

**MASTER**

**De implementatie van wiskunde D**

Cheung, Chi Ki

*Award date:*  
2012

[Link to publication](#)

**Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

# **De implementatie van Wiskunde D**

Chi Ki Cheung (s465619)

Afstudeeronderzoek aan de ESoE (Wiskunde, 30 ects)

Begeleid door: Jacob Perrenet

Augustus 2012

## Inhoudsopgave

<b>Samenvatting</b> .....	<b>3</b>
<b>1 Inleiding</b> .....	<b>4</b>
<b>2 Theorie</b> .....	<b>5</b>
2.1 Implementatiemodel volgens Van den Akker .....	5
2.2 Wiskunde D .....	5
2.2.1 Ontstaan van wiskunde D .....	5
2.2.2 Cultuur van wiskunde D .....	6
<b>3 Onderzoeksvragen</b> .....	<b>7</b>
<b>4 Methode</b> .....	<b>8</b>
4.1 Respondenten .....	8
4.2 Opzet .....	8
4.3 Instrumenten .....	9
4.3.1 Docentenenquête naar hun mening over en hun ervaring met wiskunde D .....	9
4.3.2 Leerboekenanalyse naar de kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers .....	11
4.4 Analyse .....	13
4.4.1 Kenmerken van echte wiskunde .....	13
4.4.2 Kenmerken van Wiskunde D volgens haar bedenkers .....	18
4.4.3 Enquêteanalyse .....	20
4.4.4 Analyse van de lesmethodes .....	21
<b>5 Resultaten</b> .....	<b>25</b>
5.1 Kenmerken van echte wiskunde .....	25
5.2 De denkbeeldige en de geschreven fase .....	25
5.3 De geïnterpreteerde fase .....	25
5.4 De operationele fase .....	26
<b>6 Conclusies en discussie</b> .....	<b>27</b>
<b>Literatuur</b> .....	<b>29</b>
<b>Bijlage</b> .....	<b>32</b>
A. Enquête .....	32
B. Gebruikte lesmethoden .....	36

## Samenvatting

In hoeverre is de implementatie van Wiskunde D gelukt naar het implementatiemodel van Van den Akker? Literatuuronderzoek levert de volgende kenmerken van echte wiskunde: abstractie, toepassingen, precisie, logisch redeneren en bewijzen, wiskunde volop in ontwikkeling, en hoge mate van complexiteit en onvoorspelbaarheid van problemen en oplossingen. Analyse van de documenten van de cTWO en de SLO leert ons dat abstractie, toepassingen, precisie en logisch redeneren en bewijzen ook voorkomen in de denkbeeldige en de geschreven fase. Uit de enquête aan docenten van Wiskunde D over hun mening over en hun ervaring met Wiskunde D blijkt dat alleen abstractie, precisie en logisch redeneren en bewijzen sterk voorkomen in resp. de geïnterpreteerde en de operationele fase. Als alternatief voor de geïnterpreteerde fase, worden de belangrijkste lesmethodes geanalyseerd waaruit blijkt dat abstractie en logisch redeneren en bewijzen redelijk voorkomen en precisie sterk voorkomt. Onze conclusie is dat de implementatie slechts gelukt is bij abstractie, precisie, logisch redeneren en bewijzen en in mindere mate bij toepassingen, wiskunde volop in ontwikkeling, hoge mate van complexiteit en onvoorspelbaarheid van problemen en oplossingen (en beroep en studie).

## 1 Inleiding

Als gevolg van de herziening van het onderwijsprogramma in de bovenbouw van het havo en het vwo (de Vernieuwde Tweede Fase) vanaf 2007, waarbij de inrichting van het wiskundeonderwijs gewijzigd is, is het vak Wiskunde D ingevoerd. Het vak is bedoeld om een goed beeld te geven van wat echte wiskunde eigenlijk is (cTWO<sup>1</sup>, 2007), waarbij we kunnen denken aan kenmerken zoals onverwachtetheit en complexiteit van wiskundige problemen (Bloch, 2011), toepasbaarheid op andere vakgebieden (Aleksandrov, 2009). Er zijn echter signalen dat het doel van het vak nog niet is bereikt, zoals het evaluatierapport van de SLO<sup>2</sup> met betrekking tot de invoering van Wiskunde D doet suggereren (Bruning, 2010), volgens Hans Sterk, vakdidacticus wiskunde aan de ESoE tijdens een gesprek in november 2010. Er wordt daarom onderzocht: *in hoeverre is de implementatie van Wiskunde D gelukt?* Dit onderzoek is belangrijk voor mijn professionele ontwikkeling in het bijzonder: Toen ik hiermee begon, gaf ik het vak wiskunde D, maar zonder enig idee wat de doelstellingen waren van het vak. Ik denk dat dit onderzoek mij inzicht gaat geven over de achtergrond en de ideeën over wiskunde D en mijn onderwijspraktijk positief gaat beïnvloeden bij het zoeken van (geschikt) lesmateriaal, het ontwikkelen van eigen didactiek (hoe zou ik bepaalde aspecten van wiskunde die minder aandacht krijgen kunnen verwerken bij de lespraktijken). Ook is dit onderzoek belangrijk voor de verdere implementatie van wiskunde D in het algemeen. Uit dit onderzoek zouden antwoorden gegeven worden op de vraag wat er mis is gegaan met het implementeren van wiskunde D die dan aanleiding kunnen zijn voor grotere onderzoeken naar bijvoorbeeld de redenen of oorzaken.

---

<sup>1</sup> cTWO (= commissie Toekomst WiskundeOnderwijs) is ontstaan in het najaar van 2004 en doet in opdracht van de minister van OCW voorstellen voor nieuwe examenprogramma's van wiskunde voor havo en vwo met ingang van 2015, waarvan de ontwikkeling al in gang wordt gezet in 2007.

<sup>2</sup> SLO = Stichting Leerplanontwikkeling

## 2 Theorie

### 2.1 Implementatiemodel volgens Van den Akker

Van den Akker (1998) beschrijft welke fasen het uitvoeren van een leerplan doorloopt, zoals bijvoorbeeld de invoering van Wiskunde D. Deze zijn de denkbeeldige, de geschreven, de geïnterpreteerde, de operationele, de ervaren en de geleerde fase. De denkbeeldige fase gaat om de oorspronkelijke visie die ten grondslag ligt aan een leerplan. Voor Wiskunde D geldt het visiedocument van cTWO (2007). Deze visie wordt dan verwerkt en verwoord in een formeel document in de geschreven fase is. In dit geval de handreiking van het schoolexamen wiskunde D havo en vwo (Van Gulik & Krüger, 2007). Daarna wordt het document naar eigen inzicht van de gebruikers (voornamelijk docenten) geïnterpreteerd in de geïnterpreteerde fase, hieronder vallen ook de lesmethodes, als product van de uitgevers van hun interpretatie van de examenprogramma's. Op grond van de vorige fase begint vervolgens de eigenlijke instructie in een klas, de operationele fase. Het eigenlijk leerproces van de leerlingen zien we terug in de ervaren fase. Met de geleerde fase, de laatste fase, wordt bedoeld de uit de vorige fase voortvloeiende leerresultaten van de leerlingen. In het onderzoek gaan we uit van dit implementatiemodel, waarbij we de laatste twee fasen met betrekking tot de leerlingen (de ervaren en de geleerde fase) niet hebben meegenomen. De denkbeeldige en de geschreven fase moeten meegenomen worden, want het curriculum wordt op grond van deze fasen ontwikkeld. De geïnterpreteerde en de operationele fase worden ook meegenomen, want dit heeft te maken met het onderzoeksprogramma van de ESoE<sup>3</sup>, waarbij de volgende vragen centraal staan, zoals vermeld op de website<sup>4</sup>:

- Hoe ontwikkelen leraren zich gedurende hun loopbaan tot professionals?
- Welke omstandigheden, leerprocessen en middelen bevorderen de ontwikkeling van docenten?

### 2.2 Wiskunde D

#### 2.2.1 Ontstaan van wiskunde D

P. Drijvers<sup>5</sup> vertelt in een artikel (Drijvers, 2007) over de totstandkoming van Wiskunde D. Het vak wordt ingevoerd vanaf het schooljaar 2007 – 2008 als keuzevak voor havo- en vwo-leerlingen met het NT-profiel na de herverkaveling van de wiskundeprogramma's. De herinrichting was nodig, omdat de overheid de omvang (het aantal studielasturen) van de vakken gelijk wilde trekken en tevens een einde maken aan de deelvakken (voor wiskunde waren het wiskunde A1, A12, B1 en B12) om de schoolorganisatie eenvoudiger en transparanter te maken. Omdat dit vermindering van omvang van het vak wiskunde B betekende, moesten onderdelen uit het oude programma van wiskunde B geschrapt worden, bijvoorbeeld kansrekening en statistiek. Om leerlingen met wiskunde B toch kennis te laten maken

<sup>3</sup> ESoE = Eindhoven School of Education, <http://www.tue.nl/universiteit/kolom-2/eindhoven-school-of-education/>

<sup>4</sup> <http://www.tue.nl/universiteit/over-de-universiteit/eindhoven-school-of-education/onderzoek/>

<sup>5</sup> P. Drijvers is de secretaris van de commissie cTWO.

met onder andere kansrekening en statistiek wordt een nieuw wiskundevak, wiskunde D, in het leven geroepen.

### **2.2.2 Cultuur van wiskunde D**

In hetzelfde artikel van Drijvers (2007) worden de uitgangspunten genoemd. Wiskunde D moet een uitdagend en relevant vak zijn, dat zowel verdieping als verbreding biedt en waarin de samenhang binnen de wiskunde, en tussen wiskunde en andere exacte vakken, duidelijk naar voren komt. Daarnaast wordt aanbevolen samenwerking aan te gaan met het hoger onderwijs, zodat leerlingen zicht krijgen op de manier waarop wiskunde functioneert in wetenschap (voor vwo-leerlingen) en techniek (voor havo-leerlingen). Met andere woorden, de cultuur van wiskunde D zou de aard en de cultuur van wiskunde, zoals wordt bedreven door professionele wiskundigen, moeten afspiegelen. Over dit laatste gaat dit onderzoek.

### 3 Onderzoeksvragen

Om een antwoord op de hoofdvraag te kunnen geven in hoeverre de implementatie van Wiskunde D gelukt is, moeten de volgende deelvragen beantwoord worden.

- i. Wat zijn de kenmerken van echte wiskunde?
- ii. In hoeverre is de implementatie gelukt in de denkbeeldige en geschreven fase?  
Hier worden de twee fasen samen bekeken, omdat in het document van de SLO (Van Gulik & Krüger, 2007) de examenprogramma's van wiskunde D van havo en vwo zoals voorgesteld door cTWO op grond van haar document (cTWO, 2007) zijn opgenomen. Het gaat hier dus in feite om dat een leerplan twee fasen heeft doorlopen bij eenzelfde instantie.
- iii. In hoeverre is de implementatie gelukt in de geïnterpreteerde fase?
- iv. In hoeverre is de implementatie gelukt in de operationele fase?
- v. Hoe sterk komen de kenmerken voor in de lesmethoden?  
Het gaat hier om de geïnterpreteerde fase : hoe hebben ontwikkelaars van lesmethodes kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers, geïnterpreteerd?

De verwachting zal zijn dat de implementatie maar gedeeltelijk gelukt is, aangezien bij de implementatie van een leerplan er steeds meer van de oorspronkelijke ideeën verloren gaat tijdens de overgang van de ene naar een volgende fase. (Van den Akker & Thijs, 2009, p 13)



## 4 Methode

### 4.1 Respondenten

Voor dit onderzoek wordt gebruikt gemaakt van convenience sampling. In de eerste instantie worden, met behulp van de begeleiders van dit onderzoek en via persoonlijke contacten, 30 docenten van Wiskunde D van havo en vwo benaderd door middel van het versturen van e-mails. Daarna wordt een oproep geplaatst in de Wiskunde-brief, in de hoop dat er meer docenten van wiskunde D die geïnteresseerd zijn hieraan zouden meedoen.

### 4.2 Opzet

Dit onderzoek is een evaluatieonderzoek, volgens Baarda en De Goede (2006, pp.106) In het volgende schema wordt uiteengezet wat de opzet is per onderzoeksvraag.

1.	Kenmerken van echte wiskunde	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Literatuuronderzoek op kenmerken van echte wiskunde</li> <li>- Interview expert ter validatie</li> <li>- Zie § 5.1 voor de resultaten</li> </ul>
2.	De denkbeeldige en de geschreven fase	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analyse van documenten van de cTWO en de SLO op kenmerken van wiskunde D volgens de bedenkers, zie § 5.2</li> <li>- De hieruit volgende resultaten worden vergeleken met de resultaten van de vorige onderzoeksvraag om te bekijken in hoeverre de implementatie in deze fasen gelukt is. Zie § 6</li> </ul>
3.	De geïnterpreteerde fase	<ul style="list-style-type: none"> <li>- De kenmerken uit onderzoeksvraag 2 (zie § 5.2) worden verwerkt in een vragenlijst.</li> <li>- Docenten van wiskunde D worden gevraagd om deze vragenlijst in te vullen over hun mening over de genoemde kenmerken. (zie § 5.3)</li> <li>- Op grond van de resultaten worden bekeken in hoeverre de implementatie in deze fase gelukt is. Zie § 6</li> </ul>
4.	De operationele fase	<ul style="list-style-type: none"> <li>- De kenmerken uit onderzoeksvraag 2 (zie § 5.2) worden verwerkt in een vragenlijst.</li> <li>- Docenten van wiskunde D worden gevraagd om deze vragenlijst in te vullen over hun ervaring met de genoemde kenmerken. (zie § 5.4)</li> <li>- Op grond van de resultaten worden bekeken in hoeverre de implementatie in deze fase gelukt is. Zie § 6</li> </ul>
5.	Leerboeken	- Als alternatief geïnterpreteerde fase

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- De kenmerken uit onderzoeksvraag 2 (zie § 5.2) worden gebruikt om te bekijken hoe vaak deze kenmerken voorkomen in de onderzochte leerboeken. Zie § 5.3.</li> <li>- Op grond van de resultaten worden bekeken in hoeverre de implementatie in deze fase gelukt is. Zie § 6</li> </ul>
--	--	--

### 4.3 Instrumenten

#### 4.3.1 Docentenenquête naar hun mening over en hun ervaring met wiskunde D

Om te kunnen bepalen in hoeverre de implementatie gelukt is in de geïnterpreteerde en de operationele fase, wordt voor dit deel van het onderzoek op grond van de lijst kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers, zoals staat in § 5.2, een aantal stellingen omtrent de kenmerken aan docenten Wiskunde D voorgelegd in de vorm van een enquête via Corf<sup>6</sup>, die te vinden is in bijlage. Deze stellingen zijn geconstrueerd op grond van de begrippen die in de documenten van de cTWO en de SLO voorkomen omtrent deze kenmerken. Verder wordt mevrouw M. Koopman<sup>7</sup> geraadpleegd omtrent het opzetten van de enquête. Voor een betrouwbare meting moeten minimaal 5 stellingen, het liefst 7 à 8, bedacht worden. De respondenten geven hun mening aan op Likertschaal van 1 tot en met 5 (1 helemaal mee oneens/nooit tot 5 helemaal mee eens/ altijd). Dit doen ze twee keer: een keer voor hoe het ideaal gezien zou worden (voor de geïnterpreteerde fase) en een keer voor hoe het in de praktijk gaat (de operationele fase). Dit alles om te bekijken in hoeverre de kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers, zie § 5.2, deze twee fasen kunnen doorlopen.

Enkele voorbeelden van de stellingen:

Abstractie (onder ideale omstandigheden)

1. Bij wiskunde D hoeft niet meer nadruk gelegd te worden op algebraïsche vaardigheden dan bij wiskunde B.
29. Bij wiskunde D is het belangrijk dat leerlingen verband kunnen leggen tussen verschillende onderwerpen binnen wiskunde D.

Toepassingen (in de onderwijspraktijk)

<sup>6</sup> Corf staat voor de Collectieve Onderwijs Research Faciliteit. Hierin kunt u eenvoudig vragenlijsten en gespecialiseerder onderwijs onderzoeksinstrumenten (b.v. repertory grid) of aanmaken en via het internet afnemen. De verzamelde gegevens worden opgeslagen in een geanonimiseerde database waardoor koppeling, delen en hergebruik van data mogelijk is. Zie <http://www.corfstart.nl>.

<sup>7</sup> Mevrouw M. Koopman is een onderwijskundige aan de ESoE.

2. Bij wiskunde D laat ik leerlingen zien hoe wiskundige theorieën toegepast worden in de praktijk.
9. Bij wiskunde D gaan leerlingen zelf uitzoeken hoe wiskunde wordt bedreven in de praktijk.

Om de betrouwbaarheid en de validiteit van deze enquête te kunnen bepalen worden de verzamelde gegevens van de respondenten verwerkt in het statistische programma SPSS. Om erachter te komen of dit instrument betrouwbaar is wordt de Cronbachs alfa (die aangeeft de interne consistentie tussen de verzamelde data, waarbij de waarde minimaal 0,7 moet zijn, om te mogen spreken van betrouwbare gegevens) bepaald, met een waarde van minimaal 0,7 kunnen we spreken van een betrouwbaar instrument (zoals mevrouw M. Koopman mij mondeling heeft meegedeeld). Om de validiteit te bepalen wordt gebruikt gemaakt van de standaarddeviatie om de spreiding van de data te berekenen. Hoe kleiner de spreiding, hoe valide het instrument. De resultaten worden uitgezet in de volgende tabellen.

Tabel 1 (over mening over Wiskunde D)

Categorie	Vragen	Cronbachs $\alpha$	95%-betrouwbaarheids-interval	
Abstractie	1, 8, 15, 22, 29, 36, 43	0,7	3,60	4,03
Toepassingen	2, 9, 16, 23, 30, 37, 44	0,7	3,15	3,57
Precisie	3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 50	0,8	4,00	4,37
Logisch redeneren en bewijzen	4, 11, 18, 25, 32, 39, 46	0,8	3,88	4,24
Samenwerking hoger onderwijs	5, 12, 19, 26, 33, 40, 47	0,8	3,11	3,62
Problemen en oplossingen	6, 13, 20, 27, 34, 41, 48	0,5	3,45	3,80
Studie en beroep	7, 14, 21, 28, 35, 42, 49	0,8	3,37	3,78

Tabel 2: (over ervaring met Wiskunde D)

Categorie	Vragen	Cronbachs $\alpha$	95%-betrouwbaarheids-interval	
Abstractie	1, 8, 15, 22, 29, 36, 43	0,8	3,50	4,01
Toepassingen	2, 9, 16, 23, 30, 37, 44	0,8	2,41	2,91
Precisie	3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 50	0,7	4,02	4,43
Logisch redeneren en bewijzen	4, 11, 18, 25, 32, 39, 46	0,7	3,72	4,10

Samenwerking hoger onderwijs	5, 12, 19, 26, 33, 40, 47	0,8	2,38	2,96
Problemen en oplossingen	6, 13, 20, 27, 34, 41, 48	0,2	3,08	3,47
Studie en beroep	7, 14, 21, 28, 35, 42, 49	0,7	3,12	3,47

Op grond van de Cronbachs  $\alpha$  kan geconcludeerd worden dat data van de categorieën abstractie, toepassingen, precisie, logisch redeneren en bewijzen, samenwerking met het hoger onderwijs en, studie en beroep betrouwbaar zijn. Alleen de data van de categorie problemen en oplossingen is niet betrouwbaar, omdat Cronbachs  $\alpha$  resp. 0,5 en 0,2 is.

Aangezien de spreiding van de 95%-betrouwbaarheidsinterval van elke categorie niet groot is ( $\sigma \approx 0,25$ ), kunnen we zeggen dat dit instrument valide is.

#### 4.3.2 Leerboekenanalyse naar de kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers.

Naast docenten spelen leerboeken een rol in het leerproces van leerlingen. Daarom wordt een onderzoek gedaan in enkele schoolmethodes van wiskunde D in hoe sterk de kenmerken van wiskunde D volgens bedenkers daarin worden verwerkt. Over het algemeen worden de volgende methodes op scholen gebruikt: Getal en ruimte (van EPN, gebruikt door bijna 60% van de scholen, volgens NMa(2006)), Moderne Wiskunde (van Wolters-Noordhoff, 40%), Netwerk (van Wolters-Noordhoff) en Wageningse Methode (van de stichting de Wageningse Methode). De methodes die worden onderzocht zijn: Getal en ruimte, Moderne Wiskunde, de Wageningse Methode. De methode Netwerk wordt buiten beschouwing gelaten, aangezien deze methode inhoudelijk niet veel afwijkt van Moderne Wiskunde (beide van dezelfde uitgeverij).

Om te bepalen hoe sterk de kenmerken van wiskunde van wiskunde D, volgens bedenkers, voorkomen in de lesmethodes die in dit onderzoek zijn meegenomen, wordt uitgegaan van de volgende vragen en maten:

1. Hoe sterk komt abstractie voor in de methodes?

Abstractie is het verband leggen van verschillende objecten op een hoger niveau. Hoewel abstractie ook onderdeel is bij wiskunde A, B en C, wordt bij dit onderzoek vooral gemeten hoe veel onderwerpen een hoger abstractieniveau hebben dan bij wiskunde A, B en C. Onderwerpen als complexe getallen en analytische meetkunde worden beschouwd als abstracte onderwerpen. Omdat elke paragraaf een onderwerp behandelt, wordt er

gekeken hoeveel paragrafen een abstracter onderwerp betreft dan bij wiskunde A, B en C.

Bijvoorbeeld: Hoofdstuk 8 (Getal en ruimte havo/vwo deel 2) bestaat uit vijf paragrafen (Rekenen met complexe getallen, Het complexe vlak, De formules van De Moivre, Complexe functies en, Krachten en snelheden) die abstract zijn, van de 20 paragrafen die het boek telt.

Hierbij geldt dat 50% overeenkomt met 3 op schaal van 1 tot 5. (1 = 0%, 2 = 25%, 3 = 50%, 4 = 75% en 5 = 100%)

2. Hoe toepassingsgericht zijn de methodes?

Een van de kenmerken van wiskunde is de brede scala aan toepassingen. Hierbij wordt bekeken hoe vaak er in de lesmethodes toepassingen worden genoemd van de wiskunde (in de wiskunde en in de praktijk). Vanwege de brede scala aan toepassingen wordt als maat genomen: 3 – 4 toepassingen noemen per hoofdstuk komt overeen met 3 op schaal van 1 tot 5. (1 = 0 keer, 2 = 1 – 2 keer, 3 = 3 – 4 keer, 4 = 5 – 6 keer en 5 = meer dan 6 keer).

3. Hoe precies gaan de methodes om de definities, notaties en formules?

Hier wordt vooral onderzocht hoe vaak de lesmethodes niet precies of niet correct omgaan met wiskundige definities, notaties en formules e.d, aangezien er van een leer methode verwacht mag worden dat er correct wordt omgegaan met wiskunde. Er wordt gekeken naar het gemiddelde aantal incorretheiden per hoofdstuk in de leerboeken. Hier geldt dat een gemiddeld aantal van 0,5 fout per hoofdstuk overkomt met 3 op schaal van 1 tot 5. (1 = 0 fouten, 2 = 0,25 fout, 3 = 0,50 fout, 4 = 0,75 fout en 5 = 1 fout). Daarna wordt de schaal omgedraaid om antwoord te kunnen geven op de vraag hoe precies.

4. Hoe vaak komt het logisch redeneren en bewijzen in de methodes aan bod?

Bij het onderzoek wordt bekeken hoe vaak opgaven met ‘toon aan’, ‘licht toe’, ‘bewijs’ e.d. te vinden zijn en stellingen worden bewezen per methode. Hier geldt: een gemiddelde van 0,5 keer per bladzijde komt overeen met 3 op schaal van 1 tot 5 (1 = 0 keer, 2 = 0,25 keer, 3 = 0,5 keer, 4 = 0,75 keer en 5 = 1 keer of meer)

5. Hoeveel ruimte is er in de methodes voor het samenwerken met het hoger onderwijs?

Bij dit onderdeel wordt gekeken in hoeverre het hoger onderwijs bij het ontwikkelen van de methodes wordt betrokken, op welke wijze dan ook. Hier geldt: 1 = nooit tot en met 5 = altijd.

6. Hoe complex en onvoorspelbaar zijn de problemen en oplossingen?

Een van de kenmerken van echte wiskunde zijn de complexiteit en onvoorspelbaarheid van problemen en oplossingen. Aangezien de leermethodes hoofdzakelijk worden gebruikt voor het verwerven van kennis zijn de problemen en oplossingen voorspelbaar en niet noodzakelijk complex. Daarom wordt hierbij voornamelijk bekeken of de lesmethodes grote complexe opdrachten (bijvoorbeeld praktische opdrachten) bevatten naast de reguliere opgaven die bij de onderwerpen horen. De hoofdstukken worden gerangschikt naar hoofdonderwerpen. Als maat wordt genomen: 1 = gemiddeld 0 opdracht per onderwerp tot en met 5 = gemiddeld 1 opdrachten per onderwerp.

7. Hoeveel aandacht wordt er besteed aan studie- en beroepskeuze voor zover het wiskunde betreft?

Hierbij wordt bekeken hoe vaak de leerboeken aandacht hebben besteed aan vervolgstudies en beroepen. Gemiddeld 1 beroep/studie per hoofdstuk = 3 op schaal van 1 tot 5 (met 1 = 0 beroepen tot 5 = 2 beroepen)

De betrouwbaarheid worden hier gewaarborgd, omdat de kenmerken stuk voor stuk worden geteld in plaats van steekproefsgewijs. De validiteit wordt gewaarborgd omdat hier gaat om het rechttoe-rechtaan vertalen van kenmerken in leerboeken volgens gangbare definities.

## **4.4 Analyse**

### **4.4.1 Kenmerken van echte wiskunde**

#### **4.4.1.1 Literatuuranalyse**

Om erachter te komen wat echte wiskunde is moeten we weten wat de kenmerken zijn. Voor de kenmerken worden een aantal tijdschriften van Euclides en Nieuw Archief voor Wiskunde en een aantal wetenschappelijke artikels, bekeken, waarbij gekeken wordt of er artikels tussen zitten die over wiskunde over het algemeen gaat, in plaats van over specifieke onderdelen van de wiskunde of het wiskundeonderwijs. Verder wordt getracht via de elektronische weg, bijvoorbeeld google (google, google scholar), om naar boeken en artikels te zoeken met zoektermen als 'wiskunde', 'kenmerken wiskunde', 'wat is wiskunde', 'features mathematics', 'characteristics mathematics'. Ook worden, op advies van de begeleiders, boeken geraadpleegd die over wiskunde gaan. Om kenmerken te vinden in de boeken wordt de inhoudsopgave bekeken of er een of meerdere hoofdstukken zijn die over kenmerken van wiskunde gaan. Hieronder volgt een aantal artikels en boeken waarin specifiek de kenmerken worden genoemd.

In zijn afscheidsrede (Graaf, de, 2008) vertelt De Graaf, oud-hoogleraar wiskunde aan de TU/e, vanuit zijn ervaring wat wiskunde is, nl. wiskunde als waarheid,

wiskunde als spel en wiskunde als taal. Hieronder volgt een aantal al dan niet letterlijke citaten uit dat stuk.

- Wiskunde bestaat uit waarheden over echt bestaande objecten. (In hetzelfde artikel wordt een uitspraak aangehaald van Erik Verlinde, hoogleraar aan de UvA, in de NRC van zaterdag 21 juni 2007: ergens ligt een principe dat alles in elkaar laat passen)
- De wiskundige bewerkingen en de spelregels van de wiskunde zijn weliswaar niet geheel en al onwrikbaar maar lijken toch veel meer eeuwigheidswaarde te hebben dan veel regels en wetten van wetenschap en technologie.
- De wiskunde is zo exact omdat ze nergens speciaal over hoeft te gaan, daarom is ze universeel bruikbaar.
- Wiskunde is een kunsttaal, waarin wiskundige objecten correct benoemd dienen te worden en die correct gebruikt moeten worden.
- Wiskunde is het gereedschap bij uitstek om, enerzijds, zaken die niks met elkaar te maken hebben ook uit elkaar te houden, en anderzijds, zaken die oppervlakkig niks gemeen lijken te hebben onder één noemer te brengen. (Wiskunde schept orde.)
- Wiskundig inzicht is alleen te verweren door intensief trainen.
- Bewijzen spelen in de wiskunde een belangrijke rol.

In het artikel van Perrenet en Taconis (2009) wordt beschreven de verandering in kijk op wiskunde, werkwijze bij Bachelorstudenten aan de TU/e gedurende hun opleiding, vergeleken met die van de wiskundige experts. Op grond van de stellingen over de (werk)houding die aan die studenten en experts worden voorgelegd, volgt de volgende opsomming van kenmerken van wiskunde.

- In de wiskunde is het precies formuleren vaak nodig (stelling 6).
- Men kan nieuwe wiskunde uitvinden (stelling 15)
- De oplossing van een wiskundige opdracht is soms onvoorspelbaar (stelling 16)

In hoofdstuk 1 van Aleksandrov, ed (2009) zijn de volgende kenmerken van opgesomd:

- abstractie (abstractness),
- precisie (precision),
- logische striktheid (logical rigor),
- onbetwistbare aard van haar conclusies (indisputable character of its conclusions) en
- vele toepassingen op allerlei vakgebieden (exceptionally broad range of its applications)

In zijn boek (Bloch, 2011) wordt door Bloch getracht een beter beeld te geven aan de eerstejaars studenten hoe echte wiskunde wordt bedreven door wiskundigen.

- In hoofdstuk 8 van het boek behandelt de auteur een aspect van de wiskunde: wiskunde is nog niet in haar geheel uitgevonden. (Contrary to popular misconception, mathematics has not been “all figured out”.)

- Verder staat er dat wiskundige problemen (onderzoeken) open zijn en geen vaste patronen hebben. (What makes research so exciting is precisely that there is no text, and no clear path, to follow.)
- Voordat een conclusie getrokken kan worden, dient men de tijdens het onderzoek gebruikte uitspraken definiëren of bewijzen die nodig zijn voor die conclusie. (The researcher has to try examples, develop an intuitive feeling for what is going on, formulate proposed definitions, try to prove theorem using these definitions, go back to the drawing board if things do not work out and so on.)

Davis en Herish (1981) beschrijven wat volgens hen wiskunde is:

- wiskunde is de wetenschap van getal en ruimte en gaat ook over het symbolisme met betrekking tot getal en ruimte. (p 6)
- wiskunde is de wetenschap van het maken van noodzakelijke conclusie (p 7)
- wiskunde is overal te vinden (pp 8 – 9)
- wiskunde is door de eeuwen heen ontwikkeld en blijft in ontwikkeling (pp 9 – 12)
- wiskunde vindt men ook op verschillende gebieden van de wetenschap: o.a. werktuigbouwkunde, natuurkunde, sterrenkunde, cartografie, economie (pp 17)
- er wordt constant nieuwe wiskundige kennis uitgevonden: vanuit wiskunde zelf omdat wiskunde steeds complexer wordt en vanuit de ontwikkeling binnen de wetenschap en technologie waarbij de vraag naar wiskunde als hulpmiddel toeneemt. (p 25)

In het hoofdstuk 'Wat is mathematics?' uit het boek van Richard Courant en Herbert Robbins (Courant, Robbins, 1996), waarin de schrijvers in het kort de ontwikkeling van de wiskunde in de loop der tijden beschrijven, vinden we het volgende over wiskunde:

- Wiskunde als uitdrukking van de menselijke gedachte geeft de actieve wil, de goed overwogen reden, en de wens voor esthetische perfectie. (Mathematics as an expression of the human mind reflects the active will, the contemplative reason, and the desire for aesthetic perfection.)
- Alle wiskundige ontwikkeling is ontstaan door in min of meer praktische noodzaak. (Without doubt, all mathematical development has its psychological roots in more or less practical requirements.)
- Logische, precieze redenering (Logically precise reasoning, starting from clear definitions and non-contradictory, 'evident' axioms, seemed immaterial to the new pioneers of mathematical science.)
- Precisie en strikt bewijzen (Thus the nineteenth century not only became a period of new advances, but was also characterized by a successful return to the classical ideal of precision and rigorous proof.)
- Abstractie en logische zuiverheid (Once more the pendulum swung toward the side of logical purity and abstraction.)



Herish (1997, hoofdstuk 2) geeft in zijn boek dertien criteria voor een filosofie van wiskunde, waarvan de onderstaande drie essentieel zijn:

- De kijk en variatie van wiskunde
- Het past in algemene epistemologie en filosofie van de wetenschap
- Verenigbaarheid met de wiskundige praktijk: onderzoek, toepassing, onderwijs, geschiedenis, berekening en wiskundige intuïtie.

Verder zijn de volgende vijf wenselijk:

- elegantie
- zuinigheid
- begrijpbaarheid
- precisie
- eenvoud

In de inleiding van zijn boek geeft Kitcher (1984) volgende kenmerken:

- Wiskunde kan als standaard gebruikt worden waarmee de kennis op andere gebieden gemeten kunnen worden. (p.3)
- Wiskundige kennis lijkt niet gebaseerd te zijn op experimenten of resultaten van waarnemingen. (p. 3)
- Wiskunde is en blijft in ontwikkeling in de loop der tijden en wiskundige kennis is opgebouwd uit de bestaande kennis in de wiskunde. (p. 4 – 8)

In het boek van Ernst (1991) over de filosofie van het wiskundeonderwijs wordt beweerd dat wiskundige kennis/bewijs slechts bestaat uit uitspraken die gedaan zijn op grond van redenering en wordt gezien als het stelligste van alle kennis. (p 3)

Tot slot kunnen we op grond van de bovengenoemde bronnen een lijst van kenmerken samenstellen. Gezien het feit dat er maar telkens een deel van de kenmerken wordt gemeld, zullen we degene nemen die vaker dan één keer wordt genoemd.

1. Wiskunde is abstract (samenhangende activiteiten zijn: abstraheren, structureren en generaliseren)  
Zoals De Graaf (2008) heeft beweerd in zijn rede, is wiskunde zo exact omdat ze nergens speciaal over hoeft te gaan. Dit kenmerk is ook te vinden in het boek van Aleksandrov, ed (2009) en van Courant en Robbins (1996).
2. Wiskunde is een precieze kunsttaal.  
Wiskunde is een kunsttaal, waarin wiskundige objecten correct benoemd dienen te worden en die correct gebruikt moeten worden, volgens De Graaf (2008). In de wiskunde is het precies formuleren vaak nodig (Perrenet, Taconis, 2009). Ook Aleksandrov en zijnen (2009), Courant en Robbins (1996), en Herish (1997) denken dat precies een kenmerk is.
3. Logisch redeneren en bewijzen (en daardoor de geldigheid van stellingen en conclusies gewaarborgd wordt) zijn essentieel de wiskunde.

Dit kenmerk vinden we terug bij De Graaf (2008), Aleksandrov en zijnen (2009), Bloch (2011), Davis en Herish (1981), Courant en Robbins (1996) en Ernst (1991).

4. Wiskunde wordt toegepast op allerlei vakgebieden.  
Dat beweren Aleksandrov en zijnen (2009), Davis en Herish (1981), Courant en Robbins (1996), Herish (1997) en Kitcher (1984).
5. Wiskundige problemen en oplossingsstrategieën zijn complex en onvoorspelbaar.  
Dit volgens Perrenet en Taconis (2009), Bloch (2011) en Kitcher (1984).
6. Niet alles in de wiskunde is ontdekt of uitgevonden. Wiskunde is volop in ontwikkeling.  
Dat is terug te vinden bij De Graaf (2008), Perrenet en Taconis (2009), Bloch (2011), Davis en Herish (1981) en Kitcher (1984).

#### **4.4.1.2 Interview met een expert, vakdidacticus wiskunde**

Om de validatie van de lijst van kenmerken te controleren wordt dr. Bram van Asch, vakdidacticus wiskunde aan de TU/e, geraadpleegd. Het gesprek vond plaats op 25 januari 2012. Aan hem wordt gevraagd of de genoemde kenmerken van echte wiskunde en wiskunde van Wiskunde D, voor zover hij het weet, correct dan wel volledig zijn. Aangezien hij heeft aangegeven helemaal geen ervaring te hebben met de ontwikkelingen rondom het vak Wiskunde D, is het gesprek beperkt tot de kenmerken van echte wiskunde. Hieronder volgt een bijna letterlijke weergave van het gesprek met Bram van Asch.

Een aspect van wiskunde is het kunnen uitrekenen van een hoop dingen. Er wordt in het eerste jaar van het universitaire onderwijs aan bijvoorbeeld de TU/e veel aandacht besteed aan het vak calculus (behalve bij de studie wiskunde, waar het onderwijs anders is ingericht): rekentechnieken worden aangeleerd en rekenregels worden gepresenteerd als feiten. Daaruit vloeit voort dat wiskunde toegepast kan worden op heel veel gebieden: rekenvaardigheden zijn nodig, als voorbeelden worden genoemd: het bepalen van de sterkte van gebouwen, reactie en proces bij scheikundige technologie. (kenmerk toepassingen, echte wiskunde)

Een ander aspect is het modelleren. Praktische problemen kunnen beschreven worden door wiskundige modellen, die wiskundig opgelost kunnen worden en oplossingen worden daarna vertaald naar antwoorden op de vragen. (kenmerk problemen oplossen, echte wiskunde)

Verder zijn de definities in de wiskunde precies, ondubbelzinnig. Is een wiskundig object eenmaal gedefinieerd, is er geen misverstand mogelijk in gebruik door wie dan ook. (Subjectiviteit is onmogelijk) (kenmerk precieze kunsttaal, echte wiskunde)

Abstractie is essentieel. Door de abstracties kunnen we verbanden vinden tussen objecten of praktische problemen die op het eerste gezicht niets met elkaar te maken hebben. Daarmee samenhangend is het kunnen herkennen of aanbrengen van structuren en daarmee kan men generaliseren. (kenmerk abstractie, echte wiskunde)

Logisch redeneren en bewijzen is ook belangrijk, want uit fundamentele eigenschappen kunnen we veel dingen afleiden. Voor uitspraken die bewezen zijn, is geen dubbelzinnigheid mogelijk. (kenmerk logisch redeneren en bewijzen, echte wiskunde)

De intrinsieke schoonheid van wiskunde wordt genoemd. Elegantie van de methode van de wiskunde is anders dan andere vakgebieden. (Dit kenmerk is één keer genoemd als kenmerk van echte wiskunde, maar niet bij wiskunde D, daarom wordt dit kenmerk niet meegenomen bij dit onderzoek)

Wiskunde is als vak niet af. Soms kan uit een simpele vraag een (langdurig) onderzoek volgen. Gedurende het onderzoek naar de oplossing of het bewijs kan men tot nieuwe inzichten en kennis komen (als nevenproduct van het onderzoek). (kenmerk wiskunde volop in ontwikkeling, echte wiskunde)

Op grond van dit gesprek kan geconcludeerd worden dat de genoemde kenmerken van echte wiskunde volledig en juist zijn.

#### **4.4.2 Kenmerken van Wiskunde D volgens haar bedenkers**

In opdracht van de minister van OCW moest de commissie Toekomst Wiskunde-Onderwijs (cTWO) voorstellen doen voor de nieuwe examenprogramma's voor de wiskundevakken in het havo en vwo met ingang van 2011 (inmiddels verschoven naar 2015), waarbij de voorbereidende ontwikkelingen al in 2007 in gang werden gezet. In het visiedocument van de cTWO (2007) worden uitgangspunten uiteengezet voor het opstellen van de examenprogramma's. Hieronder volgt een selectie van die standpunten met betrekking tot vakinhoudelijke aspecten van de wiskunde.

- Wiskunde is een kernvak in het voortgezet onderwijs vanwege historische, culturele, wetenschappelijke en maatschappelijke relevantie. (standpunt 1)
- Het wiskundeonderwijs zoekt het balans tussen enerzijds wiskunde als zelfstandige discipline – als denkwijze waarin abstraheren, generaliseren en formeel manipuleren een grote rol spelen – en anderzijds wiskunde als instrument voor het modelleren van probleemsituaties, als hulpmiddel dat toegepast wordt in praktische, technische en wetenschappelijke situaties. (standpunt 2)
- Bij wiskunde B en D heeft diepgang prioriteit boven breedte. (standpunt 3)
- Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn

modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. (standpunt 4)

- In elk van de curricula wordt aandacht besteed aan de brede betekenis van de wiskunde. (standpunt 9). Voorbeelden zijn samenwerking met andere vakken binnen eigen school, moderne toepassingen, theoretische opdrachten, geschiedenis van de wiskunde, praktische opdrachten en profielwerkstukken. Er is ook ruimte voor samenwerken met bedrijven, hoger onderwijs. (pp 37)
- Een goede voorbereiding op de verschillende vervolgtrajecten is een belangrijke randvoorwaarde voor de inrichting van de verschillende wiskundevakken in de Tweede Fase. (standpunt 13)
- In de ontwikkeling van de vernieuwde vakken van de Tweede Fase moet de samenhang tussen de verschillende wiskundevakken en andere vakken worden verbeterd, evenals de onderlinge afstemming. (standpunt 14).
- De beheersing van correct wiskundige terminologie en notatie is een aspect van het wiskundeonderwijs dat een structurele plaats verdient (standpunt 16).

In hetzelfde document worden ook karakteristieken vermeld die voor wiskunde D gelden:

- Wiskunde D is een profielkeuzevak voor leerlingen die ook wiskunde B volgen en biedt daarop verbreding en verdieping. De verbreding omvat onder meer statistiek en kansrekening; de verdieping richt zich op de bètasector en komt tot uitdrukking in keuzeonderwerpen zoals meetkunde en optimalisatie, die in samenwerking met het hbo kunnen worden ingevuld (havo) of in onderwerpen uit technische en wetenschappelijke context, die aanleiding zijn tot formeel redeneren en bewijzen. Complexe getallen is een typisch keuzeonderwerp. Een deel van wiskunde D kan worden ingevuld in samenwerking met het wo (vwo) (pp 19 – 20).

Op grond van het bovengenoemde visiedocument worden de examenprogramma's van wiskunde D havo en vwo door de SLO (Gulik, van en Krüger,2007) opgesteld. Hieronder is er een opsomming van de eindtermen met betrekking tot vakinhoud.

- Communiceren
- Studie en beroep
- Onderzoeken
- Modelvorming
- Redeneren
- Algebraïsche vaardigheden
- Vaktaal, conventies en notaties
- Oplossingsvaardigheden
- Toepassen
- Verbreding en verdieping
- Bewijzen (alleen vwo)

Uit de selectie van uitgangspunten van het visiedocument en eindtermen van het examenprogramma wiskunde D van de SLO kunnen we concluderen dat de kenmerken van de wiskunde van Wiskunde D volgens de bedenkers zijn: (tussen haakjes staan het standpunt van het visiedocument waarnaar het kenmerk verwijst met de bijbehorende eindtermen)

1. Wiskunde is abstract. (standpunt 2 over zelfstandige discipline: algebraïsche vaardigheden)
2. Wiskunde is een hulpmiddel in veel toepassingen (standpunt 2 over hulpmiddelen, standpunt 14: toepassen)
3. Wiskunde is een precieze kunsttaal (standpunt 16: communiceren, en vaktaal, conventies en notaties)
4. Logische redenering en bewijzen zijn essentieel (standpunt 4: redeneren, bewijzen)
5. Wiskundig heeft brede betekenis, samenwerking met het hoger wiskunde sterk aanbevolen (standpunt 9, karakteristieken wiskunde D)
6. Probleemsituaties en oplossingsstrategieën zijn complex, maar vaak voorspelbaar. (standpunt 4, onderzoek, modelvorming, oplossingsvaardigheden)  
[Toelichting: complexiteit is het streven, om de wiskundige probleemsituaties zoveel mogelijk te benaderen, voorspelbaarheid heeft te maken met de toetsbaarheid van de te verwerven kennis]
7. Voorbereiding op het hoger bèta-wetenschappelijk of hoger technisch onderwijs (standpunt 13, karakteristieken wiskunde D: studie en beroep)

#### 4.4.3 Enquêteanalyse

Omdat sommige uitspraken in de enquête anders zijn geformuleerd om sociale wenselijkheid zoveel mogelijk te vermijden, moeten de data die zijn verzameld voor de uitspraken omgezet worden voordat ze met elkaar vergeleken kunnen worden. (Zoals vraag 1 van de enquête luidt: Bij wiskunde D hoeft niet meer nadruk gelegd te worden op algebraïsche vaardigheden dan bij wiskunde B. Hierbij wordt met waarde 1 op schaal van 1 tot 5 (helemaal mee oneens) bedoeld dat men juist meer nadruk moet leggen op de algebraïsche vaardigheden.)

De resultaten van de enquêteanalyse zijn:

Mening over wiskunde D onder ideale omstandigheden

Categorie	gemiddeldes
Abstractie	3,81
Toepassingen	3,36
Precisie	4,18
Logisch redeneren en bewijzen	4,06
Samenwerking hoger onderwijs	3,36
Problemen en oplossingen	3,62
Studie en beroep	3,58

### Ervaring met wiskunde D in de lespraktijk

Categorie	gemiddeldes
Abstractie	3,76
Toepassingen	2,66
Precisie	4,22
Logisch redeneren en bewijzen	3,91
Samenwerking hoger onderwijs	2,67
Problemen en oplossingen	3,27
Studie en beroep	3,29

#### 4.4.4 Analyse van de lesmethodes

Op grond van het hierbij horende instrument worden de kenmerken geteld in de onderzochte lesmethodes.

##### 4.4.4.1 Abstractie

**Getal en ruimte**

Van de 94 paragrafen in de delen van Getal en ruimte komt abstractie in 64 paragrafen voor, dus de relatieve frequentie van 68%. Dus waarde 4.

**Moderne wiskunde**

Van de 209 paragrafen in de delen van Moderne Wiskunde komt abstractie in 111 paragrafen voor, dus de relatieve frequentie van 53%. Dus waarde 3.

**De Wageningse methode**

Van de 102 paragrafen in de delen van de Wageningse Methode komt abstractie in 64 paragrafen voor, dus de relatieve frequentie van 63%. Dus waarde 4 .

##### 4.4.4.2 Toepassingen

**Getal en ruimte**

Van de 20 hoofdstukken worden er 17 voorbeelden van toepassingen genoemd. Dat is 0,85 keer per hoofdstuk, wat neerkomt op waarde 2.

**Moderne wiskunde**

Van de 38 hoofdstukken worden er 12 voorbeelden van toepassingen genoemd. Dat is 0,32 keer per hoofdstuk, wat neerkomt op waarde 1.

**De Wageningse methode**

In de modules van de Wageningse Methode worden er geen voorbeelden gegeven van toepassingen van de wiskunde. Dit komt neer op waarde 1.

#### 4.4.4.3      **Precisie**

In geen van de methodes wordt er foutief omgegaan met wiskundige definities, notaties of formules. Dat komt neer op waarde 1 voor alle drie de methodes. (Dus voor de correctheid is het omgerekend waarde 5.)

Wat op te merken valt is, dat methodes soms andere namen handhaven dan leerboeken van het hoger onderwijs. Bijvoorbeeld 'recursieve formules', 'directe formules' in plaats van 'recurrente betrekkingen', 'algemene oplossingen van recurrente betrekking' (alle drie methodes) of 'het vaasmodel met combinaties' in plaats van 'hypergeometrische verdeling' (Getal en ruimte en Moderne Wiskunde).

#### 4.4.4.4      **Logisch redeneren en bewijzen**

Getal en ruimte

In totaal: 488 keer over 789 bladzijden, gemiddeld 0,62 keer per bladzijde. Dit komt overeen met waarde 3.

Moderne Wiskunde

In totaal: 818 keer over 758 bladzijden, gemiddeld 1,07 keer per bladzijde. Dit komt overeen met waarde 5.

De Wageningse Methode

In totaal: 279 keer over 708 bladzijden, gemiddeld 0,39 keer per bladzijde. Dit komt overeen met waarde 3.

#### 4.4.4.5      **Samenwerking met het hoger onderwijs**

Getal en ruimte

Er wordt gekeken in de leerboeken en de website van de methode over de auteurs en hieruit is niet gebleken dat er samengewerkt wordt met het hoger onderwijs. Noch wordt er in de leerboeken ruimte geboden, noch is het gebleken dat de auteurs enig verband hebben met een instelling van het hoger onderwijs. Dus waarde 1.

Moderne wiskunde

Ook uit de leerboeken en website van de methode is niet gebleken dat er er sprake is van samenwerking met het hoger onderwijs. Slechts in deel 3 vwo worden enkele keuzeonderwerpen aangeboden boven het vwo-niveau. Dus waarde 2.

De Wageningse methode

Op de website van de Wageningse methode is een planning voor wiskunde D te vinden (zie in de bijlage). Hoewel de planning stamt uit het schooljaar 2008-2009, blijkt het uit de planning dat er degelijk samengewerkt wordt met het hoger onderwijs (o.a. Radboud Universiteit). Dus waarde 4.

#### 4.4.4.6 Complexiteit en onvoorspelbaarheid van problemen en oplossingen

##### Getal en ruimte

Van de 20 hoofdstukken zijn er 11 praktische opdrachten. Dat is 0,55 keer per hoofdstuk, wat neerkomt op waarde 3.

##### Moderne wiskunde

Van de 38 hoofdstukken is er 1 praktische opdracht genoemd. Dat is 0,03 keer per hoofdstuk, wat neerkomt op waarde 1.

##### De Wageningse methode

Geen van de modules bevat grotere opdrachten dan oefenopgaven. Dit komt neer op waarde 1.

#### 4.4.4.7 Studie en beroep

##### Getal en ruimte

In de leerboeken van Getal en ruimte wordt geen aandacht besteed aan vervolgstudies en drie keer aan beroepen. In deel 1 havo/vwo wordt op bladzijde 59 iets verteld over risicoanalist, in de inleiding van hoofdstuk 14 (deel 4 vwo) is het woord 'architect' gevallen en op bladzijde 52 van deel 3 havo staat wat informatie over sonoloog. 3 keer over 20 hoofdstukken, dus waarde 1.

##### Moderne wiskunde

Ook Moderne Wiskunde besteedt bijna geen aandacht aan beroepen. Alleen op bladzijde 124 van deel 1 vwo wordt er iets verteld over biologen. Wat betreft vervolgstudies heeft Moderne Wiskunde op een bescheiden manier drie keuzeonderwerpen (groepentheorie, functies van twee variabelen en cryptologie) aangeboden om de leerlingen kennis te laten maken met de stof boven het vwo-niveau. 1 keer over 38 hoofdstukken, dus waarde 1.

##### De Wageningse methode

In geen van de modules van de Wageningse methode is informatie te vinden over vervolgstudies en beroepen. Dus waarde 1.

De bovenstaande wordt samengevat in de onderstaande tabel.

	Getal en Ruimte	Moderne Wiskunde	De Wageningse Methode	Gemiddelde
1. Hoe sterk komt abstractie voor in de methodes?	4	3	4	3,67
2. Hoe toepassingsgericht zijn de methodes?	2	1	1	1,33



3. Hoe correct gaan de methodes om de definities, notaties en formules?	5	5	5	5,00
4. Hoe vaak komt het logisch redeneren en bewijzen in de methodes aan bod?	3	5	3	3,67
5. Hoeveel ruimte is er in de methodes voor het samenwerken met het hoger onderwijs?	1	2	4	2,33
6. Hoe complex en onvoorspelbaar zijn de problemen en oplossingen?	3	1	1	1,67
7. Hoeveel aandacht wordt er besteed aan studie- en beroepskeuze voor zover het wiskunde betreft?	1	1	1	1,00

## 5 Resultaten

### 5.1 Kenmerken van echte wiskunde

De kenmerken van echte wiskunde uit het literatuuronderzoek in § 4.4.1 zijn:

1. Abstractie
2. Toepassing
3. Precieze kunsttaal
4. Logisch redeneren en bewijzen
5. Wiskundige kennis volop in ontwikkeling
6. Problemen en oplossingen zijn open, onvoorspelbaar

### 5.2 De denkbeeldige en de geschreven fase

De kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers uit de documentenanalyse in § 4.4.2 zijn:

1. Wiskunde is abstract
2. Wiskunde is een hulpmiddel in veel toepassingen
3. Wiskunde is een precieze kunsttaal
4. Logische redenering en bewijzen zijn essentieel
5. Wiskundig heeft brede betekenis, samenwerking met het hoger wiskunde sterk aanbevolen
6. Probleemsituaties en oplossingsstrategieën zijn complex, maar vaak voorspelbaar.
7. Voorbereiding op het hoger bèta-wetenschappelijk of hoger technisch onderwijs

### 5.3 De geïnterpreteerde fase

De resultaten van de enquête over de mening van docenten Wiskunde D over Wiskunde D uit de enquêteanalyse in § 4.4.3 zijn:

Categorie	
Abstractie	Mee eens
Toepassingen	Neutraal
Precisie	Mee eens
Logisch redeneren en bewijzen	Mee eens
Samenwerking hoger onderwijs	Neutraal
Problemen en oplossingen	Neutraal / Mee eens
Studie en beroep	Neutraal / Mee eens

De resultaten van de boekenanalyse in § 4.4.4 zijn:

1. Hoe sterk komt abstractie voor in de methodes?	redelijk
---	----------

2. Hoe toepassingsgericht zijn de methodes?	zeer zwak
3. Hoe correct gaan de methodes om de definities, notaties en formules?	zeer sterk
4. Hoe vaak komt het logisch redeneren en bewijzen in de methodes aan bod?	redelijk
5. Hoeveel ruimte is er in de methodes voor het samenwerken met het hoger onderwijs?	zwak, maar spreiding te groot.
6. Hoe complex en onvoorspelbaar zijn de problemen en oplossingen?	zwak
7. Hoeveel aandacht wordt er besteed aan studie- en beroepskeuze voor zover het wiskunde betreft?	zeer zwak

#### 5.4 De operationele fase

De resultaten van de enquête over de ervaring van docenten Wiskunde D met Wiskunde D uit de enquêteanalyse in § 4.4.3 zijn:

Categorie	
Abstractie	Vaak
Toepassingen	Soms
Precisie	Vaak
Logisch redeneren en bewijzen	Vaak
Samenwerking hoger onderwijs	Soms
Problemen en oplossingen	Soms
Studie en beroep	Soms

## 6 Conclusies en discussie

Nu we de resultaten hebben, kunnen we de deelvragen beantwoorden.

Deelvraag i: Wat zijn de kenmerken van echte wiskunde?

1. abstractie,
2. toepassing,
3. precieze kunsttaal,
4. logisch redeneren en bewijzen,
5. wiskundige kennis volop in ontwikkeling en
6. problemen en oplossingen zijn open, onvoorspelbaar

Deelvraag ii: In hoeverre is de implementatie gelukt in de denkbeeldige en geschreven fase?

Het antwoord hierop kunnen we geven door de kenmerken van wiskunde D volgens haar bedenkers (zie § 5.2) te vergelijken met die van echte wiskunde (zie § 5.1).

Hieruit volgt dat er vier overeenkomsten zijn en drie verschillen.

Overeenkomsten		
	Echte wiskunde	Wiskunde D
1.	Abstractie	Abstractie
2.	Toepassing	Toepassing
3.	Precieze kunsttaal	Precieze kunsttaal
4.	Logisch redeneren en bewijzen	Logisch redeneren en bewijzen
Verschillen		
1.	Wiskundige kennis volop in ontwikkeling door interne complexiteit van wiskunde en door nieuwe ontwikkeling in de wetenschap en techniek	Wiskundige kennis is beperkt, voor het uitbreiden van kennis is de samenwerking met o.a. het hoger onderwijs sterk aanbevolen
2.	Problemen en oplossingen zijn open, onvoorspelbaar	Problemen en oplossingen zijn complex, maar vaak voorspelbaar door voorgeschreven leerplannen
3.	n.v.t.	Ter voorbereiding op het hoger onderwijs

De verschillen zitten vooral in het feit dat de wiskundige kennis in het voortgezet onderwijs beperkt is. Als we deze beperking buiten beschouwing laten, kunnen we met voorzichtigheid concluderen, dat wiskunde D in grote lijnen dezelfde kenmerken heeft als echte wiskunde. Hieruit kunnen we concluderen dat de implementatie in grote lijnen gelukt is in de denkbeeldige en geschreven fase.

Deelvraag iii: In hoeverre is de implementatie gelukt in de geïnterpreteerde fase?

De implementatie van wiskunde D is in de geïnterpreteerde fase deels gelukt is, aangezien alleen de kenmerken 'abstractie', 'precisie' en 'logisch redeneren en bewijzen' sterk voorkomen onder ideale omstandigheden volgens docenten en kenmerken samenwerking met hoger onderwijs, problemen en oplossingen zijn complex en voorspelbaar, toepassingen en studie en beroep minder sterk voorkomen.

Deelvraag iv: In hoeverre is de implementatie gelukt in de operationele fase?

De implementatie is deels gelukt. Terwijl de kenmerken 'abstractie', 'precisie' en 'logisch redeneren en bewijzen' sterk voorkomen in de lespraktijk van docenten en consistent zijn met de waarden die uitkomen bij hun mening over wiskunde D onder ideale omstandigheden, zijn de waarden van de kenmerken samenwerking met het hoger onderwijs, problemen en oplossingen zijn complex en voorspelbaar, en studie en beroep juist gedaald.

Deelvraag v: Hoe sterk komen de kenmerken voor in de lesmethoden?

De implementatie in de methodes is deels gelukt. Het kenmerk precisie komt zeer sterk voor en de kenmerken abstractie en, logisch redeneren en bewijzen komen redelijk sterk voor en de kenmerken samenwerking met hoger onderwijs, problemen en oplossingen zijn complex en voorspelbaar, toepassingen en studie en beroep zwak tot zeer zwak.

De antwoorden van de vijf deelvragen worden uiteengezet in de volgende tabel:

Kenmerk echte wiskunde	Denkbeeldig en geschreven fase	Geïnterpreteerde fase	Operationele fase	Leerboeken
Abstractie	Ja	Mee eens (4)	Vaak (4)	Redelijk (3)
Toepassingen	Ja	Neutraal (3)	Soms (3)	Zwak (2)
Precisie	Ja	Mee eens (4)	Vaak (4)	Zeer sterk (5)
Logisch redeneren en bewijzen	Ja	Mee eens (4)	Vaak (4)	Redelijk (3)
Wiskunde volop in ontwikkeling	Ja, door samenwerking met het hoger onderwijs	Neutraal (3)	Soms (3)	Zwak (2)
Problemen en oplossingen complex en onvoorspelbaar	Complex, ja (het streven) Onvoorspelbaar, nee (leerplan)	Neutraal/mee eens (3/4)	Soms (3)	Zwak (2)
-	Studie en beroep	Neutraal/mee eens (3/4)	Soms (3)	Zeer zwak (1)

Hoofdvraag: *in hoeverre is de implementatie van Wiskunde D gelukt?*

Uit de bovenstaande tabel met de antwoorden van de deelvragen kunnen we concluderen dat de implementatie van wiskunde D deels gelukt is. Uiteindelijk zijn slechts drie kenmerken die alle onderzochte fasen hebben doorlopen en deze zijn abstractie, precisie en logisch redeneren en bewijzen. De andere kenmerken toepassingen, samenwerking met het hoger onderwijs, problemen en oplossingen zijn complex en voorspelbaar, en studie en beroep krijgen minder tot geen aandacht van bevroegde docenten of lesmethodes. Dit onderzoek laat zien dat Wiskunde D niet voldoende beeld geeft van wat echte wiskunde is.

Dit komt dus overeen met de eerdere verwachting dat de implementatie maar gedeeltelijk gelukt is, aangezien bij de implementatie van een leerplan er steeds meer van de oorspronkelijke ideeën verloren gaat tijdens de overgang van de ene naar een volgende fase. (Van den Akker & Thijs, 2009, p 13).

Dit onderzoek geeft aan wat de kenmerken zijn van de wiskunde zelf. Ook is het naar voren gekomen welke kenmerken aandacht krijgen van docenten en uitgevers en welke niet of nauwelijks. Op grond hiervan kunnen docenten en uitgevers in de toekomst hiermee rekening houden bij het ontwerpen van lessen en lesmaterialen.

Toch moeten we bij de conclusies voorzichtigheid in acht nemen.

Ten eerste, voor de enquête over de ervaring van docenten met wiskunde D waren er 24 respondenten in plaats van het aantal van 30, dat volgens Baarda en De Goede (2006, pp 166) minimaal nodig is omdat anders bepaalde statistische analysetechnieken niet te gebruiken zijn. Waarschijnlijk komt het door de lengte van de enquêtes (twee keer 50 vragen) en door de traagheid van Corf, waarmee de enquêtes worden ingevuld.

Ten tweede, bij de analyse van de enquêtes viel het ons op dat de Cronbachs alpha van het kenmerk problemen en oplossingen zijn complex en voorspelbaar erg laag zijn. Bij nader inzien, valt het ons op dat de vragen over dit kenmerk over verscheidene aspecten gaan die ver uit elkaar liggen. Ze gaan over zowel schriftelijke toetsen als praktische opdrachten en over zowel de rol van de docent als die van de leerlingen. Data over dit kenmerken hadden we beter kunnen verzamelen met behulp van open vragen (kwalitatief) zodat de bevroegde docenten vrijuit konden beschrijven hoe ze er tegen dit kenmerk aan hebben gekeken; of we hadden ons kunnen beperken tot bijvoorbeeld alleen de praktische opdrachten.

Aanbevelingen op grond van de conclusies:

- Docenten en uitgevers kunnen (meer) aandacht besteden aan (praktische) toepassingen van wiskunde.
- Docenten en uitgevers kunnen meer vertellen wat studie- en beroepsmogelijkheden zijn waar wiskunde nodig is, dan alleen maar te zeggen dat het goed is voor exacte studies.
- Samenwerking tussen scholen en het hoger onderwijs zou beter bevorderd worden bij dit vak. (Bijvoorbeeld gastdocenten uitnodigen)
- Praktische opdrachten als vast onderdeel van het lesprogramma.

Wat er verder onderzocht zou kunnen worden:

- de redenen waarom de implementatie deels gelukt is, waardoor wiskunde D niet het gewenste beeld van echte wiskunde weergeeft.
- is er verschil in mening over wiskunde D tussen docenten die afgestudeerd zijn aan een Hbo-instelling en die universitair afgestudeerd zijn?
- is er verschil in de ervaring van docenten met wiskunde D tussen havo-leerlingen en vwo-leerlingen?

## Literatuur

- Akker, J. van den (1998). The science curriculum: Between ideals and outcomes. In B. Fraser & K. Tobin (Eds.), *International handbook of science education* (pp. 421 – 447). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Akker, J. van den, Thijs, A. (2009). Leerplan in ontwikkeling. Enschede: Stichting Leerplanontwikkeling (SLO).
- Aleksandrov, A.D., Kolmogorov, A.N., Lavrent'ev, M.A., vertaald door Gould, S.H. (1999). *Mathematics, its content, methods, and meaning* (p. 1). Mineola: Dover Publications Inc.
- Asselt, R. van (2006). Aansluitingen in het onderwijsstelsel, kaders voor een praktijktheorie en een praktische handreiking aan betrokkenen. Lectoraat Instroommanagement en Aansluiting, Saxion Hogescholen.
- Baarda, D.B., Goede, M.P.M. de (2006). *Basisboek Methoden en Technieken. Handleiding voor het opzetten en uitvoeren van kwantitatief onderzoek*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.
- Bloch, E.D. (2011). Proofs and fundamentals: A first course in abstract mathematics, Undergraduate texts in mathematics. Springer Science + Business Media, pp 323 – 324. DOI 10.1007/978-1-4419-7127-2\_8.
- Bruning, L., Folmer, E., Ottevanger, W., Kuiper, W. (2010). Rapportage Vragenlijstonderzoek invoering Wiskunde D. Enschede: Stichting Leerplanontwikkeling (SLO).
- Courant, R., Robbins, H. (1996). *What is mathematics? an elementary approach to ideas and methods* (2de editie). New York: Oxford University Press.
- cTWO (2007). *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht. Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.
- Davis, P.J., Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. London: Penguin Books Ltd.
- Drijvers, P. (2007). Wiskunde D, wat doen we ermee? In: *Nieuwe Wiskrant*, 26 – 4, pp 4 – 6.
- Drijvers, P., Streun, A. van, Zwaneveld, B. (2012). *Handboek wiskundedidactiek*. Utrecht: Epsilon Uitgaven.
- Eijck, M. van, Bruin-Muurling, G., Huizing, K., Quant, E., Taconis, R. (2011). *Bètadidactiek: Inleiding in het ontwerpen van onderwijs in de bètavakken*. Eindhoven: Eindhoven School of Education.
- Ernst, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Hampshire: The Falmer Press.
- Graaf, J. de. (2008). Afscheidsrede: Waarheid, Spel of Taal? In: *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/9(1), pp. 12 – 17.
- Gulik, I. van, Krüger, J. (2007). *Handreiking schoolexamen wiskunde D havo/vwo*. Enschede: Stichting Leerplanontwikkeling (SLO).
- Herish, R. (1997). *What is mathematics, really?* New York: Oxford University Press.
- Kitcher, P. (1984). *The nature of mathematical knowledge*. New York: Oxford University Press.
- Kuiper, W. (2009). *Curriculumevaluatie en verantwoorde vernieuwing van bètaonderwijs*. Enschede: Stichting Leerplanontwikkeling (SLO).
- NMa (2006). *Schoolboekenscan 2006*. Nederlandse Mededingingsautoriteit, openbare versie, p. 12.
- Perrenet, J., Taconis, R. (2008). Aansluiting en bètabelangstelling door een andere bril. *Onderwijs als enculturatie*. In: *Euclides*, 84(2), pp. 64 – 66.
- Perrenet, J., Taconis, R. (2009). Mathematical enculturation from the students' perspective: shifts in problem-solving beliefs and behaviour during the bachelor programme. *Educational Studies in Mathematics*, 71, pp.181 – 198. DOI 10.1007/s1064900891669.
- Streun, A. van. (2009). Doorlopende leerlijnen rekenen en wiskunde, deel 3: aansluiting op vervolgopleiding en beroep. In; *Euclides*, 84(5), pp. 166 – 170.
- Tweede Kamer der Staten-Generaal (2008). *Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen*. Den Haag: Tweede Kamer der Staten-Generaal



## Bijlage

### A. Enquête

Voor zowel deel 1 als deel 2 van de enquête geldt:

Bij categorie ...	horen de volgende vragen:
Abstractie	1, 8, 15, 22, 29, 36, 43
Toepassingen	2, 9, 16, 23, 30, 37, 44
Precisie	3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 50
Logisch redeneren en bewijzen	4, 11, 18, 25, 32, 39, 46
Samenwerking hoger onderwijs	5, 12, 19, 26, 33, 40, 47
Problemen en oplossingen	6, 13, 20, 27, 34, 41, 48
Studie en beroep	7, 14, 21, 28, 35, 42, 49

De vragenlijst aan de docenten over hoe wiskunde D volgens hen **onder ideale omstandigheden** zou moeten. Hier geldt: 1 = helemaal mee oneens -- 2 = mee oneens -- 3 = neutraal -- 4 = mee eens -- 5 = helemaal mee eens

	1	2	3	4	5
Bij wiskunde D ...					
1. ... hoeft niet meer nadruk gelegd te worden op algebraïsche vaardigheden dan bij wiskunde B.					
2. ... is het belangrijk dat ik de leerlingen laat zien hoe wiskundige theorieën toegepast worden in de praktijk.					
3. ... definieer ik de wiskundige begrippen precies.					
4. ... is het van belang dat leerlingen logisch kunnen redeneren.					
5. ... vind ik belangrijk dat er samengewerkt wordt met het hoger onderwijs voor het ontwikkelen van lesmaterialen.					
6. ... zou ik de onderwerpen van de praktische opdrachten moeten bepalen.					
7. ... is het niet nodig dat leerlingen weten bij welke beroepen wiskunde van belang is.					
8. ... is het belangrijk dat leerlingen realistische problemen kunnen vertalen naar wiskundige modellen.					
9. ... is het niet nodig dat leerlingen zelf uitzoeken hoe wiskunde bedreven wordt in de praktijk.					
10. ... moet ik alle wiskundige begrippen precies opschrijven zoals ze horen te zijn.					
11. ... is het belangrijk om leerlingen bewijzen te laten zien bij het behandelen van de lesstof.					
12. ... is het niet belangrijk dat ik gebruik maak van beschikbare materialen op de websites van de instellingen van het hoger onderwijs.					
13. ... is het van belang dat de benodigde kennis van de praktische opdrachten vooraf bekend is.					
14. ... is het nodig de leerlingen te laten zien bij welke vervolgstudies wiskunde vereist is.					
15. ... moet het onderwerp complexe getallen behandeld worden.					
16. ... is het wenselijk dat er samengewerkt wordt met collega's van andere vakken bij het behandelen van lesstof.					
17. ... is het niet nodig dat leerlingen verbeterd worden als ze niet correct omgaan met notaties.					
18. ... is het belangrijk dat leerlingen zelf stellingen bewijzen.					
19. ... vind ik dat leerlingen lesstof op het niveau van het hoger onderwijs aangeboden moeten krijgen.					

20.	... moeten leerlingen initiatief nemen bij het zoeken naar het onderwerp voor de praktische opdracht.				
21.	... is het nodig dat leerlingen een verband kunnen leggen tussen de praktijk van de vervolgstudies en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.				
22.	... moet het onderwerp analytische meetkunde behandeld worden.				
23.	... is het wenselijk dat leerlingen zelf uitzoeken hoe bepaalde wiskundige theorieën ontstaan zijn uit praktische noodzaak.				
24.	... is het belangrijk dat ik leerlingen corrigeer als ze niet goed omgaan met definities.				
25.	... ga ik leerlingen verschillende bewijstechnieken (inductief of deductief) aanleren.				
26.	... is het niet nodig dat ik leerlingen meeneem naar een instelling van het hoger onderwijs zodat ze kennis kunnen maken met de wiskunde in het hoger onderwijs.				
27.	... is het nodig dat leerlingen zelf uitzoeken naar wiskundige gereedschappen voor praktische opdrachten.				
28.	... is het nodig dat leerlingen een verband kunnen leggen tussen de praktijk van de beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.				
29.	... is het belangrijk dat leerlingen verband kunnen leggen tussen verschillende onderwerpen binnen wiskunde D.				
30.	... is het belangrijk dat leerlingen weten dat wiskunde breed gebruikt wordt in de maatschappij.				
31.	... moeten leerlingen verbeterd worden als ze niet correct omgaan met formules.				
32.	... vind ik niet nodig dat ik leerlingen logische redeneren aanleer.				
33.	... is het wenselijk dat ik gastdocenten uit het hoger onderwijs uitnodig voor mijn lessen.				
34.	... is het belangrijk dat ik afwijk van leerboeken bij het geven van toetsen.				
35.	... vind ik niet nodig dat ik leerlingen spreek over hun toekomstperspectief voor zover het wiskunde betreft.				
36.	... is het belangrijk dat leerlingen verband kunnen leggen tussen verschillende onderwerpen binnen wiskunde B en D.				
37.	... is het wenselijk dat ik gastdocenten uit de praktijk uitnodig voor mijn lessen.				
38.	... ben ik snel tevreden met wat leerlingen opschrijven zolang we van elkaar begrijpen wat ermee bedoeld wordt.				
39.	... is het niet nodig dat leerlingen hun modellen en oplossingen controleren op wiskundige correctheid.				
40.	... is het belangrijk dat leerlingen gebruik maken van de mogelijkheid om werkstukken te maken bij instellingen van het hoger onderwijs.				
41.	... is het belangrijk dat leerlingen mogen afwijken van de theorieën in de leerboeken zolang wat ze doen wiskundig correct is.				
42.	... vind ik nodig dat ik leerlingen op de studiehouding wijs van leerlingen voor zover het wiskunde betreft.				
43.	... is het goed dat leerlingen nog meer kunnen abstraheren, structureren en generaliseren dan bij wiskunde B.				
44.	... vind ik niet belangrijk dat leerlingen weten dat allerlei technieken nooit ontwikkelen zouden zijn zonder wiskunde.				
45.	... moeten leerlingen hun werken op wiskundig correcte manier kunnen presenteren.				
46.	... is het belangrijk dat leerlingen kunnen verklaren waarom ze bepaalde stappen die ze genomen hebben wiskundig correct zijn.				
47.	... is het wenselijk dat leerlingen gestimuleerd worden om deel te nemen				





## B. Gebruikte lesmethoden

- Bos, D. e.a. (2007). *Moderne wiskunde vwo D deel 1*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Bos, D. e.a. (2008). *Moderne wiskunde vwo D deel 2*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Bos, D. e.a. (2009). *Moderne wiskunde vwo D deel 3*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Bouw, J. e.a. (2007). *Moderne wiskunde havo D deel 1*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2007). *Wiskunde D Kans (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2007). *Wiskunde D Normale verdeling en De binomiale verdeling (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2007). *Wiskunde D Allerlei verbanden (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2007). *Wiskunde D Combinatoriek en rekenregels (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2008). *Wiskunde D Lineair programmeren (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2008). *Wiskunde D Vectoren en meetkunde (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2008). *Wiskunde D Hoeken in de ruimte (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2008). *Wiskunde D Binomiale en normale verdeling (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Toegepaste analyse (havo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Hypothese toetsen en De Poisson verdeling(vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Zwaartepunten (havo/vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Inleiding complexe getallen (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Dynamische modellen (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2009). *Wiskunde D Continue dynamische processen (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2010). *Wiskunde D Analytische meetkunde (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Broek, L. van den, Haandel, M.,Hombergh, D. van den, Piekaart, A., Smaalen, D. van (2010). *Wiskunde D Inproduct (vwo)*. Nijmegen: Stichting De Wageningse Methode.
- Dijk, B. van. e.a. (2008). *Moderne wiskunde havo D deel 2*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Reichard, L.A. e.a. (2007). *Getal en ruimte wi havo/vwo D deel 1*. Houten: EPN.
- Reichard, L.A. e.a. (2007). *Getal en ruimte wi havo/vwo D deel 2*. Houten: EPN.
- Reichard, L.A. e.a. (2007). *Getal en ruimte wi havo D deel 3*. Houten: EPN.
- Reichard, L.A. e.a. (2008). *Getal en ruimte wi vwo D deel 3*. Houten: EPN.
- Reichard, L.A. e.a. (2009). *Getal en ruimte wi vwo D deel 4*. Houten: EPN.