.0815             0.9282             0.7895             0.6645

  Columns 13 through 16

  -3.0111 + 5.1137i  -2.8361 + 5.2100i  -2.6792 + 5.2954i  -2.5378 + 5.3716i
  -3.0111 - 5.1137i  -2.8361 - 5.2100i  -2.6792 - 5.2954i  -2.5378 - 5.3716i
   0.5517             0.4500             0.3584             0.2756

  Columns 17 through 20

  -2.4099 + 5.4403i  -2.2938 + 5.5024i  -2.1880 + 5.5589i  -2.0912 + 5.6107i
  -2.4099 - 5.4403i  -2.2938 - 5.5024i  -2.1880 - 5.5589i  -2.0912 - 5.6107i
   0.2008             0.1331             0.0717             0.0158

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 2)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> 12

12 =

  Columns 1 through 4

 -15.7403          -12.6438          -10.1137           -7.5340
  -3.5900           -3.8688           -4.2981           -5.2310
   2.9303            2.5126            2.1261            1.7650

  Columns 5 through 8

  -5.7128 + 1.9192i  -5.1530 + 2.7198i  -4.6757 + 3.2077i  -4.2630 + 3.5560i
  -5.7128 - 1.9192i  -5.1530 - 2.7198i  -4.6757 - 3.2077i  -4.2630 - 3.5560i
   1.4256             1.1061             0.8060             0.5261

  Columns 9 through 12

  -3.9032 + 3.8268i  -3.5880 + 4.0495i  -3.3115 + 4.2398i  -3.0686 + 4.4065i
  -3.9032 - 3.8268i  -3.5880 - 4.0495i  -3.3115 - 4.2398i  -3.0686 - 4.4065i
   0.2679             0.0332            -0.1771            -0.3628

  Columns 13 through 16

  -2.8552 + 4.5546i  -2.6674 + 4.6874i  -2.5015 + 4.8069i  -2.3545 + 4.9149i
  -2.8552 - 4.5546i  -2.6674 - 4.6874i  -2.5015 - 4.8069i  -2.3545 - 4.9149i
  -0.5249            -0.6653            -0.7865            -0.8910

  Columns 17 through 20

  -2.2236 + 5.0127i  -2.1065 + 5.1015i  -2.0012 + 5.1823i  -1.9060 + 5.2560i
  -2.2236 - 5.0127i  -2.1065 - 5.1015i  -2.0012 - 5.1823i  -1.9060 - 5.2560i
  -0.9814            -1.0598            -1.1281            -1.1880

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 3)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> 13

13 =

  Columns 1 through 4

 -15.9968          -13.1442          -10.9290           -9.0675
  -3.4443           -3.5198           -3.6275           -3.7962
   2.8411            2.3307            1.8422            1.3637

  Columns 5 through 8

  -7.3237           -5.0960 + 0.7605i  -4.5297 + 1.7285i  -4.0017 + 2.2385i
  -4.1158           -5.0960 - 0.7605i  -4.5297 - 1.7285i  -4.0017 - 2.2385i
   0.8839            0.3920            -0.1224           -0.6634

  Columns 9 through 12

  -3.5116 + 2.6411i  -3.0886 + 3.0195i  -2.7581 + 3.3735i  -2.5067 + 3.6829i
  -3.5116 - 2.6411i  -3.0886 - 3.0195i  -2.7581 - 3.3735i  -2.5067 - 3.6829i
  -1.2075            -1.6800            -2.0172            -2.2366

  Columns 13 through 16

  -2.3092 + 3.9449i  -2.1479 + 4.1665i  -2.0120 + 4.3554i  -1.8949 + 4.5181i
  -2.3092 - 3.9449i  -2.1479 - 4.1665i  -2.0120 - 4.3554i  -1.8949 - 4.5181i
  -2.3815            -2.4820            -2.5550            -2.6103

  Columns 17 through 20

  -1.7923 + 4.6596i  -1.7014 + 4.7839i  -1.6201 + 4.8938i  -1.5466 + 4.9919i
  -1.7923 - 4.6596i  -1.7014 - 4.7839i  -1.6201 - 4.8938i  -1.5466 - 4.9919i
  -2.6534            -2.6880            -2.7164            -2.7401

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 4)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> 14

14 =

  Columns 1 through 4

 -16.2498          -13.6216          -11.6457          -10.0877
  -3.3003           -3.1837           -3.0216           -2.7796
   2.7501            2.1386            1.5245            0.8673

  Columns 5 through 8

  -8.8208           -7.7768           -6.9236           -6.2487
  -2.3628           -1.3116 + 0.6571i  -1.4473 + 1.5744i  -1.5423 + 2.1633i
   0.0725           -1.3116 - 0.6571i  -1.4473 - 1.5744i  -1.5423 - 2.1633i

  Columns 9 through 12

  -5.7403           -5.3727           -5.1108           -4.9224
  -1.5914 + 2.6429i  -1.5994 + 3.0480i  -1.5779 + 3.3905i  -1.5388 + 3.6801i
  -1.5914 - 2.6429i  -1.5994 - 3.0480i  -1.5779 - 3.3905i  -1.5388 - 3.6801i

  Columns 13 through 16

  -4.7838           -4.6790           -4.5976           -4.5330
  -1.4905 + 3.9259i  -1.4383 + 4.1361i  -1.3854 + 4.3175i  -1.3335 + 4.4753i
  -1.4905 - 3.9259i  -1.4383 - 4.1361i  -1.3854 - 4.3175i  -1.3335 - 4.4753i

  Columns 17 through 20

  -1.2835 + 4.6138i  -1.2359 + 4.7362i  -1.1908 + 4.8452i  -1.1483 + 4.9429i
  -1.2835 - 4.6138i  -1.2359 - 4.7362i  -1.1908 - 4.8452i  -1.1483 - 4.9429i
  -4.4805           -4.4373           -4.4010           -4.3701

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 5)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> 15

15 =

  Columns 1 through 4

 -16.4997          -14.0808          -12.3023          -10.9433
  -3.1575           -2.8527           -2.4199           -1.6508
   2.6573            1.9335            1.1507            0.0941

  Columns 5 through 8

  -9.8814           -9.0427           -8.3778           -7.8507
  -0.8926 + 1.2625i  -0.9787 + 1.9735i  -1.0384 + 2.4775i  -1.0746 + 2.8818i
  -0.8926 - 1.2625i  -0.9787 - 1.9735i  -1.0384 - 2.4775i  -1.0746 - 2.8818i

  Columns 9 through 12

  -7.4327           -7.1002           -6.8342           -6.6195
  -1.0914 + 3.2208i  -1.0928 + 3.5104i  -1.0829 + 3.7604i  -1.0652 + 3.9778i
  -1.0914 - 3.2208i  -1.0928 - 3.5104i  -1.0829 - 3.7604i  -1.0652 - 3.9778i

  Columns 13 through 16

  -6.4445           -6.3002           -6.1799           -6.0785
  -1.0424 + 4.1679i  -1.0166 + 4.3351i  -0.9890 + 4.4830i  -0.9608 + 4.6144i
  -1.0424 - 4.1679i  -1.0166 - 4.3351i  -0.9890 - 4.4830i  -0.9608 - 4.6144i

  Columns 17 through 20

  -5.9921           -5.9179           -5.8535           -5.7972
  -0.9325 + 4.7319i  -0.9047 + 4.8375i  -0.8776 + 4.9327i  -0.8514 + 5.0190i
  -0.9325 - 4.7319i  -0.9047 - 4.8375i  -0.8776 - 4.9327i  -0.8514 - 5.0190i

>>
>> diary off
```

```
>> diary on
>>
>> 'Polen bij verschillende K-factoren';
>>
>> 'De gebruikte regelaar is (s + 10)/(s + 20)';
>>
>> 'Kolom 1 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=1';
>> 'Kolom 2 stelt de drie polen voor bij een versterkingsfactor van K=2';
>> 'Enz,  tot en met versterkingsfactor K=20';
>>
>> l10

l10 =

  Columns 1 through 4

 -17.7105            -16.1996            -15.1404            -14.3648
  -2.4433             -0.6745             -0.2869 + 2.0144i  -0.3176 + 2.7666i
   2.1538              0.2074             -0.2869 - 2.0144i  -0.3176 - 2.7666i

  Columns 5 through 8

 -13.7770            -13.3192            -12.9543            -12.6577
  -0.3337 + 3.2749i  -0.3404 + 3.6563i  -0.3410 + 3.9576i  -0.3378 + 4.2032i
  -0.3337 - 3.2749i  -0.3404 - 3.6563i  -0.3410 - 3.9576i  -0.3378 - 4.2032i

  Columns 9 through 12

 -12.4125            -12.2070            -12.0325            -11.8826
  -0.3322 + 4.4080i  -0.3251 + 4.5817i  -0.3171 + 4.7311i  -0.3087 + 4.8609i
  -0.3322 - 4.4080i  -0.3251 - 4.5817i  -0.3171 - 4.7311i  -0.3087 - 4.8609i

  Columns 13 through 16

 -11.7527            -11.6390            -11.5389            -11.4500
  -0.3001 + 4.9749i  -0.2916 + 5.0757i  -0.2832 + 5.1656i  -0.2750 + 5.2462i
  -0.3001 - 4.9749i  -0.2916 - 5.0757i  -0.2832 - 5.1656i  -0.2750 - 5.2462i

  Columns 17 through 20

 -11.3706            -11.2993            -11.2349            -11.1764
  -0.2671 + 5.3189i  -0.2595 + 5.3848i  -0.2521 + 5.4449i  -0.2451 + 5.4998i
  -0.2671 - 5.3189i  -0.2595 - 5.3848i  -0.2521 - 5.4449i  -0.2451 - 5.4998i

>>
>> diary off
```

```
function[a,b,c,d]=th2stsp(x)
%Van theta vorm naar state-space vorm.
%Deze functie vraagt als input een theta model, en geeft als resultaat de
%matrixen a,b,c en d van de state space vorm.
%[a,b,c,d] = th2stsp(x)
%x : theta model
%a,b,c,d : matrixen van de state space vorm.
[A,B,C,D,F]=polyform(x);
den=conv(A,F);
[a,b,c,d]=tf2ss(B,den);
```

```
function[u,x]=opttrj(m,q,r,n,x0)
%opttrj : Er wordt een optimaal traject bepaald door "u" (ingangssignaal)
%         te berekenen die een kostenfunctie minimaliseerd.
%         De kosten functie weegt de toestanden met q en
%         het ingangssignaal met r.
%
%[u,x1] = opttrj(m,q,r,n,x0)
%
%m : model in theta vorm.
%q : vierkant matrix ter grootte van de modelorde, weegt de toestanden
%    in de kostenfunctie.
%r : getal die het ingangssignaal u weegt in de kostenfunctie.
%n : aantal samples waarin het traject wordt afgelegd (deze mag niet te klein
%    gekozen worden).
%x0: begintoestand die gekozen mag worden, kolomvektor ter grootte van de
%    modelorde.
%u : optimaal ingangssignaal die de kostenfunctie minimaliseerd
%x1: toestand 1, dit is de positie.
[A,B,C,D,F]=polyform(m);
den=conv(A,F);
[a,b,c,d]=tf2ss(B,den);
K=dlqr(a,b,q,r);
for i=1:n
  u(i)=-K*((a-b*K)^(i-1))*x0;
end
x(:,1)=x0;
for j=2:n
  x(:,j)=a*x(:,j-1) + b*u(j-1);
end
t=[0:n-1];
for w=1:n
  y(w)=c*x(:,w);
end
plot(t,[u;x(1,:)])
```