

MASTER

Ontwerp van een lucht-gelagerde hoofdspindel voor een precisie-draaibank

Spiereburgh, S.J.

Award date:
1994

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Ontwerp van een lucht-gelagerde hoofdspindel voor een precisie-draaibank

S.J. Spierenburgh
Eindhoven, april 1994

WPA rapportnr. **310002**

eindstudieverslag

Hoogleraar: Prof. dr. ir. P.H.J. Schellekens

Begeleiders: Dr. ir. J.A. Soons
Dr. ir. J.M. Wang

Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit der Werktuigbouwkunde
Vakgroep Werktuigbouwkundige Produktietechnologie en -Automatisering
Sectie Precision Engineering

Samenvatting

Doelstelling van dit onderzoek is het ontwerp van een lucht-gelagerde hoofdspindel voor een precisie-draaibank. Hierbij is vooral een hoge eis gesteld aan de te verkrijgen radiale stijfheid aan het uiteinde van de as. Een hoge radiale stijfheid is op deze positie gewenst, omdat daar de bewerkingskrachten optreden bij fabricage van nauwkeurige produkten. Een hoge stijfheid zorgt ervoor dat wijzigingen in de belasting niet doorwerken in de nauwkeurigheid van het produkt.

Een uitgebreid literatuuronderzoek is verricht naar de uitvoeringsvormen, eigenschappen, en modelvorming van cilindrische luchtlagers voor radiale belasting. Hieruit is gebleken dat een radiale lagering met lagers voorzien van inwendig tapse vlakken geschikt is voor het verkrijgen van een hoge radiale stijfheid op de aangegeven positie. Een geschikte modellering aan de hand waarvan deze en andere eigenschappen van dit type lager berekend kunnen worden is in dit onderzoek gerealiseerd. De modellering is verwerkt tot programmatuur om eigenschappen van dit type lager te kunnen berekenen. Deze eigenschappen zijn: draagvermogen, radiale stijfheid, kantelstijfheid, en liggingshoek. Ook wordt de warmte-ontwikkeling in het lager berekend. Bij de berekeningen kunnen de geometrische parameters, de toevoerdruk, en het toerental gewijzigd worden.

Om de berekeningen te toetsen aan de praktijk zijn verschillende metingen verricht aan een bestaande hoofdspindel voorzien van lagers met inwendig tapse vlakken. Het model blijkt een redelijke indicatie te geven voor de gemeten eigenschappen; verdere metingen aan te realiseren luchtlagers kunnen het model uitgebreider valideren. Aan de hand van het model wordt een te realiseren ontwerp gepresenteerd, dat aan de gestelde eisen voldoet.

Voorwoord

Dit verslag beschrijft een onderzoek dat verricht is in het kader van een afstudeeropdracht. Het onderzoek is uitgevoerd aan de faculteit der Werktuigbouwkunde van de Technische Universiteit Eindhoven, binnen de vakgroep Werktuigbouwkundige Produktietechnologie en -Automatisering, in de sectie Precision Engineering.

Hierbij wil ik de mensen van deze sectie bedanken voor de gegeven adviezen en begeleiding. Verder wil ik de medewerkers van de Centrale Technische Dienst bedanken voor het ter beschikking stellen van een lucht-gelagerde hoofdspindel en voor de verleende ondersteuning bij de verrichte metingen.

Daarnaast gaat mijn dank uit naar alle andere personen die mij behulpzaam zijn geweest.

Inhoud

Samenvatting.....	ii
Voorwoord.....	iii
Lijst van gebruikte symbolen.....	vi
1 Inleiding.....	1
1.1 Toepassingsgebieden van luchtlagers.....	1
1.2 Doelstelling van dit onderzoek.....	1
1.3 Opbouw van het onderzoek.....	2
2 Cilindrische luchtlagers voor radiale belasting.....	3
2.1 Werkingsprincipes.....	3
2.1.1 Indeling van luchtlagers naar werking.....	4
2.2 Aandachtsgebieden bij cilindrische luchtlagers.....	5
2.2.1 Draagvermogen.....	5
2.2.2 Stijfheid.....	6
2.2.3 Instabiliteit door warreling.....	6
2.2.4 Scheefligging.....	7
2.2.5 Rondstroming.....	7
2.2.6 Fabricage-onnauwkeurigheid.....	7
2.2.7 Pneumatische instabiliteit.....	8
2.2.8 Thermische effecten.....	8
2.2.9 Fabricerbaarheid en bedrijfszekerheid.....	9
2.2.10 Excitatie door toevoer.....	9
3 Typen cilindrische luchtlagers.....	10
3.1 Zelfwerkende lagers.....	10
3.1.1 Gewone zelfwerkende lager.....	10
3.1.2 Zelfwerkende groeflagers.....	11
3.1.3 Zelfwerkend lager met kantelschoenen.....	13
3.1.4 Lagers met flexibele binnenwand.....	14
3.2 Uitwendig van druk voorziene lagers.....	14
3.2.1 Lagers met starre instroomopeningen.....	15
3.2.2 Lagers met flexibele instroomopeningen.....	16
3.2.3 Groeflagers.....	17
3.2.4 Lagers met instroom via poreus materiaal.....	19
3.2.5 Lagers met inwendig tapse vlakken.....	19
3.2.6 Zelfregelende lagers.....	20
3.2.7 Uitwendig geregelde lagers.....	21

4	Keuze voor een type lager.....	23
4.1	Motivatie van de keuze.....	23
4.2	Toepassing van het lager met inwendig tapse vlakken.....	24
5	Modelleren en oplossen van het lager met inwendig tapse vlakken.....	27
5.1	Probleem formulering.....	27
5.1.1	Geometrie beschrijving.....	27
5.1.2	Aannamen.....	27
5.1.3	Analyse van de drukverdeling.....	28
5.2	Oplossen van het probleem.....	28
5.2.1	Wiskundige beschrijving voor de filmspleet.....	29
5.2.2	Oplossing met de perturbatie-methode.....	29
5.3	Andere analyse-methoden.....	31
5.4	Analyse voor gewoon zelfwerkend lager.....	32
6	Analyse van eigenschappen van het lager met inwendig tapse vlakken..	34
6.1	Draagvermogen.....	34
6.2	Stijfheid.....	35
6.3	Kantelstijfheid.....	36
6.4	Liggingshoek.....	38
6.5	Warmte-ontwikkeling.....	38
7	Verificatie van het model.....	40
7.1	Configuratie van de geteste radiale lagers.....	40
7.2	Meting van de radiale stijfheid.....	41
7.3	Meting van de stijfheid aan de voorzijde van de spindel.....	43
7.4	Temperatuurmeting.....	44
8	Ontwerp van de hoofdspindel voor een precisie-draaibank.....	49
8.1	Invloeden van de verschillende variabelen.....	49
8.2	Ontwerp.....	50
8.3	Realisatie van het ontwerp.....	53
9	Conclusies en aanbevelingen.....	55
	Literatuur.....	57
	Octrooien en patentaanvragen.....	72
	Bijlage A: Overzicht van cilindrische luchtlagers voor radiale belasting....	74
	Bijlage B: Nulde orde oplossing voor de drukverdeling.....	77
	Bijlage C: Eerste orde vergelijking voor de drukverdeling.....	83
	Bijlage D: Toepassing van de eindige differentie methode.....	87
	Bijlage E: Programmatuur voor de berekening van eigenschappen.....	91
	Bijlage F: Grafieken bij het ontwerp.....	100

Lijst van gebruikte symbolen

$a\theta$	aantal noden in omtreksrichting (bijlage D)
$a\bar{z}$	aantal noden in axiale richting (bijlage D)
A	oppervlak
A_1, A_2, A_3	constanten in vergelijking (D.1), gedefinieerd in respectievelijk (D.5), (D.6) en (D.7)
A_c	integratie-constante in (B.14), gedefinieerd in (B.19)
B_1	constante in vergelijking (B.24), gedefinieerd in (B.23)
B_2	constante in vergelijking (5.8) annex (B.30), gedefinieerd in (B.29)
B_c	integratie-constante in (B.15), gedefinieerd in (B.20)
c_p	warmte-capaciteit
C	gemiddelde radiale spleetwijdte in het lager (mean radial clearance, figuur 5.1)
C_1, C_2, C_3, C_4, C_5	constanten in vergelijking (5.10) annex (D.13), gedefinieerd in respectievelijk (D.14), (D.15), (D.16), (D.17) en (D.18)
d	diameter van de instroomopeningen
D	$= 2R$, diameter van de as
D_i	binnendiameter (inner diameter)
D_o	buitendiameter (outer diameter)
D_s	steekdiameter
e	excentriciteit
\dot{E}_{afgest}	afgestane warmte (vergelijking (7.2))
\dot{E}_{ontw}	ontwikkelde warmte (vergelijking (6.23))
\dot{E}_{opsl}	opgeslagen warmte (vergelijking (7.3))
F_1, F_2, F_3, F_4, F_5	krachten op de as (figuur 6.3)
h_0	gemiddelde (nominale) filmdikte
h	(lokale) filmdikte in het lager (film thickness/height)
\bar{h}	$= h/C$, dimensieloze filmdikte
h_{warmte}	warmte-overdrachtscoëfficiënt
k_1, k_2, k_3, k_4	stijfheden (figuur 6.3)
K_2, K_3	kantelstijfheden (figuur 6.3)
L	$= 2La$, totale (effectieve) lengte van het lager
L_a	lengte waarover de tapsheid verloopt (figuur 5.1)
L_1, L_2, L_3	lengte-maten (figuur 6.3)
m	massa
M_h	weerstandsmoment (vergelijking (6.21))
M_v	wrijvingsmoment (vergelijking (6.20))
M, M_2, M_3	weerstandsmoment tegen kanteling (figuur 6.3; vergelijking (6.10))
\bar{M}	dimensieloos weerstandsmoment (vergelijking (6.13))
n	aantal instroomopeningen
p	druk in de luchtfilm (bearing film pressure)
p_a	omgevingsdruk (ambient pressure)
p_s	toevoerdruk (supply pressure)
P	$= p/p_a$, dimensieloze filmdruk

P_0	concentrische referentiedruk
P_1	eerste-orde geperturbeerde druk
P_s	p_s/p_a , dimensieloze toevoerdruk
Q	massadebiet (vergelijking (6.22))
R	radius van de as
R_g	gasconstante
S	stijfheid (vergelijking (6.8))
t	tijd
T	tapsheid in as of lagerhuis (radial taper, figuur 5.1)
\bar{T}	= T/C , dimensieloze tapsheid
T_a	temperatuur van de lucht (temperature of the air)
T_B	constante in (B.6) en (C.3), gedefinieerd in (B.5)
T_{omg}	temperatuur van de omgeving
T_{wand}	temperatuur van de wand
u_1, u_2, u_3, u_4	verplaatsingen, uitwijkingen (figuur 6.3)
U	snelheid
w	totale lokale draagkracht op positie z
W	draagvermogen
\bar{W}	dimensieloos draagvermogen
\bar{W}_r	radiale component van het dimensieloze draagvermogen
\bar{W}_t	tangentiale component van het draagvermogen
\bar{z}	dimensieloze coördinaat
Z	= L_a/R ; dimensieloze axiale positie aan het uiteinde van het lager (figuur 5.1)
α	= P_0P_1 ; variabele (bijlage D)
β	hoekverdraaiing (figuur 6.3)
ε	= e/C ; relatieve excentriciteit
θ	coördinaat in omtreksrichting
Λ	= $(6\mu\omega/p_a)*(R/C)^2$; compressibiliteitsgetal, lagerkental
μ	dynamische viscositeit van lucht
ρ	dichtheid van lucht
ϕ	liggingshoek (attitude angle, figuur 6.1)
ω	rotatiesnelheid van de as

1 Inleiding

1.1 Toepassingsgebieden van luchtlagers

Als er speciale eisen aan een lagering worden gesteld, kan het gebruik van een gaslager wenselijk zijn. Aangezien lucht voor een gaslager het meest toepasselijke medium is, wordt vaak van luchtlagers gesproken.

Luchtlagers kenmerken zich door een lage wrijving, de afwezigheid van stick-slip en een uitmiddellend effect ten opzichte van oneffenheden in de onderdelen van de lagering. Daarom zijn luchtlagers de aangewezen mogelijkheid voor het verkrijgen van een hoge - nauwkeurige geleiding. Luchtlagers bezitten door de luchtstroming die plaats vindt ook een zelf-reinigende werking. Vanwege hun eigenschappen worden luchtlagers vaak toegepast in machines waarvan een hoge precisie wordt vereist; te denken valt aan meetmachines en precisie-bewerkingsmachines.

Bij gewone bewerkingsmachines worden vaak olielagers voor hoofdspindel en geleidingen toegepast. Deze olielagers kennen ten opzichte van luchtlagers een hoger draagvermogen en een hogere stijfheid, maar ze hebben het nadeel dat er door de hoge viscositeit van de olie veel warmte wordt ontwikkeld. Bij luchtlagers wordt minder warmte ontwikkeld, zodat er sprake is van een geringere thermische belasting.

In dit verslag wordt de toepassing van cilindrische luchtlagers voor het radiaal lagere van de hoofdspindel van een precisie-draaibank beschreven. In eerder onderzoek aan deze universiteit ([246]) zijn reeds eigenschappen van vlakke luchtlagers voor toepassing in rechtgeleidingen bestudeerd. Een uitbreiding naar cilindrische luchtlagers voor precisie doeleinden is dan ook een logisch vervolg.

1.2 Doelstelling van dit onderzoek

Doel van dit onderzoek is een ontwerp van een luchtlagering voor de hoofdspindel van een precisie-draaibank. Het te ontwerpen luchtlager moet geschikt zijn voor het opnemen van een radiale belasting en daarbij beschikken over een hoge stijfheid. Daarbij wordt tevens gelet op de warmte-ontwikkeling in het lager. Gezien de toepassing van de luchtlagering worden de volgende eisen gesteld:

- de diameter van de as bedraagt 60 à 80 mm,
- de rotatiesnelheid van de as is maximaal 4000 omw/min,
- het punt van aangrijping van de bewerkingskracht op de as ligt ongeveer 50 mm buiten het uiteinde van het lager,
- voor de totale lagering zal de gewenste te bereiken minimale radiale en axiale stijfheid 50 N/ μ m bedragen op de plaats waar de bewerkingskracht aangrijpt,

In de volgende paragraaf zal uiteengezet worden hoe gekomen wordt tot een ontwerp dat voldoet aan deze specificaties. Het ontwerp zal zich concentreren op de radiale lagering; voor de axiale lagering is de bestaande kennis voor de gestelde eisen voldoende.

1.3 Opbouw van het onderzoek

In de eerste fase van het onderzoek zijn, aan de hand van een uitgebreid literatuuronderzoek, de verschillende uitvoeringsvormen en eigenschappen van cilindrische luchtlagers voor radiale belasting bestudeerd. De principes waarop de werking van deze lagers berust en de problemen die zich daarbij voordoen worden in hoofdstuk 2 besproken. In hoofdstuk 3 volgt een overzicht van mogelijke configuraties. Deze configuraties zijn beoordeeld op hun toepasbaarheid voor het gewenste ontwerp. Op basis hiervan is het lager met inwendig tapse vlakken als zijnde zeer interessant naar voren gekomen. De bespreking van deze keuze vindt plaats in hoofdstuk 4.

In de tweede fase is, na bestudering van de literatuur en het maken van eigen analyses, gekozen voor een geschikte analyse-methode. De analyse voor het beschrijven van de drukverdeling in de luchtfilm van het lager staat vermeld in hoofdstuk 5. In hoofdstuk 6 worden op basis hiervan eigenschappen van het lager geanalyseerd.

De modellering voor het lager is in de daarop volgende fase van het onderzoek getoetst aan de praktijk. Hiervoor zijn metingen verricht aan een bestaande lucht-gelagerde hoofdspindel. De resultaten staan vermeld in hoofdstuk 7.

Tijdens de laatste fase is een lucht-gelagerde hoofdspindel voor een precisie-draaibank ontworpen. Dit ontwerp wordt gepresenteerd in hoofdstuk 8. In hoofdstuk 9 staan conclusies vermeld en worden aanbevelingen gedaan voor verder onderzoek naar cilindrische luchtlagers voor radiale belasting.

2 Cilindrische luchtligers voor radiale belasting

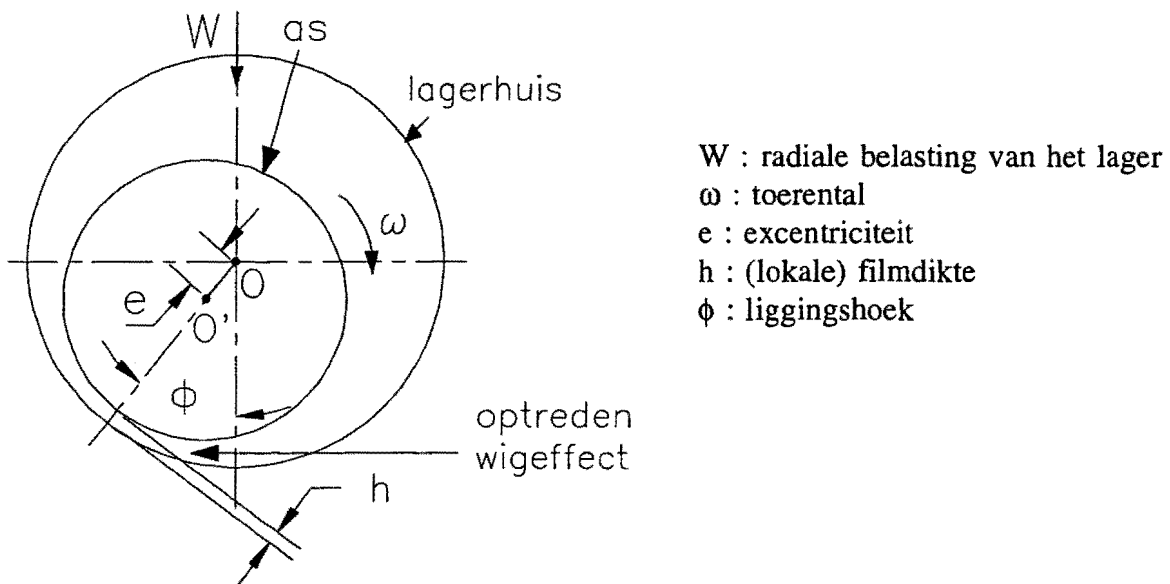
2.1 Werkingsprincipes

Voor de werking van een cilindrisch luchtlager moet druk worden opgebouwd in de luchtfilm tussen as en lagerhuis. Een luchtfilm onder druk zorgt voor draagvermogen en stijfheid. Voor het verkrijgen van een luchtfilm onder druk bestaan de volgende mogelijkheden:

- 1) Drukopbouw in de luchtfilm door de rotatiesnelheid van de as. Bij deze lagers bevindt zich lucht vanuit de atmosfeer tussen as en huis: het lager staat in open contact met de omgeving. De excentrische ligging van de as zorgt ervoor dat de ruimte tussen as en lagerhuis niet over de gehele omtrek gelijk is (figuur 2.1). Een hoeveelheid lucht zal daardoor bij rotatie van de as vanuit een omgeving met veel ruimte naar een nauwere spleet vervoerd worden: er ontstaat in de vernauwing een drukopbouw doordat deze vernauwing een hogere weerstand teweegbrengt. Dit wordt het wigeffect genoemd.

Vooraf (zelfwerkende) olielagers werken veel met dit principe aangezien olie veel minder compressibel is dan lucht, zodat er sprake is van een veel sterkere drukopbouw. Olielagers beschikken bij een laag toerental al over een zelfdrukkopbouwend effect, terwijl bij luchtligers bij een relatief laag toerental geen dragende luchtfilm door dit effect kan worden verwacht (typisch beneden de 10000 omw/min).

Het type lagers dat berust op dit zelfdrukkopbouwend effect wordt zelfwerkend of aërodynamisch genoemd. Onder 3.1 worden de aërodynamische lagers verder besproken.



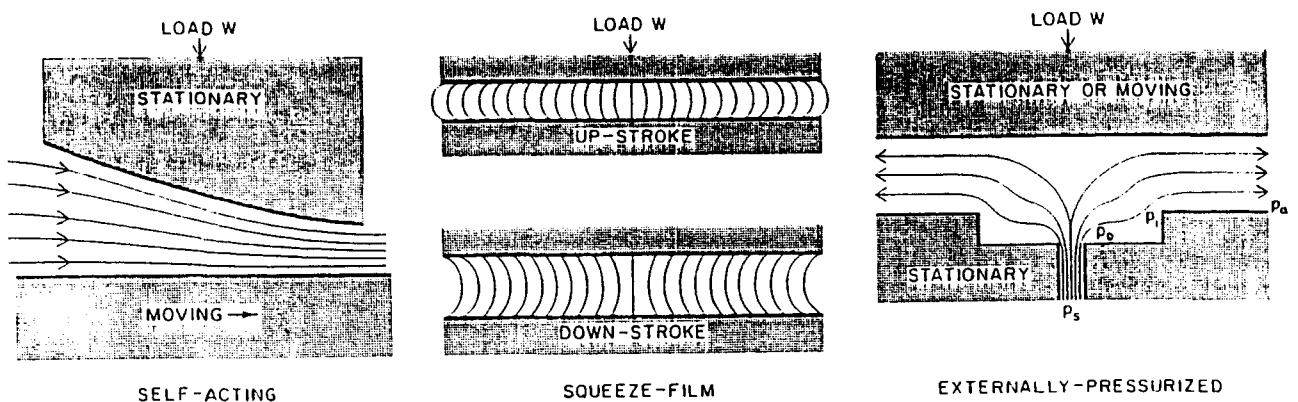
Figuur 2.1
weergave van het zelfdrukkopbouwend effect

- 2) Instroom in het lager van lucht onder druk vanuit een toevoersysteem; dit zijn uitwendig van druk voorziene lagers. Dit type lager wordt aërostatisch genoemd.

De drukopbouw in de lagerfilm ontstaat doordat de lucht onder druk wordt toegevoerd. De inwendige geometrie van het lager kan bijdragen aan een gunstige drukverdeling in de lagerfilm. Verschillende typen van druk voorziene lagers worden besproken onder 3.2.

Tot deze groep behoren ook lagers die voor de werking lucht onder druk nodig hebben, maar waarbij sprake is van een fundamentele bijdrage aan de drukopbouw door rotatie van de as; zij worden hybride lagers genoemd.

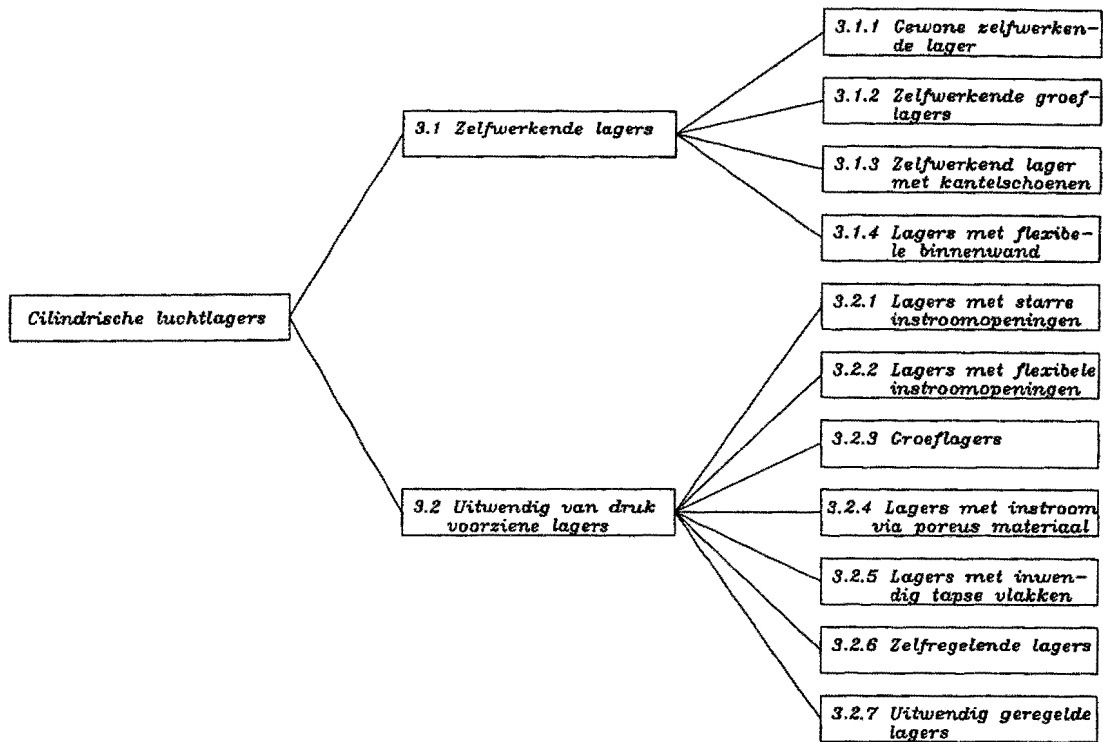
Zoals Gross [68] beschrijft bestaat er ook nog een andere manier om drukopbouw in een luchtfilm tussen twee wanden te verkrijgen: door een relatieve oscillatie tussen de wanden in de richting loodrecht op de filmspleet (figuur 2.2). De dragende luchtfilm die ontstaat wordt "squeeze-film" (samendruk-film) genoemd. Lucht-lagers ondervinden altijd enig drukopbouwend effect door de rotatie van de as en tevens een squeeze-effect. Echte squeeze films kunnen niet worden gecreëerd bij comprimeerbare media, zodat een radiaal lucht-lager niet kan functioneren op grond van dit effect.



Figuur 2.2 weergave van de verschillende principes voor het verkrijgen van drukopbouw in een luchtfilm

2.1.1 Indeling van lucht-lagers naar werking

Lucht-lagers worden meestal ingedeeld naar werking (aërostatisch, aërodynamisch of hybride) en van daaruit onderverdeeld, òf naar uitvoering (lagers met poreuze wand, folie-lagers, enzovoort) en zo verder onderverdeeld; zie onder andere [69] voor een classificatie. In hoofdstuk 3 vindt een verdeling vanuit de werking plaats; er is gekozen voor een opsplitsing tussen zelfwerkende (aërodynamische) en uitwendig van druk voorziene (aërostatische en hybride) lagers. Een overzicht van de vermelde typen wordt gegeven in figuur 2.3. Een uitsplitsing van alle artikelen uit literatuuroverzicht (vanaf pagina 57) naar beschreven lagertype bevindt zich in bijlage A.



Figuur 2.3
overzicht van in hoofdstuk 3 vermelde typen luchtlagers

2.2 Aandachtsgebieden bij cilindrische luchtlagers

Luchtlagers kennen enkele problemen die een goede werking kunnen belemmeren. Onder een goede werking wordt onder meer verstaan een voldoende groot draagvermogen, een voldoende hoge stijfheid en een stabiele bedrijfssituatie. De verschillende uitvoeringsvormen van luchtlagers richten zich naar gelang de toepassing meer of minder op deze aspecten. Enkele aandachtsgebieden worden in onderstaande tekst besproken.

2.2.1 Draagvermogen

De luchtfilm onder druk is verantwoordelijk voor het draagvermogen van een luchtlager. Bij uitwendig van druk voorziene luchtlagers hangt het draagvermogen minder af van het toerental van de as dan bij zelfwerkende luchtlagers. Om tot een hoog draagvermogen te komen is het gunstig als de lucht onder druk de lagerspleet binnentreedt. Ook een nauwe lagerspleet is gunstig voor het draagvermogen, aangezien er een hogere druk in de film gaat heersen naarmate de filmdikte kleiner is.

Om tot een gunstige drukopbouw in de luchtfilm te komen, die kan bijdragen aan het draagvermogen, kan de geometrie van het luchtlager voorzien worden van kamers, inwendige tapse vlakken en groeven (hoofdstuk 3).

2.2.2 Stijfheid

Bij een luchtlager geldt dat des te nauwer de filmspleet des te hoger de druk in de film is. Een belastingvariatie zal bij een hoge druk in de film slechts voor een kleine verplaatsing van de as zorgen, zodat de stijfheid dan groot is.

Bij cilindrische lagers voor radiale belasting wordt de stijfheid gedefinieerd als de verhouding van de belastingvariatie tot de resulterende excentriciteit van de as (figuur 2.1). Uitwendig van druk voorziene lagers hebben de hoogste stijfheid. Bij deze lagers valt het traject van de luchtstroming te beschouwen als een serie weerstanden waarover een constante spanning staat (de gasdruk). Een variatie in een van de weerstanden (filmweerstand, weerstand van de instroomopening) door bijvoorbeeld een wijziging in de belasting, zal resulteren in een andere druk. Dit zorgt voor stijfheid. Door de compressibiliteit van het gas zal de bij deze druk behorende filmspleet zich echter niet meteen instellen. Plotseling optredende grote belastingvariatiën (shock-loads) kan een luchtlager meestal niet opvangen; door de lage viscositeit van lucht kent een luchtlager in tegenstelling tot een olielager geen buffereffect, en is er daardoor sprake van een lage demping.

Een eenvoudige manier om tot een hoge stijfheid te komen is om het lager voor te spannen (door belasting aan te brengen); er zal dan door het meer excentrisch liggen van de as een nauwere kleinste filmspleet tussen as en lagerhuis ontstaan. In deze nauwere kleinste filmspleet heerst een hogere druk dan voorheen. Bij een belastingvariatie in dezelfde richting als de voorspanning zal de as veel minder verplaatsen: het lager is dus stijver.

2.2.3 Instabiliteit door warreling

Zoals Gross ([68]) en Holster ([79]) beschrijven kan er bij een cilindrisch lager sprake zijn van instabiel gedrag doordat de roterende as warrelt (whirl). Onder warrelen wordt een beweging van de as om de hartlijn van het lager verstaan. Het effect treedt vooral op als de frequentie van het warrelen overeenkomt met een eigenfrequentie van de lagering.

Warrelen kan ontstaan door de onbalans van een draaiende as of door de dynamische werking van het lager. Door de onbalans van een draaiende as wil deze gaan warrelen met hetzelfde toerental als waarmee hij ronddraait: dit type warrel wordt daarom synchrone warrel genoemd. De omwentelingsfrequentie van het warrelen is dan gelijk aan die van de as. Wil warrelen door onbalans optreden, dan moeten -zoals eerder vermeld- de warrelfrequentie en dus de omlooppfrequentie van de as gelijk zijn aan een eigenfrequentie van de lagering.

De warrel die kan optreden door de dynamische werking van het lager ontstaat wanneer lucht stroomt door een zich vernauwende filmspleet. In een lager wordt de lucht in de filmspleet meegenomen met een gemiddelde rotatiesnelheid, die ongeveer de helft van de rotatiesnelheid van de as bedraagt. Als de as excentrisch ligt zal de meegenomen lucht door een vernauwing van de filmspleet stromen (figuur 2.1). Door de dynamische drukopbouw ontstaat dan een draagkracht die ongeveer loodrecht staat op de richting van de excentrische verplaatsing. Dit resulteert in een moment op de as, in een richting gelijk aan de omlooprichting van de as. Hierdoor wil de as gaan warrelen. Deze warreling wordt in stand gehouden als de warrelfrequentie overeenkomt met een eigenfrequentie van de lagering. Deze warrelfrequentie is ongeveer gelijk aan de helft van de omwentelingsfre-

quentie van de as. Dit type warrel wordt halve-frequentie warrel (half-frequency whirl) genoemd. Ook wordt deze warrel wel aangeduid met zelfonderhouden warrel (self-excited whirl), omdat geen uitwendige oorzaak deze warrel in beweging zet en onderhoudt. Het is ook mogelijk dat de as bij andere deel-frequenties van de lagering gaat warrelen (partial frequency whirl).

In [53] wordt aangegeven dat relatief veel stabiliteit voor deel-frequentie warreling (waaronder halve-frequentie warreling) kan worden verkregen door toepassing van een visgraat-gegroefd lager (herringbone grooved bearing, 3.1.2), een lager met kantelschoenen (tilting-pad bearing, 3.1.3), of een lager dat uitwendig van druk is voorzien (externally pressurized gas bearing, 3.2).

De liggingshoek (attitude angle, figuur 2.1) wordt vaak als maatstaf genomen voor de stabiliteit van het lager. Een kleine liggingshoek impliceert een stabiel lager, en een grote liggingshoek een potentieel instabiel lager. Dat de liggingshoek bij uitwendig van druk voorziene lagers niet alleszeggend hoeft te zijn, wordt aangegeven in [53].

2.2.4 Scheefligging

Scheefligging van de as in het lagerhuis kan leidt tot een verandering van de geometrie van de filmspleet. Eigenschappen van het lager, zoals het draagvermogen, kunnen hierdoor veranderen. Flexibele lagers zullen minder hinder van scheefligging ondervinden, doordat flexibele elementen zich gunstig naar de (veranderde) drukverdeling in de film zullen vormen. Folie-lagers (3.1.4), lagers met flexibele instroomopeningen (3.2.2) en lagers met kantelschoenen (3.1.3) zijn lagers met deze flexibele elementen.

Een andere oplossing is om scheefligging zoveel mogelijk te voorkomen door lagers met een hoge kantelstijfheid toe te passen. Het lager met inwendig tapse vlakken (3.2.5) is hiervan een voorbeeld. Voor bijvoorbeeld lagers met starre instroomopeningen (3.2.1) kan kantelstijfheid worden verkregen door de instroomopeningen twee-rijig uit te voeren.

2.2.5 Rondstroming

In tegenstelling tot vlakke luchtlagers (zie onder andere [246]) waar het toegevoerde gas vanaf de instroom rechtsreeks tussen de oppervlakken wegstroomt, kan er bij cilindrische lagers sprake van zijn dat de lucht niet direct naar buiten treedt. Er kan lucht rond de as blijven stromen. Deze rondstroming is ongewenst, omdat zo kortsluitstromen ontstaan die het drukprofiel verstoren. Elke vorm van belemmering in de lagerwand of in de as zal rondstroming hinderen. Bij axiaal gegroefde lagers bijvoorbeeld vormen de groeven barrières in omtreksrichting en reduceren zo rondstroming (zie 3.1.2 en 3.2.3).

2.2.6 Fabricage-onnauwkeurigheid

Luchtlagers beschikken over een goed uitmiddeld effect ten opzichte van onnauwkeurigheden in de lageroppervlakken. Met luchtlagers is daarom een goede rondloopnauwkeurigheid te behalen. Het enige bekende artikel dat de rondloopnauwkeurigheid analyseert is [99].

Ondanks het uitmiddelend effect kunnen vorm- en maatafwijkingen maar ook ruwheid

invloed hebben op het gedrag van het lager. Variaties in vorm of maat zorgen voor veranderingen in de geometrie van de filmspleet ten opzichte van de ontworpen geometrie. Onder andere Stout ([226], [229]) geeft aan wat de mogelijke invloed kan zijn.

Ruwheid van lageroppervlakken heeft vooral invloed op stromingsniveau. In bijlage A staan referenties vermeld. Ruwheid blijkt vooral een rol te spelen bij een zeer dunne film. In de analyses van eigenschappen van luchtlagers zijn de effecten van ruwheid meestal te verwaarlozen: de effecten van ruwheid behoren tot de hogere orde invloeden.

2.2.7 Pneumatische instabiliteit

Pneumatische instabiliteit is het verschijnsel dat lageroppervlakken door de instroom van lucht spontaan ten opzichte van elkaar gaan trillen. Deze instabiliteit wordt meestal aangeduid met luchthamer-effect (pneumatic hammer of air hammer).

Bij aërostatische lagers is er vaak sprake van instroomopeningen die uitmonden in kamers (recesses) (3.2.1). Deze kamers kunnen de oorzaak zijn van luchthamer; dit hameren vindt zijn oorzaak in de vultijd-vertraging van de kamer waar de lucht binnestroomt. Zoals in [158] beschreven staat is deze vultijd-vertraging weer het gevolg van de compressibiliteit van het gas. Dit valt fysisch te verklaren doordat bij een (plotselinge) toename van de belasting de filmdikte verkleind wordt, waarbij door de compressibiliteit van het gasvolume in de kamer de kamerdruk niet snel genoeg stijgt. Dit kan leiden tot ongecontroleerde instelvariaties van de druk en bijbehorende filmspleet: een evenwicht waarbij de bij de belasting behorende filmspleet ontstaat stelt zich niet in.

Dit verschijnsel van het hameren in de luchtkamer kan vermeden worden door de massatraagheid van het bewegelijke lagerdeel te verkleinen, de toevoerdruk en de belasting te verlagen, maar vooral door het kamervolume te verkleinen. Als vuistregel geldt dat het kamervolume toch zeker kleiner moet zijn dan het volume van de filmspleet. Door rond de gewenste kamers zeer smalle sleuven aan te brengen worden schijnbare kamers gecreëerd, zodat een klein kamervolume mogelijk is met behoud van een gunstig effect op de draagkracht. Blondeel ([24]) beschouwt pneumatisch hameren aan de hand van verschillende stabiliteitscriteria uitgebreid.

2.2.8 Thermische effecten

In luchtlagers is door de lage viscositeit van lucht sprake van een betrekkelijk geringe warmte-ontwikkeling in de luchtfilm (6.5). Bij analyses van luchtlagers worden de thermische effecten meestal niet beschouwd. Bij sommige typen lagers is dit ook niet direct nodig gezien het gebied waarin ze toegepast worden, of gezien het feit dat ze voor uitzettingseffecten kunnen compenseren. Folie-lagers (3.1.4) maar ook lagers met kantelschoenen (3.1.3) kunnen dit. Toch kan een betrekkelijk geringe warmte-ontwikkeling zorgen voor problemen door thermische uitzetting. Bij niet-flexibele lagerconfiguraties zullen in de (geringe) filmspleet de eventuele gevolgen van ongecontroleerde uitzetting moeten worden opgevangen. Omdat het gezien de geringe filmspleet zeker niet denkbeeldig is dat het lager hierdoor vastloopt, worden de as en het lagerhuis vaak uit materiaal met een gelijke uitzettingscoëfficiënt vervaardigd.

2.2.9 Fabriceerbaarheid en bedrijfszekerheid

Luchtlagers zijn moeilijk fabriceerbaar gezien de eisen die gesteld worden aan de vormnauwkeurigheid, maatvoering en ruwheid. Zelfwerkende lagers hebben het voordeel dat er geen nauwkeurige instroomopeningen vervaardigd hoeven te worden; wel zijn ze vaak voorzien van moeilijk te vervaardigen smalle groeven. Bij uitwendig van druk voorziene lagers met discrete instroomopeningen (3.2.1) worden deze vaak afzonderlijk vervaardigd, om later in kleine schachten in het lagerhuis geplaatst te worden.

Instream van lucht via poreus materiaal (3.2.4) heeft het voordeel dat er geen nauwkeurige instroomopeningen vervaardigd hoeven te worden. Bij deze lagers moeten echter de materiaaleigenschappen, waaronder de homogeniteit, goed onderzocht worden. Ook wordt de bedrijfszekerheid van dit type verlaagd doordat poreus materiaal de neiging heeft verstopt te raken ([69]).

Lagersystemen met flexibele elementen (onder andere 3.1.3) zijn vaak minder gemakkelijk fabriceerbaar. Ook zijn zij uit het oogpunt van bedrijfszekerheid minder geschikt om toe te passen vanwege het (op vermoeiing) kunnen bezwijken van de bewegende onderdelen en het bij stilstand vaak aanliggen van flexibele elementen aan de as, wat slijtage oplevert. Tijdens bedrijf wordt de bedrijfszekerheid wel vergroot ten opzichte van andere typen doordat deze lagers scheefligging en andere verstoringen kunnen opvangen.

2.2.10 Excitatie door toevoer

Bij uitwendige van druk voorziene lagers wordt de lucht via een toevoerleiding naar het lager getransporteerd. In [158] wordt aangegeven dat de lengte van deze leiding ervoor kan zorgen dat op zich stabiele luchtlagers instabiel worden; fluctuaties in de druk die door het lagersysteem worden opgewekt (bijvoorbeeld door trilling van de as) zorgen op het einde van de toevoerleiding voor verhogingen en verlagingen van de druk. Deze drukvariaties planten zich voort in de toevoerleiding en kunnen, na terugkaatsing, bij een geschikte lengte van de leiding resulteren in een opslinging van de drukfluctuaties. De eigenfrequentie van de toevoerleiding dient dus af te wijken van de frequentie waarin het lager trilt, of er dient op een andere wijze rekening te worden gehouden met dit verschijnsel. Dit verschijnsel treedt overigens voornamelijk op bij lagers die niet zijn voorgespannen; bij voorspanning zullen drukfluctuaties elkaar sterk afvlakken.

3 Typen cilindrische luchtlagers

In 2.1.1 is een indeling gegeven van de verschillende typen cilindrische luchtlagers. In dit hoofdstuk worden de uitvoeringsvormen nader besproken.

3.1 Zelfwerkende lagers

Zoals onder 2.1 beschreven werd, berust dit type luchtlager op de drukopbouw die ontstaat bij rotatie van de as. Indien de as nog niet roteert en er dus geen luchtfilm wordt opgebouwd kan de as van het lagerhuis gescheiden worden door bijvoorbeeld lucht onder (lage) druk toe te voeren (zie bijvoorbeeld [102]); indien de as voldoende snel roteert zal de opgebouwde luchtfilm over voldoende draagvermogen beschikken waardoor de (belaste) as en het lagerhuis gescheiden blijven. Het lager is dan zelfwerkend geworden.

Omdat het draagvermogen van zelfwerkende lagers varieert met het toerental -bij gelijke excentriciteit (figuur 2.1)- zal ook de stijfheid (die wordt gedefinieerd als variatie in belasting tot variatie in excentrische ligging van de as, zie 2.2.2) hiermee variëren ([59]). In praktijk blijken zelfwerkende lagers voornamelijk geschikt te zijn voor laagbelaste, hoogtoerige situaties.

3.1.1 Gewone zelfwerkende lager

Het plain self-acting journal bearing, dat verder zal worden aangeduid als gewoon zelfwerkend lager, bestaat uit een gladde cilindrische as die zich bevindt in een glad cilindrisch lagerhuis. Er bevinden zich in dit lager geen instroomopeningen, groeven of andere elementen.

In de literatuur wordt dit type lager vaak aangehaald als referentie voor de eigenschappen van andere (zelfwerkende) lagers. Het gewone zelfwerkende lager is in de praktijk geschikt voor eenvoudige toepassingen. Een algemeen voordeel van het gewone zelfwerkende lager is, dat het een zeer eenvoudige configuratie betreft: de fabricage van dit type levert van alle soorten cilindrische luchtlagers de minste problemen op. Een nadeel is dat gewone zelfwerkende lagers ten opzichte van andere (zelfwerkende) lagers uitermate gevoelig zijn voor halve-frequentie warreling ([59]).

Bij de modellering van dit type lager in de literatuur is vaak uitgegaan van een oneindig lange lagerwand, omdat dit analyses vereenvoudigt (bijvoorbeeld in [164]). Een modellering volgens een eindige lagerwand komt ook voor (bijvoorbeeld in [8]). Het is mogelijk om het gewone zelfwerkende lager te analyseren op een soortgelijke wijze als gedaan is voor het in hoofdstuk 5 geanalyseerde lager met inwendig tapse vlakken; de daartoe benodigde modificatie van de vergelijkingen staat beschreven onder 5.4.

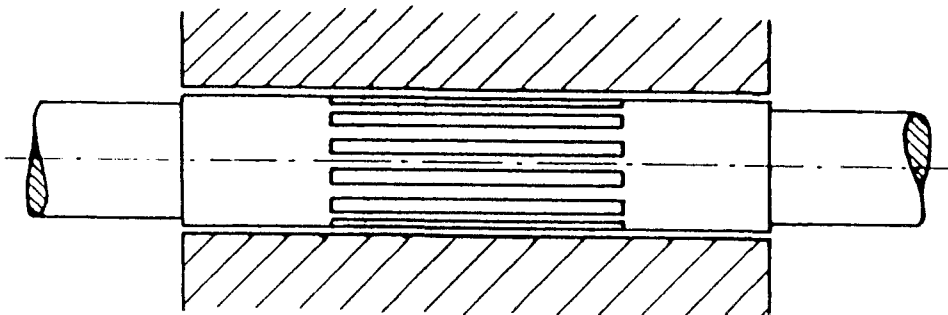
3.1.2 Zelfwerkende groeflagers

Het groeflager verschilt van het gewone zelfwerkende lager door de ondiepe, smalle groeven, die in de spindel of in het lagerhuis aangebracht zijn. Afhankelijk van het beoogde effect van de groeven zal de plaatsing en oriëntatie van de groeven verschillen.

Groeven worden meestal aangebracht voor het verkrijgen van een uniformere drukopbouw in de luchtfilm, voor het tegengaan van ongewenste luchtstromingen in de film, of om lucht voort te stuwen door het pompeffect dat dwarsgeplaatste groeven kunnen creëren; door deze stuwning wordt in de luchtfilm extra drukopbouw verkregen.

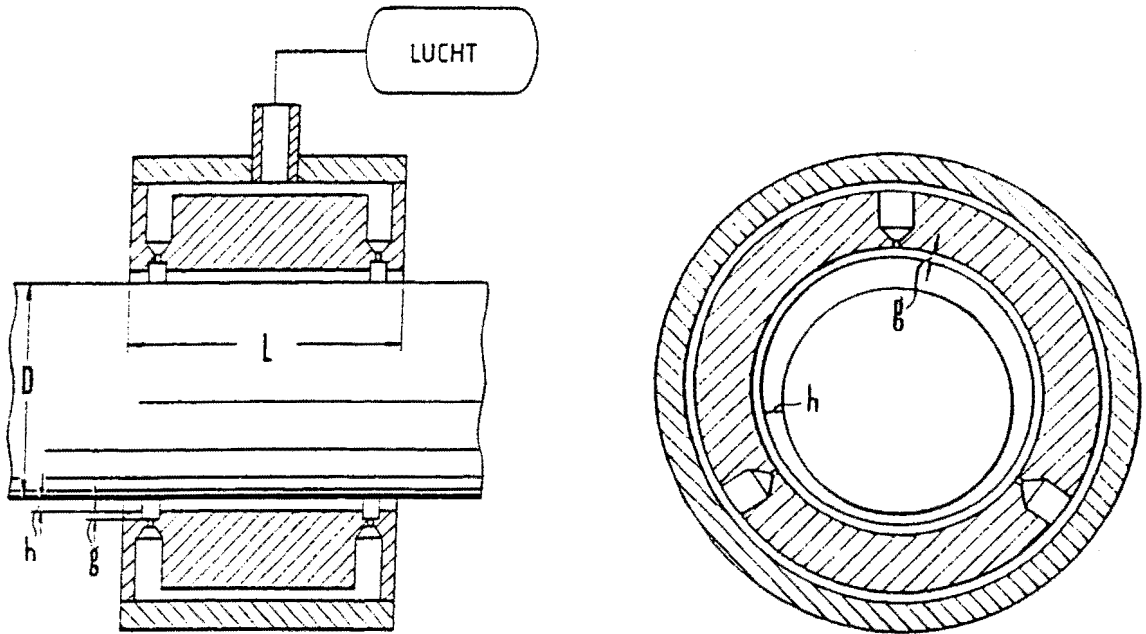
Mogelijke uitvoeringen zijn:

- Axiaal gegroefd (figuur 3.1); hierbij is sprake van smalle groeven die zich in axiale richting over (bijna) het gehele lager uitstrekken. De groeven zijn gelijkelijk verdeeld over de omtrek van de as of het lagerhuis. Zoals Fuller ([59]) aangeeft is de stabiliteit van het lager door deze groeven beter dan die van een gewoon zelfwerkend lager, omdat de groeven in omtreksrichting barrières vormen, zodat het voor verstoringen in de druk moeilijk wordt zich voort te planten in rondlopende richting. De groeven zorgen wel voor minder draagvermogen.



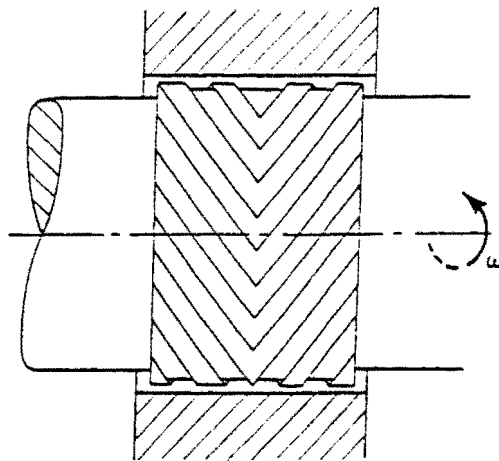
Figuur 3.1
zelfwerkend lager voorzien van axiale groeven

- In omtreksrichting gegroefd (figuur 3.2); bij dit type lager is sprake van enkele groeven die in omtreksrichting rondlopen. Meestal bevinden deze groeven zich in het lagerhuis. In [277] wordt een lager beschreven waarbij aan beide uiteinden via enkele instroomopeningen (drie is praktisch) gas een rondlopende groef binnentreedt. Het geringe aantal instroomopeningen en een lage druk zorgen ervoor dat dit lager kan functioneren met een kleine lagerspleet, hetgeen een hoge efficiëntie (in draagvermogen) met zich meebrengt. Het toegevoerde gas zorgt hoofdzakelijk voor het voorkomen van contact tussen as en lager bij opstarten; het lager werkt voornamelijk door dynamische drukopbouw.



Figuur 3.2
zelfwerkend lager voorzien van groeven in omtreksrichting

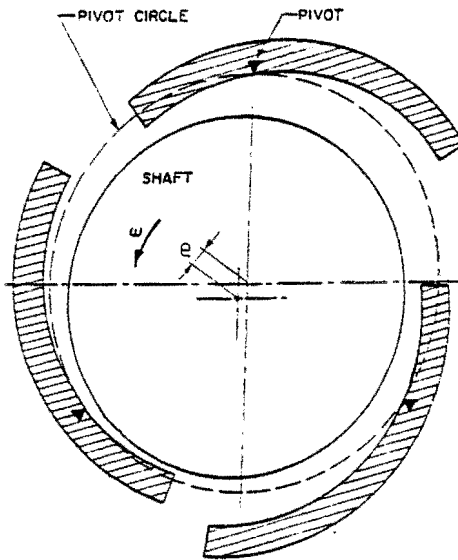
- Schuingeplaatste groeven (figuur 3.3); deze groeven bevinden zich in een halve V-vorm of een hele V-vorm (visgraat motief; herringbone grooved). Zoals Fuller ([59]) beschrijft verzorgen groeven in visgraatpatroon extra drukopbouw tijdens bedrijf door de stuwwerking die optreedt. Ten opzichte van zelfwerkende gegroefde lagers zonder stuweffect is er sprake van een hoger draagvermogen, terwijl ten opzichte van een gewoon (ongegroefd) zelfwerkend lager er geen verlies in draagvermogen optreedt en er wel een verhoging van de stabiliteit plaatsvindt door een kleinere liggingshoek van de as bij bedrijf. Een nadeel is wel dat een kleine lagerspleet noodzakelijk is voor de werking, en dat (daarom) extreem schone lucht benodigd is ([53]).



Figuur 3.3
zelfwerkend lager voorzien van groeven in visgraatpatroon

3.1.3 Zelfwerkend lager met kantelschoenen

Bij het lager met kantelschoenen (tilting-pad of pivoted-pad journal bearing) bevinden zich aan de wand van het lagerhuis schoenen die kunnen kantelen rond een punt (figuur 3.4).



Figuur 3.4
zelfwerkend lager met kantelschoenen

De verkregen wigvorm bij kanteling van de schoenen zorgt voor drukopbouw (zie ook 2.1). De kantelmogelijkheid van iedere schoen (vaak drie in getal) zorgt ervoor dat het lager zichzelf uitlijnt tijdens het in bedrijf zijn. Zo beschikt dit type lager over een uitstekend vermogen om zich aan te passen aan elastische en/of thermische vervorming ([166]). Een voordeel is tevens ([59]) dat de as bij dit type lager minder geneigd is te warrelen. Een nadeel vormen echter de grotere mechanische complexiteit en de introductie van additionele graden van vrijheid; de schoenen kunnen namelijk bewegingen uitvoeren als stampen, gieren en rollen (pitch, yaw en roll).

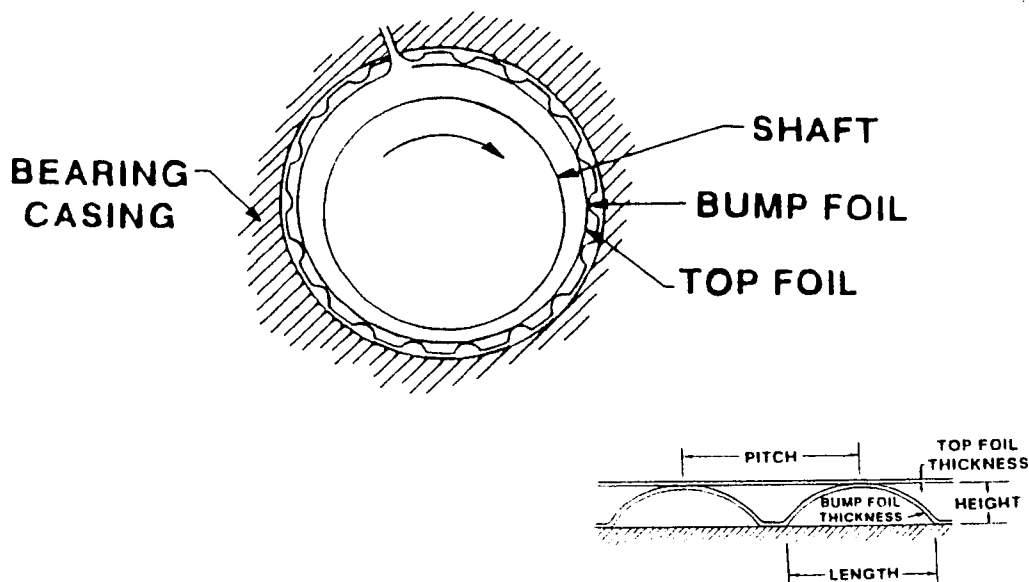
In [86] wordt een ontwerp beschreven waarbij de schoenen worden ondersteund met een rondlopende voorgespannen veerconstructie in plaats van de gebruikelijke bevestiging met draaipennen (pivots). Hierdoor wordt een negatief effect verkregen op de stabiliteit doordat de bewegingen van de as minder goed gevolgd kunnen worden. Maar er is ook een positief effect op de stabiliteit doordat een grote kantelhoek van de schoen gehandhaafd zal blijven tegen het herstellend moment van de gasfilm in. Bij deze constructie is er dus een optimum voor het ontwerp te vinden.

In [166] wordt gesteld dat een configuratie met drie kantelschoenen een superieur draagvermogen heeft ten opzichte van een configuratie met vier kantelschoenen.

Een algemeen nadeel bij zelfwerkende van kantelschoenen voorziene lagers vormt het feit dat (enkele van) de schoenen de as raken bij het opstarten.

3.1.4 Lagere met flexibele binnenwand

Bij dit type lager is er sprake van een elastisch deformeerbare binnenwand die zich in het lagerhuis bevindt. Deze flexibele binnenwand kan gunstig aanliggen rond de as; verschijnselen als scheefligging van de as en uitzetting kunnen goed worden opgevangen ([105]). Veelal is er als elastische wand sprake van een gewelfde folie die zich aan de binnenzijde van het lagerhuis bevindt (figuur 3.5); dit type wordt aangeduid als folie-lager (foil bearing).



Figuur 3.5
zelfwerkend lager met flexibele folie

Een nadeel is het contact maken van de elastische wand met de as alvorens deze gaat roteren ([59]). De materiaaleigenschappen van de folie, zoals het slijtage gedrag bij contact tussen folie en as en de flexibiliteit, zullen bij het ontwerp in beschouwing moeten worden genomen. Bij het folie-lager in [102] wordt het lager bij het opstarten onder druk gezet, alvorens het geheel aërodynamisch te laten werken.

Heshmat ([76]) geeft aan dat een folielager de volgende voordelen ten opzichte van het gewone zelfwerkende lager heeft:

- een hoger draagvermogen (bij nominale filmdikte),
- meer stabiliteit (door het meebuigen van de folie),
- het kunnen verdragen van hoge temperaturen, en
- het verdragen van ongewenste deeltjes zonder dat schade optreedt aan de oppervlakken (door de grotere filmdikte en de mogelijkheid tot aanpassing).

3.2 Uitwendig van druk voorziene lagere

Bij een uitwendig van druk voorzien luchtlager wordt de lucht onder druk aan de lagerspleet toegevoerd. De lucht kan de lagerspleet binnentreden via starre of flexibele instroomopeningen, via een rondlopende groef, via poreuze instroomopeningen of een

poreuze wand.

Een uitwendig van druk voorzien lager werkt voornamelijk aërostatisch; als de dynamische effecten een significante bijdrage leveren aan het draagvermogen wordt het lager hybride genoemd. Een aërostatisch luchtlager beschikt over meer draagvermogen en een hogere stijfheid dan een zelfwerkend luchtlager, door de grotere drukken die in de luchtfilm heersen. Zoals reeds onder 2.2.3 is vermeld beschikken uitwendig van druk voorziene lagers over een redelijk hoge stabiliteit voor warreling.

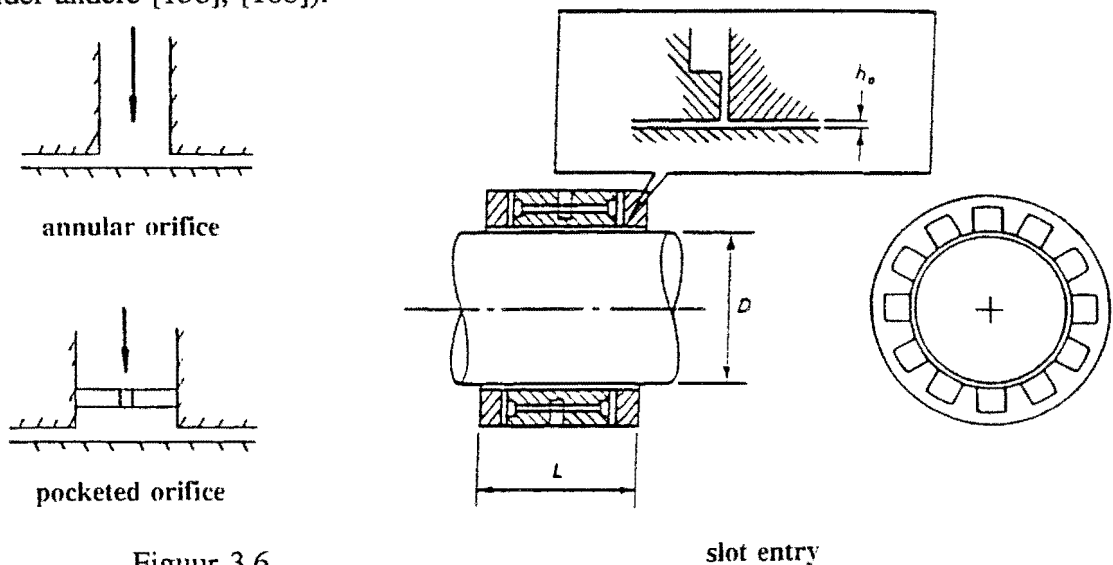
Er bestaan verschillende uitvoeringsvormen van uitwendig van druk voorziene luchtlagers. Deze zullen nu besproken worden.

3.2.1 Lagers met starre instroomopeningen

Bij dit type lagers wordt de instroomweerstand van de opening niet beïnvloed door drukvariaties in de film of toevoer. Gebruikelijke typen instroomopeningen zijn (figuur 3.6):

- gaatjesopening zonder stromingsweerstand (annular orifice),
- gaatjesopening met stromingsweerstand uitmondend in een kamer (pocketed orifice),
- sleufopening (slot entry).

De soort instroomopening bepaalt voor een groot gedeelte de eigenschappen van een lager (zie onder andere [158], [188]).



Figuur 3.6
typen instroomopeningen

De instroomopeningen bevinden zich meestal aan beide uiteinden van de as, gelijkmatig verdeeld in omtreksrichting. Een aantal van drie tot acht openingen in omtreksrichting op dezelfde axiale positie is gebruikelijk. Zoals Warnecke ([247]) aangeeft overlappen de drukprofielen elkaar meer bij een groter aantal instroomopeningen, waardoor een gelijkmatiger verdeling van de druk wordt verkregen. Het luchtverbruik zal echter toenemen bij een groter aantal openingen.

Bij deze lagers kunnen de prestaties verbeterd worden door ([258]):

- een lager met een groter geprojecteerd oppervlak te ontwerpen,
- de lagerspleet te verminderen,

- het dispersie effect te verminderen dat optreedt bij discrete instroomopeningen.

Bij discrete instroomopeningen stroomt de lucht dispers weg. Een groot deel wordt niet effectief gebruikt. Dit dispersie effect kan worden verminderd door de discrete instroomopeningen te laten uitmonden in een rondlopende groef (zie ook 3.2.3), of door sleufopeningen toe te passen; in deze gevallen wordt lijnstroming benaderd.

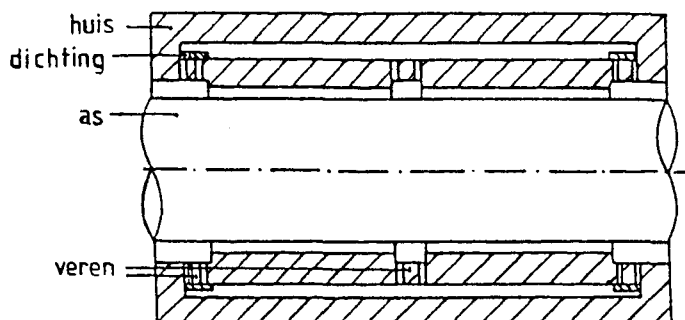
Uit [228] blijkt dat lagers met (twee-rijige) sleufopeningen over veel draagvermogen beschikken en een hoge stijfheid verkrijgen bij grote excentriciteitsverhoudingen (= excentriciteit ten opzichte van de breedte van de lagerspleet), terwijl lagers met (twee-rijige) gaatjesopeningen uitmondend in een kamer over een hogere stijfheid beschikken tot excentriciteitsverhouding $\epsilon = 0.35$ bij minder draagvermogen.

Bij instroomopeningen die uitmonden in een luchtkamer resulteert dit in een uniforme drukopbouw over een groot geprojecteerd oppervlak, hetgeen het draagvermogen vergroot. Zoals reeds in 2.2.7 beschreven is, kunnen deze kamers als ze te groot worden leiden tot pneumatische instabiliteit. Ook blijkt bij een toename van het kamervolume de dynamische stijfheid af te nemen ([53], [247]).

Door instroomopeningen in twee rijen naast elkaar te plaatsen aan beide uiteinden van de as, kan meer kantelstijfheid verkregen worden ([137]).

3.2.2 Lagers met flexibele instroomopeningen

Bij dit type lager bestaan de instroomopeningen uit een flexibel membraan waarin zich een klein instroomgaatje bevindt (figuur 3.7). Zoals in [69] wordt aangegeven is de drukbalans dusdanig dat als de druk in de lagerfilm toeneemt, het membraan zal verbuigen waardoor de stromingsweerstand vanaf de druktoevoer verlaagd wordt. Hierdoor zal de druk naar de film vergroot worden, wat resulteert in een vergroting van de filmdikte en dus een verlaging van de filmdruk. Een omgekeerd proces vindt plaats als de filmdikte groter begint te worden dan de ontworpen filmspleet. In [24] worden enkele uitvoeringsvormen gegeven.



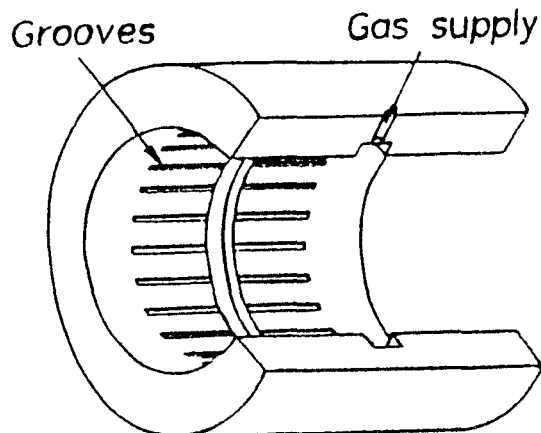
Figuur 3.7
uitwendig van druk voorzien lager met flexibel membraan

3.2.3 Groeflagers

Evenals zelfwerkende groeflagers, die besproken zijn onder 3.1.2, zijn er ook groeflagers waarbij lucht van buitenaf onder druk wordt toegevoerd. Er is bestaat geen essentieel verschil in de toepassing van de groeven bij deze twee categorieën.

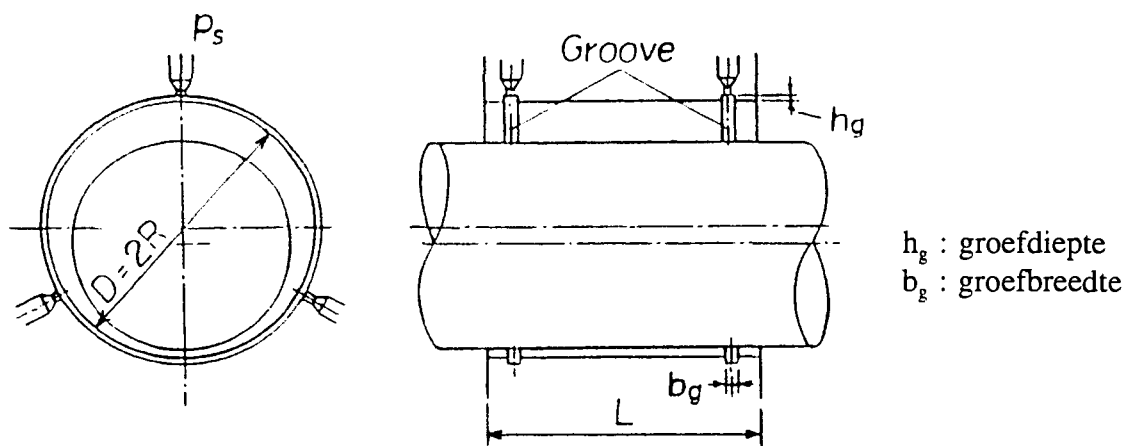
Mogelijke uitvoeringsvormen van de groeven zijn:

- Axiaal gegroefd (figuur 3.8); De groeven kunnen zich in de as of het lagerhuis bevinden. In [270] wordt een configuratie vermeld waarbij het medium vanuit het midden van het lager via een rondlopende groef wordt toegevoerd, waarbij de as in het midden gedeeltelijk gegroefd is. De groeven verminderen de nadelige effecten van kortsluitstromen (door rondstroming) door de grote weerstand die ze bewerkstelligen in omtreksrichting. De stroming vindt in axiale richting plaats langs het gegroefde gedeelte dat (axiaal) relatief weinig stromingsweerstand kent, naar de gladde gedeelten van de as waar de stromingsweerstand belangrijk groter is. Dit komt omdat het medium vanuit een gebied met grotere spleethoogten (door de axiale groeven) een gebied met kleinere spleethoogte binnentreedt. Zoals in [272] beschreven staat draagt deze overgang bij aan de lagering van de as. In [110] worden de invloeden van het aantal groeven, de breedte van de groeven, en de diepte van de groeven op de stabiliteit geanalyseerd.



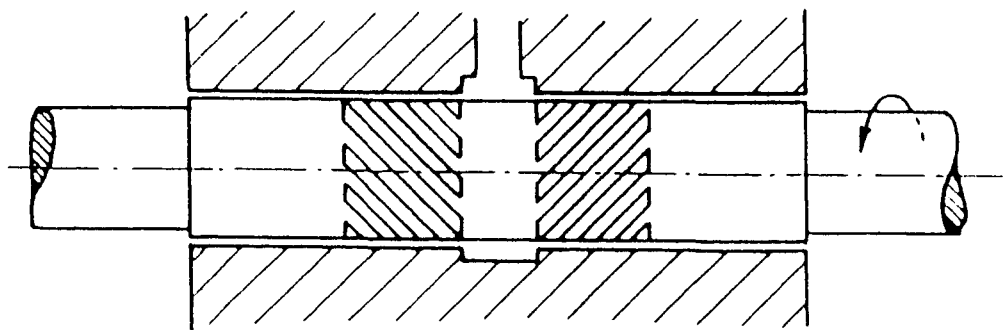
Figuur 3.8
uitwendig van druk voorzien lager met axiale groeven

- In omtreksrichting gegroefd (figuur 3.9); zoals Yabe ([258]) beschrijft compenseren rondomlopende groeven de stroomdispersie vanuit discrete instroomopeningen die hierin uitmonden, hetgeen resulteert in een hoge efficiëntie van het lager. Het lager kan met weinig instroomopeningen toe, waardoor een kleine lagerspleet mogelijk is. De maximale stijfheid is groter dan bij lagers met discrete instroomopeningen.



Figuur 3.9
uitwendig van druk voorzien lager met groeven in omtreksrichting

- Schuingeplaatste groeven (figuur 3.10); in [270] wordt een configuratie vermeld waarbij het medium via een rondlopende groef vanuit het midden van het lager wordt toegevoerd, om vervolgens via groeven in een halve V-vorm naar buiten te treden. De uiteinden van de as zijn ongegroeft. Er is bij de overgang van het gegroefde naar het ongegroeft gedeelte sprake van een wig-effect, hetgeen radiaal draagvermogen oplevert. Door de schuine stand van de groeven behoudt het lager tot aanzienlijk hoge toerentallen zijn stabiliteit.



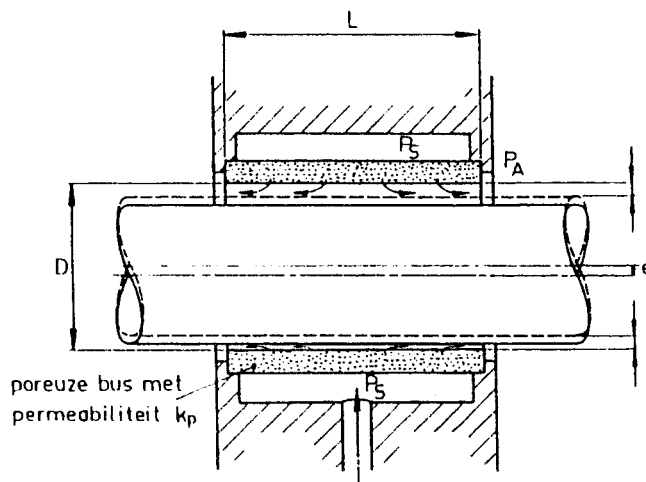
Figuur 3.10
uitwendig van druk voorzien lager met groeven in halve V-vorm

3.2.4 Lagers met instroom via poreus materiaal

Door de instroom van de lucht via poreus materiaal wordt een uniformere drukopbouw verkregen dan bij plaatelijke instroom via (gewone) discrete instroomopeningen ([126]). Vaak vindt de instroom plaats via een poreuze binnenwand (figuur 3.11), maar ook instroom via een poreuze strip in de lagerwand (porous line feed), of via discrete openingen voorzien van een poreuze plug (discrete porous feed) wordt toegepast.

De poreuze doorlaatwand is meestal gemaakt van gesinterd materiaal. Dit heeft de neiging kleine stofdeeltjes te verzamelen en zo verstopt te raken ([69]). Bij het toepassen van poreus materiaal moeten eigenschappen als homogeniteit en porositeit onderzocht worden. Deze eigenschappen hebben grote invloed op de stroming van de lucht door het materiaal. De analyse van dit type lagers wordt dan ook bemoeilijkt door het gecompliceerde stromingsgedrag.

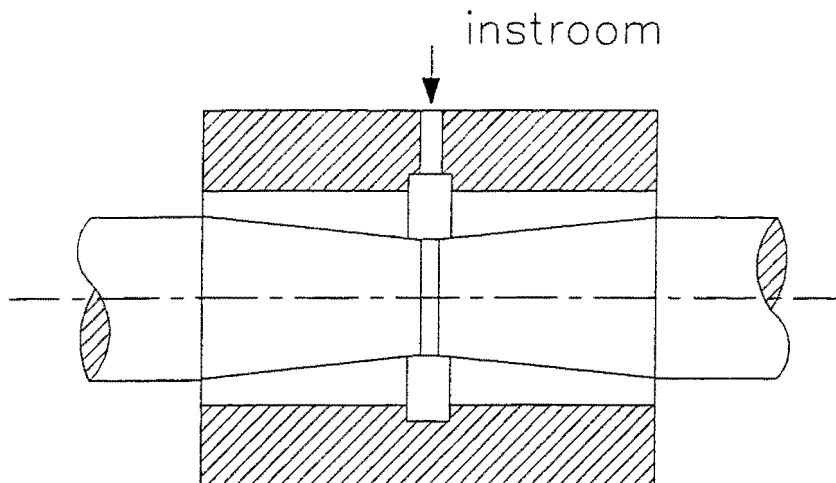
Lagers met poreuze binnenwand zijn inherent geschikt voor het dempen van kleine oscillaties ([126]). Uit [133] blijkt dat bij mogelijk optredende pneumatische instabiliteit (zie 2.2.7) de werking verbeterd wordt door een grotere slankheidsverhouding (= effectieve lengte t.o.v. diameter as) en een lagere toevoerdruk.



Figuur 3.11
uitwendig van druk voorzien lager met instroom via een poreuze binnenwand

3.2.5 Lagers met inwendig tapse vlakken

Bij deze configuratie is er sprake inwendig tapse vlakken (tapered-land), die zich kunnen bevinden in de as ([174], [29]) of in het lagerhuis ([176]). Deze vlakken zorgen ervoor dat de hoogte van de filmspleet vanuit het midden in axiale richting afneemt in de richting van beide uiteinden van het lager (figuur 3.12). Deze vernauwing zorgt voor een wig-effect. Hierdoor ontstaat drukopbouw (zie 2.1). Bij Pande ([174]) wordt de lucht vanuit het midden via een rondlopende groef toegevoerd; een configuratie met discrete instroomopeningen met stromingsweerstand (uitmondend in een groef) is ook mogelijk.



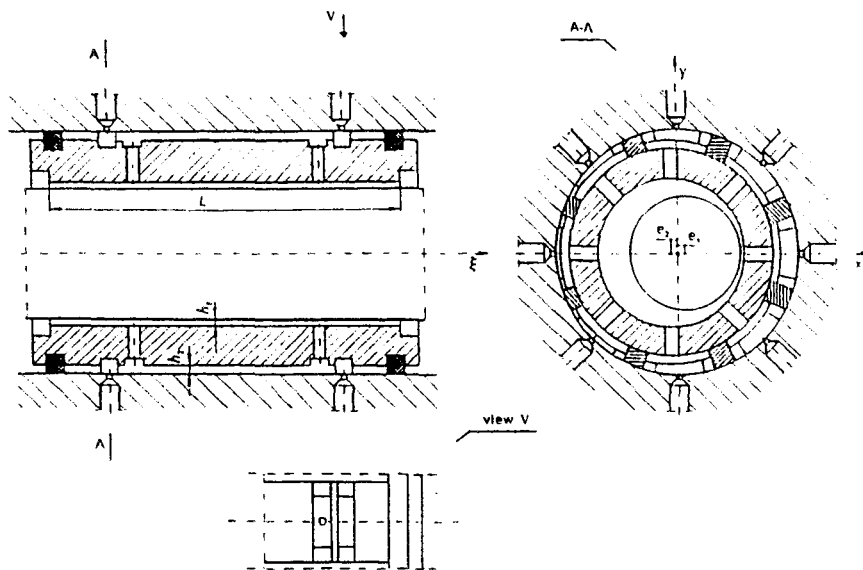
Figuur 3.12
 uitwendig van druk voorzien lager met inwendig tapse vlakken

Gezien de lengte waarover de tapse vlakken zich uitstrekken kent dit lager een grote effectieve invloedszone (figuur 5.4), hetgeen onder andere resulteert in een hoge kantelstijfheid ten opzichte van andere typen uitwendig van druk voorziene lagers. Het lager met inwendig tapse vlakken bezit wat minder draagvermogen dan andere configuraties door de grotere nominale spleethoogte. Dit type wordt vanaf hoofdstuk 4 verder besproken.

3.2.6 Zelfregelende lagers

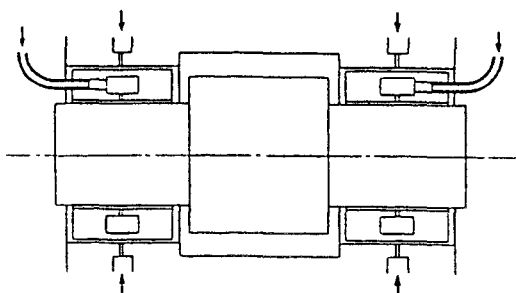
Onder 3.2.2 is reeds de flexibele instroomopening besproken, waarbij belastingvariaties werden gecompenseerd door variatie van de instroomweerstand. Nu worden configuraties beschouwd waarbij compensatie niet via regeling van de instroomweerstand plaatsvindt. Een voorbeeld zijn de lagers gepresenteerd in [27], [28], en [42], waarvan een configuratie staat afgebeeld in figuur 3.13.

Bij dit type lager wordt voor de regeling gebruik gemaakt van drukwijzigingen in tussenruimten met lucht. Het lager kent een zeer hoge stijfheid welke niet ten koste gaat van het draagvermogen. De regelende werking van de pneumatische elementen is gebaseerd op het feit dat een verplaatsing van de as resulteert in een vernauwing van de filmspleet aan de ene zijde en een verbreding van de filmspleet aan de tegenovergestelde zijde. Dit gaat gepaard met respectievelijk een plaatselijke drukverhoging en een drukverlaging. De druk in de kamers wijzigt dan zo, dat een reactie ontstaat waardoor de as terugkeert naar een positie dicht bij die van nullast. Het geheel is behoorlijk complex om te vervaardigen en analytisch moeilijk te doorgronden. Aangezien ook dit lager werkt met een compressibel medium zal het enige tijd duren voordat een belastingvariatie is gecompenseerd.



Figuur 3.13
 uitwendig van druk voorzien lager met zelfregelende
 belastingcompensatie

Een andere constructie is het lager met zwevend binnenhuis (floating bush bearing) ([153]). Bij dit type wordt het binnenhuis gedragen door een luchtfilm onder druk (figuur 3.14). De stijfheidsverhouding van buitenste tot binnenste luchtfilm kan veranderd worden door de beide toevoerdrukken te wijzigen.

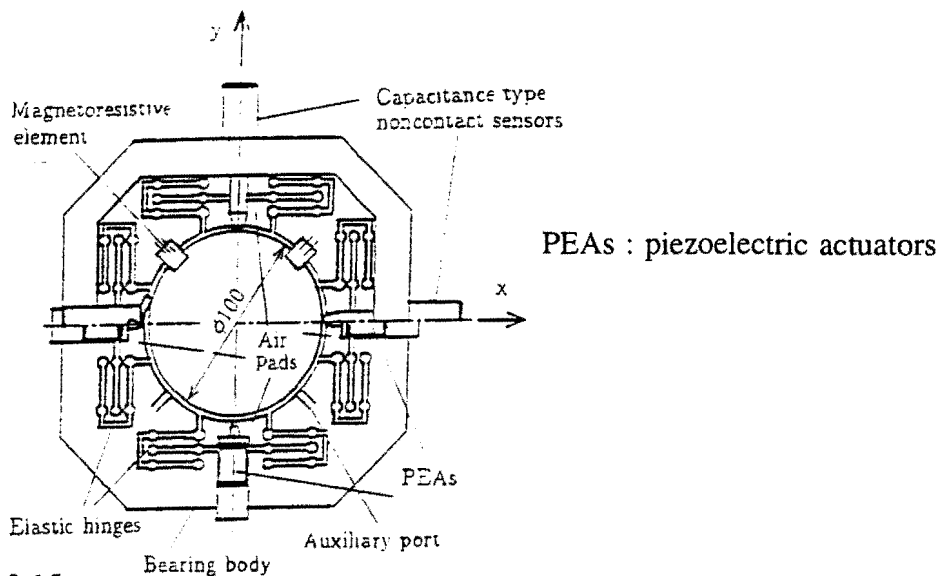


Figuur 3.14
 uitwendig van druk voorzien lager met inwendig zwevende
 bus onder druk

3.2.7 Uitwendig geregelde lagers

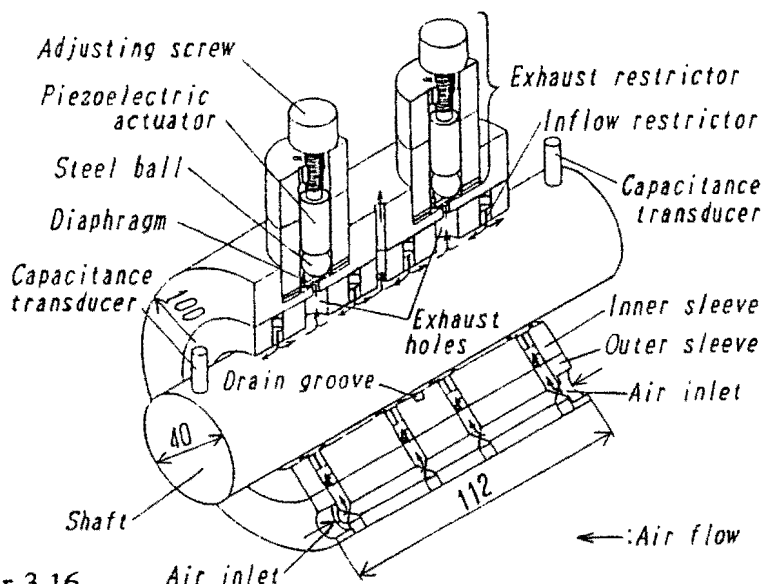
Bij dit type lagers wordt de verplaatsing van de as gemeten, waarna deze verplaatsing gecorrigeerd wordt met (piëzo-electrische) actuators (figuur 3.15). Met het uitwendig geregelde lager (active air journal bearing) is ultra-precisie te realiseren, is een oneindige statische stijfheid mogelijk, en bestaat de mogelijkheid tot een hoge demping voor vibraties ([210], [83]). In [259] wordt beschreven dat er altijd een tijdsvertraging zal optreden voordat de gemeten verplaatsing van de as zal worden gecorrigeerd door een verandering van de druk in de luchtfilm. Er wordt beschreven dat niet direct in de

luchtfilm behoeft te worden gecompenseerd, maar dat indirect kan worden gecompenseerd door het lagerhuis te verplaatsen. Dit resulteert in een korte tijdsvertraging.



Figuur 3.15
uitwendig van druk voorzien lager met uitwendige regeling voor
belastingcompensatie

Een uitzonderlijke manier om de stijfheid te verhogen wordt beschreven in [146]. Bij dit type lager wordt voor een asverplaatsing (door belastingvariatie) gecompenseerd door actieve restrictors die de uitstroomweerstand variëren (exhaust-control restrictor). Een deel van de uitstroom van de lucht vindt namelijk plaats richting de uiteinden van het lager, een ander deel via regelbare uitstroomopeningen in het midden van een lagerhelft (figuur 3.16). Door het dempingseffect van de uitstroomrestrictor treedt er geen pneumatische instabiliteit op. Bij een gerealiseerd ontwerp bedroeg de insteltijd ongeveer 0.1 seconde.



Figuur 3.16
uitwendig van druk voorzien lager met uitwendig geregelde
belastingcompensatie

4 Keuze voor een type lager

Naar aanleiding van de in 1.2 gestelde eisen en de kenmerken van de verschillende typen (gepresenteerd in hoofdstuk 2 en 3) is gekozen voor toepassing van het lager met inwendig tapse vlakken (3.2.5) in de radiale lagering van de hoofdspindel. In dit hoofdstuk zal deze keuze besproken worden.

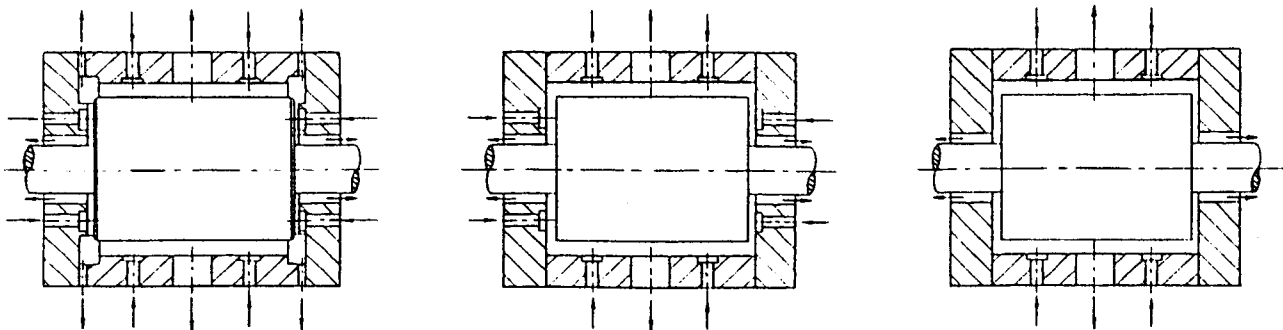
4.1 Motivatie van de keuze

Uit hoofdstuk 2 en 3 volgt dat bij zelfwerkende lagers de drukopbouw in de luchtfilm alleen plaatsvindt door de rotatie van de as. Zodoende worden ook het draagvermogen en de stijfheid bepaald door de rotatiesnelheid. Dit betekent dat bij toepassing in een bewerkingsmachine de stijfheid van het hoofdspindellager zou variëren bij een (toevallige) variatie in het toerental tijdens bewerking; dit kan leiden tot onnauwkeurige produkten.

Tevens werken zelfwerkende radiale lagers pas vanaf een relatief hoog (ongeveer 10000 omw/min) toerental. Het zelfwerkende lager blijkt derhalve vooral geschikt bij gebruik in hoogtoerige, laagbelaste situaties. Het is dus onverstandig om voor de gewenste toepassing een zelfwerkend radiaal lager in beschouwing te nemen. Het is wel belangrijk om het effect van het toerental op de variatie in lagereigenschappen in beschouwing te nemen.

Om een hoge stijfheid tijdens bedrijf (toerental tot 4000 omw/min) te verkrijgen zal derhalve een uitwendig van druk voorzien cilindrisch luchtlager toegepast moeten worden. Zoals uit hoofdstuk 3 blijkt beschikken deze luchtlagers over een hoog draagvermogen en een hoge stijfheid. Ook treedt warreling minder snel op (omdat ze van druk worden voorzien, 2.2.3). Aangezien het te realiseren lager goed moet kunnen worden geanalyseerd om tot een juist ontwerp te komen, zijn veel uitvoeringsvormen minder geschikt (typen als beschreven in 3.2.2, 3.2.4, en 3.2.6). Het lager met inwendig tapse vlakken (3.2.5) kenmerkt zich door de eenvoudige vorm, hetgeen betekent dat er bij een ontwerp slechts met enkele afmetingen rekening gehouden zal moeten worden. Ook beschikt dit type over een relatief hoge kantelstijfheid. Verdere eigenschappen van dit type worden besproken in 4.2.

Omdat het ontwerp zich vooral richt op de radiale belasting van het lager, is er niet voor gekozen om lagers geschikt voor radiale en axiale belasting in beschouwing te nemen (figuur 4.1). Bij deze lagers staan de luchtwegen van het gedeelte voor radiale en axiale lagering met elkaar in contact. Het loskoppelen van het radiale en het axiale gedrag in de analyse en het optimaliseren van alleen het radiale belastingsgedrag kent daardoor moeilijkheden. Tevens zijn de effecten van thermische uitzetting moeilijker te beoordelen bij dit soort lagers, vanwege gecombineerde veranderingen in de geometrie van de filmspleet.



Figuur 4.1
 uitwendig van druk voorziene lagers voor
 radiale en axiale belasting

4.2 Toepassing van het lager met inwendig tapse vlakken

Over de praktische toepasbaarheid van het lager voorzien van inwendig tapse vlakken (3.2.5) kan het volgende gezegd worden, gelet op de eigenschappen:

- draagvermogen en stijfheid.

Zoals in [246] aangegeven wordt kunnen bij een vlak lager met één enkele instroomopening het draagvermogen en de stijfheid groter zijn als er sprake is van een niet-evenwijdige filmspleet (taps/conisch verlopend) in plaats van een evenwijdige filmspleet (bij dezelfde kleinste afstand tussen lager en ondergrond).

Bij het cilindrische lager met inwendig tapse vlakken zorgen deze op een analoge wijze voor een geleidelijke afname van de filmspleet richting de uiteinden van het lager; de druk in de film zal pas richting de uiteinden flink dalen (zie ook figuur 5.4). Het lager heeft dus een hoge druk over een groot oppervlak tot zijn beschikking. Het draagvermogen en de stijfheid zullen in dat opzicht dan ook behoorlijk zijn.

Het draagvermogen en de stijfheid hangen sterk af van de tapsheid (figuur 5.1): een vergroting van de tapsheid leidt tot een grotere wig in axiale richting waardoor deze toenemen. Een te grote tapsheid zal echter leiden tot een te grote nominale filmspleet, waardoor deze afnemen.

Het draagvermogen zal lineair afhangen van de excentrische ligging van de as in het lagerhuis tot niet te grote relatieve waarden ($\epsilon \leq 0.5$) ([174]). De stijfheid is dan onafhankelijk van de excentriciteit (2.2.2). Als de excentrische ligging van de as toeneemt zal boven een relatieve excentriciteit $\epsilon = 0.5$ het draagvermogen meer dan lineair toenemen door de niet-lineaire toename van de filmdruk; de stijfheid neemt dan ook relatief meer toe. Een lager met $\epsilon \geq 0.5$ is echter niet gebruikelijk, omdat dan de minimale spleetwijdte te klein wordt ten opzichte van de nominale.

- instabiliteit door warreling.

Zoals eerder in 2.2.3 is vermeld zal de as niet snel geneigd zijn te warrelen, omdat het lager uitwendig van druk wordt voorzien. Van dit type lager zijn evenwel geen

stabiliteitsanalyses bekend in de literatuur, zodat er nog geen zekerheid bestaat over de stabiliteitsgrenzen. In [174] wordt vermeld dat een liggingshoek van 70° kritisch zou worden. Het blijkt dat de liggingshoek pas groot gaat worden als aërodynamische effecten een rol gaan spelen, hetgeen het geval is bij grote rotatiesnelheden. Aangezien het lager zal worden toegepast bij 4000 omw/min zal warrelen van de as niet optreden.

- scheefligging.

Doordat het lager over een hoge druk over een groot oppervlak beschikt (figuur 5.4), zal er sprake zijn van een behoorlijke kantelstijfheid (6.3 en 8.2). Een niet te ernstige scheefligging zal dan ook opgevangen kunnen worden. Het kan de moeite lonen de in hoofdstuk 5 gepresenteerde analyse uit te breiden met de modellering in geval van scheefligging; er zullen dan vergelijkingen opgesteld moeten worden voor de veranderde geometrie van de filmspleet.

- rondstroming.

Rondstroming kan bij dit type lager in principe vrijelijk plaatsvinden, aangezien er geen belemmeringen in de vorm van bijvoorbeeld groeven (3.2.3) aanwezig zijn. De toevoerdruk is bij toepassing van dit type lager in een hoofdspindel van een precisie-draaibank ongeveer 5 bar, om zo voldoende druk in de film en dus draagvermogen en stijfheid te verkrijgen. Dit betekent dus ook dat het verschil tussen de druk in het lager en die van de omgeving (1 bar) vrij groot is. De lucht zal dus een grote neiging hebben vrijwel direct naar buiten te treden. Rondstroming zal niet snel optreden.

- fabricage-onnauwkeurigheid.

Gezien de eenvoudige geometrie van dit type lager zal de vervaardiging vrij nauwkeurig kunnen geschieden. Om de invloeden van afwijkingen analytisch te kunnen aanduiden kan de in hoofdstuk 5 gepresenteerde analyse verder uitgebreid worden met modelleringen hiervoor. Afwijkingen in de dimensies zijn daarbij eenvoudig te modelleren (de figuren in bijlage F geven reeds een indicatie voor effecten bij wijziging van afmetingen ten opzichte van de ontworpen maten), terwijl voor vormonnauwkeurigheid en ruwheid uitgebreidere modelleringen nodig zijn.

- pneumatische instabiliteit.

Pneumatische instabiliteit (2.2.7) kan gaan optreden als het gasvolume tussen de tapse vlakken te groot wordt, of als de toevoerdruk te hoog wordt. Bij een getest lager van dit type bleek pneumatische instabiliteit op te treden bij een toevoerdruk van 6 bar (de geometrie van dit lager staat vermeld onder 7.1). Dit geeft een praktische indicatie voor de maximaal toelaatbare toevoerdruk.

- thermische effecten.

De effecten van ongecontroleerde uitzetting (waardoor de filmspleet kan wijzigen, en dus eigenschappen van het lager kunnen wijzigen) kunnen bij dit type lager worden verminderd door voor de as en het huis materialen toe te passen met een gelijke uitzettingscoëfficiënt. Natuurlijk kan ook de ontwikkelde warmte worden afgevoerd door het lager te koelen. Dan hoeft er ook minder rekening gehouden te worden met het feit dat de hoofdspindel als warmte-bron voor het overige deel van de machine kan functioneren.

- fabriceerbaarheid en bedrijfszekerheid.

Het lager is eenvoudig van opbouw en zal dus niet moeilijk te vervaardigen zijn bij reële maten en nauwkeurigheden. Omdat het ontworpen lager in eigen beheer kan worden gerealiseerd, vormt dit een gunstig aspect.

Bij dit type lager blijft (bij normale belasting en voldoende toevoerdruk) de as continu gescheiden van het lagerhuis. Kleine stofdeeltjes zullen de werking van dit type lager nauwelijks kunnen hinderen. Aangezien dit lager tevens een starre configuratie heeft beschikt dit lager over een hoge bedrijfszekerheid.

Over dit type lager is weinig geschreven in de literatuur (zie bijlage A), terwijl het toch in de praktijk wordt toegepast. Dit onderzoek kan voor een aanvulling zorgen.

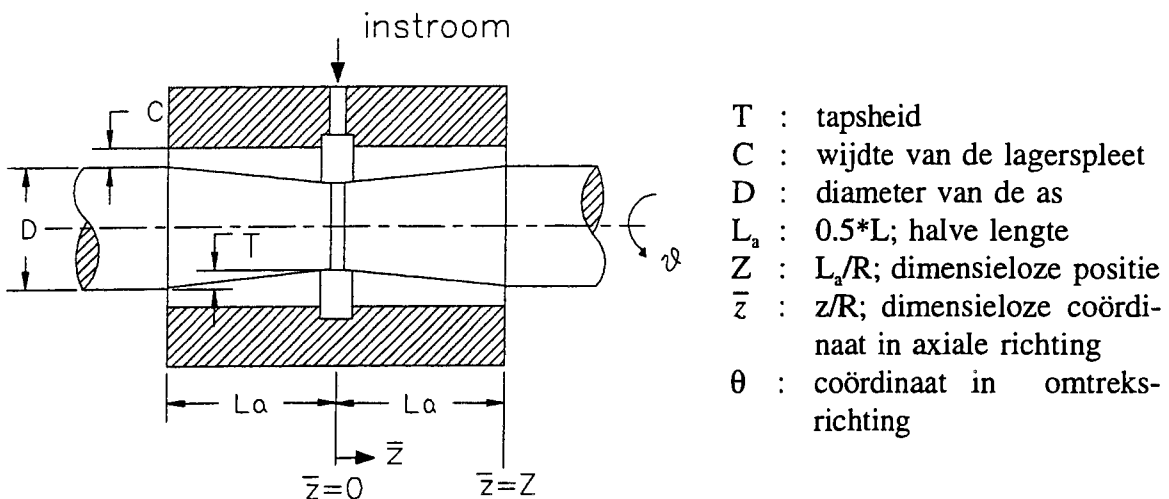
In hoofdstuk 5 en 6 volgen analyses van dit type lager. Het uiteindelijke ontwerp komt in hoofdstuk 8 aan de orde.

5 Modelleren en oplossen van het lager met inwendig tapse vlakken

5.1 Probleem formulering

Voor het in 3.2.5 en 4.2 gepresenteerde lager met inwendig tapse vlakken wordt in dit hoofdstuk een modellering voor de drukverdeling in de luchtfilm gegeven. Het model is verwerkt tot een programma (zie bijlage E), waarmee eigenschappen van dit type lager berekend kunnen worden. De analyse voor de berekening van deze eigenschappen volgt in hoofdstuk 6.

5.1.1 Geometrie beschrijving



Figuur 5.1
beschrijving van de geometrie van het lager met inwendig tapse vlakken

Er is sprake van een uitwendig van druk voorzien lager met inwendig tapse vlakken (figuur 5.1). De voor dit lager benodigde lucht onder druk wordt vanuit het midden van het lagerhuis via een groef toegevoerd. De tapse afschuiningen zorgen voor een aflopende filmspleet naar beide uiteinden van het lager, zodat er ook sprake is van een drukverandering in axiale richting (dimensieloze coördinaat \bar{z}). Bij een excentrische ligging (e, figuur 6.1) van de as is er tevens sprake van een drukvariatie in omlopende richting (dimensieloze coördinaat θ).

5.1.2 Aannamen

Bij de beschrijving van de luchtstroming in het lager (5.1.3) wordt van het volgende uitgegaan:

(1) De stroming van de lucht in de lagerspleet is viskeus laminair bij isotherme condities.

- (2) De viscositeit van de lucht is constant.
- (3) De invloed van slip aan de lagerwanden wordt verwaarloosd.
- (4) De hartlijnen van de as en het lagerhuis blijven evenwijdig tijdens bedrijf; kanteling wordt verwaarloosd.
- (5) Het lager ondervindt een statische belasting bij een kleine relatieve excentriciteit ($\epsilon \leq 0.5$, $\epsilon = e/C$ figuur 5.1 en 6.1).

5.1.3 Analyse van de drukverdeling

Via de verschillende vergelijkingen die van toepassing zijn bij analyse van stromingsproblemen kan gekomen worden tot een algemeen gebruikte Reynolds' vergelijking voor compressibele media. Voor een uitvoerige afleiding van de Reynolds' vergelijking voor gassen wordt verwezen naar Muijderman ([159]).

De Reynolds' vergelijking die betrekking heeft op een viskeuze compressibele luchtstroom in het lager, waarbij het effect van de rotatiesnelheid van de as wordt meegenomen in de snelheidsterm U , luidt in cartesische coördinaten:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\delta p}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\delta p}{\delta z} \right) = 6U \frac{\delta}{\delta x} (\rho h) + 12 \frac{\delta}{\delta t} (\rho h) \quad (5.1)$$

Hierbij stellen de eerste twee termen de drukopbouw in twee richtingen voor, is de derde term een beschrijving voor het wig-effect bij een excentrische ligging van de as (filmdikte h varieert dan met x), en beschrijft de laatste term (een transiënte term) het buffereffect (de filmdikte h in variatie met de tijd). De dimensieloze vorm van formule (5.1) wordt met de aannamen onder 5.1.2 in cilindrische coördinaten:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) = 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P\bar{h}) \quad (5.2)$$

hierbij is

$$\rho = \frac{p}{R_g T_a}, \quad U = R\omega, \quad P = \frac{p}{p_a}, \quad \bar{h} = \frac{h}{C}, \quad x = R\theta \quad (5.3)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{R}, \quad \Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{C} \right)^2$$

Tezamen met randvoorwaarden (bijlage B, vergelijking (B.16)) kan via vergelijking (5.2) de (dimensieloze) drukverdeling in de luchtfilm bepaald worden, waarmee eigenschappen van het lager berekend kunnen worden. Bij de stromingsanalyse in luchtlagers wordt in de literatuur vaak de invloed van de rotatiesnelheid niet meegenomen; het rechterlid in vergelijking (5.2) is dan gelijk aan nul ($\Lambda = 0$). In 4.1 is aangegeven dat het voor deze toepassing echter nuttig is als de rotatiesnelheid in beschouwing wordt genomen.

5.2 Oplossen van het probleem

Bij de uitwerking van de (dimensieloze) Reynolds' vergelijking (vergelijking 5.2) zal ook steeds gebruik worden gemaakt van dimensieloze grootheden. Dit zorgt ervoor dat minder

parametervariaties nodig zijn, waardoor de oplossing zeer algemeen wordt beschreven. Ook worden minder snel fouten gemaakt, doordat bij de analyse niet gelet hoeft te worden op de dimensies van de variabelen en het coördinatenstelsel. Voor het gemak bij het ontwerpen levert de programmatuur (bijlage E) wel direct dimensievolle waarden voor draagvermogen, stijfheid, kantelstijfheid en warmte-ontwikkeling. Complete uitwerkingen staan vermeld in de bijlagen B, C en D.

5.2.1 Wiskundige beschrijving voor de filmspleet

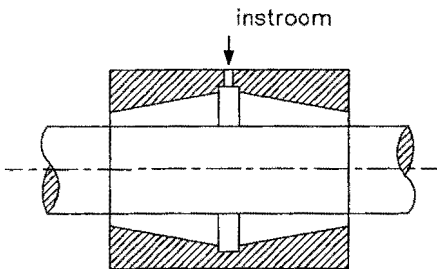
De filmspleet verandert in geval van een configuratie met inwendig tapse vlakken in zowel omlopende (θ) als axiale (\bar{z}) richting (figuur 5.1). Bij een bekende excentriciteitsverhouding $\varepsilon (= e/C)$ wordt de vergelijking voor de dimensieloze filmspleet gegeven door (figuur 5.1 en 6.1):

$$\bar{h} = 1 + \mathcal{T} \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) + \varepsilon \cos \theta \quad (5.4)$$

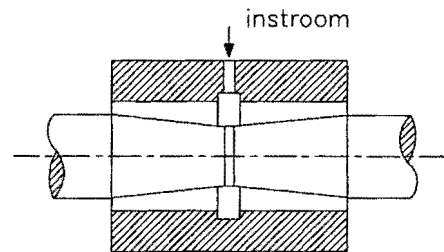
hierbij is

$$\mathcal{T} = \frac{T}{C} \quad , \quad Z = \frac{L_a}{R} \quad (5.5)$$

De dimensieloze axiale coördinaat (\bar{z}) varieert hierbij tussen 0 en Z. Dit wordt gedaan om het model te vereenvoudigen; het lager bestaat namelijk uit twee gelijke helften vanuit de instroom gezien. In principe maakt het voor de werking van het lager en voor de wiskundige beschrijving ervan niet uit of de tapse afschuiningen zich in het lagerhuis of in de as bevinden (figuren 5.2 en 5.3).



Figuur 5.2
configuratie met tapse vlakken
in het lagerhuis



Figuur 5.3
configuratie met tapse vlakken
in de as

5.2.2 Oplossing met perturbatie-methode

Aangezien vergelijking (5.2) een niet-lineaire differentiaalvergelijking is, is er moeilijk een analytische oplossing te verkrijgen. Derhalve wordt er gebruik gemaakt van een eerste-orde perturbatie methode die in soortgelijke analyses tot goede resultaten leidt ([174]). Op uitgebreidere analysemethoden wordt ingegaan onder hoofdstuk 5.3.

Bij deze methode wordt aangenomen dat de (dimensieloze) drukverdeling P beschreven kan worden als een machtsreeks van de (dimensieloze) excentriciteit ε :

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) + \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i P_i(\theta, \bar{z}) \quad (5.6)$$

Voor relatief kleine excentriciteiten ($\varepsilon \leq 0.5$) is het geoorloofd om de drukverdeling te beschouwen als een eerste-orde perturbatie in ε :

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) + \varepsilon P_1(\theta, \bar{z}) \quad (5.7)$$

In vergelijking (5.7) stelt P_0 de in axiale richting variërende concentrische referentiedruk voor, terwijl P_1 de geperturbeerde druk voorstelt.

Met de beschrijving voor de filmspleetgeometrie volgens (5.4) en de beschrijving van de drukverdeling volgens (5.7) kan de dimensieloze Reynolds' vergelijking (5.2) opgelost worden. In bijlage B staat daartoe de nulde orde oplossing uitgewerkt, met als resultaat ([174]):

$$P_0^2(\bar{z}) = P_s^2 - \frac{(P_s^2 - 1)}{1 - 1/(1 + B_2 Z)^2} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_2 \bar{z})^2} \right] \quad (5.8)$$

waarbij voor B_2 geldt:

$$B_2 = - \frac{RT}{(C + T)La} \quad (5.9)$$

De geperturbeerde druk kan gevonden worden via de eerste-orde vergelijking die wordt afgeleid in bijlage C. Deze vergelijking luidt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) - \frac{3T}{Z(1 + T_B)} \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{P_0(1 + T_B)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) \\ = - \frac{1.5T \cos \theta}{Z(1 + T_B)^2} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{(1 + T_B)^3} P_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (5.10)$$

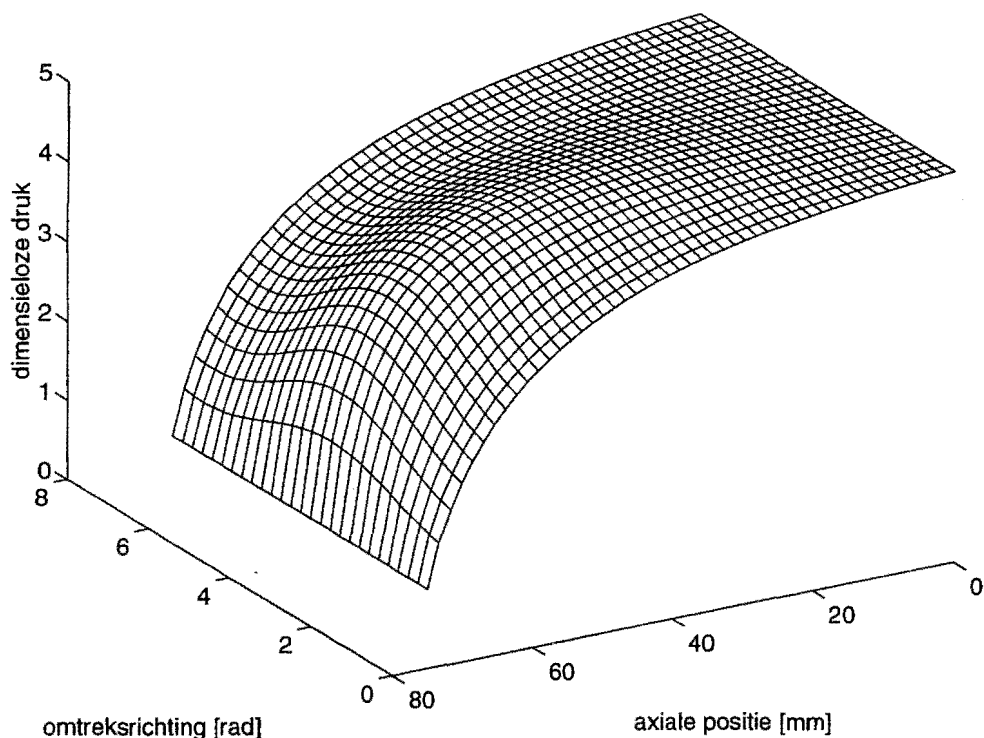
De eerste-orde geperturbeerde oplossing wordt verkregen uit vergelijking (5.10) met een eindige differentie methode. Hierbij wordt een knooppuntsverdeling gemaakt voor het oppervlak van de luchtfilm. Elk knooppunt wordt opgenomen in vergelijkingen waarin de waarde voor $P_0 P_1$ in een knooppunt gerelateerd wordt aan de waarden hiervoor in omgevende knooppunten. Vergelijking (5.10) gaat daarbij over in de volgende vorm:

$$C_1 \alpha_{m-1,n} + C_2 \alpha_{m,n} + C_3 \alpha_{m+1,n} + C_4 \alpha_{m,n-1} + C_5 \alpha_{m,n+1} = -A_3 \quad (5.11)$$

waarbij de indices m en n de positie aanduiden (figuur D.1, bijlage D). In vergelijking (5.11) is $\alpha = P_0 P_1$, en zijn C_1 t/m C_5 (van de positie afhankelijke) factoren. Tezamen met randvoorwaarden ontstaat een lineair stelsel vergelijkingen waarmee waarden voor α bepaald kunnen worden. Met behulp van voor het pakket MATLAB geschreven programma's (zie bijlage E) kan α voor elke positie berekend worden. Voor de uiteindelijke (dimensieloze) druk volgt dan met gebruikmaking van vergelijking (5.7):

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) + \frac{\varepsilon \alpha(\theta, \bar{z})}{P_0(\bar{z})} \quad (5.12)$$

In vergelijking (5.12) geldt voor P_0 de uitdrukking volgens vergelijking (5.8). Figuur 5.4 geeft een op deze manier verkregen drukverdeling weer voor een half lager (het lager is symmetrisch). Deze figuur behoort bij een toevoerdruk van 5 bar, een rotatiesnelheid van 3000 omw/min, en een excentriciteit van 3 μm voor het ontworpen cilindrische lager (8.2).



Figuur 5.4
drukverdeling in de luchtfilm bij een half lager

5.3 Andere analyse-methoden

Bij het lager met inwendig tapse vlakken is gebruik gemaakt van een eerste-orde perturbatie van de drukverdeling, waarna met een eindige differentie-methode het verloop van de druk in radiale en axiale richting berekend kon worden (5.2.2).

Een andere methode om vergelijking (5.2) te vereenvoudigen is de Ph-linearisatie. Bij deze methode worden de variabelen P en h samengevoegd tot één variabele, welke vervolgens wordt gelineariseerd ([30]). Alle niet-lineaire termen worden vervolgens verwaarloosd en variaties in factoren worden uitgemiddeld door uit te gaan van een gemiddelde filmspleet (C , gemiddelde spleetwijdte) in plaats van de werkelijke (h , lokale filmdikte). De Ph-linearisatie is een eenvoudige maar betrekkelijk onnauwkeurige manier om de Reynolds' vergelijking te vereenvoudigen en op te lossen.

Ook kan Ph-perturbatie toegepast worden ([30]). Hierbij worden de variabele Ph en h als volgt geperturbeerd:

$$Ph = Ph_0 + vPh \quad (5.18)$$

$$h = h_0 + vh \quad v: \text{perturbatie parameter}$$

Deze aanpak lijkt op de toegepaste eerste-orde perturbatie methode voor de drukverdeling, alleen wordt hier ook de filmdikte geperturbeerd en wordt de druk indirect geperturbeerd door de factor Ph .

De Reynolds' vergelijking kan direct numeriek worden opgelost door uit te gaan van een verdeling van het oppervlak van de luchtfilm in elementen. Bij de eindige elementen methode (FEM, finite element method) wordt het oppervlak in een raamwerk verdeeld, waarbij tussen de zo verkregen elementen aansluitcondities worden vastgesteld. Voor de beschrijving voor drukverdeling en massastroom in elk element wordt daarbij uitgegaan van een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid. Na het opstellen van randvoorwaarden kunnen de drukverdeling en de massastroom in de film bepaald worden. Dit resulteert in een zeer nauwkeurige benadering van de werkelijkheid.

Een eindige elementen benadering is voor vlakke lagers toegepast door Wang ([246]). Het eindige elementen programma vergt veel rekentijd en heeft veel ruimte op de harddisk en in het computergeheugen nodig ([218]). Toepassing van dit programma voor de berekening van cilindrische lagers zou een complete aanpassing vergen doordat er dan sprake is van een andere geometrie zodat er ook een raamwerk (grid) in cilindervorm in plaats van een vlak raamwerk nodig is. Een benadering van een cilindrisch lager door de cilinder als het ware open te buigen en als een vlak te beschouwen is niet geoorloofd, omdat dan de aansluitcondities niet meer overeenkomen.

Indien in plaats van instroom van lucht onder druk via een groef gekozen zou worden voor instroom via discrete instroomopeningen met stromingsweerstand, dan zal op een eindige elementen methode moeten worden overgeschakeld voor de analyse. Bij een discrete instroomopening met stromingsweerstand vind namelijk een (in eerste instantie) onbekende drukval over de opening plaats. Er kan dus geen randvoorwaarde betreffende de druk direct na de instroomopening opgesteld worden, zoals gedaan is onder vergelijking (B.16). Door het koppelen van alle vergelijkingen voor drukverdeling en massastroom in een eindige elementen analyse kunnen bij een bepaalde toevoerdruk de druk direct na een instroomopening en de druk op andere posities bepaald worden. Een eindige elementen benadering zal ook gauw toegepast moeten worden bij andere geometrieën waarvoor te weinig randvoorwaarden opgesteld kunnen worden.

5.4 Analyse voor gewoon zelfwerkend lager

Bij analyses van dit type lager in de literatuur is ter vereenvoudiging vaak uitgegaan van een oneindig lange lagerwand (3.1.1). Er zijn ook voorbeelden bekend waarbij analytisch gekeken wordt naar de modellering volgens een eindige lagerwand. Het gewone zelfwerkende lager (met eindige lagerwand) kan op eenzelfde wijze geanalyseerd worden als het lager met inwendig taps vlakken.

In de formules in bijlagen B en C moet dan allereerst worden uitgegaan van een inwendige tapsheid in het lagerhuis van 0 ($T = 0$, dus ook $T_B = 0$ vergelijking (B.5)). Hierdoor veranderen de vergelijkingen (B.12) en (C.20) in vergelijkingen die van toepassing zijn voor gewone zelfwerkende lagers. Bij dit lager kan beter meteen de analyse betrokken worden op de hele lengte van het lager. De waarde van positie Z zoals eerder gedefinieerd in vergelijking (5.5), wordt dan:

$$Z = \frac{L}{R}$$

In (B.16) moeten vervolgens de randvoorwaarden worden gewijzigd in:

$$\bar{z} = 0 : P_0 = 1 \quad \left(= \frac{P_a}{P_a} \right)$$

$$\bar{z} = Z : P_0 = 1 \quad \left(= \frac{P_a}{P_a} \right)$$

De rest van de analyse kan plaatsvinden analoog aan de methode die gebruikt is voor het lager met inwendig tapse vlakken. Voor dit onderzoek is deze analyse niet van belang.

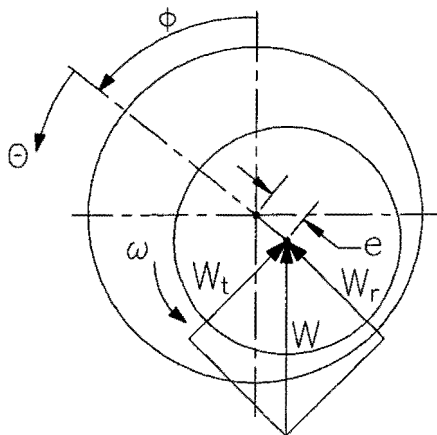
6 Analyse van eigenschappen van het lager met inwendig tapse vlakken

In hoofdstuk 5 is de drukverdeling in de luchtfilm van het lager gemodelleerd. In dit hoofdstuk worden, uitgaande van deze drukverdeling, analyses gegeven voor draagvermogen, (radiale) stijfheid, kantelstijfheid en liggingshoek. Ook wordt de warmte-ontwikkeling beschouwd. De diverse analyses zijn verwerkt tot programmatuur in MATLAB (bijlage E).

6.1 Draagvermogen

Het draagvermogen (\vec{W}) kan berekend worden door de verkregen drukverdeling (p) te integreren over het lageroppervlak (A). Ofwel:

$$\vec{W} = \int_A p \vec{e} dA \quad \vec{e} : \begin{array}{l} \text{eenheidsvector } \perp A \\ \text{naar de hartlijn van het lagerhuis gericht} \end{array} \quad (6.1)$$



- W : totale draagvermogen
- W_r : radiale deel van het draagvermogen
- W_t : tangentiale deel van het draagvermogen
- ω : toerental
- e : excentriciteit
- ϕ : liggingshoek
- θ : coördinaat in omtreksrichting

Figuur 6.1
krachtenspel in het lager

Bij het cilindrische lager worden afzonderlijk de radiale en tangentiale component van het draagvermogen berekend, waaruit het totale draagvermogen volgt (figuur 6.1). De radiale en tangentiale componenten zijn:

$$W_r = - \int_0^L \int_0^{2\pi} p(\theta, z) R \cos(\theta) d\theta dz \quad (6.2)$$

$$W_t = \int_0^L \int_0^{2\pi} p(\theta, z) R \sin(\theta) d\theta dz \quad (6.3)$$

Bij de berekening in MATLAB worden afzonderlijk de dimensieloze radiale en tangentiale component van het draagvermogen berekend, waaruit het totale dimensieloze draagvermogen volgt (5.2). Dit wordt omgerekend naar een dimensioneel draagvermogen. Het draagvermogen wordt dimensieloos geschreven met de omgevingsdruk (p_a), de totale (effectieve) lengte (L), de diameter van de as (D), en de relatieve excentriciteit (ϵ) als:

$$\bar{W} = \frac{W}{p_a L D \varepsilon} \quad (6.4)$$

De radiale component van het dimensieloze draagvermogen wordt verkregen door integratie van de dimensieloze drukverdeling (P , te verkrijgen uit vergelijking (5.12)) over het in radiale (θ) en axiale richting (\bar{z}) uitstreckende dimensieloze oppervlak:

$$\bar{W}_r = -2 \frac{R}{L_a \varepsilon} \int_0^z \int_0^{2\pi} P \cos(\theta) d\theta d\bar{z} \quad (6.5)$$

De tangentiale component van het dimensieloze draagvermogen wordt verkregen met:

$$\bar{W}_t = 2 \frac{R}{L_a \varepsilon} \int_0^z \int_0^{2\pi} P \sin(\theta) d\theta d\bar{z} \quad (6.6)$$

Voor de integratie bij vergelijking (6.5) en (6.6) wordt in MATLAB gebruik gemaakt van de regel van Simpson (bijlage E). Het totale (dimensieloze) draagvermogen over de gehele lengte van het lager wordt:

$$\bar{W} = (\bar{W}_r^2 + \bar{W}_t^2)^{1/2} \quad (6.7)$$

Het dimensievolle draagvermogen wordt in MATLAB berekend door de waarde van het verkregen dimensieloze draagvermogen te substitueren in vergelijking (6.4).

6.2 Stijfheid

De stijfheid (S) is bij cilindrische lagers gedefinieerd als de variatie in de belasting (dW) ten opzichte van de resulterende variatie in excentrische ligging van de as (de) (zie ook 2.2.2):

$$S = \frac{dW}{de} \quad (6.8)$$

Bij een toename van de excentriciteit (dus afname van de kleinste filmdikte) zal ook het draagvermogen toenemen: de stijfheid is positief. Een soortgelijke definitie geldt voor de stijfheid van vlakke luchtlagers ($S = -dW/dh$), waarbij het draagvermogen toeneemt met afnemende filmdikte: de stijfheid is positief.

Aangezien het draagvermogen lineair varieert met e , want de druk is in de toegepaste analyse benaderd als lineair met e (vergelijking (5.7)), zal de stijfheid in het model constant zijn bij variatie van e . Uit figuur F.1 (bijlage F) blijkt dit ook duidelijk: de afgeleide van de curve W versus e is constant. In MATLAB wordt derhalve de waarde van de stijfheid verkregen door de waarde van het draagvermogen te delen door de bijbehorende waarde van de excentriciteit:

$$S = \frac{W}{e} \quad (6.9)$$

6.3 Kantelstijfheid

Als de as in het lager kantelt over een hoek β zal het totale resulterende weerstandsmoment van de filmkrachten gelijk zijn aan twee keer het resulterende moment van het halve lager. Het totale weerstandsmoment tegen kanteling is gelijk aan de integratie van de toename van de totale draagkracht op positie z met bijbehorende arm:

$$M = 2 \int_0^{L_a} w(z, \beta) z dz \quad (6.10)$$

De toename van de totale lokale draagkracht $w(z, \beta)$ wordt benaderd door het produkt van totale lokale stijfheid $S(z)$ en radiale verplaatsing. Deze radiale verplaatsing is de verplaatsing ten gevolge van de kanteling, en kan dus geschreven worden als het produkt van hoekverdraaiing en arm ($\beta \cdot z$). Zodoende gaat (6.10) over in:

$$M = 2 \int_0^{L_a} \beta z^2 S(z) dz \quad (6.11)$$

Hierbij kan de totale lokale stijfheid $S(z)$ verkregen worden door de totale lokale draagkracht $w(z)$ te bepalen bij de excentriciteit. Aangenomen wordt hierbij dat de totale lokale stijfheid niet verandert door de kanteling:

$$S(z) = \frac{w(z)}{e} \quad (6.12)$$

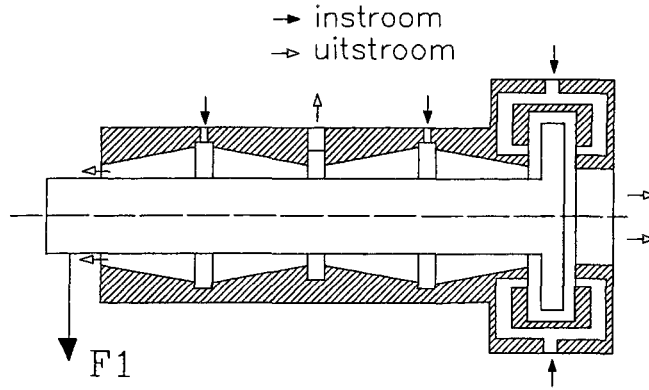
Met de programmatuur onder MATLAB wordt het dimensieloze moment bepaald volgens:

$$\bar{M} = 2 \int_0^z \beta \bar{z}^2 \frac{\bar{w}(\bar{z})}{\epsilon} d\bar{z} \quad (6.13)$$

Zie bijlage E voor de berekening van het lokale dimensieloze draagvermogen $\bar{w}(\bar{z})$ (subroutine LAGEREIG.M). Het dimensievolle weerstandsmoment volgt uit het dimensieloze moment van vergelijking (6.13) met de grootheden omgevingsdruk (p_a), straal van de as (R), totale (effectieve) lengte (L), relatieve excentriciteit (ϵ), en wijde van de lagerspleet (C):

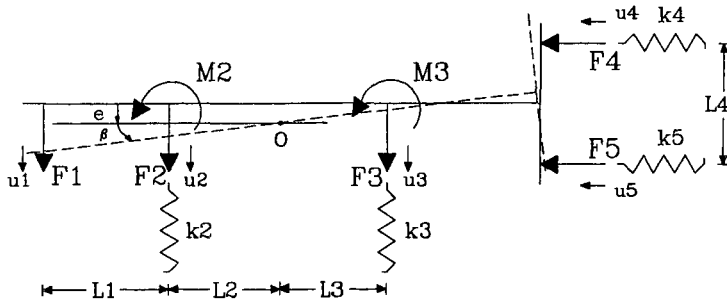
$$M = \frac{2 p_a R^3 L \epsilon}{C} \bar{M} \quad (6.14)$$

Het weerstandsmoment van een enkel radiaal lager draagt bij aan de radiale stijfheid aan het uiteinde van de as bij een hoofdspindel; een hoofdspindellagering is vaak samengesteld uit twee enkele radiale lagers en een axiaal lager (bestaande uit twee vlakke lagers). Een uitvoeringsvorm is weergegeven in figuur 6.2. Op deze uitvoeringsvorm zal het ontwerp (hoofdstuk 8) zich richten.



Figuur 6.2
belasting aan de kop van de as

Met behulp van het verkregen weerstandsmoment tegen kanteling kan de stijfheid op een plaats aan de kop van de as (figuur 6.2) berekend worden. Aan de hand van figuur 6.3 worden de van toepassing zijnde evenwichtsvergelijkingen opgesteld:



- F_1 : (bewerkings)kracht aan het uiteinde van de as
- F_2 & F_3 : reactiekrachten van de radiale lagering
- F_4 & F_5 : reactiekrachten van de axiale lagering
- M_2 & M_3 : weerstandsmomenten tegen kanteling
- u_1, u_2, u_3, u_4 & u_5 : verplaatsingen
- k_2 & k_3 : radiale stijfheid
- k_4 & k_5 : stijfheidsbijdragen axiale lagering
- (K_2 & K_3 : kantelstijfheden radiale lagering)

Figuur 6.3
schematische weergave krachten spel

Verticaal krachtenevenwicht:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad (6.15)$$

Momentenevenwicht rond O:

$$M_2 + M_3 + F_1(L_1 + L_2) + F_2 L_2 - F_3 L_3 + F_4 \frac{L_4}{2} - F_5 \frac{L_4}{2} = 0 \quad (6.16)$$

Indien er geen axiale lagering aanwezig is, is $F_4 = 0$ en $F_5 = 0$. De relaties tussen de krachten F , de verplaatsingen u , de excentrische ligging e en de hoekverdraaiing β luiden:

$$\begin{aligned}
F_2 &= -k_2 u_2 & : \text{reactiekracht} \\
F_3 &= -k_3 u_3 & : \text{reactiekracht} \\
F_4 &= -k_4 u_4 & : \text{reactiekracht} \\
F_5 &= -k_5 u_5 & : \text{reactiekracht} \\
M_2 &= -K_2 \beta & : \text{weerstandsmoment tegen kanteling} \\
M_3 &= -K_3 \beta & : \text{weerstandsmoment tegen kanteling} \\
u_1 &= e + \beta (L_1 + L_2) \\
u_2 &= e + \beta L_2 \\
u_3 &= e - \beta L_3 \\
u_4 &= \beta \frac{L_4}{2} \\
u_5 &= -\beta \frac{L_4}{2}
\end{aligned} \tag{6.17}$$

Met de vergelijkingen (6.15), (6.16), en (6.17) kan de bij F_1 behorende verplaatsing bepaald worden. De stijfheid op een plaats aan de kop van de as is constant (gezien het lineaire model):

$$k_1 = \frac{F_1}{u_1} \tag{6.18}$$

De vergelijkingen onder (6.17) kunnen vereenvoudigd worden als de radiale lagers identiek zijn, en de axiale evenzo. Gesteld kan dan worden: $k_2 = k_3$ en $k_4 = k_5$. In hoofdstuk 7 en 8 wordt het stelsel vergelijkingen (6.15), (6.16), en (6.17) uitgewerkt voor het berekenen van waarden.

6.4 Liggingshoek

De liggingshoek ϕ (figuur 6.1) kan, na berekening van \overline{W}_r en \overline{W}_t (6.1), bepaald worden met:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\overline{W}_t}{\overline{W}_r}\right) \tag{6.19}$$

Volgens Pande ([174]) wordt een liggingshoek van $\phi = 70^\circ$ kritiek voor de dynamische stabiliteit.

6.5 Warmte-ontwikkeling

Onder andere door Blondeel ([24]) en Bennet ([19]) wordt een algemeen gebruikte methode beschreven om de warmte-ontwikkeling in een luchtfilm te berekenen. Blondeel gaat uit van een bijdrage in de warmte-ontwikkeling door viskeuze wrijving en door afname van de kinetische energie in de lucht. Het wrijvingskoppel M_v voor viskeuze wrijving kan worden beschreven aan de hand van de Petroff-formule, waarin de straal van de as (R), de lengte (L), de hoeksnelheid (ω), de dynamische viscositeit van de lucht (μ),

en de gemiddelde filmdikte (h_0) voorkomen:

$$M_v = \frac{2 \pi R^3 L \omega \eta}{h_0} \quad (6.20)$$

Het weerstandskoppel M_h dat te wijten is aan de verandering van de hoeveelheid beweging van de lucht (ofwel: de kinetische energie van de lucht neemt af), wordt gegeven door:

$$M_h = \frac{Q \omega R^2}{2} \quad (6.21)$$

Q is in formule (6.21) de hoeveelheid lucht (het massadebiet) die door het lager stroomt onder een drukverschil $p_s - p_a$. Dit massadebiet Q wordt beschreven met:

$$Q = \frac{8 \pi R h_0^3 (p_s^2 - p_a^2)}{24 \eta R_g T_g L} \quad (6.22)$$

In (6.22) stelt R_g de gasconstante voor, en T_g de temperatuur van het gas. De totale hoeveelheid ontwikkelde warmte (\dot{E}_{ontw}) volgt dan uit de formules (6.20) en (6.21) via:

$$\dot{E}_{ontw} = (M_v + M_h) \omega \quad (6.23)$$

Blondeel gaat, ondanks een in zijn geval ook taps aflopende filmspleet richting het uiteinde van het lager, uit van een gemiddelde filmdikte (h_0) gelijk aan de breedte van de lagerspleet (C). Nauwkeuriger is het om in de te beschouwen situatie van een lager met tapse vlakken uit te gaan van een gemiddelde filmspleet gelijk aan de som van breedte van de lagerspleet (C) en een halve tapsheid (T) (figuur 5.1):

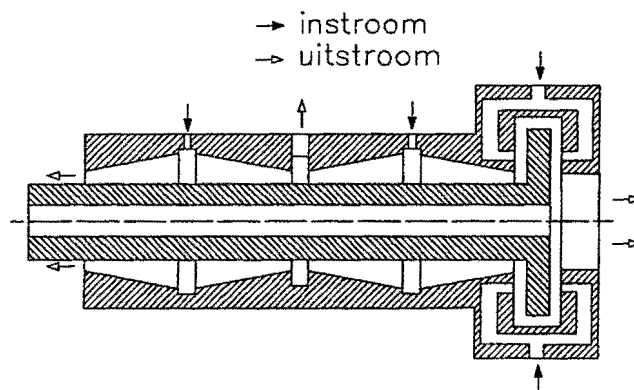
$$h_0 = C + 0.5 T \quad (6.24)$$

De stijging van de temperatuur in de onderdelen van het lager kan nu worden bepaald aan de hand van een warmte-balans. In hoofdstuk 7 zal dit voor een praktische situatie worden gedaan.

7 Verificatie van het model

De met het model verkregen dimensieloze waarden zijn vergeleken met in de literatuur genoemde waarden: het verloop van de dimensieloze grootheden stemde volledig overeen met het verloop in [174], met welk artikel de analyses overeenstemmen. Er wordt vermeld dat gelijksoortige analyses voor andere lagertypen tot goede overeenstemming leiden met de praktijk. Aangezien het model berust op de werkelijke beschrijving van de luchtstroming (en niet op vuistformules), zal een nauwkeurig gefabriceerd lager met dit model goed benaderd worden.

In dit hoofdstuk zal het model worden getoetst aan de praktijk. Hierbij wordt gebruik gemaakt van een bestaande lucht-gelagerde spindel. Deze spindel is radiaal gelagerd door twee identieke luchtlagers met inwendig tapse vlakken, en axiaal door twee ringvormige vlakke luchtlagers (figuur 7.1). De verrichte metingen voor het bepalen van de radiale stijfheid en de stijfheid op het uiteinde van de as zullen worden vergeleken met berekende waarden. Ook zal worden beschouwd of de waarde voor de theoretisch verkregen hoeveelheid ontwikkelde warmte tijdens bedrijf in overeenstemming is met gemeten temperatuurvariaties.



Figuur 7.1
schematische voorstelling van het geteste lager

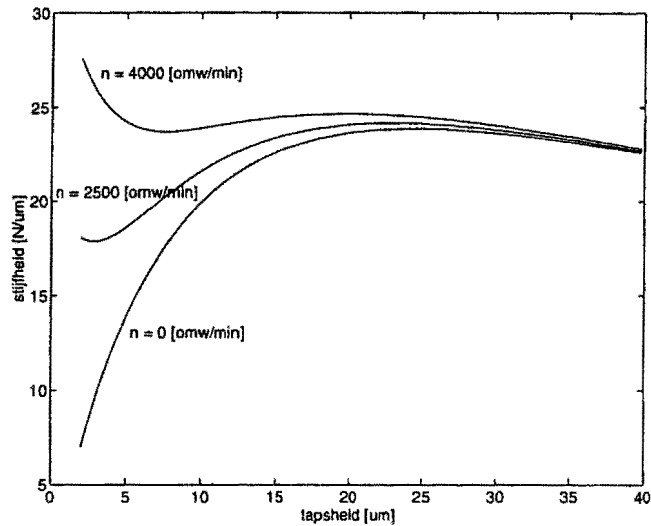
7.1 Configuratie van de geteste radiale lagers

De beide radiale luchtlagers van de bestaande spindel beschikken over de volgende specificaties:

- Lengte van het lager: $L = 95 \text{ mm } (\pm 0.2)$
- Diameter van de as: $D = 60 \text{ mm } (\pm 0.1)$
- Inwendige tapsheid: $T = 20 \text{ } \mu\text{m } (- 0 \text{ } \mu\text{m} + 3 \text{ } \mu\text{m})$
- Breedte lagerspleet: $C = 12.5 \text{ } \mu\text{m } (\text{gemeten})$

In figuur 5.1 staan de maataanduidingen vermeld. Uit figuur 7.2 die verkregen is met de op basis van hoofdstuk 5 en 6 gerealiseerde programmatuur (bijlage E), blijkt een tapsheid

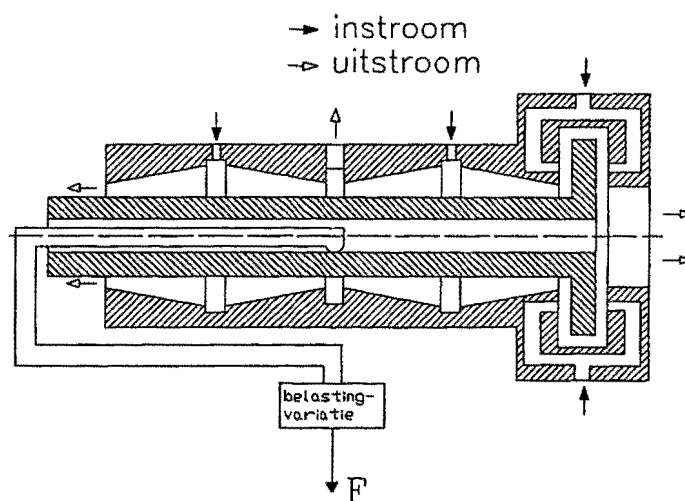
van 20 μm voor deze configuratie goed gedimensioneerd.



Figuur 7.2
 variatie in stijfheid met de tapsheid voor de geometrie
 van het geteste radiale lager ($p_s = 5 \text{ bar}$)

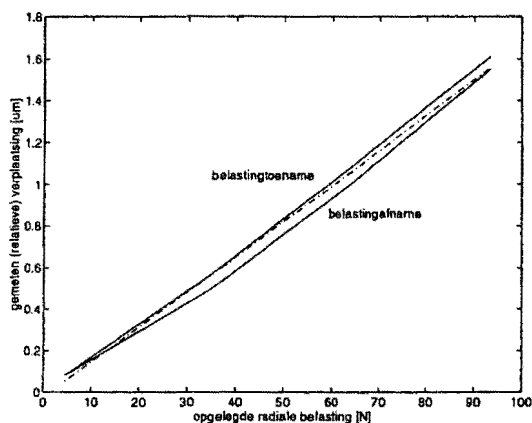
7.2 Meting van de radiale stijfheid

De radiale stijfheid van de spindel is bij stilstand bepaald door een radiale belastingvariatie midden tussen de beide radiale luchtlagers aan te brengen, waarbij de bijbehorende variatie van de excentriciteit van de as werd gemeten in de richting van de belasting. De radiale belasting kon midden tussen de lagers worden gewijzigd doordat de as van binnen hol is (figuur 7.3).

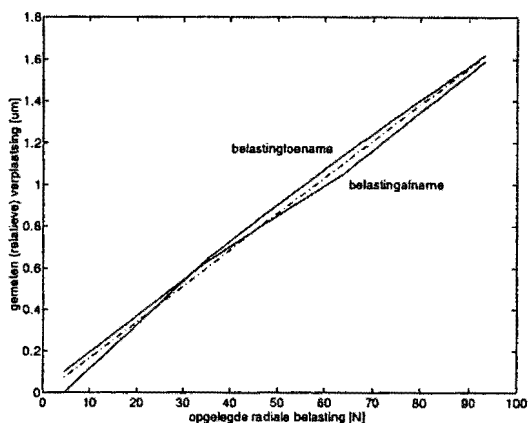


Figuur 7.3
 aangebrachte radiale belasting op het geteste lager

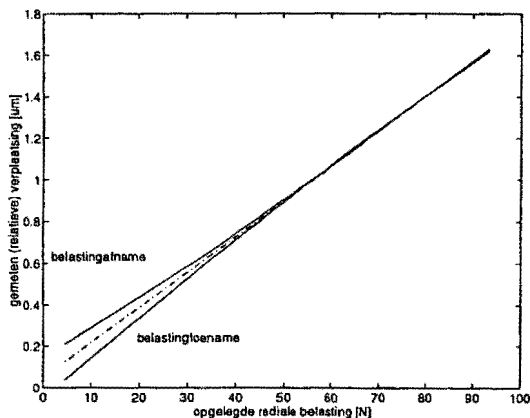
De verplaatsingen zijn aan de voorzijde van de spindel gemeten met een LVDT (Linear Variable Differential Transformer). Omdat uit berekening blijkt dat de as door het eigengewicht slechts weinig excentrisch ligt en de belastingvariaties klein zijn, is de lineaire theorie van toepassing (4.2 en 6.2). Dit blijkt in overeenstemming met de metingen (figuren 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, en 7.8) waar bij benadering een lineair verloop tussen de belastingvariatie en de verplaatsing optrad. Bij de metingen bleek er hysteresis op te treden: de excentriciteit bij een bepaalde belasting in de curve van belastingtoename was niet gelijk aan die bij belastingafname. Er zijn vier metingen bij een toevoerdruk van 5.3 bar en één bij 3 bar verricht.



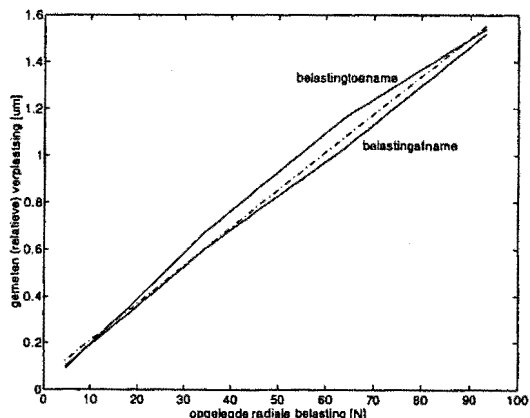
Figuur 7.4
 $p_s = 5.3$ bar
 $S = 59$ N/ μ m



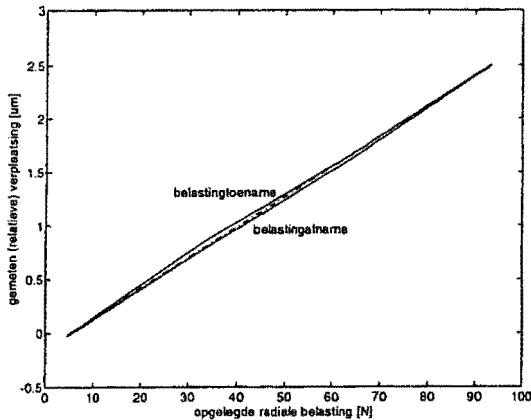
Figuur 7.5
 $p_s = 5.3$ bar
 $S = 58$ N/ μ m



Figuur 7.6
 $p_s = 5.3$ bar
 $S = 63$ N/ μ m



Figuur 7.7
 $p_s = 5.3$ bar
 $S = 62$ N/ μ m



Figuren 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, en 7.8:
gemeten verplaatsingen bij een belasting-
variatie

Figuur 7.8

$p_s = 3$ bar

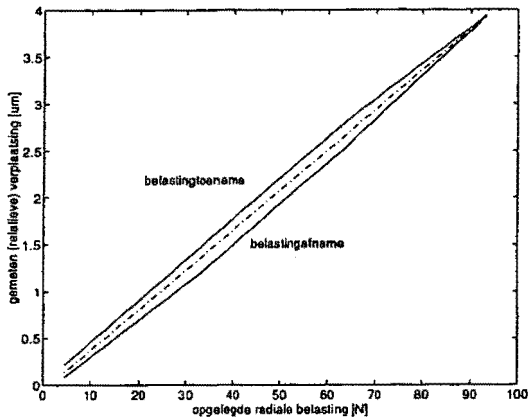
$S = 35$ N/ μ m

De streep-stippel lijn in de figuren 7.4 tot en met 7.8 is de kleinste kwadraten lijn. Hiermee wordt de stijfheid bepaald. Uit deze figuren blijkt de totale radiale stijfheid van de twee luchtlagers ongeveer 60 N/ μ m bij een toevoerdruk van 5.3 bar te bedragen. Per luchtlager betekent dit dus een stijfheid van rond de 30 N/ μ m. Bij een toevoerdruk van 3 bar wordt dit ongeveer 18 N/ μ m. De programmatuur voorspelt voor een luchtlager met deze specificatie (7.1) een stijfheid van ongeveer 25 N/ μ m bij 5.3 bar en 13 N/ μ m bij 3 bar. Opgemerkt dient te worden dat de breedte van de lagerspleet (C) het meest kritisch is voor de stijfheid. Een (bij de meting niet te detecteren) afwijking van deze waarde (over de lengte van het lager) kan grote gevolgen hebben (zie bijvoorbeeld figuur F.9, bijlage F). Tevens bleek bij bedrijf een uitwijking van de as op te treden van ongeveer 1 μ m; onduidelijk is of dit het gevolg was van een on rondheid van de as of van het gedrag van de lagering bij bedrijf. Het is onzeker wat dit voor een effect kan hebben op de stijfheid van het lager bij stilstand. In zoverre dus nu beoordeeld kan worden geeft het model voor de genoemde specificatie (7.1) een behoorlijke indicatie van de statische stijfheid bij een reële toevoerdruk (5 bar) voor bedrijfssituaties. Pas als meerdere (in eigen beheer vervaardigde) lagers getest zijn kan zekerheid verkregen worden over de mate van nauwkeurigheid van de modellering.

7.3 Meting van de stijfheid aan de voorzijde van de spindel

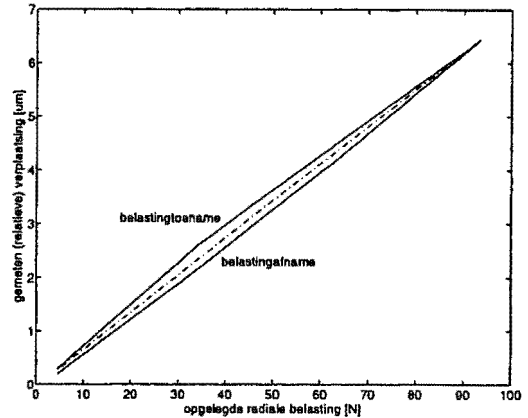
Aan de kop van de spindel is ook de belasting gevarieerd. De resulterende verplaatsing van de as duidt de stijfheid op deze positie aan. De verplaatsing werd op identieke wijze als onder 7.2 gemeten. Voor de stijfheid op deze positie zijn de radiale stijfheid en de kantelstijfheid van de radiale lagers van belang. Bij de metingen worden de invloeden van deze stijfheden dus tegelijkertijd bepaald.

De figuren 7.9 en 7.10 geven de bij de belastingvariatie gemeten variatie van de excentriciteit weer. Ook hier blijkt (evenals bij 7.2) de verplaatsing aan de voorzijde van de spindel bij benadering lineair te variëren met de belasting: dit is in overeenstemming met de lineaire theorie. De stijfheid aan de voorzijde van de spindel wordt bepaald met de kleinste kwadraten lijn (de streep-stippel lijn). De gemeten stijfheden op deze positie bedragen dus 23 N/ μ m en 14 N/ μ m bij respectievelijk $p_s = 5.4$ bar en $p_s = 3.0$ bar.



Figuur 7.9

$p_s = 5.4 \text{ bar}$
 $S = 23 \text{ N}/\mu\text{m}$



Figuur 7.10

$p_s = 3 \text{ bar}$
 $S = 14 \text{ N}/\mu\text{m}$

Om met de vergelijkingen (6.15), (6.16), en (6.17) deze stijfheid te voorspellen wordt via de programmatuur in MATLAB (bijlage E) de kantelstijfheid bepaald. Dit resulteert voor het gespecificeerde luchtlager (7.1) in een waarde $K = 2.94 \cdot 10^4 \text{ Nm/rad}$ bij $p_s = 5.4 \text{ bar}$ en $K = 1.41 \cdot 10^4 \text{ Nm/rad}$ bij $p_s = 3.0 \text{ bar}$. Bij het oplossen van het stelsel vergelijkingen (via het analytische programma MAPLE) wordt uitgegaan van:

$$k_2 = k_3 = 30 \text{ [N}/\mu\text{m}] \quad \text{voor } p_s = 5.4 \cdot 10^5 \text{ [Pa]} \text{ zie (7.2)}$$

$$k_2 = k_3 = 18 \text{ [N}/\mu\text{m}] \quad \text{voor } p_s = 3.0 \cdot 10^5 \text{ [Pa]} \text{ zie (7.2)}$$

$$L_1 = 50 \text{ [mm]}$$

$$L_2 + L_3 = 100 \text{ [mm]}$$

$$F_1 = 84 \text{ [N]} \quad \text{aangebrachte belastingvariatie (figuur 6.2)}$$

$$K_2 = K_3 = 2.94 \cdot 10^4 \text{ [Nm/rad]} \quad \text{voor } p_s = 5.4 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

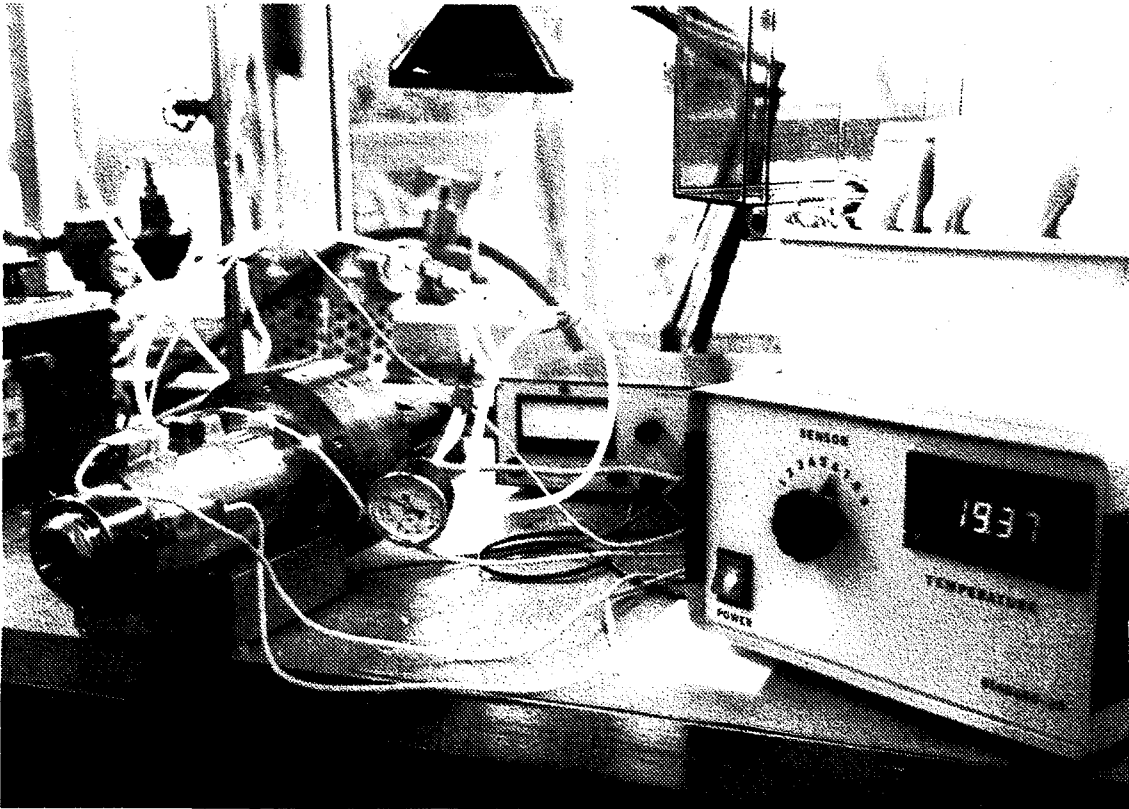
$$K_2 = K_3 = 1.41 \cdot 10^4 \text{ [Nm/rad]} \quad \text{voor } p_s = 3.0 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

Omdat de stijfheid van de axiale lagering niet bekend is wordt verondersteld: $F_4 = 0$ en $F_5 = 0$. Bij de berekening van k_1 blijkt de grootte-orde van de excentriciteit e geen significante invloed te hebben op de waarde van u_1 bij een variatie in F_1 . Ofwel: de stijfheid k_1 hangt nauwelijks af van de excentriciteit. Het stelsel vergelijkingen levert een waarde voor de stijfheid aan het uiteinde van de as van $k_1 = 16 \text{ N}/\mu\text{m}$ bij $p_s = 5.4 \text{ bar}$ en $k_1 = 9 \text{ N}/\mu\text{m}$ bij $p_s = 3.0 \text{ bar}$. De afwijking met de gemeten waarden kan verklaard worden door de invloed van de axiale lagering die niet meegenomen is (dit wordt wel in hoofdstuk 8 gedaan), door mogelijke afwijkingen in de geometrie van het lager (7.1) (zie ook 7.2), en mogelijke onnauwkeurigheden in het model (hoofdstuk 5). Zover als nu vast te stellen is, is het model redelijk bruikbaar: de verkregen waarden geven een redelijke indicatie voor de werkelijkheid.

7.4 Temperatuurmeting

Om een indruk te verkrijgen van de warmte-ontwikkeling in het lager wordt de stijging van de temperatuur op diverse plaatsen op het lager gemeten met gekalibreerde sensoren berustend op weerstandsverandering (Pt-100). Een gedeelte van de meetopstelling staat afgebeeld in figuur 7.11. De toevoerdruk bedroeg 5 bar. De omwentelingssnelheid van de

as bedroeg bij de metingen ongeveer 5500 omw/min. Dit was de maximaal haalbare snelheid met de aandrijving in de opstelling. De spindel werd met de aandrijving (een kleine elektro-motor) gekoppeld via een buigzame staaf. In figuur 7.11 gaat de aandrijving grotendeels schuil achter het gedeelte van de spindel met de axiale lagering.



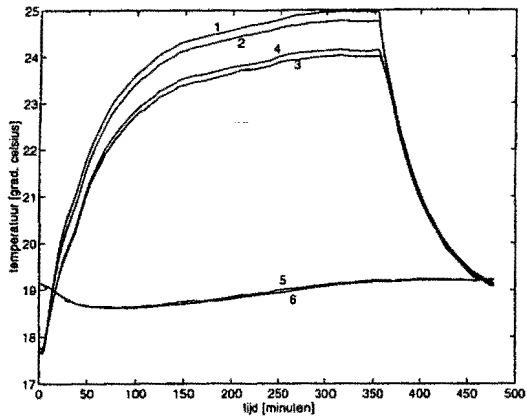
Figuur 7.11
gedeelte van de meetopstelling

Bij deze opstelling werd de maximale warmte-ontwikkeling bereikt doordat het lager roteerde bij de maximale aandrijfsnelheid; de theorie over de warmte-ontwikkeling kan zo het best kan worden geverifieerd (6.5). Bij het te ontwerpen lager (hoofdstuk 8) zal de as roteren met een hoeksnelheid van maximaal 4000 omw/min (1.2).

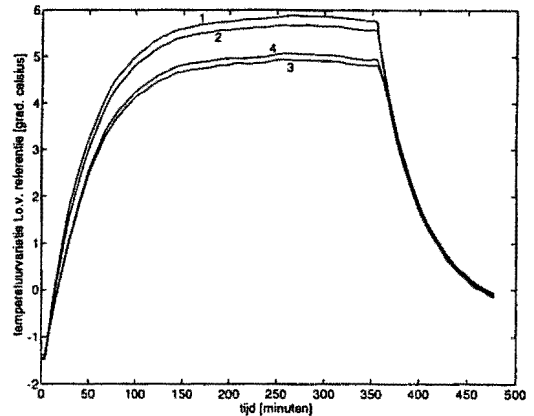
Uit de metingen verkregen waarden worden in grafische vorm gepresenteerd in figuur 7.12. De waarden van de temperatuur van de sensors zijn gecorrigeerd met de waarden voor de temperatuur van sensors bevestigd op een bronzen cilinder van gelijke diameter en lengte als het lagerhuis (deze referentie-cilinder gaat schuil achter het kastje met de uitlezing voor de temperatuur, figuur 7.11). Zo wordt de invloed van temperatuursverandering in de omgeving gecompenseerd (figuur 7.13).

In de figuren 7.12 en 7.13 werd de aandrijving van de as na 3 minuten aangezet en na 353 minuten weer stilgezet. De as stopte met roteren op $t = 356$ minuten. De temperaturen van de sensoren op het lagerhuis blijken bij stilstand van de as lager dan die van de referentie-sensoren (sensor 5 en 6); de koele luchtstroming in het lager zal hiervoor verantwoordelijk zijn. Sensor 1 bevindt zich nabij de axiale lagering, die ook warmte produceert. Sensor 1 meet een hogere temperatuur dan de overige sensors: waarschijnlijk is de warmte-ontwikkeling in de axiale lagering groter dan in de radiale lagering. De sensoren 3 en 4 bevinden zich aan de kop van het lager en meten een lagere temperatuur,

waarschijnlijk doordat er sprake is van geforceerde convectie door het hoge toerental van de as.

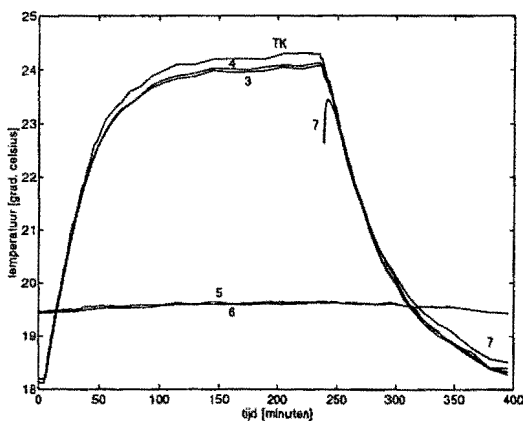


Figuur 7.12
gemeten temperatuur

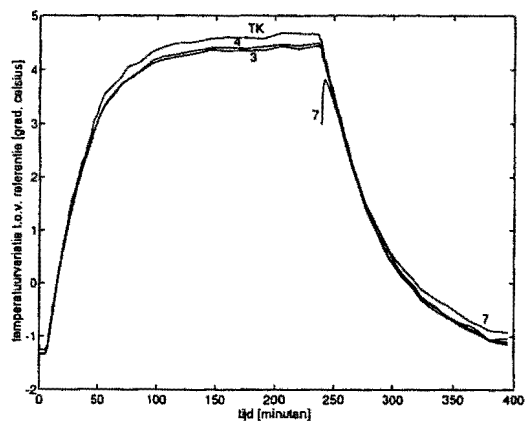


Figuur 7.13
voor de omgevingstemperatuur gecorrigeerde temperatuur

Er zijn ook metingen verricht met toevoeging van een thermo-koppel als temperatuur opnemer. Dit om te controleren of de weerstands-sensoren niet een te grote eigen warmtecapaciteit zouden hebben om temperatuursvariaties correct te kunnen meten. Het thermo-koppel kent een lage warmtecapaciteit zodat dit mogelijke probleem werd ondervangen. Dit thermo-koppel werd geïsoleerd van de omgeving op het lagerhuis bevestigd tussen twee weerstands-sensoren in. Evenals voorheen worden de meetwaarden gepresenteerd in grafische vorm (figuur 7.14). Sensor 7 werd op het uiteinde van de as bevestigd (middels een goed warmtegeleidend aluminium blokje) toen deze stil stond. Aangezien deze sensor nog koud was van de omgeving, warmde hij eerst op tot de temperatuur van de as om vervolgens de temperatuursdaling van de as te kunnen meten. Dit werd gedaan om te kijken of een effect van geforceerde koeling aan de kop van as vast te stellen was; dit bleek niet het geval. De gemeten waarden zijn zoals eerder gecorrigeerd voor variaties in de omgevingstemperatuur (figuur 7.15).



Figuur 7.14
gemeten temperatuur



Figuur 7.15
voor de omgevingstemperatuur gecorrigeerde temperatuur

In de figuren 7.14 en 7.15 werd de aandrijving van de as na 5 minuten aanzet en na 235 minuten stilgezet. De as stopte met roteren op $t = 238$ minuten. Het blijkt dat de gemeten temperatuur met het thermo-koppel weinig afwijkt met de door de sensoren

gemeten temperaturen tijdens opwarming: het blijkt dat temperatuursvariaties door de sensoren goed worden gemeten. De metingen met sensoren worden dus nauwelijks beïnvloed door de warmtecapaciteit ervan.

Uit de analyse onder 6.5 volgt dat twee lagers van deze specificatie (7.1) tezamen in de luchtfilm een hoeveelheid warmte ontwikkelen van $\dot{E}_{ontw} = 9 \text{ W}$. Om een indicatie te krijgen of dit in overeenstemming is met de metingen, wordt een eenvoudige warmtebalans voor het gedeelte van de spindel met de radiale lagers tijdens bedrijf opgesteld:

$$\dot{E}_{ontw} = \dot{E}_{afgest} + \dot{E}_{opsl} \quad (7.1)$$

Een gedeelte van de warmtestroom vanuit de luchtfilm (\dot{E}_{ontw}) wordt opgeslagen in de as en het lagerhuis (\dot{E}_{opsl}), en een gedeelte wordt (via geleiding door de lagerwanden) afgevoerd naar de omgeving door (natuurlijke) convectie (\dot{E}_{afgest}). De grootte van \dot{E}_{afgest} wordt bepaald door:

$$\dot{E}_{afgest} = A h_{warmte} (T_{wand}(t) - T_{omg}(t)) \quad (7.2)$$

Bepalend is het oppervlak van de lagerwanden (A), de warmte-overdrachtscoëfficiënt (h_{warmte}), en het verschil in temperatuur tussen de lagerwanden en de omgeving op een bepaald tijdstip ($T_{wand}(t) - T_{omg}(t)$). Voor de warmte-opslag in het lagermateriaal geldt:

$$\dot{E}_{opsl} = m c_p \dot{T}_{wand}(t) \quad (7.3)$$

Hier zijn de hoeveelheid massa (m), de warmte-capaciteit van het materiaal (c_p), en het verschil in temperatuur tussen de lagerwanden en de omgeving op een bepaald tijdstip van belang. Om nu een indicatie te krijgen van de hoeveelheid warmte die ontwikkeld moet worden voor een stijging in de temperatuur van de lagerwanden van ongeveer 5.2°C (figuur 7.15), zullen A , h_{warmte} , m , en c_p bekend moeten zijn. De waarden voor m (het radiale gedeelte van de lagering betreffende) en c_p zijn bij het geteste lager:

$$\begin{aligned} m_{as} &= 2.2 \quad [\text{kg}] \\ c_{p,as} &= 461 \quad [\text{J/kgK}] \\ m_{huis} &= 6.2 \quad [\text{kg}] \\ c_{p,huis} &= 380 \quad [\text{J/kgK}] \end{aligned} \quad (7.4)$$

Het bleek niet mogelijk h_{warmte} theoretisch te bepalen met in de literatuur vermelde analyses. Daarom wordt gebruik gemaakt van de informatie die verkregen kan worden uit de metingen. Voor de waarden van A en h_{warmte} kan een gecombineerde waarde worden verkregen door de curves in beschouwing te nemen die betrekking hebben op de afkoeling van de lagerwanden. In dat geval geldt $\dot{E}_{ontw} = 0$, waardoor er geen warmte-stroom meer plaatsvindt naar het materiaal van het lager: de hoeveelheid in het materiaal opgeslagen warmte zal worden afgestaan (via convectie, formule (7.2)) aan de omgeving totdat $T_{wand} = T_{omg}$. De totale warmtestroom naar de omgeving in een bepaald tijdsinterval (van tijdstip t_0 waarop het koelen begon met temperatuur T_0 tot een te beschouwen eindtijdstip t_e) zal dus gelijk zijn aan de afgifte van opgeslagen warmte in dit interval:

$$\int_{t_0}^{t_e} A h_{warmte} (T(t) - T_{omg}(t)) dt = m c_p (T_0 - T(t)) \quad (7.5)$$

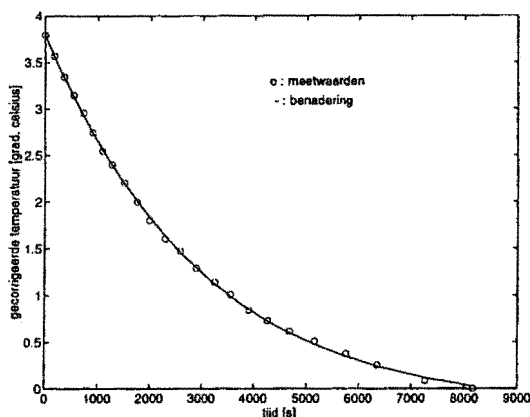
Differentiatie resulteert in:

$$T(t) - T_{omg}(t) = - \frac{m c_p}{A h_{warmte}} \dot{T}(t) \quad (7.6)$$

Aangenomen wordt dat $T_{omg}(t) = \text{constant}$, zodat uit vergelijking (7.5) volgt:

$$T(t) = T_0 * e^{-\frac{A h_{warmte}}{m c_p} t} \quad (7.6)$$

Uit deze vergelijking blijkt dat de temperatuur exponentieel afneemt met een tijdsconstante $-m*c_p/A*h_{warmte}$; aangezien waarden voor m en c_p bekend zijn, en de curven voor de afkoeling gemeten zijn, kan nu een waarde voor $A*h_{warmte}$ verkregen worden. Hiervoor worden de meetwaarden voor de temperatuursafname als gemeten door sensor 3 (figuur 7.15) aangepast (figuur 7.16).



Figuur 7.16
benadering van de aangepaste meetwaarden

Voor deze meetwaarden geldt een soortgelijke beschrijving als gegeven in formule (7.6). Deze meetwaarden zijn benaderd met een kleinste kwadraten curve (figuur 7.16), waardoor een waarde voor de tijdsconstante en derhalve voor $A*h_{warmte}$ kan worden verkregen: $A*h_{warmte} = 1.14 \text{ W/K}$.

In de stationaire situatie, als dat er evenveel warmte in de lagerwanden wordt opgeslagen als afgegaan, geldt:

$$\dot{E}_{ontw} = \dot{E}_{afgest} \quad (7.7)$$

Uit de metingen bleek in deze situatie de wandtemperatuur 5.2°C hoger te zijn (dan voor het moment dat de as roteerde) door de warmte-ontwikkeling in de luchtfilm (figuur 7.15). Hiermee volgt met formule (7.2) en (7.7) dat de warmte-ontwikkeling 6 W bedroeg. Gezien de aannamen bij deze analyse van de metingen en de analyse van de warmte-ontwikkeling in 6.5 (namelijk dat de warmte-ontwikkeling in de axiale lagering geen invloed heeft, dat in de warmte-balans alle significante invloeden worden beschreven, en dat de formules voor de warmte-ontwikkeling correct zijn) blijkt een berekende warmte-ontwikkeling van 9 W overeenstemming te vertonen met de metingen.

8 Ontwerp voor de hoofdspindel van een precisie-draaibank

Uitgaande van het in hoofdstuk 5 en 6 gepresenteerde en in hoofdstuk 7 geverifieerde model voor de berekening van eigenschappen van een luchtlager met inwendig tapspe vlakken wordt een luchtlagering voor de hoofdspindel van een precisie-draaibank ontworpen. De eisen aan deze luchtlagering staan vermeld in 1.2.

8.1 Invloeden van de verschillende variabelen

Er zijn in het model enkele geometrie-parameters gedefinieerd die de eigenschappen van het lager met inwendig tapspe vlakken bepalen (figuur 5.1): effectieve lengte (L), diameter van de as (D), breedte van de lagerspleet (C), en tapsheid (T). Andere factoren die de eigenschappen beïnvloeden zijn: de toevoerdruk (p_s), het toerental (ω) en de excentriciteit (e).

Bij een verhoging van de toevoerdruk zullen het draagvermogen en de stijfheid toenemen. Bij een hoge toevoerdruk zal sprake zijn van een kleine liggingshoek; het lager zal dan stabiel functioneren wat betreft warreling (2.2.3 en 4.2). Er bestaat kans op pneumatische instabiliteit bij dit type lagers vooral bij een hoge toevoerdruk (4.2). Een toevoerdruk rond de 5 bar is gebruikelijk bij deze toepassing; deze toevoerdruk zal op zich geen problemen veroorzaken betreffende pneumatische instabiliteit. Bij het ontwerp zal dan ook van deze toevoerdruk worden uitgegaan.

Bij een grotere effectieve lengte en diameter van de as zal het oppervlak van het lager vergroot worden. Het draagvermogen en de (kantel-)stijfheid zullen dan toenemen (6.1, 6.2, en 6.3). Er moet wel op gelet worden dat de belasting van het lager dan ook toeneemt door de toename van de massa van de as. Overeenkomstig het eisenpakket (1.2) zal de diameter van de as tussen de 60 mm en 80 mm moeten bedragen.

Een kleine breedte van de lagerspleet is gunstig voor het verkrijgen van een hoog draagvermogen en hoge stijfheid. Het is praktisch als het verschil in diameter van de as en binnendiameter van het huis niet minder dan $14\ \mu\text{m}$ bedraagt. Een te klein verschil zorgt voor problemen bij het samenstellen van het lager. Bij het ontwerp zal daarom worden uitgegaan van een minimale lagerspleet van $7\ \mu\text{m}$. Zoals in 4.2 beschreven zal de grootte van de tapsheid een gevarieerde invloed hebben op eigenschappen van het lager. Een toename van de tapsheid zorgt voor een grotere wig, waardoor het draagvermogen en de (kantel-)stijfheid toenemen, maar bij een grote tapsheid ontstaat een grote nominale filmdikte waardoor deze eigenschappen afnemen. Er moet op gelet worden dat er geen pneumatische instabiliteit ontstaat door de afmetingen van de lagerspleet en de tapsheid (4.2). Ook zal het luchtverbruik veel kunnen worden bij te grote afmetingen van tapsheid en lagerspleet. Ook de invloed van de nominale filmdikte op de warmte-ontwikkeling moet worden beschouwd (6.5).

De eigenschappen van het lager moeten niet teveel veranderen bij een variatie in het toerental (4.1); de toevoerdruk, de excentriciteit, de lengte, de diameter, de tapsheid en de breedte van de lagerspleet zullen de bijdrage van de dynamische drukopbouw bij een variatie in het toerental bepalen.

In [29] wordt gesteld dat bij een lengte verhouding L/D tussen 0 en 2 een verhouding

van de tapsheid T/C in de buurt van 1 optimaal is. Pande ([174]) adviseert om voor een goede (hybride) werking van dit type lager een verhouding T/C nabij 1 te nemen. Een grotere T/C verhouding draagt er zorg voor dat het aërostatisch effect dominant is. Aangezien voor de toepassing een voornamelijk aërostatische werking gewenst is, zal hier bij het ontwerp op worden gelet. Bij een lage omloopsnelheid blijkt het dimensieloze draagvermogen af te nemen bij toenemende L/D verhouding. Bij hoge omloopsnelheden neemt het dimensieloze draagvermogen juist toe bij grotere L/D verhoudingen door het verhoogde aërodynamische effect. Uit de programmatuur (bijlage E) volgen de bovenstaande en in de literatuur genoemde invloeden van de variabelen (zie de figuren in bijlage F).

8.2 Ontwerp

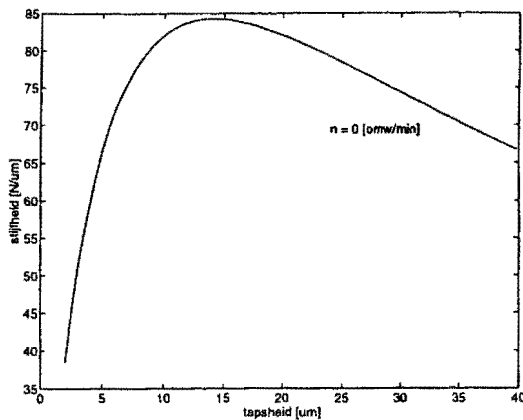
Bij het ontwerp wordt uitgegaan van twee radiale lagers voor de radiale lagering en een (voorgespannen) axiaal lager voor de axiale lagering (figuur 6.2). Het ontwerp richt zich vooral op de radiale lagering (1.2).

Een optimaal ontwerp voor de radiale lagers werd, gelet op de eisen (1.2) en de invloed van de lagergeometrie (8.1), gevonden in de volgende configuratie van een enkel cilindrisch lager met inwendig tapse vlakken:

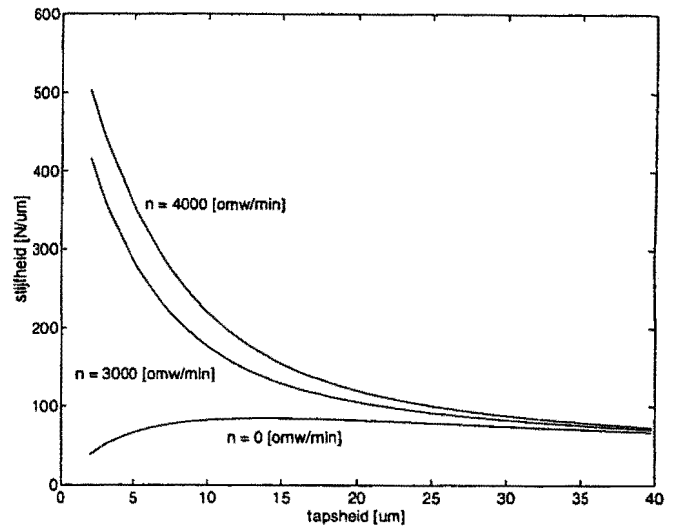
- Lengte van het lager: $L = 150$ mm
- Diameter van de as: $D = 80$ mm
- Inwendige tapsheid: $T = 15$ μm
- Breedte lagerspleet: $C = 7$ μm

Uitgegaan werd hierbij van een te behalen stijfheid (op basis van twee radiale lagers) van $50 \text{ N}/\mu\text{m}$ op 50 mm buiten de as bij een toevoerdruk van 5 bar en toerental van 3000 omw/min. Een stijfheid op deze positie van $50 \text{ N}/\mu\text{m}$ bij een rotatiesnelheid gelijk aan nul (stilstand) bleek bij beschouwing van de vergelijkingen onder 6.3 en de verkregen waarden met de programmatuur (bijlage E) alleen te verkrijgen met moeilijk hanteerbare afmetingen, waarbij de stijfheid zeer afhankelijk zou worden van het toerental. Bij een dergelijke geometrie zouden dynamische effecten sterk naar voren treden.

De grafieken in bijlage F geven wijzigingen van eigenschappen met geometrie-parameters weer rond het gekozen ontwerp. Bij het ontwerp is, voor het verkrijgen van een maximale stijfheid, uitgegaan van de kleinst haalbare breedte voor de lagerspleet (8.1). Ook is hiertoe de diameter maximaal gekozen (2.1 en 8.1). Voor de bovenstaande geometrie is een voor de stijfheid optimale tapsheid bepaald. De statische stijfheid (figuur 8.1) blijkt rond een tapsheid van $15 \mu\text{m}$ inderdaad optimaal, terwijl de stijfheid weinig zal variëren met het toerental voor deze waarde (figuur 8.2). De gekozen verhouding van de tapsheid tot de breedte van de lagerspleet zal niet zo gauw aanleiding geven tot pneumatische instabiliteit (2.2.7 en 4.2). Ook het luchtverbruik blijft met deze geometrie beperkt.



Figuur 8.1
 variatie in stijfheid met de tapsheid voor
 de ontworpen geometrie ($p_s = 5$ bar)



Figuur 8.2
 variatie in stijfheid met de tapsheid voor de ontworpen
 geometrie ($p_s = 5$ bar)

De lengte van het lager is geminimaliseerd voor de te bereiken radiale stijfheid per lager. Een grote lengte is voor de gewenste toepassing nadelig door toename van aërodynamische effecten bij vergroting van de lengte (8.1). Ook wordt de totale configuratie erg lang als de lengte van de afzonderlijke lagers groot wordt. Een lengte van 150 mm blijkt nog niet te leiden tot grote radiale stijfheidsvariëaties bij toename van het toerental (figuur F.13, bijlage F). Ook de toename van de kantelstijfheid (die nauw samenhangt met de lengte, 6.3) blijft beperkt (figuur F.18, bijlage F).

De twee cilindrische lagers voor de hoofdspindel beschikken voor de gegeven geometrie elk over de volgende eigenschappen bij een toevoerdruk van 5 bar:

- radiale stijfheid:
 - 84 N/μm voor $\omega = 0$ omw/min
 - 129 N/μm voor $\omega = 3000$ omw/min
 - 154 N/μm voor $\omega = 4000$ omw/min
- kantelstijfheid:
 - $2.56 \cdot 10^5$ Nm/rad voor $\omega = 0$ omw/min
 - $3.69 \cdot 10^5$ Nm/rad voor $\omega = 3000$ omw/min
 - $4.32 \cdot 10^5$ Nm/rad voor $\omega = 4000$ omw/min
- liggingshoek:
 - 0° voor $\omega = 0$ omw/min
 - 38° voor $\omega = 3000$ omw/min
 - 42° voor $\omega = 4000$ omw/min

De beide lagers beschikken over hoge stijfheden zonder dat er, gezien de liggingshoek, aanleiding is voor instabiliteit door warreling (4.2). De variaties in radiale stijfheid, kantelstijfheid, en liggingshoek met het toerental worden in grafische vorm gepresenteerd in de figuren F.3, F.4 en F.7 (bijlage F).

Voor de axiale lagering is geeist dat de verkregen axiale stijfheid minstens 50 N/μm bedraagt (1.2). Een axiale stijfheid van 450 N/μm blijkt echter eenvoudig haalbaar bij beperkte afmetingen. Deze stijfheid is te verkrijgen met een voorgespannen axiale lagering: deze lagering bestaat uit een flens gelagerd tussen twee ringvormige vlakke

lagers (annular thrust bearing). Het geteste lager was ook voorzien van dit type lagering (twee ringvormige lagers elk met 18 starre instroomopeningen (3.2.1)). Voor de dimensionering van de axiale lagering wordt gebruik gemaakt van bestaande programmatuur berustend op de theorie in [79] en [80].

Met deze programmatuur wordt de aangeduide voorgespannen axiale lagering ontworpen. Voor elk van de vlakke ringvormige lagers is sprake van de volgende configuratie met starre instroomopeningen zonder stromingsweerstand (3.2.1):

- Buitendiameter van de ring: $D_o = 150 \text{ mm}$
- Binnendiameter van de ring: $D_i = 80 \text{ mm}$
(gelijk aan de diameter van de as)
- Steekdiameter (diameter waarop de instroomopeningen zich bevinden): $D_s = 115 \text{ mm}$
- Aantal instroomopeningen: $n = 22$
- Diameter van de instroomopening (geoptimaliseerd): $d = 0.4 \text{ mm}$
- Nominale filmdikte (geoptimaliseerd): $h_o = 10 \text{ }\mu\text{m}$

Met deze waarden wordt voor de axiale lagering een stijfheid van ongeveer $450 \text{ N}/\mu\text{m}$ verkregen bij een toevoerdruk van $p_s = 5 \text{ bar}$. De waarden van k_4 en k_5 in vergelijking (6.17) volgen hieruit, door aan te nemen dat bij kanteling (figuur 6.3) ongeveer een kwart van de lagering bijdraagt aan stijfheid k_4 en een kwart aan stijfheid k_5 . De grootte van de resulterende weerstandsmomenten tegen kanteling bedragen dan $F_4 * L_4/2$ en $F_5 * L_4/2$. L_4 is hierbij gelijk aan de steekdiameter (D_s).

Om te verifiëren of de gewenste stijfheid op de plaats waar de bewerkingskracht optreedt inderdaad wordt verkregen, wordt het stelsel vergelijkingen (6.15), (6.16) en (6.17) opgelost. Hierbij wordt uitgegaan van:

$$\begin{aligned}
 k_2 &= k_3 = 129 \text{ [N}/\mu\text{m]} \\
 k_4 &= k_5 = 112 \text{ [N}/\mu\text{m]} \\
 K_2 &= K_3 = 3.69 * 10^5 \text{ [Nm/rad]} \\
 L_1 &= 125 \text{ [mm]} \quad (150/2 + 50) \\
 L_2 + L_3 &= 155 \text{ [mm]} \\
 L_4 &= 115 \text{ [mm]}
 \end{aligned}
 \tag{8.1}$$

Dit blijkt te resulteren in een waarde voor deze stijfheid van $57 \text{ N}/\mu\text{m}$ bij $p_s = 5 \text{ bar}$ en $\omega = 3000 \text{ omw/min}$. De lagering blijkt in dit opzicht te voldoen. Bij 4000 omw/min wordt deze stijfheid $64 \text{ N}/\mu\text{m}$: door een (kleine) variatie in het toerental verandert de stijfheid dus niet veel. Dit was ook gewenst (4.1 en 8.1). Als de invloed van de axiale lagering niet wordt meegenomen in deze analyse (dan is $F_4 = 0$ en $F_5 = 0$), wordt de berekende stijfheid $46 \text{ N}/\mu\text{m}$.

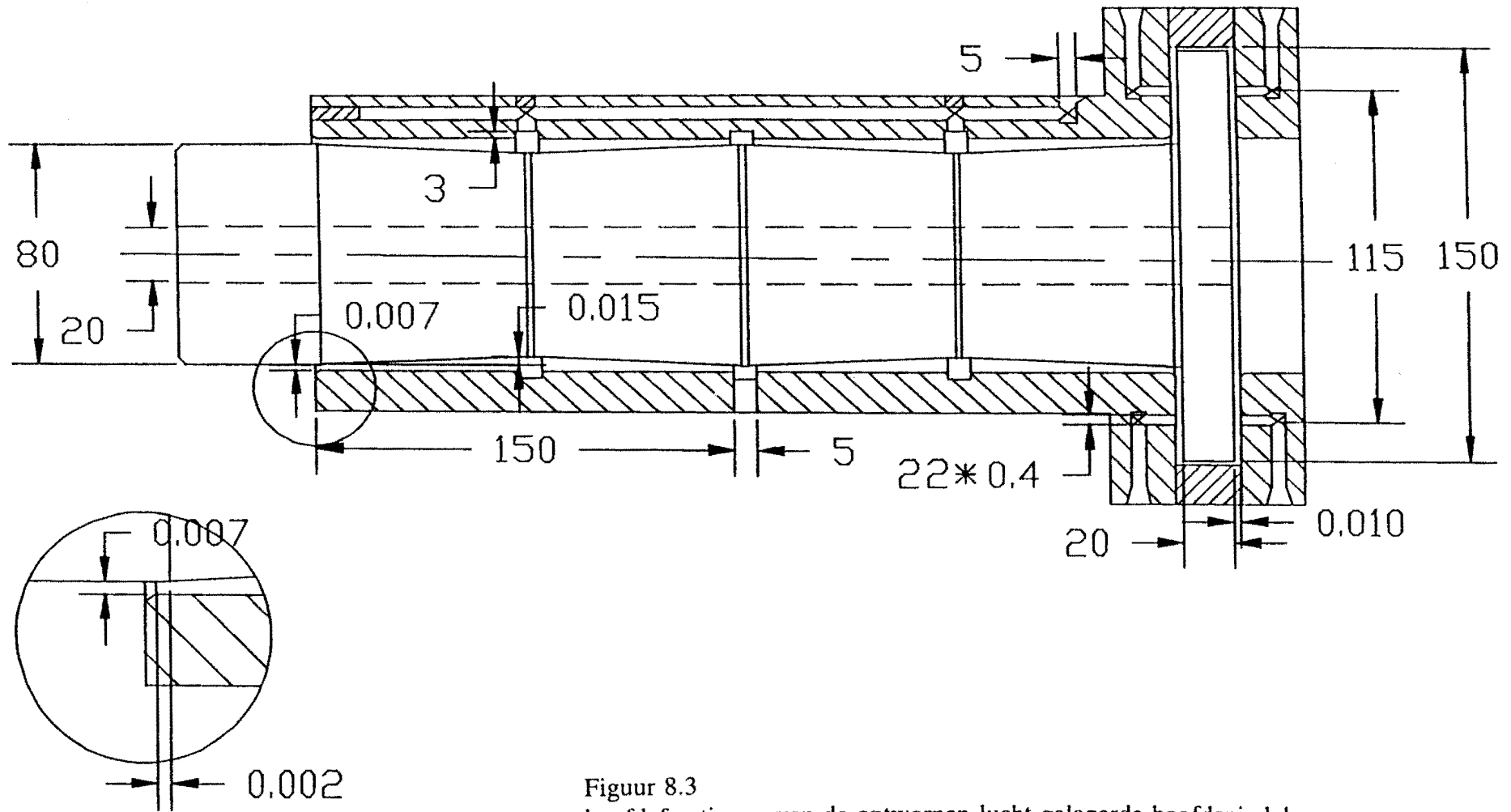
Het draagvermogen van de (radiale) lagering is voldoende groot voor de massa's van de as en het te bewerken produkt, en de bewerkingskrachten (figuur F.1, bijlage F). De warmte-ontwikkeling in de radiale lagering zal ongeveer 15 W bedragen bij een toevoerdruk van 5 bar en een toerental van 3000 omw/min , maar al 28 W bij een toerental van 4000 omw/min . Bij de keuze van materialen voor de lagering zal hiermee rekening gehouden moeten worden. Ook is het verstandig om de lagering te koelen, omdat deze anders een flinke warmtebron kan zijn.

8.3 Realisatie van het ontwerp

Voor de realisatie van het ontwerp is het gemakkelijker als de tapse vlakken zich in de as in plaats van in het lagerhuis bevinden (figuren 5.2 en 5.3). De as kan hierbij hol worden uitgevoerd, zodat de belasting van het lager verminderd wordt. Een vaak gebruikte binnendiameter bij hoofdspindels is $\varnothing 20$ (figuur 8.3). Deze waarde kan aangepast worden. Dit kan na keuze voor de materialen van as en lagerhuis, waarbij erop gelet moet worden dat de lineaire uitzettingscoëfficiënten van de materialen in overeenstemming zijn met de wanddikten van de as en het lagerhuis. Zo wordt voorkomen dat de lagerspleet teveel verandert bij een temperatuurstijging van de lagerwanden. Bij het geteste lager is de wanddikte van de as ongeveer 17 mm, en die van het huis ongeveer 13 mm. De lineaire uitzettingscoëfficiënt is voor de as $11 \cdot 10^{-6} /K$ en voor het lagerhuis $18 \cdot 10^{-6} /K$ (de as is van NiCr-staal, en het lagerhuis is van brons, GCuSn12). Een holle as zorgt er, door de lagere massa, ook voor dat minder vermogen benodigd is voor de aandrijving.

Aangezien er geen analyse is gepresenteerd voor afwijkingen betreffende maatnauwkeurigheid (dit kan eventueel aan de hand van de grafieken in bijlage F), vormnauwkeurigheid en ruwheid, zijn in figuur 8.3 alleen hoofdafmetingen aangegeven. Er is sprake van een kleine evenwijdige lagerspleet aan het uiteinde van het lager, waardoor de breedte van de lagerspleet gemeten kan worden. Door de tapse vlakken tot voorbij de randen van de toevoergroeven te laten doorlopen, blijft een effectieve wig -vanaf de randen van de toevoergroeven- van tapsheid over een halve lagerlengte (in dit geval $15 \mu\text{m}$ over 75 mm) gewaarborgd bij een kleine axiale verplaatsing van de as.

Het is verstandig om de hoofdspindel te koelen (dit kan eventueel van binnenuit via de holle as) gezien de warmte-ontwikkeling (8.2). Als geen koeling plaatsvindt zal rekening moeten worden gehouden met de thermische gradiënten die tijdens bedrijf in de machine optreden doordat de spindel als warmtebron fungeert.



Figuur 8.3
 hoofdafmetingen van de ontworpen lucht-gelagerde hoofdspindel

9 Conclusies en aanbevelingen

Met het in dit verslag gepresenteerde model van een lager met inwendig tapse vlakken is het mogelijk gebleken om -in theorie- een lucht-gelagerde hoofdspindel voor een precisie-draaibank te ontwerpen. De gewenste hoge stijfheid op de plaats waar de bewerkingskrachten optreden kan worden bereikt.

Om een type lager te vinden dat aan de gestelde eisen van de hoofdspindel voldoet is een uitgebreid literatuuronderzoek verricht naar uitvoeringsvormen, eigenschappen en analyses van cilindrische lagers voor radiale belasting. Hieruit bleek dat een lager met inwendig tapse vlakken zeer geschikt is voor de toepassing, waarbij de eenvoudige configuratie zorgt dat er relatief weinig problemen zijn bij de analyse en de vervaardiging. Het vermelde literatuuroverzicht kan ook van nut zijn als een ander type luchtlager voor een toepassing gewenst is. Bijlage A vermeldt een onderverdeling voor dit overzicht. Er moet op gelet worden dat de algemene indicaties in de artikelen soms weinig waarde hebben. Ook is het (door de presentatie in dimensieloze grootheden) moeilijk de verschillen tussen lagerconfiguraties te kwantificeren. Het probleem is dat de inwendige lagergeometrie (waaronder bijvoorbeeld het aantal instroomopeningen) veelal bepalend is voor de eigenschappen. Aan te raden is daarom vaste waarden aan te nemen voor onder andere lengte, diameter en toevoerdruk (indien van toepassing), waarna de eigenschappen van verschillende lagers vergeleken kunnen worden bij een optimaal ontwerp (bijvoorbeeld voor stijfheid, stabiliteit of luchtverbruik).

Na de bestudering van analyses in de literatuur, en het zelf opstellen van analyses, is gekozen voor een geschikte in de literatuur gevonden modellering voor de drukverdeling in een lager met inwendig tapse vlakken. De modellering gaat uit van een lineaire verandering van de druk met de excentriciteit. Dit beperkt de toepassing van de modellering tot een relatieve excentriciteit van $\epsilon = 0.5$; praktisch komt $\epsilon \geq 0.5$ echter nauwelijks voor. Aan de hand van deze modellering zijn de volgende eigenschappen van het lager geanalyseerd: draagvermogen, radiale stijfheid, kantelstijfheid, en liggingshoek. Ook is een analyse opgesteld voor de warmte-ontwikkeling in het lager. De programmatuur die aan de hand hiervan is ontwikkeld is in staat om op een snelle wijze deze eigenschappen te berekenen (de rekentijd lag per ontwerp rond de 2 minuten). Omdat wordt uitgegaan van de beschrijving van de luchtstroming in het lager volgens de Reynolds' vergelijking, stelt de modellering nauwelijks beperkingen aan de afmetingen van dit type lager. Het is mogelijk om met deze programmatuur de invloed van het toerental op de eigenschappen te bepalen: dit geeft aan of het lager aërostatisch of hybride zal werken.

Om de analyses aan de praktijk te kunnen toetsen, zullen meerdere luchtlagers getest moeten worden met een bekende, nauwkeurig vervaardigde geometrie (hoofdstuk 7). De verrichte metingen voor de validatie zijn daartoe niet toereikend. Uit deze metingen kan voorlopig geconcludeerd worden dat de modellering redelijke indicaties geeft voor de werkelijke radiale stijfheid en kantelstijfheid van een lager. Ook de gemodelleerde warmte-ontwikkeling blijkt bij een eenvoudige analyse redelijk de werkelijkheid te benaderen.

Het huidige onderzoek kan verder worden uitgebreid door een eindige elementen methode toe te passen voor een nauwkeurigere berekening van eigenschappen van het lager. In het huidige model kunnen slechts moeizaam hogere orden invloeden als vormaf-

wijkingen (zoals onrondheid) en ruwheid geïmplementeerd worden, omdat dit een handmatige aanpassing van de vergelijkingen voor de drukverdeling vergt. De programmatuur zal minder hanteerbaar worden voor ontwerp-doeleinden bij toepassing van een eindige elementen methode. Bij een modellering in het geval van (al dan niet starre) discrete instroomopeningen zal ook naar een direkt-numerieke methode als de eindige elementen methode moeten worden uitgeweken. Onderzoek aan een gerealiseerd ontwerp zal moeten uitwijzen wat de invloed van het dynamisch gedrag van het lager op de eigenschappen is: een analyse van dit gedrag zal afzonderlijk gemodelleerd moeten worden.

Met de afronding van dit onderzoek is een ontwerp tot stand gekomen voor een hoofdspindel voor een precisie-draaibank dat theoretisch voldoet aan de gestelde eisen, en is tevens een basis ontstaan van waaruit verder onderzoek kan worden verricht naar radiale luchtlagers.

Literatuur

- [1] Abdelkader, M.A., Exact Solutions of Non-linear Reynolds' Gas Lubrication Equations. *Wear*,39 (1976).
- [2] Abell, M.L., en Ames, W.F., Symmetry Reduction of Reynolds Equation and Applications to Film Lubrication. *Journal of Applied Mechanics (Transactions of the ASME)*,59 (1992).
- [3] Agrawal, G.L., Analysis of Power-Shaped Multipad Hydrodynamic Conical Gas Bearings. *Tribology Transactions (STLE)*,36 (1993).
- [4] Al-Bender, F., en Brussel, H. van, A Method of "Separation of Variables" for the Solution of Laminar Boundary-Layer Equations of Narrow-Channel Flows. *Journal of Tribology (Transactions of the ASME)*,114 (1992).
- [5] Al-Bender, F., en Brussel, H. van, Symmetric Radial Laminar Channel Flow with Particular Reference to Aerostatic Bearings. *Journal of Tribology (Transactions of the ASME)*,114 (1992).
- [6] Arakere, N., en Nelson, H.D., An Interior Collocation Method for Static and Dynamic Analysis of Finite Length Gas Journal Bearings. *Journal of Tribology (Transactions of the ASME)*,110 (1988).
- [7] Arakere, N.K., Nelson, H.D., en Rankin, R.L., Hydrodynamic Lubrication of Finite Length Rough Gas Journal Bearings. *Tribology Transactions (STLE)*,33 (1990).
- [8] Ausman, J.S., An Improved Analytical Solution for Self-Acting, Gas-Lubricated Journal Bearings of Finite Length. *Journal of Basic Engineering (Transactions of the ASME)*, (juni 1961).
- [9] Ausman, J.S., Linearized Stability Theory for Translatory Half-Speed Whirl of Long, Self-Acting Gas-Lubricated Journal Bearings. *Journal of Basic Engineering (Transactions of the ASME)*, (december 1963).
- [10] Baker, R.E., en Hornung, K.G., Effects of Heat Generation in an Air Hydrostatic Journal Bearing. *Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME)*, (oktober 1970).
- [11] Barnum, T., en Elrod jr., H.G., An Experimental Study of the Dynamic Behavior of Foil Bearings. *Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME)*, (januari 1972).
- [12] Bassani, R., Ciulli, E., en Forte, P., Static Behaviour of an Integral Externally Pressurized Gas Bearing -Comparison with Other Types of Bearing. *Tribology International*,22(3) (1989).
- [13] Bassani, R., Ciulli, E., en Forte, P., Pneumatic Stability of the Integral Aerostatic Bearing: Comparison with Other Types of Bearing. *Tribology International*,22(6) (1989).
- [14] Baumann, G.W., Analysis of a Porous Gas Foil Bearing. *Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME)*, (oktober 1971).
- [15] Baumann, G.W., Controlling Hydrodynamic Foil Air-Bearing Clearance With an Opposing Pressure Pad. *Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME)*, (januari 1975).
- [16] Baxter, B.H., The Composition and Properties of Locally Generated Lamellar Deposits in Dry

- Lubricated Systems, and Their Effect On Static Friction.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [17] Beck, J.V., en Strodman, C.L., Load Support of Spherical Squeeze-Film Gas Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [18] Bennett, J., en Marsh, H., The Steady State and Dynamic Behaviour of the Turbo-Bearing.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [19] Bennett, J., en Marsh, H., The Frictional Torque in Externally Pressurised Bearings.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [20] Bennett, J., en Marsh, H., The Frictional Torque in Externally Pressurized Bearings.
Tribology International, (december 1974).
- [21] Bennett, J., Hudson, B.G., en Marsh, H., The Flow Characteristics of Small Orifices Used in
Externally Pressurised Gas Bearings.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [22] Blondeel, E., en Snoeys, R., Aerostatic Journal Bearings with Pressure Depending Restriction.
Annals of the CIRP,22(1) (1973).
- [23] Blondeel, E., en Snoeys, R., Externally Pressurised Bearing with Pressure Dependent
Restrictors.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [24] Blondeel, E., Aerostatische lagers met lastafhankelijke spleetconfiguratie.
Ph. D. Thesis, Katholieke Universiteit te Leuven, (1975).
- [25] Blondeel, E., Snoeys, R., en Devrieze, L., Aerostatic Bearings with Infinite Stiffness.
Annals of the CIRP,25(1) (1976).
- [26] Blondeel, E., Snoeys, R., en Devrieze, L., Dynamic Stability of Externally Pressurized Gas
Bearings.
Journal of Lubrication Technology,102 (1980).
- [27] Brzeski, L., en Kazimierski, Z., High Stiffness Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [28] Brzeski, L., en Kazimierski, Z., Infinite Stiffness Gas Bearings for Precision Spindles.
Precision Engineering,14(2) (1992).
- [29] Carpenter, A.L., en Mannam, J., Tapered Land Bearings.
Gas Bearing Symposium, (1969).
- [30] Castelli, V., en Pirvics, J., Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1968).
- [31] Chandra, M., Malik, M., en Sinhasan, R., Gas Bearings Part I: Dynamic Analysis and Solution
Method.
Wear,88 (1983).
- [32] Chandra, M., Malik, M., en Sinhasan, R., Gas Bearings Part II: Design Data for Centrally
Loaded Partial Arc Journal Bearings.
Wear,89 (1983).
- [33] Chandra, M., Malik, M., en Sinhasan, R., Comparative Study of Four Gas-Lubricated
Noncircular Journal Bearing Configurations.
Tribology International,16(2) (1983).
- [34] Chown Smith, P.W., Faulkner, F., Griffin, H.L., en Huxley, A.S., The Precision Cylindrical
Grinding and Metrology of Components to Gas Bearing Tolerances.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [35] Cohen, M.J., A Nonlinear-PH Method of Solution for Journal Gas Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1976).
- [36] Cohen, M.J., On the Dynamic Stability of Self-Aligning Journal Gas Bearings.

- Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1977).
- [37] Collins, R., en Shires, G.L., The Interaction of Radial and Axial Loads on a Slot Fed Journal Bearing with bleed thrust face.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [38] Constantinescu, V.N., Note on the Influence of the Heat Transfer Between the Surfaces as a Secondary Effect in Gas Lubrication.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [39] Cunningham, R.E., Fleming, D.P., en Anderson, W.J., Experimental Stability Studies of the Herringbone-Grooved Gas-Lubricated Journal Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [40] Cunningham, R.E., Fleming, D.P., en Anderson, W.J., Steady-State Experiments on Rotating Externally Pressurized Air-Lubricated Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1970).
- [41] Cunningham, R.E., Fleming, D.P., en Anderson, W.J., Experimental Load Capacity and Power Loss of Herringbone Grooved Gas Lubricated Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1971).
- [42] Czołczyński, K., Brzeski, L., en Kazimierski, Z., High Stiffness Gas Journal Bearing under the Step Force.
Wear,167 (1993).
- [43] Czyzewski, T., en Titus, P., Effects of End Relief for Arbitrarily Misaligned Self-Acting Gas Bearings.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),111 (1989).
- [44] Dayton, R.D., en Chasman, M.R., Experimental Rotor Unbalance Response Using Hydrodynamic Gas Lubrication.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1972).
- [45] Dayton, R.D., en Chasman, M.R., Experimental Rotor Unbalance Response Using Hydrostatic Gas Lubrication.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1973).
- [46] Dowson, D., en Oteri, B.I., A Theoretical Study of the effect of Surface Quality on the Performance of Infinitely Long, Self-Acting Gas Lubricated Journal Bearings.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [47] Earles, L.L., Palazzolo, A.B., en Armentrout, R.W., A Finite Element Approach to Pad Flexibility Effects in Tilt Pad Journal Bearings: Part 1 -Single Pad Analysis.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),112 (1990).
- [48] Earles, L.L., Palazzolo, A.B., en Armentrout, R.W., A Finite Element Approach to Pad Flexibility Effects in Tilt Pad Journal Bearings: Part 2 -Assembled Bearing and System Analysis.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),112 (1990).
- [49] Eda, H., Kishi, K., en Ueno, H., Diamond Machining Using a Prototype Ultra-Precision Lathe.
Precision Engineering,9(3) (1987).
- [50] Elrod, H.G., Improved Narrow-Groove Theory for Air Bearings.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [51] Eshel, A., Dynamic Analysis of Three-Foil Rotor Support System in Zero Gravity Environment.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1970).
- [52] Eusepi, M.W., en Wilcock, D.F., A New Hydrodynamic Gas Bearing Concept.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [53] Fleming, D.P., Cunningham, R.E., en Anderson, W.J., Zero-Load Stability of Rotating Externally Pressurized Gas-Lubricated Journal Bearings.

- Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1970).
- [54] Fleming, D.P., en Hamrock, B.J., Optimization of Self-Acting Herringbone Journal Bearings for Maximum Stability.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [55] Fleming, D.P., Thayer, W.J., en Cunningham, R.E., Dynamic Stiffness and Damping of Externally Pressurized Gas Lubricated Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1977).
- [56] Foster, D.J., Carow, D., en Benson, D., An Approximate Theoretical Analysis of the Static and Dynamic Characteristics of the Herringbone Grooved, Gas Lubricated Journal Bearing, and Comparison with Experiment.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [57] Fukui, S., en Kaneko, R., Analysis of Ultra-Thin Gas Film Lubrication Based on the Linearized Boltzmann Equation.
JSME International Journal,30(268) (1987).
- [58] Fukui, S., en Kaneko, R., Analysis of Ultra-Thin Gas Film Lubrication Based on Linearized Boltzmann Equation: First Report -Derivation of a Generalized Lubrication Equation Including Thermal Creep Flow.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [59] Fuller, D.D., A Review of the State-of-the-Art for the Design of Self-Acting Gas-Lubricated Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [60] Gargiulo, E.P. Jr., A Re-Evaluation of Inertia Effects In Hydrodynamic Gas Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1976).
- [61] Gargiulo, E.P. Jr., Porous Wall Gas Lubricated Journal Bearings: Theoretical Investigation.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [62] Gargiulo, E.P. Jr., Porous Wall Gas Lubricated Journal Bearings: Experimental Investigation.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [63] Gielisse, P.J., Heung, L.K., en Rockett, T.J., Material Considerations in Ceramic Gas Bearing Design.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [64] Gielisse, P.J., en Smith, P.W., Preparation of Lubricated Gas Bearing Surfaces.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [65] Gorez, R., A Study of the Stability of Externally Pressurized Gas Bearings with Porous Wall by Liapunov's Direct Method.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1973).
- [66] Gorla, R.S.R., en Catalano, D.A., Foil Bearing Lubrication Theory Including Compressibility Effects.
JSME International Journal (III),32(2) (1989).
- [67] Gray, S., Heshmat, H., en Bhushan, B., Technology Progress on Compliant Foil Air Bearing Systems for Commercial Applications.
8th Gas Bearing Symposium, (1981).
- [68] Gross, W.A., Gas Bearings: a Survey.
Wear,6 (1963).
- [69] Gross, W.A., A Review of Developments in Externally Pressurized Gas Bearing Technology Since 1959.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [70] Gu, A.L., Walowit, J.A., en Wilcock, D.F., A Hero-Jet Driven Porous Spherical Hydrostatic Gas Bearing Gyro.

- Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1973).
- [71] Gu, A., en Cziglienyi, L., Performance of Hydrostatic Spherical Gas Gyro Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1976).
- [72] Guha, S.K., Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Study of Conical Whirl Instability of Self-Acting Porous Gas Journal Bearings Considering Tangential Velocity Slip. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [73] Hays, D.F., An Extended Variational Formulation for Isothermal Gas-Dynamic Lubrication. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1970).
- [74] Heshmat, H., Shapiro, W., en Gray, S., Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),104 (1982).
- [75] Heshmat, H., Walowit, J.A., en Pinkus, O., Analysis of Gas Lubricated Compliant Thrust Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),105 (1983).
- [76] Heshmat, H., Walowit, J.A., en Pinkus, O., Analysis of Gas-Lubricated Foil Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),105 (1983).
- [77] Hindle, J.A., en Barnes, G.R., A Split Sleeve Aerodynamic Bearing for Light Load Applications. 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [78] Holmes, J., Some Methods Used in the Manufacture of Conical Gas Bearings. 8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [79] Holster, P.L., Gaslagers met uitwendige drukbron -1. Werking en eigenschappen van gaslagers met uitwendige drukbron. Polytechnisch Tijdschrift editie Werktuigbouw,22(9) (1967).
- [80] Holster, P.L., Gaslagers met uitwendige drukbron -2. Berekeningsmethode van aerostatische lagere. Polytechnisch Tijdschrift editie Werktuigbouw,22(10) (1967).
- [81] Holster, P.L., en Jacobs, J.A.H., Theoretical Analysis and Experimental Verification on the Static Properties of Externally Pressurized Air-Bearing Pads with Load Compensation. Tribology International,20(5) (1987).
- [82] Holster, P., Jacobs, J., en Roblee, J., The Measurement and Finite Element Analysis of the Dynamic Stiffness of Nonuniform Clearance, Gas Thrust Bearings. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),113 (1991).
- [83] Horikawa, O., en Shimokohbe, A., An Active Air Bearing. JSME International Journal (III),33(1) (1990).
- [84] Horikawa, O., Yasuhara, K., Osada, H., en Shimokohbe, A., Dynamic Stiffness Control of Active Air Bearing. International Journal Japan Society of Precision Engineering,25(1) (1991).
- [85] Inoue, H., en Shimotsuma, Y., Experimental Studies on an Externally Pressurized Gas Bearing by New Tracer Method. 8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [86] Izumi, H., Dynamic Characteristics of Tilting Pad Gas Journal Bearing Supported by Rotary Spring. Bulletin of the JSME,26(211) (1983).
- [87] Jones, D.A., Holt, S., en Tate, D., Thermal and Mechanical Distortions of Self-Acting Gas Bearing Systems. Part 1 Theoretical. 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [88] Jones, D.A., en Tate, D., Thermal and Mechanical Distortions of Self-Acting Gas Bearing Systems. Part 2 Experimental.

- 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [89] Kamala, V., The Hybrid Isothermal Air Lubricated Journal Bearing. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [90] Kao, H.C., A Numerical Method and Higher Approximations for a Self-Acting, Gas-Lubricated Bearing of Finite Length. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1971).
- [91] Kato, S., A Rectangular Flat-Type Externally Pressurized Air Thrust Bearing and its Application to an Ultra Precision Surface Grinder. 8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [92] Kawabata, N., Numerical Analysis of Reynolds Equation for Gas Lubrication in a High Λ Region. JSME International Journal,30(263) (1987).
- [93] Kawabata, N., Ashino, I., Sekizawa, M., en Yamazaki, S., Spiral Grooved Bearing Utilizing the Pumping Effect of a Herringbone Journal Bearing (Method of Numerical Calculation and Influences of Bearing Parameters). JSME International Journal (III),34(3) (1991).
- [94] Kazimierski, Z., en Jarzecki, K., Stability Threshold of Flexibly Supported Hybrid Gas Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [95] Kazimierski, Z., en Trojnarski, J., Investigations of Externally Pressurized Gas Bearings with Different Feeding Systems. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),102 (1980).
- [96] Kazimierski, Z., Kozanecki, Z., en Horodko, L., Vibrations of the Least Loaded Pad of the Tilting Pad Gas Journal Bearing. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [97] Kazimierski, Z., Brzeski, L., en Horodko, L., Gas Bearing of Infinite Stiffness. Journal of Tribology,114 (1992).
- [98] Kilmister, G.T.F., Experience with an Air Bearing Shapemeter System Used on Cold Rolling Mills. 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [99] Kim, K.-M., en Kim, K.-W., An Analytical Study on the Rotational Accuracy of Externally Pressurized Air Journal Bearing. JSME International Journal (III),35(3) (1992).
- [100] Kobayashi, A., Hoshina, N., Tsukada, T., en Ueda, K., High Precision Cutting with a New Ultra Precision Spindle. Annals of the CIRP,27(1) (1978).
- [101] Leadbeater, P.B., Clarke, M., Wills-Moreen, W.J., en Wilson, T.J., A Unique Machine for Grinding Large, Off-Axis Optical Components: the OAGM 2500. Precision Engineering,11(4) (1989).
- [102] Licht, L., An Experimental Study of High-Speed Rotors Supported by Air-Lubricated Foil Bearings -Part 1: Rotation in Pressurized and Self-Acting Foil Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1969).
- [103] Licht, L., An Experimental Study of High-Speed Rotors Supported by Air-Lubricated Foil Bearings -Part 2: Response to Impact and to Periodic Excitation. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1969).
- [104] Licht, L., The Dynamic Characteristics of a Turborotor Simulator Supported on Gas-Lubricated Foil Bearings. Part 1: Response to Rotating Imbalance and Unidirectional Excitation. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1970).

- [105] Licht, L., The Dynamic Characteristics of a Turborotor Simulator Supported on Gas-Lubricated Foil Bearings. Part 2: Operation with Heating and Thermal Gradients.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1970).
- [106] Licht, L., The Dynamic Characteristics of a Turborotor Simulator Supported on Gas-Lubricated Foil Bearings. Part 3: Rotation in Foil Bearings of Reduced Length, with Starting and Stopping Unaided by External Pressurization.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1972).
- [107] Licht, L., Branger, M., en Anderson, W.J., Gas-Lubricated Foil Bearings for High Speed Turboalternator -Construction and Performance.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1974).
- [108] Licht, L., en Branger, M., Motion of a Small High-Speed Rotor in 3 Types of Foil Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1975).
- [109] Licht, L., Anderson, W.J., en Doroff, S.W., Dynamic Characteristics of a High-Speed Rotor with Radial and Axial Foil-Bearing Supports.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), 103 (1981).
- [110] Lin, G., Aoyama, T., en Inasaki, I., Instability Analysis of Groove-Compensated Journal Air Bearings.
JSME International Journal (III), 32(1) (1989).
- [111] Lin, J.-F., Jou, J.-C., en Lu, G.-S., Two-Dimensional Flows in Gas Hydrostatic Bearings in Thin Films of Variable Thickness Analysed by Finite Element Method.
Tribology International, 23(5) (1990).
- [112] Lombard, J., en Duchaine, P., Détermination des Caractéristiques de Paliers et Butées Aérostatiques.
Annals of the CIRP, 20(1) (1971).
- [113] Lombard, J., Duchaine, P.J., en Rottiers, J.M., Gas Bearings. Computing and Behaviour.
Annals of the CIRP, 24(1) (1975).
- [114] Lund, J.W., Linear Transient Response of a Flexible Rotor Supported in Gas-Lubricated Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1976).
- [115] Majumdar, B.C., The Numerical Solution of Aerostatic Journal Bearings with Several Supply Ports.
Wear, 15 (1970).
- [116] Majumdar, B.C., Multi-Recess Aerostatic Journal Bearing with Cyclic Squeeze.
Wear, 21 (1972).
- [117] Majumdar, B.C., On the General Solution of Externally Pressurized Gas Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1972).
- [118] Majumdar, B.C., Analysis of Externally Pressurized Gas Bearings with Journal Rotation.
Wear, 24 (1973).
- [119] Majumdar, B.C., Effects of Cyclic Squeeze on Externally Pressurized Gas Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1975).
- [120] Majumdar, B.C., Stability Characteristics of Gas-Lubricated Bearings Supported on Rubber 'O' Rings.
Tribology International, (juni 1975).
- [121] Majumdar, B.C., Analysis of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings -1.
Wear, 33 (1975).
- [122] Majumdar, B.C., Analysis of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings -2.
Wear, 33 (1975).
- [123] Majumdar, B.C., Dynamic Behaviour of Externally Pressurized Gas Journal Bearings with

- Multiple Supply Holes.
Wear,34 (1975).
- [124] Majumdar, B.C., Design of Externally Pressurised Gas-Lubricated Porous Journal Bearings. Tribology International, (april 1976).
- [125] Majumdar, B.C., Stability Analysis of Externally Pressurized Gas-Lubricated Porous Bearings with Journal Rotation. 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [126] Majumdar, B.C., Gas-Lubricated Porous Bearings: a Bibliography. Wear,36 (1976).
- [127] Majumdar, B.C., Torque of Misaligned Gas-Lubricated Porous Journal Bearings. Wear,39 (1976).
- [128] Majumdar, B.C., Whirl Instability of Externally Pressurized Gas-Lubricated Porous Journal Bearings. Wear,40 (1976).
- [129] Majumdar, B.C., Porous Gas Journal Bearings -A Semianalytical Solution. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1977).
- [130] Majumdar, B.C., On the Analytical Solution of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),100 (1978).
- [131] Majumdar, B.C., Externally Pressurized Gas Bearings: a Review. Wear,62 (1980).
- [132] Majumdar, B.C., Externally Pressurized Gas Journal Bearings with Porous Inserts. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),102 (1980).
- [133] Majumder, M.C., en Majumdar, B.C., Theoretical Analysis of Pneumatic Instability of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings Considering Velocity Slip. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988)
- [134] Majumder, M.C., en Majumdar, B.C., Non-Linear Transient Analysis for an Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearing. Wear,132 (1989).
- [135] Malik, M., en Rodkiewicz, Cz. M., On Slip Flow Considerations in Gas-Lubricated Porous Bearings. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),106 (1984).
- [136] Malik, M., Rahmatabadi, A.D., en Jain, S.C., An Assessment of the Stability Chart of Linearized Gas-Lubricated Plane Journal Bearing System. Tribology Transactions (STLE),32 (1989).
- [137] Markho, P.H., Grewal, S.S., en Stowell, T.B., An Experimental Investigation of the Effect of Misalignment and Directionality on the Performance of an Externally-Pressurized, Orifice-Compensated Air Journal Bearing. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [138] Marsh, H., The Stability of Self-Acting Gas Journal Bearings with Noncircular Members and Additional Elements of Flexibility. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [139] Marsh, H., Design for Minimum Total Power. 7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [140] Marsh, H., Stability and Rotordynamics for Gas Lubricated Bearings. Tribology International, (oktober 1980).
- [141] McCabe, J.T., Chu, T.Y., en Elrod, H.G., Stability Considerations for a Gas-Lubricated Tilting Pad Bearing. Part 2: Analytical Refinements and Stability Data.

- Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1972).
- [142] McFarlane, C.W.R., en Reason, B.R., Experimental Studies in the Operating Performance of a Hybrid Air Journal Bearing with Particular Reference to Pressure Profile Measurement. 8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [143] Michelini, R.C., en Ghigliazza, R.S., Considerations on the Stiffness of Externally Pressurized Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1971).
- [144] Mitsuya, Y., Modified Reynolds Equation for Ultra-Thin Film Gas Lubrication Using 1.5-Order Slip-Flow Model and Considering Surface Accomodation Coefficient.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME), 115 (1993).
- [145] Miyaji, R., en Harada, M., The Shaft Response Characteristics of Hydrostatic Pocket Journal Gas Bearings with Fluid Damper.
International Journal Japan Society of Precision Engineering, 25(4) (1991).
- [146] Mizumoto, H., Okuno, K., Matsubara, T., en Yabuya, M., An Infinite-Stiffness Aerostatic Bearing with an Exhaust-Control Restrictor.
International Journal Japan Society of Precision Engineering, 26(3) (1992).
- [147] Mori, A., en Mori, H., An Application of Pneumatic Phase Shifting to Stabilization of Externally Pressurized Journal Gas Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1973).
- [148] Mori, A., en Mori, H., Effect of Eccentricity on Whirl Instability in Externally Pressurized, Inherently Compensated Gas Journal Bearings.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [149] Mori, A., Aoyama, K., en Mori, H., Influence of the Gas-Film Inertia Forces on the Dynamic Characteristics of Externally Pressurized, Gas Lubricated Journal Bearings. Part 1: Proposal of Governing Equations.
Bulletin of the JSME, 23(178) (1980).
- [150] Mori, A., Aoyama, K., en Mori, H., Influence of the Gas-Film Inertia Forces on the Dynamic Characteristics of Externally Pressurized, Gas Lubricated Journal Bearings. Part 2: Analysis of Whirl Instability and Plane Vibration.
Bulletin of the JSME, 23(180) (1980).
- [151] Mori, A., en Mori, H., Modified Reynolds Equations and Boundary Conditions for Analyses of Dynamic Performances of Externally Pressurized Gas Bearings.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [152] Mori, A., Matsumoto, S., en Mori, H., On a Controlling Method of Amplitude and Frequency of Self-Excited Vibration in an Externally Pressurized, Recessed-type Gas Bearing.
Bulletin of JSME, 27(228) (1984).
- [153] Mori, A., en Mori, H., Analysis of Stability of Externally Pressurized, Gas Lubricated Floating Bush Journal Bearings.
Bulletin of JSME, 28(239) (1985).
- [154] Mori, A., Chunzheng, C., en Mori, H., Analysis of Whirl Instability in Externally Pressurized Gas Bearings with Circular Slots of Tangential Supply.
JSME International Journal (III), 32(2) (1989).
- [155] Mori, H., en Miyamatsu, Y., Theoretical Flow-Models for Externally Pressurized Gas Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [156] Mori, H., en Yabe, H., Theoretical Investigation of Externally Pressurized Gas-Lubricated Porous Journal Bearing with Surface-Loading Effect.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1973).
- [157] Mori, H., en Yabe, H., A Theoretical Study of the Dynamic Characteristics of Externally

- Pressurised, Porous Journal Gas-Bearings.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [158] Muijderman, E.A., Inleiding tribotechniek (w75). Deel 2: Uitwendig van druk voorziene olie- en gaslagers.
Dictaat, Technische Hogeschool Delft, (1981).
- [159] Muijderman, E.A., De Reynoldsvergelijking en de begrippen en kentallen bij de gaslagertheorie; zelfwerkende gaslagers in de praktijk.
Dictaat 4.704 Tribologie 1 (Aktuele Aspecten), Technische Universiteit Eindhoven, (1991).
- [160] Murata, S., Miyake, Y., en Kawabata, N., Analysis of Self-Acting, Gas-Lubricated Journal Bearings.
Bulletin of the JSME,24(191) (1981).
- [161] Murphy, B.T., en Wagner, M.N., Measurement of Rotordynamic Coefficients for a Hydrostatic Radial Bearing.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),113 (1991).
- [162] Murti, P.R.K., Analysis of Externally Pressurized Gas Porous Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1974).
- [163] Narkis, Y., en Pinkus, O., On the Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1976).
- [164] Narkis, Y., en Cohen, M.J., Response of Infinite Journal Gas Bearings to Harmonic Perturbations in the Rotational Speed.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1977).
- [165] Narkis, Y., en Weihs, D., Performance of Spherical Gas Bearings in Axisymmetric Operation.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [166] Nemoto, M., en Ono, S., Static Performance of Hybrid Tilting Pad Gas Journal Bearings.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [167] Ng, C.-W., Linearized PH Stability Theory for Finite Length, Self-Acting, Plain Journal Bearings.
Journal of Basic Engineering (Transactions of the ASME), (september 1965).
- [168] Nguyen, S.H., p-Version Finite Element Analysis of Gas Bearings of Finite Width.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),113 (1991).
- [169] Oh, K.P., en Rohde, S.M., A Theoretical Analysis of a Compliant Shell Air Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1977).
- [170] Ono, K., Circumferentially Grooved Hydrostatic Gas Journal Bearing.
Bulletin of JSME,27(223) (1984).
- [171] Pal, D.K., en Majumdar, B.C., Stability Analysis of Externally-Pressurized Gas-Lubricated Porous Bearings with Journal Rotation. Part 1. Cylindrical Whirl.
Tribology International,17(2) (1984).
- [172] Pal, D.K., en Majumdar, B.C., Stability Analysis of Externally-Pressurized Gas-Lubricated Porous Bearings with Journal Rotation. Part 2. Conical Whirl.
Tribology International,17(2) (1984).
- [173] Pan, C.H.T., Diagonalization of the Bearing Matrix -a Systematic Method for the Analysis of Rotor-Bearing Dynamics.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [174] Pande, S.S., en Somasundaram, S., Analysis of Tapered-Land Hybrid Aerostatic Journal Bearings.
Wear,81 (1982).
- [175] Pande, S.S., Cyclic Squeeze in Tapered Land Aerostatic Journal Bearings.
Wear,89 (1983).

- [176] Pande, S.S., Analysis of Tapered Land Aerostatic Bearings for Combined Radial and Thrust Loads (Yates' Configuration).
Wear,107 (1986).
- [177] Peng, J.-P., en Carpino, M., Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),115 (1993).
- [178] Pink, E.G., Investigations into Design Methods for Externally Pressurized Gas Journal Bearings.
Tribology International, (december 1974).
- [179] Pink, E.G., Investigations into Design Methods for Externally Pressurised Gas Journal Bearings.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [180] Pink, E.G., An Experimental Investigation of Externally Pressurised Gas Journal Bearings and Comparison with Design Method Predictions.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [181] Pink, E.G., en Stout, K.J., Design Procedures for Orifice Compensated Gas Journal Bearings Based on Experimental Data.
Tribology International, (februari 1978).
- [182] Pink, E.G., en Stout, K.J., Characteristics of Orifice Compensated Hybrid Journal Bearings.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [183] Pink, E.G., The Application of Complex Potential Theory to Externally Pressurised Gas Lubricated Bearings.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [184] Pinkus, O., Analysis of Noncircular Gas Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (oktober 1975).
- [185] Plessers, P., en Snoeys, R., Dynamic Identification of Convergent Externally Pressurized Gas-Bearing Gaps.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [186] Plessers, P., en Snoeys, R., Dynamic Stability of Mechanical Structures Containing Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Bearings.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [187] Polome, J., en Gorez, R., The Use of Ground Porous Material in Gas Lubrication.
Wear,60 (1980).
- [188] Powell, J.W., Design of Aerostatic Bearings.
The Machinery Publishing Co. Ltd., Brighton, (1970).
- [189] Raad, P.E., en Kuria, I.M., Two-Sided Texture Effects on Ultra-Thin Wide Wedge Gas Bearings.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),111 (1989).
- [190] Rao, N.S., Analysis of the Stiffness and Damping Characteristics of an Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (1977).
- [191] Rao, N.S., Tilt Stiffness and Damping of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings.
Wear,47 (1978).
- [192] Rao, N.S., Analysis of Dynamic Tilt Stiffness and Damping Coefficients of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),100 (1978).
- [193] Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Dynamic Characteristics of Gas-Lubricated Externally Pressurized Porous Bearings with Journal Rotation: I.

- Wear,50 (1978).
- [194] Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Dynamic Characteristics of Gas-Lubricated Externally Pressurized Porous Bearings with Journal Rotation II. Wear,50 (1978).
- [195] Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Analysis of Pneumatic Instability of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [196] Rao, N.S., Design of Externally Pressurized Porous Gas Bearings with Journal Rotation. Wear,52 (1979).
- [197] Rao, N.S., en Majumdar, B.C., An Approximate Method for the Calculation of Dynamic Stiffness and Damping Coefficients of Externally Pressurized Porous Gas Journal Bearings. Wear,61 (1980).
- [198] Rao, N.S., Static Characteristics of Aerostatic Porous Journal Bearings. Wear,61 (1980).
- [199] Reddi, M.M., en Chu, T.Y., Finite Element Solution of the Steady-State Compressible Lubrication Problem. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1970).
- [200] Rieder, W.G., en Haworth, D.R., Gas Flow Through Trapezoidal Microgaps. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1973).
- [201] Roblee, J.W., en Mote, C.D. Jr., Design of Externally Pressurized Gas Bearings for Stiffness and Damping. Tribology International,23(5) (1990).
- [202] Roger Ku, C.-P., en Heshmat, H., Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis: Part 1 -Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),114 (1992).
- [203] Rowe, W.B., en Stout, K.J., Design of Externally Pressurized Gas-Fed Journal Bearings Employing Slot Restrictors. Tribology, (augustus 1973).
- [204] Salem, E., en Khalil, F., Choked Flow in Externally Pressurized Spherical Gas Bearings. Wear,47 (1978).
- [205] Schmid, C., Gas Bearing Turboexpanders for Cryogenic Plants. 6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [206] Sebastian, S., Analysis of a Conical Aerostatic Bearing. 8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [207] Sela, N.M., en Blech, J.J., Performance and Stability of a Hybrid Spherical Gas Gyrobearing. Journal of Tribology (Transactions of the ASME),113 (1991).
- [208] Shapiro, W., Steady-State and Dynamic Analyses of Gas-Lubricated Hybrid Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [209] Shapiro, W., en Colsher, R., Implementation of Time-Transient and Step-Jump Dynamic Analyses of Gas-Lubricated Bearings. Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1970).
- [210] Shimokohbe, A., Horikawa, O., en Sato, K., An Active Air Journal Bearing with Ultraprecision, Infinite Static Stiffness, High Damping Capability and New Functions. Annals of the CIRP,40(1) (1991).
- [211] Shinno, H., Mitsui, K., en Tatsue, Y., A New Method for Evaluating Error Motion of Ultra Precision Spindle. Annals of the CIRP,36(1) (1987).
- [212] Singh, D.V., Sinhasan, R., en Wadhwa, S.S., Dynamic Performance of Plain Gas Journal

Bearings.

Tribology International, (februari 1983).

- [213] Singh, K.C., Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Effect of Slip Flow on the Steady-State Performance of Aerostatic Porous Journal Bearings.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),106 (1984).
- [214] Singh, K.C., Rao, N.S., en Majumdar, B.C., Hybrid Porous Gas Journal Bearings: Steady State Solution Incorporating the Effect of Velocity Slip.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),106 (1984).
- [215] Siryj, B.W., Air Bearings for High-Speed Mirrors Rotating in a Vacuum.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1971).
- [216] Smalley, A.J., Static and Dynamic Characteristics of the Gas-Lubricated Spiral-Grooved Spool Bearing for Motion in the Axial Direction.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [217] Snoeys, R., Devrieze, L., en Vanherck, P., Self Aligning Aerostatic Shoe Bearings.
Annals of the CIRP,26(1) (1977).
- [218] Spierenburgh, S.J., Handleiding voor de programmatuur voor de berekening van uitwendig van druk voorziene gaslagers.
WPA-rapport 1484, Technische Universiteit Eindhoven, (1993).
- [219] Srinivasan, K., en Prabhu, B.S., Steady State Characteristics of Conical Hybrid Bearings.
Wear,89 (1983).
- [220] Stepanyants, L.G., Zablotsky, N.D., en Sipehov, I.E., Method of Theoretical Investigation of Externally Pressurized Gas-Lubricated Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1969).
- [221] Stevenson, C.H., Compressible Fluid-Film Lubrication and Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1969).
- [222] Stout, K.J., Porritt, T.E., en Rowe, W.B., The Performance of Externally Pressurised Slot Restricted Journal Bearings.
6th International Gas Bearing Symposium, (1974).
- [223] Stout, K.J., en Rowe, W.B., Externally Pressurized Bearings -Design for Manufacture. Part 1 - Journal Bearing Selection.
Tribology International, (juni 1974).
- [224] Stout, K.J., en Rowe, W.B., Externally Pressurized Bearings -Design for Manufacture. Part 2 - Design of Gas Bearings for Manufacture Including a Tolerancing Procedure.
Tribology International, (augustus 1974).
- [225] Stout, K.J., en Rowe, W.B., Externally Pressurized Bearings -Design for Manufacture. Part 3 - Design of Liquid Externally Pressurized Bearings for Manufacture Including Tolerancing Procedures.
Tribology International, (oktober 1974).
- [226] Stout, K.J., en Rowe, W.B., Tolerancing Procedures for Liquid and Gas Feed Externally Pressurized Bearings.
Wear,34 (1975).
- [227] Stout, K.J., en Tawfik, M., Design Data for Externally Pressurised Spherical Gas Bearings.
Tribology International, (juni 1977).
- [228] Stout, K.J., Pink, E.G., en Tawfik, M., Comparison of Slot-Entry and Orifice-Compensated Gas Journal Bearings.
Wear,51 (1978).
- [229] Stout, K.J., en Pink, E.G., Orifice Compensated EP Gas Bearings: the Significance of Errors of Manufacture.

- Tribology International, (juni 1980).
- [230] Stout, K.J., en Tawfik, M., Graphical Design Procedures for Slot Entry Hybrid Gas Journal Bearings.
Wear,87 (1983).
- [231] Stowell, T.B., Markho, P.H., en Grewal, S.S., An Experimental Investigation of the Effect of Inter-Orifice Variations on the Performance of an Externally-Pressurized, Orifice-Compensated Air Journal Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),102 (1980).
- [232] Strodtman, C.L., An Augmented, Small-Parameter Equation for the Squeeze-Film Journal Bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1970).
- [233] Strodtman, C.L., Optimization of Clearance in a Squeeze-Film Journal bearing.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (april 1971).
- [234] Sun, D.-C., Analysis of the Steady State Characteristics of Gas-Lubricated, Porous Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (januari 1975).
- [235] Sun, D.-C., Stability of Gas-Lubricated, Externally Pressurized Porous Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1975).
- [236] Tanaka, K., en Muraki, H., Performance of Air-Lubricated Hydrodynamic Bearing Spindles for Laser Scanners.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),113 (1991).
- [237] Tawfik, M., Stout, K.J., en Rowe, W.B., Characteristics of Slot Entry Hybrid Gas Bearings.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [238] Tawfik, M., en Stout, K.J., Combined Radial and Thrust Aerostatic Bearings -a Summary.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [239] Tawfik, M., en Stout, K.J., Optimisation of Slot Entry Hybrid Gas Bearings.
Tribology International, (februari 1982).
- [240] Tønder, K., A Numerical Assessment of the Effect of Striated Roughness on Gas Lubrication.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),106 (1984).
- [241] Unterberger, R., Air Bearings for a Diamond Turning Machine.
8th International Gas Bearing Symposium, (1981).
- [242] Venkatesh, V.C., en Kamala, V., Investigations on Externally Pressurised Air Lubricated Journal Bearings.
Annals of the CIRP,24(1) (1975).
- [243] Victor, H.R., en Schmidt, J., Entwicklung aerostatischer Lager nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten.
Annals of the CIRP,24(1) (1975).
- [244] Victor, H.R., en Schmidt, J., Porous Bearings with Low Air Consumption for Application in Textile Industry.
7th International Gas Bearing Symposium, (1976).
- [245] Wadhwa, S.S., Sinhasan, R., en Singh, D.V., Analysis of Orifice Compensated Externally Pressurized Gas Bearings.
Tribology International,16(4) (1983).
- [246] Wang, J.M., Design of Gas Bearing Systems for Precision Applications.
Proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven, ISBN 90-386-0112-3, (1993).
- [247] Warnecke, H.J., Konstruktion und Eigenschaften aerostatischer Lager und Führungen.
Annals of the CIRP,21(2) (1972).
- [248] Watkins, C.B., Branch, H.D., en Eronini, I.E., Dynamic Characteristics of a Hydrostatic Gas

- Bearing Driven by Oscillating Exhaust Pressure.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),106 (1984).
- [249] Weck, M., en Koch, A., Spindle-Bearing Systems for High-Speed Applications in Machine Tools.
Annals of the CIRP,42(1) (1993).
- [250] White, J.W., Surface Roughness Effects on the Load Carrying Capacity of Very Thin Compressible Lubricating Films.
Journal of Lubrication (Transactions of the ASME),102 (1980).
- [251] White, J.W., The Effect of Two Sided Surface Roughness on Ultra-Thin Gas Films.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),105 (1983).
- [252] White, J.W., Raad, P.E., Tabrizi, A.H., e.a., A Numerical Study of Surface Roughness Effects on Ultra-Thin Gas Films.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),108 (1986).
- [253] White, J.W., en Raad, P.E., Effect of a Rough Translating Surface on Gas Film Lubrication: A Numerical and Analytical Study.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),109 (1987).
- [254] Wu, E.-R., en Castelli, V., Gas-Lubricated Porous Bearings -Infinitely Long Journal Bearings, Steady-State Solution.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1976).
- [255] Wu, E.-R., en Castelli, V., Gas-Lubricated Porous Bearings -Short Journal Bearings, Steady-State Solution.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME), (juli 1977).
- [256] Wu, E.-R., Gas-Lubricated Porous Bearings of Finite Length -Self-Acting Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),101 (1979).
- [257] Yabe, H., Mori, H., Aoki, S.-Y., en Osame, M., Fundamental Characteristics of an Externally Pressurized Gas-Lubricated Journal Bearing with Surface-Restriction Compensation.
Bulletin of JSME,29(254) (1986).
- [258] Yabe, H., Current Research on Externally Pressurized Gas-Lubricated Bearings.
JSME International Journal,30(267) (1987).
- [259] Yabe, H., Present and Future Technology for Gas-Lubricated Bearings.
Japanese Journal of Tribology,37(9) (1992).
- [260] Yokota, H., Aoyama, T., en Inasaki, I., Development of High Stiffness Externally Pressurized Journal Air Bearings with an Automatically Controlled Restrictor.
International Journal Japan Society of Precision Engineering,26(4) (1992).
- [261] Yoshimoto, S., en Nakano, Y., Stability of Unsymmetrical Rigid Rotor Supported by Self-Acting Gas-Lubricated Journal Bearings.
Journal of Lubrication Technology (Transactions of the ASME),105 (1983).
- [262] Yoshimoto, S., en Nakano, Y., Stability of a Rigid Rotor Supported by Externally Pressurized Gas Journal Bearings with a Circular Slot Restrictor.
Bulletin of JSME,27(225) (1984).
- [263] Yoshimoto, S., Nakano, Y., en Kakubari, T., Dynamic Properties of Externally-Pressurized Gas Journal Bearings with Circular Slot Restrictors.
Bulletin of JSME,27(229) (1984).
- [264] Yoshimoto, S., Nakano, Y., en Kakubari, T., Static Characteristics of Externally Pressurized Gas Journal Bearings with Circular Slot Restrictors.
Tribology International,17(4) (1984).
- [265] Yoshimoto, S., Static Characteristic of an Aerostatic Journal Bearing with Partially Gas-Fed Slot Restrictors (On the Double-Row Admission Bearing Using Feeding Slits).

- Bulletin of JSME,29(252) (1986).
- [266] Yoshimoto, S., Improvement of Static Characteristics of an Aerostatic Journal Bearing Using the Elastic Deformation of an O-Ring.
Tribology International,20(5) (1987).
- [267] Yoshimoto, S., Anno, Y., en Ohashi, T., Stability of a Rigid Rotor Supported by Aerostatic Journal Bearings with Circular Slot Restrictors (On the Double-Row Admission Bearing).
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [268] Yoshimoto, S., Static Characteristics of a Slot-Entry Gas Journal Bearing with Feeding Holes.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),110 (1988).
- [269] Zheming, Z., en Wenkang, S., A New Method for the Numerical Solution of the Reynolds Equation at Low Spacing.
Journal of Tribology (Transactions of the ASME),115 (1993).

Octrooien en patentaanvragen

(Voornamelijk te vinden onder patentcategorie F16C 32/06)

- [270] Octrooi 145931, Inrichting voorzien van een aëro- of hydrostatisch leger.
Nederlandse Organisatie voor Toegepast-Natuurwetenschappelijk Onderzoek ten behoeve van Nijverheid, Handel en Verkeer, 's Gravenhage, (1965).
- [271] Octrooi 145932, Aëro- of hydrodynamisch rotatieleger.
Nederlandse Organisatie voor Toegepast-Natuurwetenschappelijk Onderzoek ten behoeve van Nijverheid, Handel en Verkeer, 's Gravenhage, (1965).
- [272] Octrooi 151476, Van groeven voorzien leger.
Harold Elias Grant Arneson, Minneapolis, (1966).
- [273] Octrooi 156796, Inrichting voor het dempen van trillingen in legers van assen.
L'Air Liquide, Societe Anonyme pour L'Etude et L'Exploitation des Procèdes Georges Claude, Parijs, (1969).
- [274] Octrooi 160638, Aëro- of hydrostatisch leger.
Nederlandse Organisatie voor Toegepast-Natuurwetenschappelijk Onderzoek ten behoeve van Nijverheid, Handel en Verkeer, 's Gravenhage, (1969).
- [275] Terinzagelegging 7511801, Blondeel, E.J., Fluidumleger.
Agfa-Gevaert N.V., Mortsel, (1975).
- [276] Octrooi 172089, Zelf druk opwekkend gaslager met meerdere zelfinstellende lagersegmenten.
Sulzer Brothers Limited, Winterthur, (1978).
- [277] Terinzagelegging 8000171, Gaslagers.
Nippon Telegraph and Telephone Public Corporation, Tokio, (1980).
- [278] Terinzagelegging 8102285, Aerostatisch axiaal lager.
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven, (1981).
- [279] Terinzagelegging 8502650, Gasleger alsmede hiervoor geschikt legerdeel.
Pelt & Hooykaas B.V., Rotterdam, (1985).
- [280] Terinzagelegging 8800440, Gaslegerdeel alsmede inrichting voorzien van een dergelijk gaslegerdeel.
Pelt & Hooykaas B.V., Rotterdam (1988).
- [281] Terinzagelegging 8800656, Statisch lager.
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven, (1988).
- [282] Europäische Patentanmeldung 0 302 317 A1, Pütz, H, Gasstatisches und -dynamisches Lager.

- INTERATOM Gesellschaft mit beschränkter Haftung, Bergisch-Gladbach, (1988).
- [283] European Patent Application 0 333 278 A1 (identiek [281]), Jacobs, J.A.H.M., en Holster, P.L., Static Bearing.
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven, (1989).
- [284] European Patent Application 0 488 715 A2, Ono, K., Kitamura, K., en Misawa, H., A porous hydrostatic gas-bearing.
NGK Insulators Ltd., Nagoya City, (1991).

Bijlage A: Overzicht van cilindrische luchtlagers voor radiale belasting

A.1 Overzichtsartikelen

[30], [59], [68], [69], [126], [131], [158], [188], [221], [247], [249], [259]

A.2 Analyse van stroming in gaslagers (o.a. Reynolds' vergelijking)

[1], [2], [4], [5], [30], [35], [50], [57], [58], [73], [92], [111], [144], [151], [155], [158], [159], [168], [183], [188], [199], [200], [220], [246], [269]

A.3 Zelfwerkende lagers

A.3.1 Gewone zelfwerkende lager

[6], [7], [8], [9], [36], [46], [59], [60], [87], [88], [90], [136], [159], [160], [163], [164], [167], [212], [261]

A.3.2 Groeflagers

[39], [41], [50], [54], [56], [59], [78], [93], [236], [271], [277]

A.3.3 Lagers met kantelschoenen

[47], [48], [59], [86], [96], [114], [141], [205], [276]

A.3.4 Lagers met flexibele binnenwand

[51], [52], [59], [67], [74], [76], [102], [103], [104], [105], [106], [107], [108], [109], [169], [177], [202]

A.3.5 Niet-circulair lager

[31], [33], [59], [138], [184]

A.3.6 Lagers met poreuze binnenwand

[72], [135], [254], [255], [256], [276]

A.4.7 Lagers voor gecombineerde radiale en axiale belasting

[3], [6], [78], [93], [109], [236], [271]

A.3.7 Overig

[3], [31], [32], [43], [44], [59], [77], [78], [138], [140], [216], [276], [282]

A.4 Uitwendig van druk voorziene lagers

A.4.1 Groeflagers

[110], [170], [257], [258], [270], [272], [274], [277]

A.4.2 Lagers met inwendig tapse vlakken

[29], [174], [175], [176]

A.4.3 Lagers met starre instroomopeningen

[26], [37], [40], [45], [53], [55], [79], [80], [89], [94], [95], [99], [112], [113], [115],

[116], [117], [118], [119], [123], [131], [137], [139], [142], [143], [145], [146], [148], [149], [150], [151], [152], [158], [159], [178], [179], [180], [181], [182], [183], [188], [203], [208], [209], [215], [218], [222], [223], [224], [226], [228], [229], [230], [231], [237], [239], [242], [243], [245], [246], [248], [258], [262], [263], [264], [265], [266], [267], [268], [273], [280]

A.4.4 Lagers met drukafhankelijke instroomopeningen

[22], [23], [24], [25], [158], [217], [260], [274], [275], [281], [283]

A.4.5 Lagers met andere variabele compensatie

[27], [28], [42], [97], [266], [273], [274], [281], [283]

A.4.6 Lagers met instroom via poreus materiaal

[61], [62], [65], [121], [122], [124], [125], [126], [127], [128], [129], [130], [132], [133], [134], [156], [157], [158], [171], [172], [187], [190], [191], [192], [193], [194], [195], [196], [197], [198], [211], [213], [214], [234], [235], [243], [244], [282], [284]

A.4.7 Lagers voor gecombineerde radiale en axiale belasting

[12], [13], [37], [70], [71], [111], [165], [176], [204], [206], [207], [217], [219], [220], [223], [227], [238], [241], [275]

A.4.8 Lagers met actieve regeling

[83], [84], [146], [210]

A.4.9 Lagers met kantelschoenen

[166]

A.4.10 Overig

[18], [21], [24], [26], [79], [80], [85], [99], [111], [119], [120], [139], [145], [147], [151], [152], [153], [154], [155], [156], [158], [159], [209], [218], [220], [246], [248], [266], [273], [274], [275], [277], [279], [280], [281], [283], [284]

A.5 Lagering voor gecombineerde axiale en radiale belasting

A.5.1 Conisch

[3], [6], [78], [111], [206], [219], [223], [238]

A.5.2 Overig

[12], [13], [37], [70], [71], [93], [109], [111], [165], [176], [204], [207], [216], [217], [220], [223], [227], [236], [238], [241], [271], [275]

A.6 Uitvoering van machines met luchtlagers (toegepast)

[34], [49], [91], [100], [101], [188], [241], [247]

A.7 Wrijving en warmteverschijnselen

[10], [16], [19], [20], [24], [38], [58], [87], [88], [105], [159], [246], [282]

A.8 Invloeden van oppervlakte-ruwheid en fabricage-onnauwkeurigheden

[7], [46], [188], [189], [218], [222], [224], [226], [229], [230], [240], [246], [250], [251], [252], [253]

A.9 Artikelen en onderdelen daarvan buiten de rubrieken

[11], [14], [15], [17], [24], [34], [44], [45], [60], [63], [64], [66], [70], [71], [75], [78], [79], [80], [81], [82], [85], [91], [98], [99], [114], [140], [142], [143], [158], [159], [161], [162], [173], [185], [186], [188], [201], [209], [211], [215], [218], [225], [226], [232], [233], [246], [261], [270], [271], [272], [274], [275], [276], [278], [279], [280], [281], [283]

Bijlage B: Nulde orde oplossing voor de drukverdeling

De dimensieloze Reynolds' vergelijking die van toepassing is op een cilindrisch luchtlager, waarbij de rotatiesnelheid wordt meegenomen in de analyse (in Λ), luidt:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) = 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P\bar{h}) \quad (\text{B.1})$$

In deze formule geldt voor de dimensieloze filmspleet met een taps verloop in axiale richting (figuur 5.1, het geheel is symmetrisch daarom wordt alleen het verloop van 0 tot Z beschouwd):

$$\bar{h} = 1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) + \varepsilon \cos \theta \quad (\text{B.2})$$

en voor de eerste orde benadering in ε van de dimensieloze drukverdeling:

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) + \varepsilon P_1(\theta, \bar{z}) \quad (\text{B.3})$$

Voor de nulde orde benadering van de dimensieloze filmspleetvergelijking (B.2) geldt:

$$\bar{h} = 1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) \quad (\text{B.4})$$

met

$$T_B = T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) \quad (\text{B.5})$$

volgt uit (B.4):

$$\bar{h} = 1 + T_B \quad (\text{B.6})$$

De nulde orde benadering van (B.3) impliceert het axiaal variërende concentrische dimensieloze drukverloop:

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) \quad (\text{B.7})$$

Met (B.4) en (B.7) volgt voor de respectievelijke afgeleiden in rondlopende richting:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^p}{\partial \theta^p} \bar{h}^q &= 0 \\ \frac{\partial^p}{\partial \theta^p} P^q &= 0 \quad p, q \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Het uitwerken van (B.1) resulteert voor de eerste term van deze vergelijking met (B.8) in:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{B.9})$$

Voor de tweede term van (B.1) volgt met (B.6):

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left((1 + T_B)^3 \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} \right) \quad (\text{B.10})$$

en voor de laatste term van vergelijking (B.1) geldt met (B.8):

$$2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P\bar{h}) = 2\Lambda \left[\bar{h} \frac{\partial}{\partial \theta} P + P \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{h} \right] = 0 \quad (\text{B.11})$$

Substitutie van (B.9), (B.10), en (B.11) in (B.1) resulteert in de nulde orde vergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left((1 + T_B)^3 \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} \right) = 0 \quad (\text{B.12})$$

Vanuit (B.12) kan tot een oplossing voor P_0 gekomen worden door eerst over de axiale coördinaat te integreren:

$$\int_{\bar{z}} \frac{d}{d\bar{z}} \left((1 + T_B)^3 \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} \right) = \int_{\bar{z}} 0 \quad (\text{B.13})$$

dit resulteert in:

$$(1 + T_B)^3 \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} = A_c \quad (\text{B.14})$$

hierin stelt A_c een integratie-constante voor; integreren van (B.14) geeft:

$$\begin{aligned} P_0^2(\bar{z}) &= \int \frac{A_c}{\bar{z} \left(1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) \right)^3} d\bar{z} \\ &= \frac{A_c}{\left(1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) \right)^2} \frac{Z}{2T} + B_c \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Om tot een oplossing van de hierin voorkomende integratie-constanten A_c en B_c te komen, wordt gebruik gemaakt van de volgende randvoorwaarden:

$$\begin{aligned} \bar{z} = 0 : \quad P_0 &= P_s & \left(= \frac{P_s}{P_a} \right) \\ \bar{z} = Z : \quad P_0 &= 1 & \left(= \frac{P_a}{P_a} \right) \end{aligned} \tag{B.16}$$

Substitutie van de condities onder (B.16) in (B.15) leidt tot twee op te lossen vergelijkingen:

$$\frac{A_c}{(1 + T)^2} \frac{Z}{2T} + B_c = P_s^2 \tag{B.17}$$

$$A_c \frac{Z}{2T} + B_c = 1 \tag{B.18}$$

Uit (B.18) volgt eenvoudig:

$$A_c = \frac{2T}{Z} (1 - B_c) \tag{B.19}$$

zodat met substitutie van (B.19) in (B.17) een vergelijking voor B_c ontstaat:

$$B_c = \frac{P_s^2 (1 + T)^2 - 1}{(2T + T^2)} \tag{B.20}$$

Substitutie van (B.19) in (B.17) geeft:

$$P_0(\bar{z}) = \frac{(1 - B_c)}{\left(1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2} + B_c \tag{B.21}$$

substitueren van (B.20) in (B.21) leidt verder tot:

$$\begin{aligned}
P_0^2(\bar{z}) &= \frac{(2T + T^2) - P_s^2(1+T)^2 + 1}{(2T + T^2)\left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2} + \frac{P_s^2(1 + T)^2 - 1}{(2T + T^2)} \frac{\left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2}{\left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2} \\
&= P_s^2 - (P_s^2 - 1) \frac{\left(1 + T\right)^2 - \left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2}{(2T + T^2)\left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)^2} \\
&= P_s^2 - (P_s^2 - 1) \frac{\left[\frac{(1 + T)}{\left(1 + T\left(1 - \frac{\bar{z}}{Z}\right)\right)}\right]^2 - 1}{(2T + T^2)} \\
&= P_s^2 - (P_s^2 - 1) \frac{\left[\frac{1}{\left(1 - \frac{T}{Z(1 + T)}\bar{z}\right)}\right]^2 - 1}{(2T + T^2)}
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Gedefinieerd wordt nu een constante B_1 :

$$B_1 = -\frac{T}{Z(1 + T)} \Leftrightarrow T = \frac{-B_1 Z}{(1 + B_1 Z)} \tag{B.23}$$

Substitutie van (B.23) in (B.22) levert:

$$\begin{aligned}
P_0^2(\bar{z}) &= P_s^2 - (P_s^2 - 1) \frac{\left[\frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})}\right]^2 - 1}{(2T + T^2)} \\
&= P_s^2 + \frac{(P_s^2 - 1)}{(2T + T^2)} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})^2}\right]
\end{aligned} \tag{B.24}$$

verder uitwerken van (B.24) met vergelijking (B.23) geeft:

$$\begin{aligned}
P_0^2(\bar{z}) &= P_s^2 + \frac{(P_s^2 - 1)}{2 \frac{-B_1 Z}{(1 + B_1 Z)} \frac{(1 + B_1 Z)}{(1 + B_1 Z)} + \left(\frac{-B_1 Z}{(1 + B_1 Z)}\right)^2} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})^2} \right] \\
&= P_s^2 + \frac{(P_s^2 - 1)}{\frac{B_1^2 Z^2 - 2B_1 Z - 2B_1^2 Z^2 + 1 - 1}{(1 + B_1 Z)^2}} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})^2} \right] \\
&= P_s^2 + \frac{(P_s^2 - 1)}{\frac{-(1 + B_1 Z)^2 + 1}{(1 + B_1 Z)^2}} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})^2} \right] \\
&= P_s^2 - \frac{(P_s^2 - 1)}{1 - 1/(1 + B_1 Z)^2} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_1 \bar{z})^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.25}$$

Aangezien de dimensieloze positie Z gedefinieerd is als:

$$Z = \frac{L}{2R} = \frac{L_a}{R} \tag{B.26}$$

geldt dat B_1 als gedefinieerd in (B.23) ook gelijk is aan:

$$B_1 = - \frac{T}{Z(1 + T)} = - \frac{RT}{(1 + T)L_a} \tag{B.27}$$

Met de definitie voor de dimensieloze tapsheid:

$$T = T/C$$

volgt voor (B.27):

$$B_1 = - \frac{RT/C}{(1 + T/C)L_a} = - \frac{RT}{(C + T)L_a} = B_2 \tag{B.29}$$

hieruit blijkt dat de constante B_1 gelijk is aan de constante B_2 als gedefinieerd door Pande in [174];

substitutie van (B.29) in (B.25) leidt tot de kwadratische oplossing van P_0 :

$$P_0^2(\bar{z}) = P_s^2 - \frac{(P_s^2 - 1)}{1 - 1/(1 + B_2 Z)^2} \left[1 - \frac{1}{(1 + B_2 \bar{z})^2} \right] \tag{B.30}$$

(B.30) komt overeen met de gegeven oplossing (7) in [174]; uit de beschrijving van de oplossing volgens (B.30) valt eenvoudig te zien dat deze voldoet aan de randcondities (B.16).

Voor toepassing bij de eerste orde benadering (bijlage C) worden hieronder afgeleiden

gegeven van de nulde orde oplossing; uit (B.30) volgt:

$$\begin{aligned} \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} &= \frac{(P_s^2 - 1)}{1 - 1/(1 + B_2 Z)^2} \frac{-2B_2}{(1 + B_2 \bar{z})^3} \\ &= \frac{-2(P_s^2 - 1)(1 + B_2 Z)^2}{(2Z + Z^2 B_2)(1 + B_2 \bar{z})^3} \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Verder volgt met (B.12):

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\bar{z}} \left((1 + T_B)^3 \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \left[\frac{d}{d\bar{z}} (1 + T_B)^3 \right] \frac{dP_0^2}{\bar{z}} + (1 + T_B)^3 \frac{d^2 P_0^2}{d\bar{z}^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{d^2 P_0^2}{d\bar{z}^2} &= \frac{-3(1 + T_B)^2 \frac{d}{d\bar{z}} (1 + T_B)}{(1 + T_B)^3} \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

dit komt (via (B.5)) overeen met:

$$\frac{d^2 P_0^2}{d\bar{z}^2} = 3 \frac{T}{Z} \frac{1}{(1 + T_B)} \frac{dP_0^2}{d\bar{z}} \quad (\text{B.33})$$

Bijlage C: Eerste orde vergelijking voor de drukverdeling

Analoog aan (B.1) luidt de dimensieloze Reynolds' vergelijking voor het cilindrische luchtlager:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) = 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P\bar{h}) \quad (\text{C.1})$$

In deze formule geldt voor de dimensieloze filmspleet (analoog aan (B.2)):

$$\bar{h} = 1 + T \left(1 - \frac{\bar{z}}{Z} \right) + \varepsilon \cos \theta \quad (\text{C.2})$$

waaruit met de definitie voor T_B uit (B.5) volgt:

$$\bar{h} = 1 + T_B + \varepsilon \cos \theta \quad (\text{C.3})$$

Voor de eerste orde benadering in ε van de dimensieloze drukverdeling zoals deze voorkomt in (C.1) geldt (analoog aan (B.3)):

$$P(\theta, \bar{z}, \varepsilon) = P_0(\bar{z}) + \varepsilon P_1(\theta, \bar{z}) \quad (\text{C.4})$$

Ten nutte van de verdere uitwerking van (C.1) worden deeluitwerkingen betreffende de filmspleetvergelijking (C.2) en de drukverdelingsbenadering (C.3) gegeven; met (C.3) volgt:

$$\begin{aligned} \bar{h}^3 &= (1 + T_B + \varepsilon \cos \theta)^3 \\ &= (1 + T_B)^3 + 3(1 + T_B)^2 \varepsilon \cos \theta + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

uit (C.5) volgt dan verder:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{h}^3 = -3(1 + T_B)^2 \varepsilon \sin \theta + O(\varepsilon^2) \quad (\text{C.6})$$

Met (C.4) en (B.8) kunnen dan de volgende partiële afgeleiden in rondlopende richting van de drukverdeling worden afgeleid:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} P &= \frac{\partial}{\partial \theta} P_0 + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \theta} P_1 \\ &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial \theta} P_1 \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

en

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} P^2 &= 2 \frac{\partial}{\partial \theta} P_0 + 2\varepsilon \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) + 2\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \theta} P_1 \\ &= 2\varepsilon \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Met (C.8) kan weer worden afgeleid:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} P^2 \right) = 2 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) + O(\varepsilon^2) \quad (\text{C.9})$$

Voor de partiële afgeleide van de kwadratische drukverdeling in axiale richting volgt met (C.4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} P^2 &= 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} P_0 + 2 \varepsilon \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (P_0 P_1) + 2 \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} P_1 \\ &= 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} P_0 + 2 \varepsilon \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (P_0 P_1) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

waarmee volgt dat:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P^2 &= 2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P_0 + 2 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) + 2 \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P_1 \\ &= 2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P_0 + 2 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Het uitwerken van (C.1) resulteert voor de eerste term van deze vergelijking met (C.5), (C.6), (C.8), en (C.9) in:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} \right) &= \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial \theta^2} \\ &= -3(1 + T_B)^2 \varepsilon \sin \theta \cdot 2 \varepsilon \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) + \\ &\quad \left[(1 + T_B)^3 + 3(1 + T_B)^2 \varepsilon \cos \theta \right] \cdot 2 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) \\ &= 2(1 + T_B)^3 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

De tweede term van (C.1) kan worden uitgewerkt tot:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial \bar{z}^2} \quad (\text{C.13})$$

Voor de eerste uitgesplitste term uit (C.13) volgt met (C.2), (C.3), en (C.10):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} &= 3 \bar{h}^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \bar{h} \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \\ &= 3 \left[(1 + T_B)^2 + 2(1 + T_B) \varepsilon \cos \theta \right] \cdot \frac{-T}{Z} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial \bar{z}} P_0^2 + 2 \varepsilon \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Voor de tweede uitgesplitste term uit (C.13) volgt met (C.5) en (C.10):

$$\begin{aligned}
\bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial \bar{z}^2} &= [(1 + T_B)^3 + 3(1 + T_B)^2 \epsilon \cos \theta] \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P_0^2 + 2\epsilon \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}} (P_0 P_1) \right] \\
&= [(1 + T_B)^3 + 3(1 + T_B)^2 \epsilon \cos \theta] \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} P_0^2 + \\
&\quad 2(1 + T_B)^3 \epsilon \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) + O(\epsilon^2)
\end{aligned} \tag{C.15}$$

Met (B.33) volgt uit (C.15):

$$\begin{aligned}
\bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial \bar{z}^2} &= [(1 + T_B)^3 + 3(1 + T_B)^2 \epsilon \cos \theta] 3 \frac{T}{Z} \frac{1}{(1 + T_B)} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} + \\
&\quad 2(1 + T_B)^3 \epsilon \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) + O(\epsilon^2)
\end{aligned} \tag{C.16}$$

Voor de totale tweede term van (C.1) volgt via (C.13) met (C.14) opgeteld bij (C.16):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P^2}{\partial \bar{z}} \right) &= 2(1 + T_B)^3 \epsilon \frac{\partial^2 (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}^2} - 6(1 + T_B)^2 \frac{T}{Z} \epsilon \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} + \\
&\quad 3(1 + T_B) \epsilon \cos \theta \frac{T}{Z} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} + O(\epsilon^2)
\end{aligned} \tag{C.17}$$

De laatste term van (C.1) kan met (C.3), (C.4), en (C.7) uitgewerkt worden:

$$\begin{aligned}
2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P\bar{h}) &= 2\Lambda \left[\bar{h} \frac{\partial}{\partial \theta} P + P \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{h} \right] \\
&= 2\Lambda \left[(1 + T_B + \epsilon \cos \theta) \epsilon \frac{\partial}{\partial \theta} P_1 + (P_0 + \epsilon P_1)(-\epsilon \sin \theta) \right] \\
&= 2\Lambda (1 + T_B) \epsilon \frac{\partial}{\partial \theta} P_1 - 2\Lambda \epsilon P_0 \sin \theta + O(\epsilon^2) \\
&= \frac{2\Lambda (1 + T_B) \epsilon}{P_0} \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) - 2\Lambda \epsilon P_0 \sin \theta
\end{aligned} \tag{C.18}$$

Substitutie van (C.12), (C.17), en (C.18) in (C.1) resulteert in de eerste orde vergelijking:

$$\begin{aligned}
2(1 + T_B)^3 \epsilon \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) + 2(1 + T_B)^3 \epsilon \frac{\partial^2 (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}^2} - 6(1 + T_B)^2 \frac{T}{Z} \epsilon \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} \\
+ 3(1 + T_B) \epsilon \cos \theta \frac{T}{Z} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} = \frac{2\Lambda (1 + T_B) \epsilon}{P_0} \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) - 2\Lambda \epsilon P_0 \sin \theta
\end{aligned} \tag{C.19}$$

(C.19) kan geschreven worden tot:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (P_0 P_1) + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} (P_0 P_1) - \frac{3T}{Z(1+T_B)} \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{P_0(1+T_B)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 P_1) \\
& = - \frac{1.5T \cos \theta}{Z(1+T_B)^2} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{(1+T_B)^3} P_0 \sin \theta
\end{aligned} \tag{C.20}$$

(C.20) komt overeen met de door Pande gegeven eerste orde vergelijking in formule (6) ([174]).

Bijlage D: Toepassing van de eindige differentie methode

Uit (C.20) volgt voor de eerste orde vergelijking die betrekking heeft op de dimensieloze drukverdeling:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(P_0 P_1) + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}(P_0 P_1) - \frac{3T}{Z(1+T_B)} \frac{\partial(P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{P_0(1+T_B)^2} \frac{\partial}{\partial \theta}(P_0 P_1) \\ & = - \frac{1.5T \cos \theta}{Z(1+T_B)^2} \frac{\partial P_0^2}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{(1+T_B)^3} P_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Substitutie van (B.31) in (D.1) resulteert in:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(P_0 P_1) + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}(P_0 P_1) - \frac{3T}{Z(1+T_B)} \frac{\partial(P_0 P_1)}{\partial \bar{z}} - \frac{\Lambda}{P_0(1+T_B)^2} \frac{\partial}{\partial \theta}(P_0 P_1) \\ & = - \frac{3T(P_s^2 - 1)(1+B_2 Z)^2 \cos \theta}{Z(1+T_B)^2(2Z+Z^2 B_2)(1+B_2 \bar{z})^3} - \frac{\Lambda}{(1+T_B)^3} P_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Deze vergelijking kan overzichtelijker geschreven worden als:

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \alpha + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} \alpha + A_1 \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{z}} + A_2 \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} + A_3 = 0 \quad (\text{D.3})$$

Voor de afzonderlijke termen geldt hierbij:

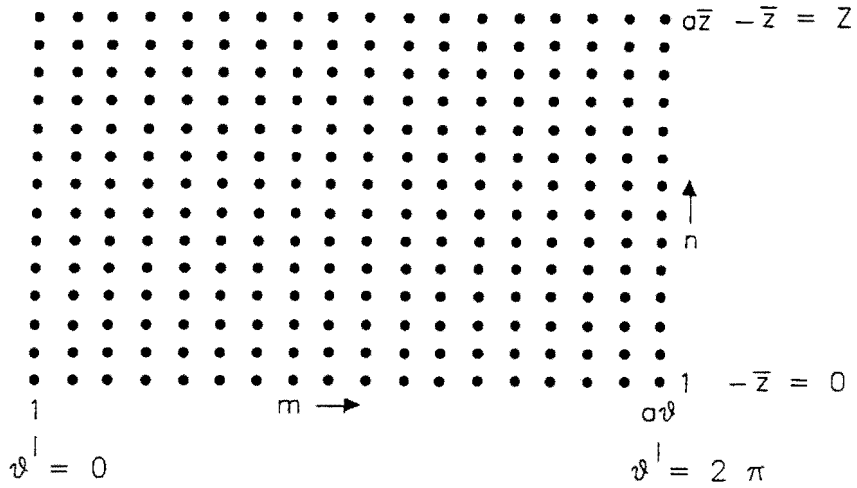
$$\alpha = P_0 P_1 \quad (\text{D.4})$$

$$A_1 = \frac{-3T}{Z(1+T_B)} \quad (\text{D.5})$$

$$A_2 = \frac{-\Lambda}{P_0(1+T_B)^2} \quad (\text{D.6})$$

$$A_3 = \frac{\Lambda}{(1+T_B)^3} P_0 \sin \theta - \frac{3(P_s^2 - 1)(1+B_2 Z)^2}{(1+T_B)^2(2Z+B_2 Z^2)(1+B_2 \bar{z})^3} \frac{T}{Z} \cos \theta \quad (\text{D.7})$$

Om de verdeling van α in de luchtfilm te kunnen bepalen wordt een eindige differentie methode toegepast. Hierdoor ontstaat een stelsel vergelijkingen dat met in het pakket MATLAB geïmplementeerde programma's kan worden opgelost om α op elke positie te berekenen. Er wordt hierbij uitgegaan van een verdeling van het coördinatenstelsel van de luchtfilm in noden. Zie figuur D.1.



Figuur D.1
weergave coördinatenstelsel in noden

De kentallen m en n geven respectievelijk de positie in rondlopende en in axiale richting in het coördinatenstelsel aan.

Voor de partiële afgeleiden van α met de rondlopende richting geldt met de eindige differentie methode:

$$\left. \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \right|_{\theta_m} = \frac{\alpha_{m+1,n} - \alpha_{m,n}}{(\Delta \theta)} \quad (\text{D.8})$$

$$\left. \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \theta^2} \right|_{\theta_m} = \frac{\alpha_{m-1,n} - 2\alpha_{m,n} + \alpha_{m+1,n}}{(\Delta \theta)^2} \quad (\text{D.9})$$

Evenzo geldt voor de partiële afgeleiden van α met betrekking tot de axiale richting:

$$\left. \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}_n} = \frac{\alpha_{m,n+1} - \alpha_{m,n}}{(\Delta \bar{z})} \quad (\text{D.10})$$

$$\left. \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \bar{z}^2} \right|_{\bar{z}_n} = \frac{\alpha_{m,n-1} - 2\alpha_{m,n} + \alpha_{m,n+1}}{(\Delta \bar{z})^2} \quad (\text{D.11})$$

Vergelijking (D.3) verandert met (D.8) t/m (D.11) in:

$$\frac{\alpha_{m-1,n} - 2\alpha_{m,n} + \alpha_{m+1,n}}{(\Delta \theta)^2} + \frac{\alpha_{m,n-1} - 2\alpha_{m,n} + \alpha_{m,n+1}}{(\Delta \bar{z})^2} + A_1 \frac{\alpha_{m,n+1} - \alpha_{m,n}}{\Delta \bar{z}} + A_2 \frac{\alpha_{m+1,n} - \alpha_{m,n}}{\Delta \theta} + A_3 = 0 \quad (\text{D.12})$$

Vergelijking (D.12) komt overeen met:

$$C_1 \alpha_{m-1,n} + C_2 \alpha_{m,n} + C_3 \alpha_{m+1,n} + C_4 \alpha_{m,n-1} + C_5 \alpha_{m,n+1} = -A_3 \quad (\text{D.13})$$

In deze vergelijking geldt voor de factoren C_1 t/m C_5 :

$$C_1 = \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \quad (\text{D.14})$$

$$C_2 = -2\left(\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{(\Delta\bar{z})^2}\right) - \frac{A_1}{\Delta\bar{z}} - \frac{A_2}{\Delta\theta} \quad (\text{D.15})$$

$$C_3 = \frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{A_2}{\Delta\theta} \quad (\text{D.16})$$

$$C_4 = \frac{1}{(\Delta\bar{z})^2} \quad (\text{D.17})$$

$$C_5 = \frac{1}{(\Delta\bar{z})^2} + \frac{A_1}{\Delta\bar{z}} \quad (\text{D.18})$$

Voor de rechthoek van de verdeling van het coördinatenstelsel in noden bij **figuur** geldt op posities $a\theta,n$ vergelijking (D.13) in de vorm:

$$C_1 \alpha_{a\theta-1,n} + C_2 \alpha_{a\theta,n} + C_3 \alpha_{2,n} + C_4 \alpha_{a\theta,n-1} + C_5 \alpha_{a\theta,n+1} = -A_3 \quad (\text{D.19})$$

Met de aansluitconditie voor de linkerrand:

$$P(\theta, \bar{z}) = P(\theta + 2\pi, \bar{z}) \quad (\text{D.20})$$

waarmee met (B.3) volgt:

$$\begin{aligned} P_0(\bar{z}) + \varepsilon P_1(\theta, \bar{z}) &= P_0(\bar{z}) + \varepsilon P_1(\theta + 2\pi, \bar{z}) \\ \Leftrightarrow P_1(\theta, \bar{z}) &= P_1(\theta + 2\pi, \bar{z}) \\ \Leftrightarrow P_0(\bar{z})P_1(\theta, \bar{z}) &= P_0(\bar{z})P_1(\theta + 2\pi, \bar{z}) \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

geldt dat op de posities $1,n$ (via (D.4)):

$$\alpha_{1,n} = \alpha_{a\theta,n} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_{1,n} - \alpha_{a\theta,n} = 0 \quad (\text{D.22})$$

Evenzo geldt voor de bovenrand (die het uiteinde van het lager op positie (θ,Z) voorstelt):

$$P(\theta, Z) = 1 \quad \left(= \frac{P_a}{P_a} \right) \quad (\text{D.23})$$

waarmee met (B.3) en (B.16) volgt:

$$\begin{aligned}
& P_0(Z) + \varepsilon P_1(\theta, Z) = 1 \\
\Leftrightarrow & 1 + \varepsilon P_1(\theta, Z) = 1 \\
\Leftrightarrow & P_1(\theta, Z) = 0
\end{aligned}
\tag{D.24}$$

Via (D.4) ontstaat dan:

$$\alpha_{m, a\bar{z}} = 0 \tag{D.25}$$

Voor de onderrand van het stelsel van noden (komt overeen met de positie ter hoogte van de instroom) geldt:

$$P(\theta, 0) = P_s \quad \left(= \frac{P_s}{P_a} \right) \tag{D.26}$$

waarmee met (B.3) en (B.16) volgt:

$$\begin{aligned}
& P_0(0) + \varepsilon P_1(\theta, 0) = P_s \\
\Leftrightarrow & P_s + \varepsilon P_1(\theta, 0) = P_s \\
\Leftrightarrow & P_1(\theta, 0) = 0
\end{aligned}
\tag{D.27}$$

ofwel, met (D.4):

$$\alpha_{m, 1} = 0 \tag{D.28}$$

De vergelijkingen (D.13), (D.14), (D.17), (D.20), en (D.23) beschrijven het gegeven stelsel van noden analytisch geheel. Deze vergelijkingen zijn terug te vinden in het voor MATLAB geschreven programma-onderdeel MATRIX.M (zie bijlage E).

Bijlage E: Programmatuur voor de berekening van eigenschappen

Voor de berekening van eigenschappen van het lager met inwendig tapse vlakken is programmatuur geschreven. Hierin wordt gebruikt gemaakt van de in hoofdstuk 5 en 6 beschreven analyses. De programmatuur is op te starten binnen het pakket MATLAB voor Windows, versie 4.0.

Het hoofdprogramma LAGERTV.M (verkorting van: lager met inwendig tapse vlakken) bestaat uit de volgende onderdelen:

- LAGERIN.M : invoer van gegevens
- COMPRNUM.M : berekening van het compressibiliteitsgetal (lagerkental)
- MATRIX.M : opstellen van vergelijkingen in matrix-vorm, behorend bij de drukverdeling (figuur D.1, bijlage D)
- DRUKPROF.M : berekenen van het dimensieloze drukprofiel
- LAGEREIG.M : berekenen en presenteren van eigenschappen van het lager
- WARMONT.M : berekenen en presenteren van de warmte-ontwikkeling in het lager

Er wordt door deze onderdelen gebruik gemaakt van de volgende subroutines:

- TRANS.M : berekent posities in matrix M aan de hand van de coördinaten van de noden in figuur D.1 (bijlage D)
- CALCA.M : berekening van de termen in vergelijking (D.3)
- CALCTB.M : berekening van hulpfactor T_B volgens vergelijking (B.5)
- CALCC.M : berekening van de termen in vergelijking (D.13)
- TRANSA.M : omzetten van via vergelijking (D.13) verkregen α 's naar matrix-vorm
- CALCP0.M : berekening van de dimensieloze nulde-orde drukverdeling volgens vergelijking (B.30)
- INTG???.M : integratie-routines in omtreksrichting (θ) en axiale richting (\bar{z})

De programma-onderdelen hebben de volgende inhoud:

LAGERTV.M

% Hoofdprogramma

clear % wissen van het geheugen

lagerin % oproepen LAGERIN.M

comprnum

matrix

drukprof

lagereig

warmont

LAGERIN.M

% Invoer lagergeometrie

```
L = input('Geef de lagerlengte (mm): L=');
L = 1e-3*L; % lagerlengte in (m)
La= L/2; % halve lagerlengte in (m)

Da= input('Geef de diameter van de as (mm): D=');
D = 1e-3*Da; % diameter van de as in (m)
Ra= D/2; % radius van de as in (m)

Cl= input('Geef de grootte van de spleetwijdte (mean radial clearance) in (um): C=');
CC= 1e-6*Cl; % spleetwijdte (clearance) in (m)

Ta= input('Geef de tapsheid in (um): T=');
T = 1e-6*Ta; % tapsheid in (m)
T1= T/CC; % dimensieloze tapsheid

ecc= input('Voer de excentriciteit in (um): e=');
disp('relatieve excentriciteit:'); % toon de excentriciteitsverhouding
epsi= ecc/Cl % epsilon: dimensieloze excentriciteit

pa= 1.013e5; % omgevingsdruk in [Pa] = [N/m^2]
ps= input('Geef de toevoerdruk (Pa): ps=');
Ps= ps/pa; % dimensieloze toevoerdruk

Omm= input('Voer de rotatiesnelheid in (omw/min): n=');
Om= Omm*2*pi/60; % hoeksnelheid in (rad/s)

B2= -Ra*T/((CC+T)*La); % hulpconstante
```

COMPRNUM.M

% Berekenen van het compressibiliteitsgetal (lagerkental)

```
mu=1.835e-5; % dynamische viscositeit van lucht

lambda= (6*mu*Om/pa)*((Ra/CC)^2); % compressibiliteitsgetal
```

MATRIX.M

% Vullen van de matrix M en R voor de beschrijving van het stelsel vergelijkingen

% initialisatie

```
theta= 2*pi; % maximum bereik coördinaat in
% omtreksrichting
```

```

n_th= input('Aantal noden (oneven getal) in omtreksrichting: n_th=');

disp('De stapgrootte in omtreksrichting (van nul tot 2*pi) bedraagt nu (dtheta):')
dtheta= theta/(n_th-1)

Z= L/(2*Ra);           % maximum dimensieloze bereik
                       % coördinaat in axiale richting
n_z= input('Aantal noden (oneven getal) in axiale richting: n_z=');

disp('De stapgrootte in axiale richting (lagermidden tot -einde ) bedraagt nu (dz als stap van Z):')
dz= Z/(n_z-1)

q= n_th*n_z;           % afmeting raamwerk

M = sparse(q,q);       % initialisatie matrix M
R = sparse(q,1);       % initialisatie matrix R

% Gebruik van de vergelijkingen en constanten uit bijlage D

% Randvoorwaarden op z = 0

n_verg = 0;

for i = 1:n_th,
    n_verg = n_verg+1;
    M(n_verg,trans(i,1,n_th)) = M(n_verg,trans(i,1,n_th))+1;
    R(n_verg)                  = R(n_verg)+0;
end;

% Randvoorwaarden op z = Z

for i = 1:n_th,
    n_verg = n_verg+1;
    M(n_verg,trans(i,n_z,n_th)) = M(n_verg,trans(i,n_z,n_th))+1;
    R(n_verg)                  = R(n_verg)+0;
end;

% Randvoorwaarden op th = 0

for j = 2:(n_z-1),
    n_verg = n_verg+1;
    M(n_verg,trans(1,j,n_th))    = M(n_verg,trans(1,j,n_th))+1;
    M(n_verg,trans(n_th,j,n_th)) = M(n_verg,trans(n_th,j,n_th))-1;
    R(n_verg)                  = R(n_verg)+0;
end;

```

```

% Interne nodes

for i = 2:(n_th-1),
    for j = 2:(n_z-1),
        n_verg = n_verg+1;

        A = calca((j-1)*dz,Z,Ps,B2,(i-1)*dtheta,T1,lambda);
        C = calcc(dtheta,dz,A);

        M(n_verg,trans(i-1,j,n_th)) = M(n_verg,trans(i-1,j,n_th))+C(1);
        M(n_verg,trans(i,j,n_th))   = M(n_verg,trans(i,j,n_th))+C(2);
        M(n_verg,trans(i+1,j,n_th)) = M(n_verg,trans(i+1,j,n_th))+C(3);
        M(n_verg,trans(i,j-1,n_th)) = M(n_verg,trans(i,j-1,n_th))+C(4);
        M(n_verg,trans(i,j+1,n_th)) = M(n_verg,trans(i,j+1,n_th))+C(5);

        R(n_verg)                    = R(n_verg)-A(3);
    end;
end;

```

```

% Interne nodes op de rand

```

```

for j = 2:(n_z-1),
    n_verg = n_verg+1;

    A = calca((j-1)*dz,Z,Ps,B2,(n_th-1)*dtheta,T1,lambda);
    C = calcc(dtheta,dz,A);

    M(n_verg,trans(n_th-1,j,n_th)) = M(n_verg,trans(n_th-1,j,n_th))+C(1);
    M(n_verg,trans(n_th,j,n_th))   = M(n_verg,trans(n_th,j,n_th))+C(2);
    M(n_verg,trans(2,j,n_th))      = M(n_verg,trans(2,j,n_th))+C(3);
    M(n_verg,trans(n_th,j-1,n_th)) = M(n_verg,trans(n_th,j-1,n_th))+C(4);
    M(n_verg,trans(n_th,j+1,n_th)) = M(n_verg,trans(n_th,j+1,n_th))+C(5);

    R(n_verg)                    = R(n_verg)-A(3);
end;

```

DRUKPROF.M

```

% Berekenen van het drukprofiel in de luchtfilm

```

```

% oplossen van stelsel  $M * X = R$ 

```

```

% oplossen vector met alpha'tjes (vergelijking D.13)

```

```

X=M\R;

```

```

% vertaal alpha's naar matrix

```

```

Alpha = transa(X,n_th,n_z);

```

```

% maak vector met z en th
z = 0:dz:Z; % dimensieloos bereik voor axiale coördinaat
theta = 0:dtheta:(2*pi); % dimensieloos bereik voor rondlopende coördinaat

```

```

% bereken nulde orde oplossing

```

```

P0 = calcp0(z,Z,Ps,B2);

```

```

% maak een matrix met de drukverdeling

```

```

P = epsi*Alpha;
for i = 1:n_th,

```

```

P(:,i) = P(:,i)./P0'+P0'; % vergelijking (B.3)

```

```

end;

```

LAGEREIG.M

```

% Berekenen van eigenschappen van het ingevoerde lager (hoofdstuk6)

```

```

% initialisatie

```

```

SUMR = 0;
SUMT = 0;
SUMRZ = 0;
SUMTZ = 0;
KANTEL = 0;
KANTELL = 0;
KANTELH = 0;

```

```

raddr = zeros(n_z,1);
tandr = zeros(n_z,1);
kants = zeros(n_z,1);

```

```

for k= 1:1:n_z

```

```

SUMR = 0;
SUMT = 0;

```

```

for i= 1:2:(n_th-2)

```

```

% integratie vindt steeds plaats vanaf startnode tot
% 2 noden verder, zodoende moet ook n_th oneven zijn

```

```

SUMR = SUMR+intgr(k,i,dtheta,P);
SUMT = SUMT+intgt(k,i,dtheta,P);

```

```

end

```

```

raddr(k) = -SUMR; % deel van de radiale draagkracht
tandr(k) = SUMT; % deel van de tangentiale draagkracht
kants(k) = 0.5*(k-1)^2*dz^2*Ra/(L*epsi^2)*sqrt(SUMR^2+SUMT^2); % deel van de
% kantelstijfheid

```

```

end

```

```

for kk= 1:2:(n_z-2) % Integratie in axiale richting vanaf startnode tot
    % 2 noden verder, zodoende moet ook n_z oneven zijn

    SUMRZ = SUMRZ+intgz(kk,dz,raddr); % deel van de radiale draagkracht
    SUMTZ = SUMTZ+intgz(kk,dz,tandr); % deel van de tangentiale draagkracht
    KANTELH = KANTELH+intgz(kk,dz,kants); % kantelstijfheid van het halve lager

end

W = Ra./(L*epsi)*sqrt(SUMRZ^2+SUMTZ^2); % totale dimensieloze draagvermogen
Wv = pa*L*D*epsi*W; % totale dimensievolle draagvermogen

KANTELL= 2*KANTELH; % totale dimensieloze kantelstijfheid
KANTEL = 2*Ra^3*pa*L*epsi/CC*KANTELL; % totale dimensievolle kantelstijfheid

Phir = atan(SUMTZ/SUMRZ); % liggingshoek in radialen
Phi = 180/pi*atan(SUMTZ/SUMRZ); % liggingshoek in graden

% tonen van eigenschappen van het ingevoerde lager op het scherm

disp('Het draagvermogen (N) is:');
Wv
disp('De stijfheid (N/um) bedraagt:');
S = Wv/ecc
disp('De liggingshoek (graden) is:');
Phi
disp('De kantelstijfheid (Nm/rad) bedraagt:');
KANTEL

WARMONT.M

% Berekening van de warmte-ontwikkeling in het lager (hoofdstuk 6.3)

% constanten

eta = 1.835e-5; % dynamische viscositeit lucht [Ns/m^2]
gasc = 288; % gasconstante lucht [J/kgK]
Temp= 293; % temperatuur van luchtfilm [K] (omgevingstemperatuur)

Mv = 2*pi*Ra^3*L*eta*Om/(CC+0.5*T);
disp('Moment t.g.v. wrijving [Nm]:');
Mv

Q = 8*pi*Ra*(CC+0.5*T)^3*(ps^2-pa^2)*(24*eta*gasc*Temp*L)^(-1);
disp('luchthoeveelheid [kg/s]');
Q

```



```
Mh = 0.5*Q*Om*Ra^2;
disp('Moment t.g.v. variatie in hoeveelheid beweging [Nm]:');
Mh
```

```
Mt = Mv+Mh;
```

```
Energ = Mt*Om;
disp('Hoeveelheid ontwikkelde warmte [W]:');
Energ
```

TRANS.M

```
function trans = trans(i,j,n);
```

```
% deze functie berekent op basis van de coördinaten van node
% ij de positie in de kolom van matrix M
```

```
trans = i+(j-1)*n;
```

CALCA.M

```
function calca = calca(z,Z,Ps,B2,theta,T1,lambda)
```

```
% berekent benodigde parameters
```

```
P0 = calcp0(z,Z,Ps,B2);
Tb = calctb(z,Z,T1);
```

```
calca(1) = -3*T1/(Z*(1+Tb));
```

```
calca(2) = -lambda/(P0*(1+Tb)^2);
```

```
calca(3) = lambda*P0*sin(theta)/((1+Tb)^3-3*T1*(Ps*Ps-1)*((1+B2*Z)^2)*...
    cos(theta)/(Z*((1+Tb)^2)*(2*Z+B2*Z*Z)*((1+B2*z)^3));
```

CALCTB.M

```
function calctb = calctb(z,Z,T1)
```

```
% berekent hulp-parameter
```

```
calctb = T1*(1-z/Z);
```

CALCC.M

```
function calcc = calcc(dtheta,dz,A)

% berekent benodigde parameters

calcc(1) = dtheta^(-2);
calcc(2) = -2*(dtheta^(-2)+dz^(-2))-A(1)*dz^(-1)-A(2)*dtheta^(-1);
calcc(3) = dtheta^(-2)+A(2)*dtheta^(-1);
calcc(4) = dz^(-2);
calcc(5) = dz^(-2)+A(1)*dz^(-1);
```

TRANSA.M

```
function transa = transa(X,n_th,n_z);

% zet een vector met alpha'tjes om in een matrix

K = zeros(n_z,n_th);

for i = 1:n_z,
    K(i,:) = X(((i-1)*n_th+1):(i*n_th),1)';
end;

transa = K;
```

CALCP0.M

```
function calcp0 = calcp0(z,Z,Ps,B2);

% berekent de oplossing voor de 0e orde drukverdeling

calcp0 = sqrt(Ps^2-(Ps^2-1)/(1-1/((1+B2*Z)^2))*(1-(1+B2*z).^(-2)));
```

INTGR.M

```
function intgr= intgr(k,l,dtheta,P);

% integratie voor het verkrijgen van een deel van de radiale draagkracht over een interval van 3
% noden met de regel van Simpson

% op drie opeenvolgende posities met onderlinge afstand dtheta
% is de druk benodigd. Integratie dus op "z-hoogte" k en over l tot l+2

% P(k,l) is de druk op positie (k,l), die afkomstig is uit
% de matrix P die de druk in elke node bevat.

intgr= dtheta*(1/3*P(k,l)*cos((l-1)*dtheta)+4/3*P(k,l+1)*cos(l*dtheta)+1/3*P(k,l+2)*cos((l+1)*dtheta));

% N.B. theta loopt van 0 (op l=1) tot 2*pi (op l=n_th)
```

INTGT.M

```
function intgt= intgt(k,l,dtheta,P);
```

```
% integratie voor het verkrijgen van een deel van de tangentiale draagkracht over een interval van  
% 3 noden met de regel van Simpson
```

```
% op drie opeenvolgende posities met onderlinge afstand dtheta...
```

```
% is de waarde van de druk benodigd. Integratie dus op "z-hoogte" k en over l tot l+2
```

```
% P(k,l) is de druk op positie (k,l), die afkomstig is uit..
```

```
% de matrix P die de druk in elke node bevat.
```

```
intgt= dtheta*(1/3*P(k,l)*sin((l-1)*dtheta)+4/3*P(k,l+1)*sin(l*dtheta)+...  
1/3*P(k,l+2)*sin((l+1)*dtheta));
```

```
% N.B. theta loopt van 0 (op l=1) tot 2*pi (op l=n_th)
```

INTGZ.M

```
function intgz= intgz(kk,dz,INTEGR);
```

```
% integratie over een interval van 3 noden met de regel van Simpson
```

```
% op drie opeenvolgende posities met onderlinge afstand dz...
```

```
% is de integratiesom van theta benodigd.
```

```
% INTEGR(kk) is de integratiesom op positie (kk), die afkomstig is uit..
```

```
% de matrix "raddr", "tandr" of "kants".
```

```
intgz= dz*(1/3*INTEGR(kk)+4/3*INTEGR(kk+1)+1/3*INTEGR(kk+2));
```

```
% N.B. z loopt van 1 (op l=1) tot Z (op l=n_z)
```

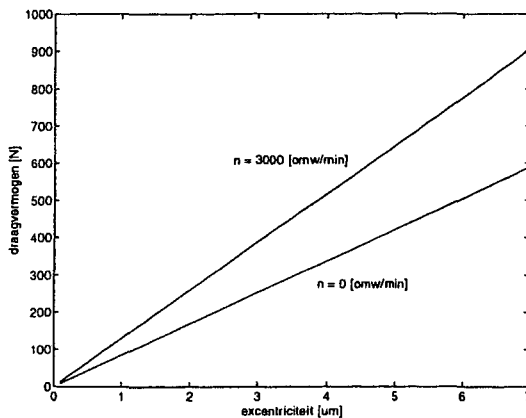
Bijlage F: Grafieken bij het ontwerp

Onderstaande grafieken zijn verkregen met de programmatuur van bijlage E. Deze grafieken zijn van toepassing op het in hoofdstuk 8.2 gepresenteerde ontwerp voor het radiale lager.

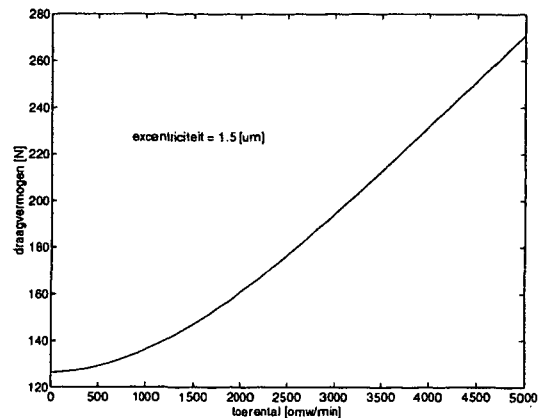
Wijziging van eigenschappen bij wijziging van excentriciteit, toerental, en toevoerdruk

Enkele grafieken worden gepresenteerd, waarbij getoond wordt hoe eigenschappen van het ontworpen lager wijzigen bij een wijziging in excentriciteit (door een veranderde belasting van het lager), toerental, en toevoerdruk. Aangezien vooral het toerental tijdens bedrijf kan variëren, wordt voor draagvermogen, stijfheid, kantelstijfheid en liggingshoek van het lager de afhankelijkheid hiermee getoond. Ook de hoeveelheid warmte die ontwikkeld wordt bij een bepaald toerental wordt getoond.

- Draagvermogen



Figuur F.1
draagvermogen versus excentriciteit
($p_s = 5$ bar)

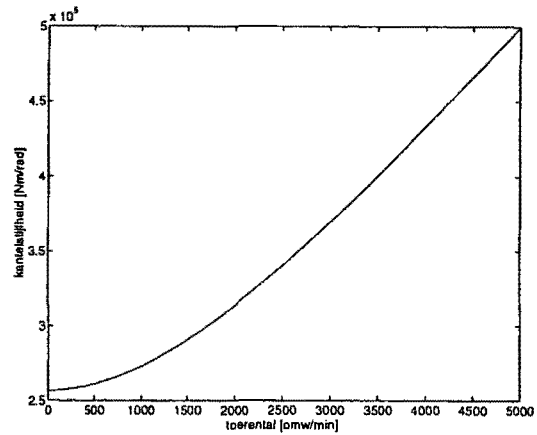
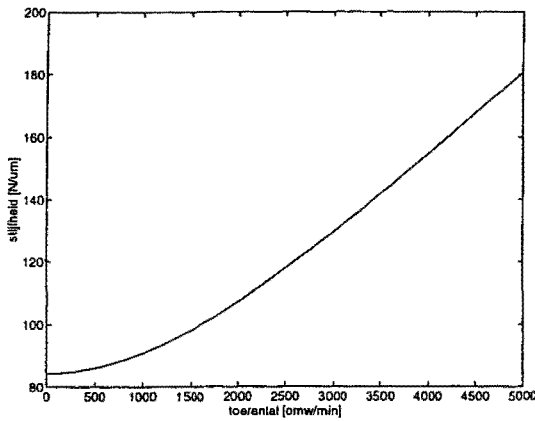


Figuur F.2
draagvermogen versus toerental
($p_s = 5$ bar, $e = 1.5$ μm)

De lineaire beschrijving voor de drukverdeling met de excentriciteit (formule (5.7)) zorgt ervoor dat het draagvermogen hier ook lineair mee varieert. Dit is correct tot $\epsilon = 0.5$ (5.2.2), dus in dit geval tot $e = 3.5$ μm ; boven een excentriciteit van 3.5 μm zal het draagvermogen meer dan lineair toenemen met e . Het is echter ongebruikelijk om boven een relatieve excentriciteit $\epsilon = 0.5$ te gaan, omdat de minimale filmdikte in verhouding tot de breedte van de lagerspleet erg klein wordt. Beter kan dan de breedte van de lagerspleet verkleind worden.

- Stijfheden

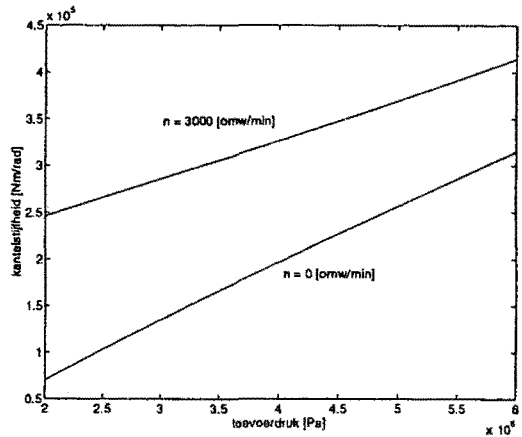
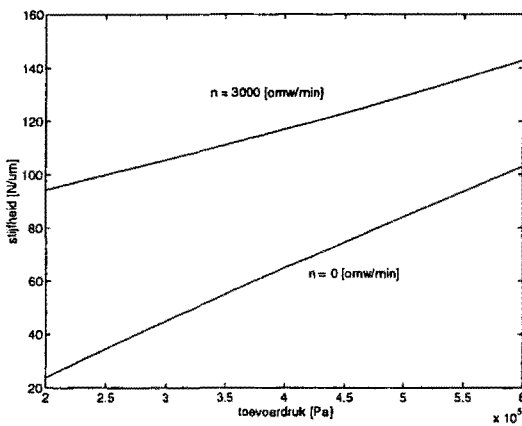
De radiale stijfheid (figuur F.3) en de kantelstijfheid (figuur F.4) zullen toenemen met het toerental door een grotere dynamische drukopbouw bij een hoger toerental.



Figuur F.3
stijfheid versus toerental
($p_s = 5$ bar)

Figuur F.4
kantelstijfheid versus toerental
($p_s = 5$ bar)

Een hogere toevoerdruk zal zorgen voor een hogere druk in de luchtfilm waardoor -naast het draagvermogen- de radiale stijfheid (figuur F.5) en de kantelstijfheid (figuur F.6) zullen toenemen.

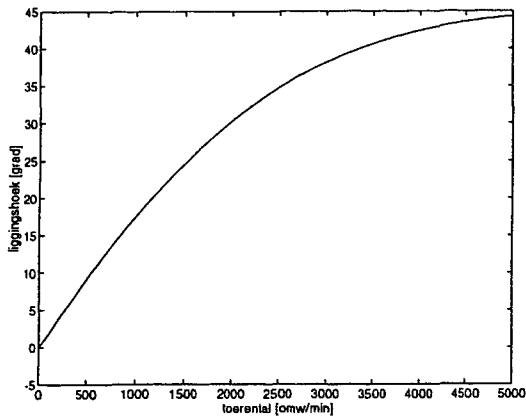


Figuur F.5
stijfheid versus toevoerdruk

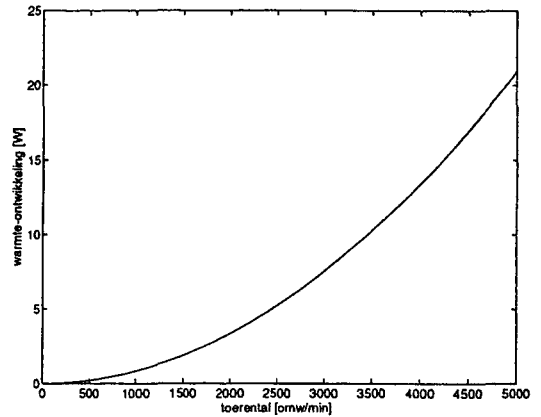
Figuur F.6
kantelstijfheid versus toevoerdruk

- Liggingshoek

De liggingshoek (figuur F.7) zal eveneens groter worden bij een hoger toerental: het dynamische effect neemt toe, waardoor W_1 toeneemt (formule (6.3)) en dus de liggingshoek groter wordt (formule (6.19)).



Figuur F.7
liggingshoek versus toerental
($p_s = 5$ bar)



Figuur F.8
hoeveelheid ontwikkelde warmte versus toerental ($p_s = 5$ bar)

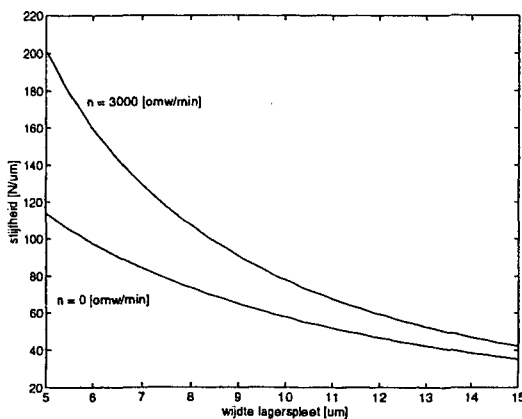
- Warmte-ontwikkeling

Het lager zal meer warmte ontwikkelen bij een hoger toerental (figuur F.8), omdat er dan ook meer wrijving in de luchtfilm plaatsvindt.

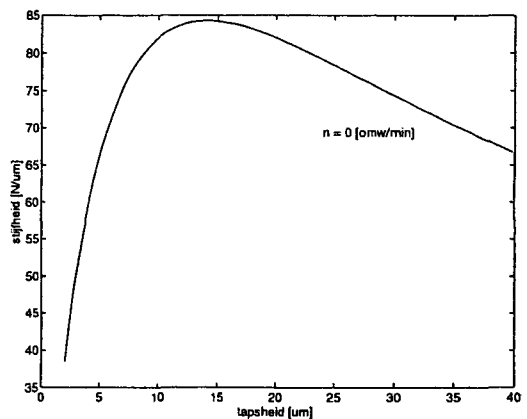
Wijziging van eigenschappen bij wijziging van het ontwerp

Getoond wordt hoe de stijfheid en de kantelstijfheid van het ontworpen lager zullen wijzigen als een afmeting wijzigt. Deze grafieken gelden voor een toevoerdruk van 5 bar. Er is bij het ontwerp van het lager uitgegaan van een toerental van 3000 omw/min.

- Wijziging van de radiale stijfheid

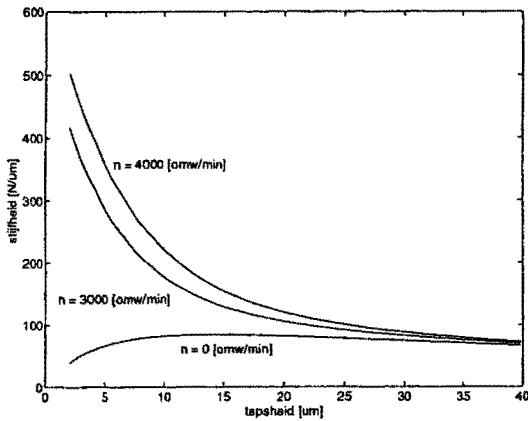


Figuur F.9
variatie in stijfheid met de
wijdte van de lagerspleet



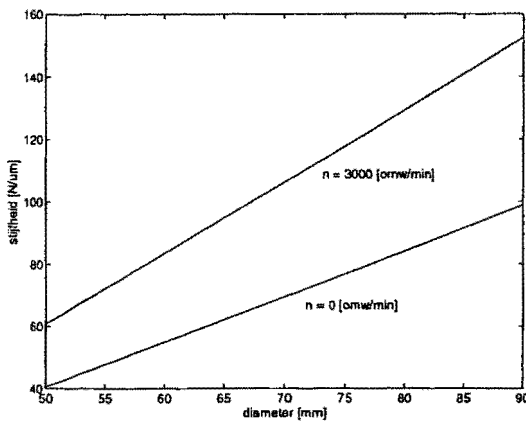
Figuur F.10
variatie in stijfheid met de tapsheid

Bij een grotere wijdte van de lagerspleet (ontwerp: $C = 7 \mu\text{m}$) zal de druk in de film afnemen, waardoor de radiale stijfheid afneemt (figuur F.9). Bij een kleine tapsheid zal er nauwelijks een wigvorm aanwezig zijn in het lager zodat het lager een kleine statische stijfheid kent (figuur F.10), maar een grote dynamische bijdrage aan de stijfheid (figuur F.11) door de kleine nominale filmdikte. Bij een grotere tapsheid wordt de wigvorm groter, zodat de stijfheid toeneemt. Bij een te grote tapsheid zal de stijfheid afnemen door de grote nominale filmdikte. Voor het ontwerp is genomen: $T = 20 \mu\text{m}$.

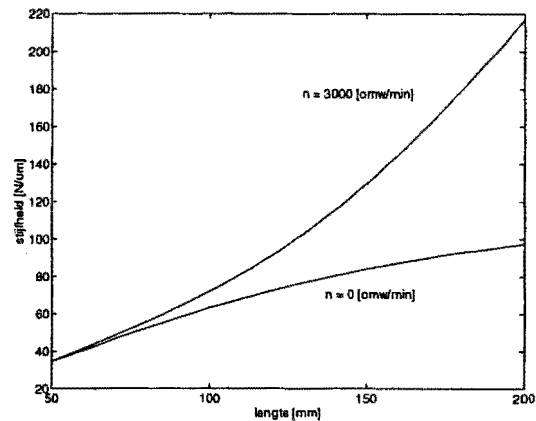


Figuur F.11
variatie in stijfheid met de tapsheid

Bij een grotere lengte en diameter van het lager zal over een grotere oppervlakte een hoge druk heersen (zie ook figuur 5.4). De stijfheid zal daardoor vergroten (figuur F.12 en F.13). Bij een te grote lengte zal de wigvorm teveel verkleinen (bij dezelfde tapsheid), waardoor de statische stijfheid vermindert (figuur F.13). Bij een hoger toerental neemt het effect van de dynamische drukopbouw toe door het vergroten van het oppervlak, waardoor de stijfheid groter wordt. Voor het ontwerp is genomen: $D = 80 \text{ mm}$, $L = 150 \text{ mm}$.



Figuur F.12
variatie in stijfheid met de diameter

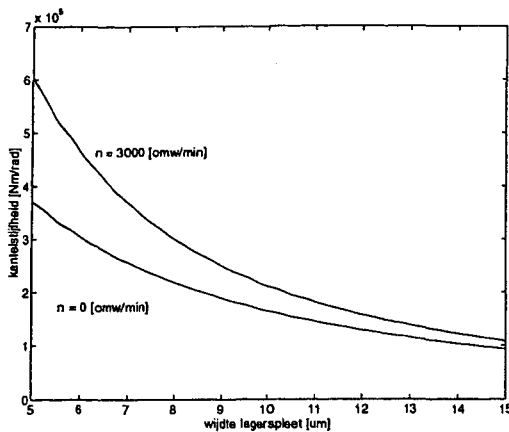


Figuur F.13
variatie in stijfheid met de lengte

- Wijziging van de kantelstijfheid

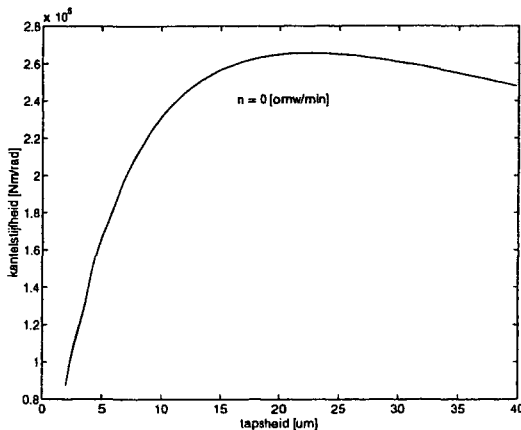
Bij een grotere wijdte van de lagerspleet (ontwerp: $C = 7 \mu\text{m}$) zal de druk in de film afnemen, waardoor de kantelstijfheid afneemt (figuur F.14) (de kantelstijfheid hangt samen

met de radiale stijfheid, formule (6.11)).

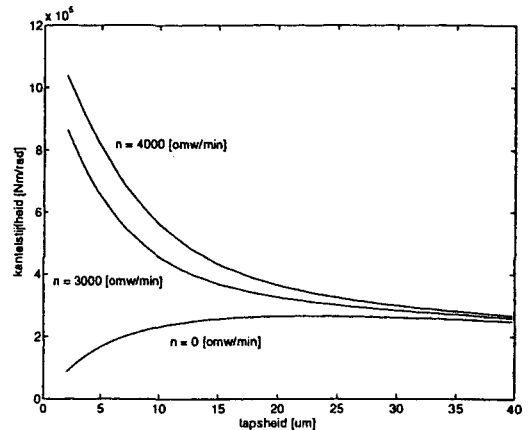


Figuur F.14
 variatie in kantelstijfheid met de wijde van de lagerspleet

Bij een kleine tapsheid zal er nauwelijks een wigvorm aanwezig zijn in het lager zodat het lager een kleine statische kantelstijfheid kent (figuur F.15), maar een grote dynamische bijdrage aan de kantelstijfheid (figuur F.16) door de kleine nominale filmdikte. Bij een grotere tapsheid wordt de wigvorm groter, zodat de kantelstijfheid toeneemt. Bij een te grote tapsheid zal de kantelstijfheid afnemen door de grote nominale filmdikte. Voor het ontwerp is genomen: $T = 20 \mu\text{m}$.

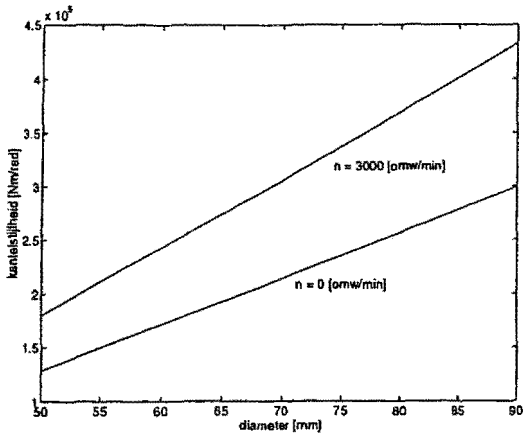


Figuur F.15
 variatie in kantelstijfheid met de tapsheid

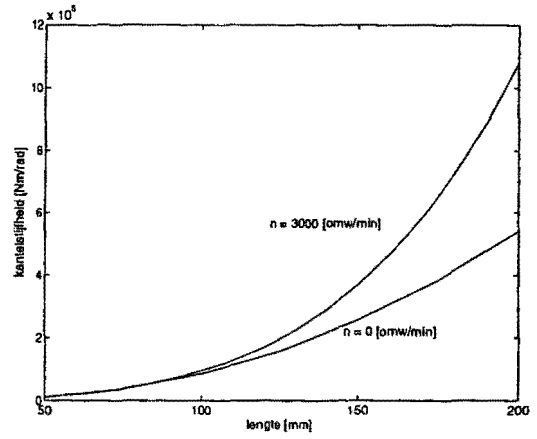


Figuur F.16
 variatie in kantelstijfheid met de tapsheid

Bij een grotere lengte en diameter van het lager zal over een grotere oppervlakte een hoge druk heersen (zie ook figuur 5.4). De kantelstijfheid zal daardoor vergroten (figuur F.17 en F.18). Bij een grotere lengte zal de kantelstijfheid toenemen (figuur F.13), omdat dan de gemiddelde armlengte toeneemt die bij een filmkracht behoort (formule (6.10)). Bij een hoger toerental neemt ook het effect van de dynamische drukopbouw toe door het vergroten van het oppervlak, waardoor de kantelstijfheid groter wordt. Voor het ontwerp is genomen: $D = 80 \text{ mm}$, $L = 150 \text{ mm}$.



Figuur F.17
 variatie in kantselstijfheid met de diameter



Figuur F.18
 variatie in kantselstijfheid met de lengte