

MASTER

Inschatten van het algebranimeau in het voortgezet onderwijs door docenten

Schutte, M.

Award date:
2010

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Onderzoek t.b.v. de opleiding Science Education & Communication

Inschatten van het algebranimeau in het voortgezet onderwijs door docenten

Mattijn Schutte (0556262)

Begeleiders:
dr. Perry den Brok
dr. Jacob Perrenet

Opdrachtgever:
drs. Irene van Stiphout

Vakcode:
EME07, 15 ECTS

16 juli 2010

Samenvatting

In dit onderzoek wordt bekeken of er een verschil is tussen wat de docent denkt dat een leerling aankan en het werkelijke niveau van een leerling met betrekking tot de algebra in het voortgezet onderwijs. Om dit te onderzoeken wordt er gebruik gemaakt van een algebratoets, die Irene van Stiphout gebruikt heeft voor haar promotieonderzoek naar de ontwikkeling van het algebraniveau van leerlingen. Deze toets is door meer dan duizend vwo-leerlingen gemaakt en de toetsresultaten representeren het huidige algebraniveau van de vwo-leerlingen. Zo'n zelfde toets is vervolgens voorgelegd aan docenten in het voortgezet onderwijs met de vraag hoe zij denken dat leerlingen op deze wiskundeopgaven zouden scoren. De resultaten hiervan zijn opzienbarend: docenten overschatten het algebraniveau van leerlingen ruimschoots. De docenten verwachten dat leerlingen uit de tweede tot en met de vijfde klas van het vwo goed zouden scoren op de algebratoets. Dit is echter niet het geval.

Inhoudsopgave

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Inleiding | 4 |
| 2 | Algebranimeau: een literatuurverkenning | 6 |
| 2.1 | Ontwikkeling algebranimeau sinds de jaren '70 | 6 |
| 2.2 | Huidige stand van zaken | 8 |
| 2.3 | Mogelijke verbeteringen | 9 |
| 2.4 | Verwachtingen van docenten | 11 |
| 3 | Vraagstelling | 13 |
| 3.1 | Definiëring centrale begrippen | 13 |
| 3.2 | Onderzoeksvragen | 14 |
| 4 | Opzet en uitvoering van het onderzoek | 16 |
| 4.1 | Opzet van het onderzoek | 16 |
| 4.2 | Analyses | 18 |
| 5 | Resultaten | 20 |
| 5.1 | Wat is het algebranimeau? | 20 |
| 5.2 | Hoe schatten docenten het niveau in? | 21 |
| 5.3 | Wat is het verschil tussen het ingeschatte en werkelijke niveau? | 22 |
| 5.4 | Hoe worden de verschillen verklaard? | 26 |
| 5.4.1 | Ervaring | 26 |
| 5.4.2 | Opleiding | 27 |
| 6 | Conclusie en discussie | 28 |
| 6.1 | Conclusie | 28 |
| 6.2 | Discussie | 28 |
| 6.3 | Aanbeveling voor vervolgonderzoek | 30 |
| 6.4 | Praktijk | 31 |
| 6.5 | Evaluatie van het onderzoek | 31 |
| A | Enquête | 35 |
| B | Tabellen | 36 |

1 Inleiding

De aanleiding voor dit onderzoek is de daling van het algebraniveau in het voortgezet onderwijs. Met algebraniveau bedoelen we in dit onderzoek het niveau van de algebraïsche vaardigheden van leerlingen in het voortgezet onderwijs in Nederland. De daling van dit niveau vormde de aanleiding van het promotieonderzoek van Irene van Stiphout (Van Stiphout, Perrenet en Gravemeijer, 2009). Hierin wordt het algebraniveau van leerlingen op het voortgezet onderwijs op twee aspecten onderzocht. Dit zijn:

- De *mentale inspanning* (mental effort) die leerlingen moeten leveren om tot een goed antwoord te komen.
- Het wiskundig onderscheid tussen *procedurele vlotheid* (procedural fluency) en *conceptueel inzicht* (conceptual understanding).

In het eerste aspect wordt er gekeken vanuit een cognitief psychologisch perspectief. Hiervoor hebben de onderzoekers een instrument gebruikt om de mentale inspanning te meten. In mijn onderzoek zal ik me hier echter niet mee bezig houden. Waar we in dit onderzoek wel naar gaan kijken is het tweede aspect. Hierin wordt namelijk vanuit een wiskundig didactisch perspectief gekeken naar de algebraontwikkeling. Alle algebraopgaven waar leerlingen op het voortgezet onderwijs mee oefenen, zijn uit twee delen samengesteld. Enerzijds zijn dit de *routinevragen*, waarbij leerlingen rekenregels moeten toepassen. Anderzijds zijn dit *inzichtsvragen*, waarbij leerlingen moeten beredeneren hoe ze aan een goed antwoord kunnen komen. Tussen deze twee soorten vaardigheden vindt een zekere wisselwerking plaats. Toch is het voor het algebraniveau van belang dat leerlingen beide soorten vragen goed kunnen beantwoorden.

Bij het onderzoek van Irene van Stiphout ligt de focus op de leerlingen. Het is daarnaast ook erg interessant om te kijken hoe docenten dit algebraniveau van de leerlingen inschatten. Zoals in het volgende hoofdstuk zal worden uitgelegd, blijkt uit eerdere onderzoeken (Spader, 2006) namelijk dat de verwachtingen van docenten invloed hebben op de prestaties van de leerlingen. Vandaar dat Irene van Stiphout mij benaderde om in een onderzoek naar de algebraontwikkeling te focussen op docenten. Bij de start van mijn onderzoek waren de resultaten van de leerlingen op de door Irene ontwikkelde algebra-toets voor mij bekend. Het was echter onbekend hoe docenten

dit algebraniveau inschatten. De belangrijkste vraag in dit onderzoek is dan ook:

Hoe goed kunnen docenten het algebraniveau van leerlingen in het voortgezet onderwijs inschatten?

Hierbij gaat het om leerlingen in het algemeen en niet om leerlingen uit de eigen klas van de docenten. Deze vraag zal worden beantwoord door middel van zowel een beschrijvend als een verklarend onderzoek. Beschrijvend, omdat wordt onderzocht wat het niveau van de leerlingen is en hoe docenten dit inschatten. En verklarend, omdat getracht wordt een verklaring te geven voor de mogelijke verschillen of overeenkomsten tussen beide waarden. In dit onderzoek zullen we ons beperken tot het algebraniveau van vwo-leerlingen (in Nederland). Voordat hier naar wordt gekeken, dient er eerst bestudeerd te worden hoe het met de ontwikkeling op het gebied van algebra staat. Diverse onderzoekers hebben dit geanalyseerd. Een verslag hiervan is te vinden in Hoofdstuk 2.

Wat is de verwachte opbrengst van dit onderzoek voor de praktijk? De resultaten van dit onderzoek geven een beter beeld over hoe goed docenten het niveau van leerlingen kunnen inschatten. Nog belangrijker misschien: waardoor kan de ene docent het niveau heel goed inschatten en zit een andere docent er juist ver van af? Naar aanleiding van dit onderzoek kunnen wellicht adviezen gegeven worden aan docenten om hun inschattingsniveau te verbeteren. Hogere verwachtingen van docenten leiden tot betere prestaties van leerlingen. Op deze manier kan een bijdrage worden geleverd om het algebraniveau van de leerlingen te verbeteren.

2 Algebraniveau: een literatuurverkenning

Het algebraniveau van leerlingen op de middelbare school is door de jaren heen sterk veranderd. In dit hoofdstuk komen de belangrijkste ontwikkelingen van de laatste decennia aan bod.

2.1 Ontwikkeling algebraniveau sinds de jaren '70

De Mammoetwet, die onderdeel uitmaakt van de Wet op het voortgezet onderwijs, werd in 1968 ingevoerd en speelt een belangrijke rol in de totstandkoming van het voortgezet onderwijs zoals we dat nu kennen. Door de invoering van deze wet werden op het voortgezet onderwijs de MULO, MMS en HBS afgeschaft en vervangen door mavo, havo en vwo. Vanwege deze ingrijpende verandering zullen we gaan kijken hoe het algebraniveau sinds de jaren '70 is veranderd.

Van Hoorn (2007), oud-hoofdredacteur van het wiskundetijdschrift *Euclides*, geeft een chronologisch overzicht van het wiskundeonderwijs in Nederland. In de jaren '70 behoorden differentiaal- en integraalrekening tot de examenstof. De cosinus en sinus werden als functie beschouwd, maar ook exponentiële en logartimische functies, parameterrepresentaties en eenvoudige differentiaalvergelijkingen werden behandeld. In 1985 werd de contextwiskunde ingevoerd. Hierbij werd er met een ander perspectief naar de wiskunde gekeken: de nadruk kwam te liggen op het toepassen van wiskunde in praktijkvoorbeelden. Door deze realistische wiskunde werden de technieken geleidelijk aan minder belangrijk en kwam de nadruk meer op modelvorming en toepassingen te liggen.

In 1998 werd de Tweede Fase geïntroduceerd. Hierin werd minder klassikaal lesgegeven. De leerlingen konden in het studiehuis zelfstandig huiswerk maken en de leraar was het aanspreekpunt wanneer er vragen waren. Bij de invoering van de Tweede Fase werd ook de Grafische Rekenmachine ingevoerd voor alle leerlingen in de bovenbouw van havo en vwo. Dit heeft een ingrijpende verandering teweeggebracht. Het werd nu eenvoudig om grafieken te tekenen, tabellen te maken, met matrices te rekenen en berekeningen met betrekking tot de statistiek en kansrekening uit te voeren. Visuele benaderingen van onderwerpen in de analyse en algebra werden nu mogelijk. Echter, de invoering heeft ook tot nadelige gevolgen geleid. De grafische rekenmachine kan door de leerlingen als een black box worden gebruikt. Uit

2 ALGEBRANIVEAU: EEN LITERATUURVERKENNING

onderzoek van Van Streun (2006) blijkt dat dit ook echt gebeurt. Door de invoering van de grafische rekenmachine gaan leerlingen steeds meer wiskundige technieken uitvoeren zonder dat ze precies weten wat ze aan het doen zijn.

In het artikel van Van Streun (2006) in *Euclides* worden een aantal redenen genoemd waardoor het algebraniveau in de loop der tijd is afgenomen. Schrijver Anne van Streun is wiskundeleraar sinds 1964, wiskundendidacticus aan de Rijksuniversiteit Groningen sinds 1974 en hoogleraar didactiek bètawetenschappen sinds 2000. Hij heeft de veranderingen op algebragebied dus van dichtbij meegemaakt. Een aantal van deze veranderingen heeft ervoor gezorgd dat het inzicht en de vaardigheid in het handmatig manipuleren met formules, vergelijkingen en wiskundige operaties drastisch is verminderd.

Volgens Van Streun denken leerlingen vaak dat ze trucjes aan het toepassen zijn in plaats van precies te weten wat ze aan het doen zijn. De vraag wordt dan: Onderwijzen wiskundedocenten de kern van zinvolle parate kennis wel op een duidelijke manier? Tijdens het oplossen moet de leerling snel toegang hebben tot de basiskennis, zodat het werkgeheugen kan worden gebruikt om een mentale voorstelling te maken van het probleem. Leerlingen die tijdens het oplossingsproces nog eenvoudige kennis of technieken moeten reconstueren, hebben de kans dat zij hun werkgeheugen moeten overbelasten en raken het spoor naar de oplossing kwijt. Het is daarom noodzakelijk dat bepaalde basiskennis aanwezig is. Toch lijkt deze noodzaak voor de leerlingen te ontbreken en maken docenten hen dat vaak niet duidelijk. De oplossing lijkt om de kern van parate kennis expliciet in de leerdoelen op te laten nemen, aldus Van Streun.

Je zou verwachten dat leerlingen minder inspanning hoeven te leveren bij algebravraagstukken, naarmate ze steeds in een hoger leerjaar op school terechtkomen. Toch blijkt uit onderzoek (Van Stiphout, Perrenet en Grave-meijer, 2009) dat dit niet het geval is. De mentale inspanning die leerlingen moeten leveren om een algebravraagstuk te beantwoorden neemt gedurende hun jaren op school niet af.

2.2 Huidige stand van zaken

Uit recent onderzoek (Straetmans en Eggen, 2005) blijkt dat meer dan de helft van de instromende studenten van de pabo slechter handmatig of uit het hoofd kan rekenen dan de beste 20% van de leerlingen in groep 8 van de basisschool. Ook bij de aansluiting van het vwo naar de universiteit zijn er op wiskundegebied problemen. Zo maken de eerstejaarsstudenten op de Universiteit Twente jaarlijks een instaptoets wiskunde, om te kijken hoe het met de algebraïsche vaardigheden van de nieuwe studenten zit. Deze instaptoets maakt onderdeel uit van een groter onderzoek naar de aansluitingsproblemen van vwo-leerlingen op de universiteit (Eijkel, Van der Heijden en Salm, 2008). Het bleek dat de toets erg slecht werd gemaakt en dit heeft onder andere geleid tot het geven van een extra wiskundevak bij onder andere de opleiding Elektrotechniek op de Universiteit Twente om de aansluiting te verbeteren. Uit de resultaten bleek ook dat eerstejaarsstudenten erg afhankelijk zijn van de grafische rekenmachine. Een van de doelen van het nieuwe wiskundevak is daarom om meer fysisch inzicht te kweken als tegenhanger van het black-box denken.

De aansluitingsproblemen op de universiteiten in Nederland hebben er in 2006 toe geleid dat alle wiskunde en natuurkunde studieverenigingen tezamen actie hebben ondernomen. In een brief (Van Rest, F. en Hauwert, 2006) aan destijds minister van Onderwijs Maria van der Hoeven gaven zij aan zich zorgen te maken over het wiskundeniveau van de eerstejaarsstudenten. Volgens hen werd dit voornamelijk veroorzaakt doordat leerlingen op het voortgezet onderwijs te weinig aan vaardigheden hebben geoefend en nooit hebben geleerd hoe wiskunde kon worden toegepast in andere situaties. Naar aanleiding van deze actie heeft de minister van Onderwijs haar plannen met betrekking tot aanpassen van de Tweede Fase aangepast. Zo zijn er meer uren wiskunde beschikbaar gebleven dan aanvankelijk de bedoeling was.

Deze algebraontwikkeling is dus ook de politici in ons land niet onopgemerkt voorbij gegaan. Tot in de Tweede Kamer is er verontrusting over de veronderstelde terugval in de beheersing van de algebraïsche vaardigheden na de invoering van de Tweede Fase havo-vwo. De vraag is hoe we deze daling kunnen tegenhouden, of sterker nog: ombuigen in een verbetering van de algebraïsche vaardigheden.

2.3 Mogelijke verbeteringen

Van Streun (2006) noemt verschillende oplossingen om het algebraniveau te verbeteren die we hier zullen bespreken. De experts op dit gebied zijn het echter niet altijd met elkaar eens en soms lijken de mogelijke oplossingen zelfs haaks op elkaar te staan. Volgens sommige wiskundigedidactici (Dormolen, 1974) is er maar één manier om wiskunde onder de knie te krijgen: “veel oefenen”. De opgaven dienen dan zorgvuldig uitgekozen te zijn, waarbij ze eenvoudig beginnen en met veel soortgelijke sommen voorkomen om zo de vaardigheden goed te oefenen. De moeilijkheid wordt geleidelijk met kleine stapjes opgevoerd. Tegenstanders hiervan zeggen dat dit alleen werkt wanneer je kort daarna een proefwerk hebt met dezelfde typen opgaven. Inzicht wordt op deze manier niet of nauwelijks getraind. Freudenthal, grondlegger van de realistische wiskunde, is van mening dat inzicht verloren gaat bij vroegtijdig oefenen, bij te veel oefenen of gewoon door te oefenen. De vraag is volgens hem dus hoe we tijdens het oefenen de wegen naar het inzicht open kunnen houden. Hij hechtte veel waarde toe aan het blijven reflecteren op wat je tijdens het oefenen doet, aldus Van Streun (2006).

Dat het oefenen van vaardigheden en het oefenen op het verkrijgen van inzicht niet haaks hoeven te staan, blijkt uit het onderzoek van het National Research Council (2001). Hierin wordt beargumenteerd dat het *begrijpen* van wiskundige begrippen, operaties en relaties en de *vaardigheid* in het flexibel, accuraat, efficiënt en adequaat uitvoeren van procedures niet los van elkaar kunnen worden gezien. Deze twee vaardigheden zullen we de routinevaardigheden en inzichtsvaardigheden noemen. De auteurs zijn topmensen uit de wereld van de leerpsychologie, wiskundigen en wiskundigedidactici en beargumenteren onder meer:

- Ten onrechte wordt vaardigheid soms tegenover inzicht geplaatst. Begrijpen maakt het leren van vaardigheden gemakkelijker. Aan de andere kant is een zeker niveau van vaardigheden noodzakelijk om nieuwe wiskundige begrippen en methoden te leren.
- Zonder goede routine stranden leerlingen bij het oplossen van wiskundige problemen.
- Leerlingen die een vaardigheid zonder begrip leren, hebben heel veel oefening nodig om de stappen niet te vergeten. Als leerlingen de operaties begrijpen, dan zijn ze beter in staat om ze te reconstrueren en

in samenhang met andere operaties te zien.

- Als vaardigheden zonder begrip worden geleerd, dan blijven het geïsoleerde brokjes kennis. Nieuwe begrippen of vaardigheden kunnen dan niet voortbouwen op een bestaand netwerk aan kennis. Dit leidt ertoe dat leerlingen voor elke kleine variatie in opgaven weer nieuwe oplossingsprocedures moeten leren.

Persoonlijk denk ik dat het erg belangrijk is dat leerlingen eerst de rekenvaardigheden goed onder de knie krijgen door middel van het oefenen van veel vergelijkbare opgaven. Pas wanneer iemand de rekenregels goed beheerst, is hij of zij in staat wiskunde toe te passen. In de periode dat ik zelf voor de klas stond, merkte ik dat leerlingen al gauw het idee hebben dat ze de algebraïsche rekenregels begrijpen wanneer ze één opgave goed maken. Een les later maken ze een vergelijkbare opgave toch weer fout. Kennelijk vereist de beheersing van de algebraïsche vaardigheden toch meer oefening.

In de lessen die ik gaf, merkte ik daarnaast ook hoe veel invloed de grafische rekenmachine op de huidige generatie leerlingen heeft. Alle rekenregels, regels voor integreren en differentiëren en samenvattingen worden in de rekenmachine opgeslagen. Er staan soms zelfs programma's op die direct de afgeleide geven van de functie die je invoert. De leerlingen weten precies waar ze de regels moeten vinden, maar kunnen deze vaak zelf niet eens zonder rekenmachine opnoemen. De grafische rekenmachine is voor veel leerlingen veranderd van een handig hulpmiddel in het enige redmiddel om te slagen voor een wiskundetoets. Mede hierdoor zijn in mijn ogen de algebraïsche vaardigheden, in ieder geval de laatste paar jaar, flink achteruit gegaan. Een goede oplossing zou in mijn ogen dan ook zijn om voor alle klassen in het voortgezet onderwijs gedurende het schooljaar steeds twee soorten wiskundetoetsen te geven: één waarbij de rekenmachine wel gebruikt mag worden, en één waarbij dit niet toegestaan is. Ik denk dat het voor een wiskunde-docent niet zo moeilijk zal zijn om bij ieder onderwerp een toets te maken die ook zonder rekenmachine goed te doen is. Op deze manier beseffen leerlingen dat ze ook zonder rekenmachine in staat moeten zijn om de opgaven goed te beantwoorden.

2.4 Verwachtingen van docenten

Hoe een leerling presteert op school kan door verschillende factoren worden beïnvloed. Een van deze factoren is de *verwachting* die docenten hebben van iedere individuele leerling. Uit onderzoek (Spader, 2006) blijkt dat de verwachtingen van docenten de voortgang van leerlingen zowel kunnen belemmeren als bevorderen. De verwachtingen van docenten, of ze nu laag of hoog zijn, hebben namelijk een significante invloed op de prestaties van leerlingen. Een hoge verwachting leidt vaak tot betere prestaties van leerlingen.

Dit beeld wordt bevestigd door een opmerkelijk onderzoek (Rosenthal en Jacobson, 1968) dat in de jaren '60 plaatsvond op een basisschool. Het doel hiervan was te onderzoeken of verwachtingen van de docent invloed hadden op de prestaties van leerlingen. Aan het begin van het schooljaar vulden alle leerlingen uit een klas een IQ-test in. Van deze klas werd willekeurig 20 % van de leerlingen geselecteerd. Hun docent werd vervolgens verteld dat deze leerlingen “ongewoonlijk veel potentie om intellectueel te groeien” hadden en dat van hen verwacht werd dat ze dit jaar qua schoolprestaties zouden doorbreken. Aan het eind van het jaar vulden de leerlingen weer een IQ-test in. De resultaten hiervan gaven aan dat er een sterk positief verband was tussen de scores van de leerlingen en de verwachtingen van de docenten.

Hoewel een hogere verwachting van de docent een positieve bijdrage kan leveren aan de prestaties van leerlingen, mag hieruit niet worden geconcludeerd dat hoe hoger de verwachting van docenten is hoe hoger de prestaties van leerlingen zullen zijn. Een leerling is namelijk beperkt in het niveau dat hij aankan. In Van Hiele (1986) worden de zogenaamde Van Hiele-niveaus besproken. Dit zijn verschillende denkniveaus die leerlingen op een vaste volgorde doorlopen. Wanneer zij een hoger denkniveau bereiken, is niet aan een vaste leeftijd verbonden. Volgens de theorie van Van Hiele kunnen twee leerlingen van verschillende denkniveaus elkaar niet begrijpen. Dit kan ook het geval zijn wanneer een docent in een te hoog denkniveau iets probeert uit te leggen aan een leerling die dit denkniveau nog niet aankan. Het gevaar bij het wiskundeonderwijs is volgens Van Hiele dat een wiskundedocent tijdens de les termen gebruikt die voor de leerlingen een andere betekenis hebben vanwege hun verschil in denkniveaus.

Perrenet (2009) heeft onderzoek gedaan naar de denkniveaus van studenten. Hij is er in geslaagd om een meetinstrument te ontwikkelen dat het denkniveau van studenten kan meten als het gaat om het begrip algorit-

me. Tijdens het onderzoek konden informaticastudenten ingedeeld worden in vier categorieën denkniveaus. De studenten groeiden gedurende het jaar en in opvolgende jaren naar een hoger denkniveau. Ook werd aan docenten die op dezelfde faculteit lesgeven gevraagd hoe zij inschatten dat het denkniveau van de studenten was. Het bleek voor hen erg moeilijk te zijn om dit in te schatten, maar toch zaten ze in wel in dezelfde bereik als de gevonde meetwaarden. Een groei in de denkniveaus van de studenten in de loop der tijd werd echter niet gedetecteerd bij het inschatten van docenten.

Het verband tussen de prestaties van de leerling en de verwachting van de docent vormt de basis van dit onderzoek. We gaan hierin kijken hoe docenten het algebranimeau van leerlingen op het voorgezet onderwijs inschatten. In het volgende hoofdstuk zullen de onderzoeksvragen die aan bod komen behandeld worden.

3 Vraagstelling

Uit de literatuur blijkt dat de ontwikkeling van routinevaardigheden en inzichtsvaardigheden van enorm belang zijn om over een hoog algebraniveau te beschikken. Ook blijkt dat de verwachting van de docent invloed heeft op de prestaties van de leerling. In dit onderzoek wordt gekeken naar wat de verwachtingen van docenten zijn als het gaat om het algebraniveau van de leerlingen. Allereerst volgt een aantal definities die aan bod komen en daarna zullen vier onderzoeksvragen geformuleerd worden.

3.1 Definiëring centrale begrippen

In dit onderzoek komen de volgende begrippen aan bod:

- *Algebraniveau*: Het niveau van de algebraïsche vaardigheden van leerlingen in het voortgezet onderwijs in Nederland.
- *Werkelijk niveau*: Het niveau van de leerlingen zoals dit daadwerkelijk is. Dit wordt vastgesteld door het aantal goed beantwoorde vragen in de algebratoets.
- *Verwacht niveau*: Het niveau van de leerlingen zoals docenten verwachten dat het is.
- *Gewenst niveau*: Het niveau van de leerlingen zoals docenten vinden dat het zou moeten zijn.

De algebraïsche vaardigheden kunnen in twee subcategorieën worden verdeeld. Hiervoor gebruiken we de definities zoals die genoemd worden in het onderzoek van het National Research Council (2001):

- *Procedural Fluency* (Procedurele Vlotheid): Vaardigheden in het flexibel, accuraat, efficiënt en adequaat uitvoeren van procedures, ook wel *routinevaardigheden* genoemd.
- *Conceptual Understanding* (Conceptueel Inzicht): Het begrijpen van wiskundige begrippen, operaties en relaties, ook wel *inzichtsvaardigheden* genoemd.

3 VRAAGSTELLING

In de enquête die de docenten invullen zullen we daarom onderscheid maken tussen de volgende twee soorten wiskundevraagstukken:

- *F-vragen*: wiskundige vraagstukken die betrekking hebben tot de Procedural Fluency.
- *U-vragen*: wiskundige vraagstukken die betrekking hebben tot de Conceptual Understanding.

Met andere woorden: F-vragen zijn de routinevragen, waarbij leerlingen de rekenregels moeten toepassen op een algebraïsch vraagstuk. Bij U-vragen dienen de leerlingen verbanden te kunnen leggen en op basis van hun inzicht te beredeneren hoe een algebraïsch vraagstuk moet worden opgelost.

3.2 Onderzoeksvragen

Bij het beantwoorden van de (vier) onderzoeksvragen zal steeds worden gekeken naar het totale algebraniveau, het niveau van de routinevaardigheden en het niveau van de inzichtsvaardigheden. De onderzoeksvragen luiden:

1. Wat is het werkelijke algebraniveau van leerlingen van verschillende leerjaren in het voortgezet onderwijs?
2. Hoe schatten wiskundedocenten het algebraniveau van verschillende leerjaren in?
 - Wat is volgens docenten het verwachte niveau?
 - Wat is volgens docenten het gewenste niveau?
3. Zijn er grote verschillen of overeenkomsten tussen het geschatte en het werkelijke algebraniveau?
 - Wat is het verschil tussen het verwachte en het werkelijke niveau?
 - Wat is het verschil tussen het gewenste en het werkelijke niveau?
4. Hoe kunnen deze verschillen of overeenkomsten worden verklaard?

Om de vier onderzoeksvragen te beantwoorden maken we enerzijds gebruik van de resultaten van de leerlingen uit het onderzoek van Irene van Stiphout

3 VRAAGSTELLING

(vraag 1). Daarnaast wordt er door middel van een enquête aan docenten gevraagd hoe zij het algebranimeau van leerlingen inschatten (vraag 2, 3 en 4). We beperken ons hierbij tot het niveau van de vwo-leerling.

4 Opzet en uitvoering van het onderzoek

In dit hoofdstuk staat beschreven op welke manier de onderzoeksvragen worden getracht te beantwoorden. In de eerste paragraaf staat hoe het onderzoek is opgezet, de tweede paragraaf laat zien hoe de analyse van de resultaten plaatsvindt. Bij elke onderzoeksvraag wordt het algebranimeau gesplitst in de subcategorieën routinevaardigheden en inzichtsvaardigheden.

4.1 Opzet van het onderzoek

Om er achter te komen wat het werkelijke algebranimeau van de vwo-leerlingen op het voortgezet onderwijs is, wordt gebruik gemaakt van de data uit het promotieonderzoek van Irene van Stiphout. Hieraan hebben ongeveer duizend leerlingen afkomstig van vier verschillende scholen in Nederland meegewerkt in 2008 en 2009. In het onderzoek maakten leerlingen een algebratoets met wiskundeopgaven die verdeeld konden worden in routinevragen en inzichtsvragen. Op het moment dat de leerlingen deze algebratoets maakten, zaten zij in de tweede tot en met de vijfde klas van het vwo. De leerlingen maakten die algebratoets en gedurende een periode van twee schooljaren zijn hun resultaten bijgehouden. Ze hebben in deze periode in totaal vier toetsen gemaakt: twee in elk leerjaar. Helaas hebben sommige leerlingen maar aan twee toetsen meegedaan, omdat niet alle scholen bereid waren bij alle vier de toetsen mee te werken. Toch geven deze cijfers veel informatie over het algebranimeau van vwo-leerlingen op dit moment, maar vooral ook op de ontwikkeling van het tweede leerjaar tot en met het zesde leerjaar.

Alle opgaven uit de algebratoets zijn te verdelen in F-vragen (routinevragen) of U-vragen (inzichtsvragen). Van al deze opgaven is in overleg met Irene van Stiphout een representatieve selectie gemaakt van zestien opgaven die de docenten in een enquête krijgen voorgelegd. Deze enquête met de algebraopgaven is te vinden in Bijlage A. Van deze zestien opgaven bestaan de eerste acht uit F-vragen en de tweede acht uit U-vragen. Aan de docenten wordt bij elke opgave de volgende twee vragen gesteld:

1. Hoeveel procent van de vwo-leerlingen denkt u dat deze vraag goed heeft beantwoord?
2. Hoeveel procent van de vwo-leerlingen zou deze vraag volgens u goed moeten kunnen beantwoorden?

4 OPZET EN UITVOERING VAN HET ONDERZOEK

Bij de eerste vraag gaat het om het verwachte niveau en bij de tweede om het gewenste niveau. Bij elke vraag dienen de docenten voor elk leerjaar het percentage, van 0% t/m 100%, in te vullen hoe zij verwachten en hoe zij wensen dat de *gemiddelde* vwo-leerling zou scoren. Met gemiddelde leerling wordt een vwo-leerling op het voortgezet onderwijs in Nederland bedoeld, ongeacht zijn of haar profielkeuze.

Om docenten te vinden die willen meewerken aan de steekproef voor dit onderzoek, zijn verschillende wiskundedocenten op twintig scholen benaderd. Hiervan hebben uiteindelijk 25 wiskundedocenten, verdeeld over acht verschillende scholen, hun medewerking aan dit onderzoek verleend.

Deze docenten worden op basis van het aantal jaar ervaring in het voortgezet onderwijs in drie categorieën verdeeld: beginnend docent (0 t/m 5 jaar), ervaren docent (6 t/m 16 jaar) en zeer ervaren docent (17 jaar of meer). Daarnaast wordt er ook onderscheid gemaakt in het opleidingsniveau dat de docenten hebben gevolgd. Dit levert twee groepen: docenten met een hbo-opleiding en docenten met een wo-opleiding. Hoe de docenten op basis van deze categorieën zijn verdeeld, is te zien in Tabel 1.

Tabel 1: De verdeling van dedocenten in categorieën op basis van hun ervaring en opleiding.

| Ervaring | | Opleiding | |
|--------------|----|-----------|----|
| Beginnend | 8 | hbo | 11 |
| Ervaren | 5 | wo | 14 |
| Zeer ervaren | 12 | | |
| Totaal | 25 | Totaal | 25 |

Door de resultaten van het promotieonderzoek van Irene van Stiphout te vergelijken met de resultaten van de docenten in dit onderzoek, kunnen we zien hoe goed de docenten het algebranoniveau van de leerlingen inschatten. Hierbij worden twee vergelijkingen gemaakt. Enerzijds wordt het werkelijke niveau van de leerlingen vergeleken met hoe de docenten verwachten dat de leerlingen zouden scoren. Daarnaast wordt het werkelijke niveau ook vergeleken met wat de docenten vinden dat de leerlingen zouden moeten kunnen.

Een verklaring voor de verschillen of overeenkomsten tussen het inschatten en de werkelijke waarden worden gezocht op twee gebieden. Enerzijds wordt gekeken of ervaring van de docenten een rol speelt bij het inschatten. Daar-

naast wordt ook gekeken of de vooropleiding van de docenten invloed heeft op hoe goed zij het niveau van de leerlingen kunnen inschatten.

4.2 Analyses

De analyses van de resultaten uit het onderzoek worden verwerkt met het computerprogramma *IBM SPSS Statistics 18*. Met dit statistische programma kan onder andere de samenhang tussen twee variabelen en de significantie tussen verschillende groepen berekend worden. In deze paragraaf staat per onderzoeksvraag beschreven hoe het antwoord op deze vraag geanalyseerd wordt.

Wat is het werkelijke algebraniveau van leerlingen van verschillende leerjaren in het voortgezet onderwijs?

Door middel van een beschrijvende statistiek worden de de scores van de leerlingen bijgehouden. Bij de correctie van de antwoorden van de leerlingen zijn er twee mogelijkheden: óf fout óf helemaal goed. Aangezien het om algebraïsche vaardigheden gaat, wordt een kleine rekenfout (bijv. min-teken verkeerd) als fout antwoord beoordeeld. Alleen een volledige uitwerking met een juist eindantwoord wordt goed geteld.

Van alle leerlingen wordt per vraag de score (0 punten of 1 punt) berekend. Met deze scores kan vervolgens voor iedere vraag het percentage van de leerlingen dat de vraag goed heeft beantwoord berekend worden.

Als resultaat worden per leerjaar de gemiddelde scores van de leerlingen weergegeven voor de routinevragen, de inzichtsvragen en voor alle vragen samen.

Hoe schatten wiskundedocenten het algebraniveau van verschillende leerjaren in?

Ook hier worden door middel van een beschrijvende statistiek de scores bijgehouden. Voor elk leerjaar en elke vraag leveren de statistieken een gemiddelde score van de docenten. Behalve een totaalscore over alle vragen,

worden de scores ook apart bekeken voor de routinevragen en de inzichtsvragen.

Als resultaat worden per leerjaar de gemiddelde gewenste percentages weergegeven voor de twee typen vragen en voor alle vragen samen. Dit wordt ook gedaan voor de gemiddelde verwachte percentages.

Zijn er grote verschillen of overeenkomsten tussen het geschatte en het werkelijke algebranimeau?

Voor elke docent worden per vraag de *verschilscores* berekend. Dit zijn enerzijds de geschatte waarden min de werkelijke waarden en anderzijds worden ook de gewenste waarden min de werkelijke waarden berekend. Deze verschilscores vormen een indicatie voor hoe goed de docent het niveau inschat. Hoe lager de verschilscore, hoe beter de docent in staat is het niveau in te schatten. Per docent wordt berekend hoe ver hij of zij er gemiddeld naast zit: voor elk leerjaar apart, voor alle F-vragen samen, voor alle U-vragen samen en voor alle vragen in totaal.

Behalve de gemiddelde verschilscores met de bijbehorende *standaarddeviatie* (sd.) zullen de resultaten ook grafisch worden weergegeven om het verloop door de leerjaren heen te verduidelijken.

Hoe kunnen deze verschillen of overeenkomsten worden verklaard?

Door middel van een variantie-analyse (ANOVA) kan worden onderzocht welke factoren een grote invloed hebben op de verschilscores. We maken hierbij onderscheid in twee soorten factoren die mogelijk een rol spelen. Deze afhankelijke variabelen zijn: ervaring en opleiding. Bij beide variabelen wordt berekend of deze factor een significante invloed heeft op het verschilscore van de gewenste en werkelijke waarden en van de verwachte en werkelijke waarde. Hierbij zal steeds de gevonden *F-waarde* en *p-waarde* worden weergegeven. Met behulp van de post-hoc methode van Scheffé kan vervolgens worden bepaald welke invloed deze factor precies heeft, door onderlinge vergelijkingen tussen de subcategorieën te maken. De bijbehorende *T-waarde* en *p-waarde* zullen hierbij vermeld worden.

5 Resultaten

In dit hoofdstuk wordt door middel van de resultaten uit het onderzoek antwoord gegeven op de vier onderzoeksvragen.

5.1 Wat is het algebraniveau?

In deze paragraaf staat de eerste onderzoeksvraag centraal:

Wat is het werkelijke algebraniveau van leerlingen van verschillende leerjaren in het voortgezet onderwijs?

De werkelijke percentages van de leerlingen zoals ze gescoord hebben op de algebratoets staan in Tabel 2. Hierin staat bij de F-waarden het gemiddelde van de percentages van de routinevragen (vraag 1 t/m 8). Bij de U-waarden staat het gemiddelde van de percentages van de inzichtsvragen (vraag 9 t/m 16). Bij de meeste opgaven uit de 6^e klas hebben geen leerlingen meegewerkt, vandaar dat in de tabel alleen de klassen 2 t/m 5 staan weergegeven. Toch is de ontwikkeling van het algebraniveau door de jaren heen hier goed uit af te lezen. De volledige tabellen met de percentages van elk van de zestien vragen zijn te vinden in Bijlage B.

Het valt op dat de werkelijke scores behoorlijk laag zijn. Zo wordt in 5 vwo bijvoorbeeld slechts één opgave door 90% van de leerlingen goedgemaakt. Bij de overige vragen in 5 vwo is dit niet hoger dan 75%.

Tabel 2: *Werkelijke percentages*: De werkelijke percentages van de vwo-leerlingen per leerjaar die de vragen goed hebben beantwoord. F-vragen: opgave 1 t/m 8, U-vragen: opgave 9 t/m 16 en Totaal: opgave 1 t/m 16.

| Jaar | F | U | Totaal |
|----------------|------|------|--------|
| 2 ^e | 42 % | 10 % | 26 % |
| 3 ^e | 49 % | 17 % | 33 % |
| 4 ^e | 56 % | 27 % | 41 % |
| 5 ^e | 59 % | 32 % | 47 % |

Uit de resultaten van de scores van de leerlingen blijkt verder dat er een verschil is tussen de beheersing van de twee vaardigheden. De inzichtsvra-

gen worden over het algemeen slechter gemaakt dan de routinevragen. Zo worden de routinevraagstukken bijvoorbeeld in 5 vwo door 59% van de leerlingen goed beantwoord, terwijl de inzichtsvragen slechts door 35% van deze leerlingen goed worden beantwoord.

5.2 Hoe schatten docenten het niveau in?

In deze paragraaf wordt antwoord gegeven op onderzoeksvraag 2:

Hoe schatten wiskundeleraars het algebranimeau van verschillende leerjaren in?

Een mogelijke verklaring voor de lage scores van de leerlingen is dat het niveau van de opgaven te hoog is. Om er achter te komen of dit het geval is, hebben de docenten in de enquête ingevuld hoe ze vinden dat leerlingen op deze opgaven zouden moeten scoren. Hierbij valt op dat de gewenste percentages erg hoog zijn. Zo vinden de docenten dat bij twaalf van de zestien vragen 90% van de 5 vwo-leerlingen deze vraag goed moet kunnen beantwoorden. Van te moeilijke opgaven lijkt dus geen sprake te zijn. Een overzicht van de gewenste percentages is te vinden in Tabel 3. Alleen voor de inzichtsvragen geldt dat de docenten het acceptabel vinden dat leerlingen met name in het tweede en derde jaar dit nog niet volledig beheersen. De routinevaardigheden zouden volgens de docenten voor geen enkel jaargang problemen mogen opleveren.

Tabel 3: *Gewenste percentages*: De percentages zoals de docenten per leerjaar vinden dat de leerlingen de vragen goed moet kunnen beantwoorden. Voor de F-vragen, de U-vragen en alle vragen samen.

| Jaar | F | U | Totaal |
|----------------|------|------|--------|
| 2 ^e | 85 % | 47 % | 66 % |
| 3 ^e | 90 % | 60 % | 75 % |
| 4 ^e | 95 % | 76 % | 85 % |
| 5 ^e | 97 % | 84 % | 91 % |
| 6 ^e | 98 % | 88 % | 93 % |

In de enquête hebben de docenten ingevuld hoe zij verwachten dat leerlingen zouden scoren op de zestien vragen van de algebratoets. In Tabel 4 staan

5 RESULTATEN

deze gemiddelde percentages vermeld. Hierin staat bij de F-waarden het gemiddelde van de percentage van de routinevragen (vraag 1 t/m 8) en bij de U-waarden staat het gemiddelde van de percentages van de inzichtsvragen (vraag 9 t/m 16).

Tabel 4: *Verwachte percentages*: De percentages zoals de docenten gemiddeld verwachten dat de leerlingen per leerjaar op de vragen zouden scoren. Weergegeven voor de F-vragen, de U-vragen en alle vragen samen.

| Jaar | F | U | Totaal |
|----------------|------|------|--------|
| 2 ^e | 62 % | 29 % | 46 % |
| 3 ^e | 67 % | 39 % | 53 % |
| 4 ^e | 75 % | 51 % | 63 % |
| 5 ^e | 80 % | 63 % | 71 % |
| 6 ^e | 83 % | 69 % | 77 % |

5.3 Wat is het verschil tussen het ingeschatte en werkelijke niveau?

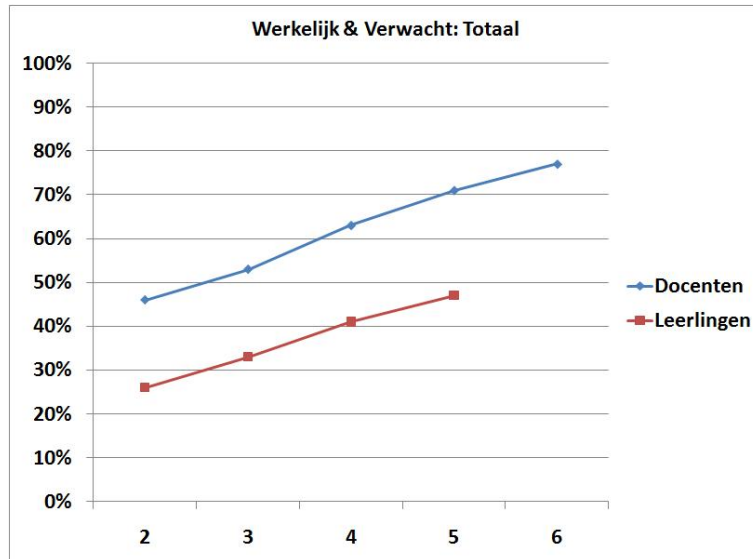
In de vorige twee paragrafen was te zien hoe het werkelijke algebranimeau van de leerlingen is en hoe dit door de docenten wordt ingeschat. In deze paragraaf gaan we deze resultaten met elkaar vergeleken en wordt er antwoord gegeven op de derde onderzoeksvraag:

Zijn er grote verschillen of overeenkomsten tussen het geschatte en het werkelijke algebranimeau?

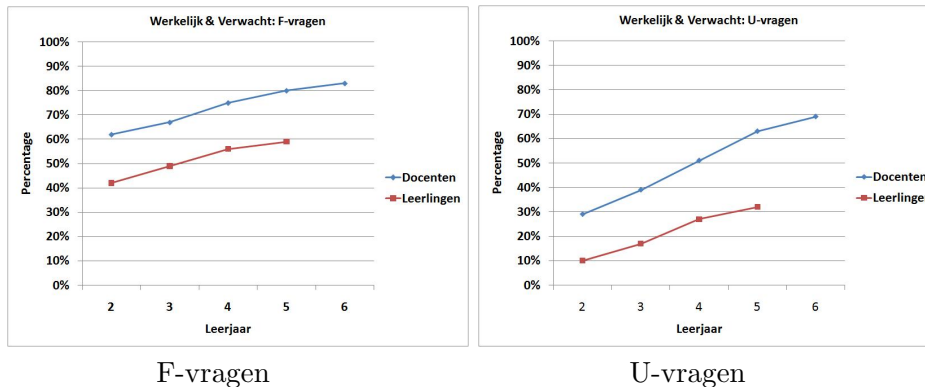
De resultaten van de leerlingen en de docenten voor de totale algebratoets staan samen weergegeven in Figuur 1. Hierin is te zien dat de docenten het niveau voor alle leerjaren ruim overschatten.

Behalve naar de verschillen bij de totaalscores kijken we ook naar de verschillen bij de F-vragen en de U-vragen. De resultaten van de scores van de leerlingen en het inschatten van de docenten wat betreft deze twee vaardigheden staan grafisch weergegeven in Figuur 2. Hoewel de F-vragen beter worden gemaakt dan de U-vragen, zien we in de grafieken dat docenten het niveau van de leerlingen in beide gevallen ruim overschatten.

5 RESULTATEN



Figuur 1: De grafiek van de werkelijke percentages van de leerlingen en de verwachte percentages van de docenten voor de leerjaren 2 t/m 6. Weergegeven voor alle vragen in totaal.



Figuur 2: De grafiek van de werkelijke percentages van de leerlingen en de verwachte percentages van de docenten voor de leerjaren 2 t/m 6. Links voor alleen de F-vragen en rechts voor alleen de U-vragen.

5 RESULTATEN

Uit de grafieken valt verder ook op te maken dat de grootte waarmee de docenten het niveau overschatten bij de U-vragen steeds verder toeneemt door de leerjaren heen. Het verschil waarmee docenten bij de F-vragen het niveau overschatten blijft constant met gemiddeld 19,9% (sd. 13,0%), zie hiervoor ook Tabel 5. Het verschil bij de U-vragen neemt toe van 22,5% in de derde klas tot 27,6% in de vijfde klas. De gegevens van de tweede klas bij de U-vragen is hier weggelaten, omdat hiervoor te weinig gegevens beschikbaar waren.

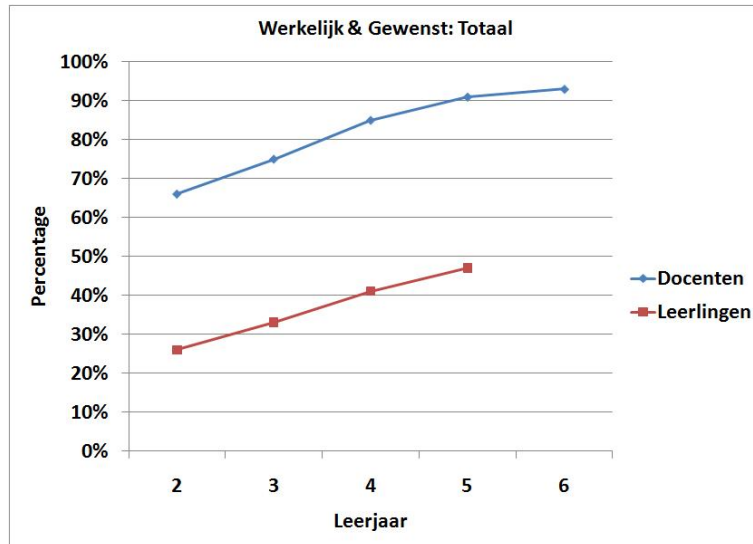
Tabel 5: *Verschilcores*: Het verschil tussen de werkelijke en gewenste percentages bij de F-vragen en bij de U-vragen: gemiddelde en standaarddeviatie.

| Jaar | F-vragen | | U-vragen | |
|----------------|----------|-------|----------|--------|
| | Gemid. | Sd. | Gemid. | Sd. |
| 2 ^e | 20,8% | 16,3% | N.v.t. | N.v.t. |
| 3 ^e | 18,2% | 14,2% | 22,5% | 11,0% |
| 4 ^e | 19,3% | 13,6% | 24,4% | 10,4% |
| 5 ^e | 21,3% | 12,9% | 27,6% | 12,0% |

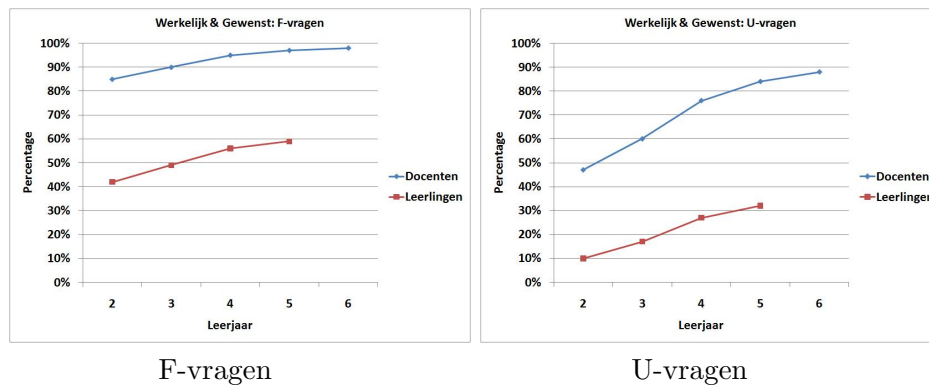
Tot nu toe hebben we alleen naar het verschil tussen de werkelijke en verwachte waarden gekeken. Voor het verschil tussen de werkelijke en gewenste waarden kunnen we een vergelijkbare analyse doen. Zo zien we in Figuur 3 de grafiek die de werkelijke en gewenste percentages voor verschillende leerjaren weergeeft. Ook hier liggen de door docenten gewenste percentages hoger dan de werkelijke waarden van de leerlingen. Het verschil is dit keer zelfs nog iets groter. Wanneer we specifieker kijken waardoor dit verschil komt, dan zien we dat zowel bij de routinevaardigheden als bij de inzichtsvaardigheden het niveau veel hoger gewenst wordt dan dat het in werkelijkheid is.

Bij de verwachte percentages zagen we dat de grootte waarmee het werkelijk niveau overschat wordt bij de U-vragen door de leerjaren heen toeneemt. Bij de gewenste percentages is dit effect ook te zien. Bij de F-vragen blijft dit verschil in overschatting nagenoeg gelijk.

5 RESULTATEN



Figuur 3: De grafiek van de werkelijke percentages van de leerlingen en de gewenste percentages van de docenten voor de leerjaren 2 t/m 6.



Figuur 4: De grafiek van de werkelijke percentages van de leerlingen en de gewenst percentages van de docenten voor de leerjaren 2 t/m 6. Links voor alleen de F-vragen en rechts voor alleen de U-vragen.

5.4 Hoe worden de verschillen verklaard?

In de vorige paragraaf zagen we dat er een verschil zit tussen het niveau van de leerling en het niveau dat de docent inschat. De docent overschat het algebranineau namelijk ruimschoots. In deze paragraaf gaan we kijken welke factoren hierbij een rol spelen en wordt er antwoord gegeven op de vraag:

Hoe kunnen deze verschillen of overeenkomsten worden verklaard?

Met behulp van een variantie-analyse is onderzocht of de factoren ervaring en opleiding een rol spelen bij het inschatten door docenten.

5.4.1 Ervaring

Zoals aangegeven in Tabel 1 zijn de docenten ingedeeld in drie categorieën: beginnend, ervaren en zeer ervaren. Om er achter te komen of de factor ervaring van belang is bij het inschatten, wordt voor elke categorie per vraag het verschil berekend tussen wat de docent verwacht en wat het werkelijk niveau van de leerling is. Voor elk leerjaar worden de gemiddelde scores met elkaar vergeleken. Bij een significantieniveau van 10% blijkt dat er wat betreft de verwachtingen van docenten voor zowel de F-vragen, de U-vragen als voor alle vragen samen geen significant verschil is tussen de ervaringscategorieën.

Wanneer we echter kijken naar het verschil tussen het werkelijk niveau en wat de docent vindt dat een leerling moet kunnen, treedt er wel een significant verschil op bij de F-vragen. Dit verschil is significant voor een significantieniveau van 4,8% ($F = 3,86$). De post-hoc Scheffé-test laat zien dat ervaren docenten en zeer ervaren docenten van elkaar verschillen ($T = 2,86$, $p = 0,091$), maar dat de andere groepen onderling niet significant verschillen. De ervaren docent zit met zijn gewenste percentage gemiddeld 45% naast het werkelijke niveau, terwijl de zeer ervaren docent ‘slechts’ 39% naast de werkelijke waarde zit. Zie ook Tabel 6.

5 RESULTATEN

Tabel 6: *Verschilscores*: Het verschil tussen de gewenste en de werkelijke percentages bij de F-vragen.

| | |
|-----------|--------|
| Beginnend | 43,7 % |
| Ervaren | 45,4 % |
| Zeervaren | 38,8 % |

5.4.2 Opleiding

Behalve ervaring zijn de docenten ook verdeeld in categorieën op basis van hun opleiding: hbo en wo. Bij een significantieniveau van 10% blijkt dat er wat betreft de verwachtingen van docenten voor zowel de F-vragen als voor alle vragen samen geen significant verschil is tussen de categorieën. Er is wel een significant verschil ($F = 4,35$, $p = 0,048$) bij de U-vragen. In Tabel 7 staat dit verschil weergegeven. Docenten met een wo-opleiding kunnen de U-vragen beter inschatten dan docenten met een hbo-opleiding.

Tabel 7: *Verschilscores*: Het verschil tussen de verwachte en werkelijke percentages bij de U-vragen.

| | |
|-----|--------|
| hbo | 39,3 % |
| wo | 32,0 % |

Als we kijken naar het verschil tussen het gewenste niveau en het werkelijke niveau, veroorzaakt de opleiding geen significant verschil bij de F-vragen. Bij de U-vragen ($F = 6,15$, $p = 0,021$) is er wel een significant verschil. Dit is ook bij de totale vragen het geval ($6,93$, $p = 0,15$), maar dit verschil wordt voor een groot deel door de U-vragen veroorzaakt. Daarom zullen we alleen de verschillen bij de U-vragen verder behandelen. Deze staan weergegeven in Tabel 8. De docenten met een wo-opleiding zitten met hun gewenste percentage dicht bij de werkelijke waarde als het gaat om de U-vragen.

Tabel 8: *Verschilscores*: Het verschil tussen de gewenste en werkelijke percentages bij de U-vragen.

| | |
|-----|--------|
| hbo | 57,7 % |
| wo | 48,7 % |

6 Conclusie en discussie

6.1 Conclusie

De resultaten van de algebratoets van Irene van Stiphout laten zien dat het algebraniveau van leerlingen op het voortgezet onderwijs erg laag is. Veel leerlingen beheersen de algebraïsche vaardigheden die nodig zijn om algebra-oefeningen goed te maken niet of niet voldoende. Op basis van de enquête die voor dit onderzoek door docenten is ingevuld, kunnen we concluderen dat docenten het algebraniveau van leerlingen ruim overschatten. Zowel bij routinevaardigheden als bij inzichtvaardigheden blijken de leerlingen slechter te presteren dan de docenten van hen verwachten. De resultaten laten verder ook zien dat het aantal jaar leservaring op basis van de steekproef geen significante invloed heeft op het inschatten van het niveau van leerlingen. Zowel beginnend docenten, ervaren docenten als zeer ervaren docenten overschatten het algebraniveau van de leerlingen gemiddeld even veel. Op basis van de steekproef is er wat betreft de routinevaardigheden geen significant verschil gevonden tussen docenten die een wo-opleiding hebben gevolgd en docenten die een wo-opleiding hebben gevolgd. Wel kunnen we concluderen dat docenten met een wo-opleiding de inzichtvaardigheden beter kunnen inschatten dan docenten met een hbo-opleiding. Kennelijk zijn wetenschappelijk opgeleide docenten beter in staat zijn om de moeilijkheid van een inzichtopgave voor een leerling in te schatten.

Hoewel docenten het algebraniveau gedurende de verschillende leerjaren ruim overschatten, blijft dit verschil bij de routinevaardigheden per leerjaar nagenoeg constant. Bij de inzichtvaardigheden is een trend te zien waarbij het verschil tussen het verwachte niveau en het werkelijke niveau vanaf de tweede klas tot en met de vijfde klas steeds verder toeneemt.

6.2 Discussie

Vooraf had ik wel verwacht dat het moeilijk zou zijn om het algebraniveau precies in te schatten, maar dat docenten zo ver naast het werkelijke niveau zouden zitten had ik niet verwacht. Een aantal docenten dat aan dit onderzoek heeft meegedaan, gaf aan dat het voor hen erg moeilijk is om een inschatting te maken van de *gemiddelde* leerling, ongeacht zijn of haar profielkeuze. Zij waren van mening dat het profiel een grote rol speelt of

een leerling een bepaalde algebraopgave wel of niet goed kan beantwoorden. Tijdens het onderzoek was het helaas niet mogelijk om dit onderscheid in profielkeuzes van de leerlingen te maken. Wellicht heeft het vragen naar de gemiddelde leerling het inschatten onnodig bemoeilijkt en is het verschil in de verwachte en werkelijke waarden hierdoor nog iets groter geworden. Het grootste deel van de docenten die meewerkten aan het onderzoek hebben echter niet laten horen dat de profielkeuze voor hen het inschatten te zeer bemoeilijkt heeft.

Doordat er uiteindelijk slechts 25 docenten hebben meegewerkt aan het onderzoek, zijn sommige verschillen niet significant. Zo is er op basis van de steekproef niet af te leiden of de hoeveelheid leservaring een significante invloed heeft op het inschatten. De betrouwbaarheid van het onderzoek had op dit punt beter gekund door een grotere steekproef te nemen. Ook zijn veel opgaven uit mijn enquête niet gemaakt door leerlingen uit 6 vwo. Bij het opstellen van de enquête had hier eigenlijk meer rekening mee gehouden moeten worden. Er waren tenslotte wel een aantal opgaven beschikbaar die ook door leerlingen uit 6 vwo waren gemaakt. Toch lijkt de betrouwbaarheid wat betreft het algemene beeld van het inschatten wel goed te zijn. De docenten hebben naar dezelfde opgaven gekeken die de leerlingen ook hebben gemaakt. Hieruit is gebleken dat de docenten het algebranimeau wel erg ruim overschatten.

De gegevens uit het promotieonderzoek van Irene van Stiphout bestaan uit een jarenlang onderzoek waarbij meer dan duizend leerlingen uit verschillende klassen uit het voortgezet onderwijs gedurende 2 jaar zijn gevolgd. Dit levert een betrouwbaar beeld op van het niveau van de leerlingen in Nederland op dit moment. Docenten zijn niet alleen naar het verwachte niveau gevraagd, maar ook naar het gewenste niveau. Een eventueel erg lage score van de leerlingen veroorzaakt door een te moeilijke algebratoets is niet het geval. De docenten vinden namelijk op basis van hun gewenste waarden dat de algebratoets goed gemaakt zou moeten kunnen worden. De resultaten van de leerlingen zijn hierdoor valide. Het is lastig om op dit moment te zeggen of ook de resultaten van de docenten valide zijn. Zoals eerder aangegeven, vonden sommige docenten dat de profielkeuze van groot belang was bij het inschatten. Door hier in de enquête geen rekening mee te houden, zouden de waarden kunnen verschillen van de echte verwachte waarden van docenten. Toch ben ik van mening dat ondanks de veralgemenisering van de profielen dit onderzoek een realistisch beeld geeft van het inschattingsniveau van docenten. Of dit ook daadwerkelijk het geval is, zou onderzocht kunnen

worden door bij een vergelijkbare enquête docenten naar hun inschattingsniveau te vragen voor leerlingen met een bètaprofiel en leerlingen met een alfa-profiel. Door deze waarden te vergelijken met de waarden van leerlingen verdeeld naar deze profielen kan geconcludeerd worden of de profielkwestie een rol heeft gespeeld in dit onderzoek.

Uit eerdere onderzoeken blijkt dat hogere verwachtingen van docenten kunnen leiden tot betere prestaties op school. Echter is het maar de vraag in hoeverre dit opgaat, wanneer de docenten het niveau ruim overschatten. Zodra docenten het niveau iets overschatten, kunnen ze leerlingen wellicht meer motiveren en zijn ze in staat het maximale uit hen te halen. Wanneer docenten het niveau dat leerlingen aankunnen ruimschoots overschatten, zal dit niet meer opgaan. De docent geeft dan les op een denkniveau dat de leerling niet aankan. De kans dat leerlingen dan afhaken en niet meer meekunnen is reëel. In de literatuur die ik heb geraadpleegd stond voornamelijk het effect van de verwachtingen van docenten op individuele leerlingen vermeld. Wellicht gelden deze effecten niet of in mindere mate wanneer docenten het niveau van groepen leerlingen overschatten.

6.3 Aanbeveling voor vervolgonderzoek

Aan dit onderzoek hebben 25 docenten meegewerkt. Een groter onderzoek met nog meer docenten, kan een nog beter beeld van de situatie geven. Daarnaast gaven de docenten aan dat het erg moeilijk is om het niveau van de *gemiddelde* leerling in te schatten. Een vervolgonderzoek waarin onderscheid wordt gemaakt in leerlingen met een alfa- of bètaprofiel zou dit probleem een stuk makkelijker maken. Uiteraard dienen deze resultaten dan ook vergeleken te worden met de werkelijke waarden van leerlingen uit verschillende profielen.

In dit onderzoek hebben docenten het niveau van de gemiddelde leerling ingeschat. Hierbij hebben ze niet het niveau van hun eigen leerlingen ingeschat. Het zou interessant zijn om bij een vervolgonderzoek hier wel rekening mee te houden. Schatten docenten het algebranoniveau beter in wanneer het om hun eigen leerlingen gaat? Hierbij zou het onderzoek zich meer kunnen richten op het inschatten van individuele leerlingen door docenten.

6.4 Praktijk

Wat kan de praktijk met het resultaat van dit onderzoek? Het onderzoek heeft aangetoond dat het heel moeilijk is om het gemiddelde niveau van leerlingen in te schatten. Verrassend genoeg maakt leservaring hierbij niet veel uit. Het is belangrijk dat docenten beseffen dat hoe zij verwachten dat leerlingen presteren, invloed kan hebben op hun prestaties. Veel te hoge verwachtingen kunnen ertoe leiden dat leerlingen afhaken en de stof niet beheersen.

Daarnaast heeft het onderzoek aangetoond dat docenten met een wo-opleiding beter in staat zijn om de moeilijkheid van met name inzichtsvragen in te schatten. Het lijkt er op dat ze door hun academische achtergrond beter de valkuilen kunnen inschatten waar leerlingen in kunnen trappen. Leerlingen leren vaak om op één bepaalde manier iets uit te rekenen. Juist door hier meer variatie in aan te brengen, zijn leerlingen in staat om wiskundige problemen aan te pakken die net iets anders van aard zijn. Een goed voorbeeld is opgave 10 uit de enquête. Hierin moest de vergelijking $(x - 5)(x + 2)(x - 3) = 0$ opgelost worden. Deze opgave heb ik zelf ook in mijn 4 vwo klas uitprobeerd. Het was erg opmerkelijk om te zien dat vrijwel iedere leerling direct begint met het wegwerken van de haakjes zonder eerst goed na te denken of dit wel de beste aanpak is. Nadat ik de leerlingen 5 minuten heb laten stuntelen met deze opgave, heb ik verteld dat het helemaal niet zo moeilijk was. Toen ik de opgave op het bord voordeed, zagen leerlingen in dat dit inderdaad het geval was. Juist deze aanpak waarbij je leerlingen een net iets andere variant van een bekend probleem laat zien, kan in mijn ogen erg goed werken om meer inzicht te creëren. Docenten met een wo-opleiding zijn in mijn ogen eerder in staat om deze varianten te bedenken door hun bredere achtergrondkennis. Wellicht kunnen zij hun medecollega's hiermee van bruikbare tips voorzien die uiteindelijk het algebranimeau van leerlingen kunnen verbeteren.

6.5 Evaluatie van het onderzoek

Ik heb zelf een hoop van dit onderzoek geleerd. Allereerst was het lastig om genoeg docenten te vinden die willen meewerken aan dit onderzoek. Docenten hebben het vaak druk en wanneer ze niet direct inzien wat voor voordelen het voor hen oplevert, zijn ze vaak wat terughoudender. Ik hoop dat ik door de terugkoppeling (het eindverslag naar hen te mailen) kan laten

6 CONCLUSIE EN DISCUSSIE

zien dat participatie aan onderzoeken aan velen nieuwe inzichten kan geven. Ik zal zelf in ieder geval als geen ander in de toekomst beseffen hoe fijn het voor een onderzoeker kan zijn om mijn medewerking als docent aan een onderzoek te verlenen. Ik zal hier dan zeker ook voor open staan.

Het was voor mij schrikbarend om te zien hoe laag de leerlingen scoorden op de algebratoets. Ik had verwacht dat dit niet makkelijk voor hen zou zijn, maar ik had nooit verwacht dat ze zo slecht zouden scoren als nu het geval was. Wat dat betreft overschat ik de leerlingen net zoveel als de docenten die hebben meegewerkt aan dit onderzoek.

Ten slotte wil ik Irene van Stiphout bedanken voor het feit dat ik haar data van de leerlingen uit haar promotieonderzoek heb mogen gebruiken. Ik hoop dat ik met mijn onderzoek een zinvolle bijdrage heb kunnen leveren aan haar onderzoek.

Referenties

- Van Dormolen, J. (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Oosthoek's Uitgeversmaatschappij.
- Eijkel, J.C.T., Van der Heijden, F. en Salm, C. (2008). *Eindrapportage van de ontwikkeling en evaluatie eerste lichte*. Universiteit Twente, afdeling Elektrotechniek.
- Van Hiele, P.M. (1986) *Structure and Insight: A theory of mathematics education*. Orlando, Fla. Academic Press.
- Van Hoorn, M.C. (2007). *Het wiskundeonderwijs van Nederland*. Handouts bij college van Van Hoorn. Rijksuniversiteit Groningen.
- National Research Council (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Mathematics Learning Study Committee, Centre for Education, Division of behavioral and social sciences and education. Washington, DC: National Academy Press.
- Perrenet, J.C. (2009), Levels of thinking in computer science: Development in bachelor students' conceptualization of algorithm. *Education and Information Technologies*, 15(2), 87-107.
- Van Rest, F. en Hauwert, G. (2006). Brief aan minister van Onderwijs namens alle Nederlandse wiskunde- en natuurkundestudieverenigingen. Zie website: www.lievemaria.nl
- Rosenthal, R. en Jacobson, L. (1968). *Pygmalion in the classroom: Teacher expectation and pupils 'intellectual development'*. New York: Rinehart and Winston.
- Spader, K.A. (2006), *The effects of teacher expectations on student achievement*. Western Illinois University. Verslag gepresenteerd tijdens de jaarlijkse bijeenkomst American Sociological Association, Montreal, Canada (2006).
- Van Stiphout, I., Perrenet, J. en Gravemeijer, K. (2009). *Cognitive load theory and the development of algebraic skills*. Verslag gepresen-

teerd tijdens de ICO Papertoogdag 2008, Utrecht.

Straetmans, G. en Eggen, T. (2005). *Afrekenen op rekenen: over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan*. Cito, Arnhem.

Van Streun, A. (2006). Parate kennis en algebra. In: *Euclides 2 t/m 7, jaargang 82 (okt 2006 - mei 2007)*.

A Enquête

Aangezien het promotieonderzoek van Irene van Stiphout momenteel nog niet is afgerond, zal de enquête niet in dit verslag te vinden zijn. Meer informatie over de algebratoets kan worden opgevraagd bij Mattijn Schutte of Irene van Stiphout.

B Tabellen

Aangezien het promotieonderzoek van Irene van Stiphout momenteel nog niet is afgerond, zullen de volledige tabellen met resultaten niet in dit verslag te vinden zijn. Meer informatie over de werkelijke, verwachte en gewenste scores kan worden opgevraagd bij Mattijn Schutte of Irene van Stiphout.