

MASTER

Holografie

Verhoeven, A.C.J.

Award date:
1967

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

- 1 -

H O L O G R A F I E

Afstudeerverslag van A.C.J. Verhoeven, naar
aanleiding van litteratuuronderzoek en ex-
perimenten in de holografie, verricht in de
periode van juni 1965 tot september 1966,
onder de leiding van Prof.dr. C. Zwikker.

12 september 1966.

Technische Hogeschool Eindhoven

Afdeling : Technische Natuurkunde

Sectie : Materiaalkunde.

INHOUD

<u>Inleiding</u>	3
<u>Hoofdstuk I : Model van Gabor</u>	4
§A : Fotografisch proces	4
§B : Opname van 't hologram	9
§C : Reconstructie van 't beeld	11
§D : Opmerkingen	13
<u>Hoofdstuk II : Buigingstheorie en holografie</u>	19
§A : Integraaltheorema van Kirchhoff	19
§B : Buigingsformule van Fresnel-Kirchhoff	20
§C : Fouriertransformatie en convolutie	22
§D : Holografische systemen	23
§E : Transmissieholografie met vlakke referent	26
§F : Reflectieholografie met referentiepunt	28
<u>Hoofdstuk III : Toepassingen van de holografie</u>	31
<u>Hoofdstuk IV : Experimentele ervaringen</u>	34
<u>Referenties</u>	38

INLEIDING

Holografie is een, door D. Gabor (a) in 1948 ontdekte, methode om voorwerpen af te beelden.

De afbeelding geschiedt met behulp van een hologram; dat is een fotografische plaat waarop zowel de modulus als de fase van de golffronten, die oorspronkelijk door 't voorwerp werden uitgezonden, zijn vastgelegd. De fase informatie die in 't hologram opgeborgen is, maakt 't mogelijk een ruimtelijk beeld van 't voorwerp te reconstrueren.

Ter introductie zullen we allereerst wat verder ingaan op de oorspronkelijke eenvoudige beschrijving die Gabor (b) van zijn idee gegeven heeft. Daarna zullen we ons in meer detail bezig houden met betrekking tot de theorie, de mogelijkheden en de experimentele ervaringen in de holografie.

Hoofdstuk I
MODEL VAN GARBOR

Inleiding

Dit model bestaat uit drie achtereenvolgende fasen namelijk :

- opname of recording van 't hologram
- fotografische behandeling van 't hologram
- reconstructie van 't beeld.

Om de beschrijving van dit model vlot te doen verlopen zullen we vooraf globaal 't fotografisch proces behandelen.

§.A. Fotografisch Proces

We beperken ons tot het zwart-wit procédé. Een fotografische plaat is in het algemeen een lichtgevoelige emulsie die aangebracht is op een onderlaag van glas, celluloid, papier e.d. Voor 't gemak beschouwen we emulsies op glas en noemen deze kortweg : plaat. 't Fotografisch proces doorloopt de volgende stappen :

- 1e stap : belichten van de plaat
- 2e " : ontwikkelen " "
- 3e " : fixeren " " "
- 4e " : spoelen " " "
- 5e " : drogen " " "
- 6e " : beschouwing van 't resultaat.

De belangrijkste grootheden die hierin een rol spelen zijn :
bij de 1e stap : de lichtintensiteitsverdeling over 't

vlak van de plaat $I_B(x,y)$ en de belichtings-

tijd t_B .

bij de 2e stap : de ontwikkeltijd t_D .

bij de 6e stap : de intensiteits- en amplitude transmissie-factor-verdeling over 't vlak van de afgewerkte plaat resp. $\tau(x,y)$ en $T(x,y)$.

Voor elk soort plaat is er een karakteristieke relatie tussen deze grootheden; deze wordt door de fabrikant weergegeven in een karakteristiek de zgn. Hurter-Driffield curve of zwartingskromme (zie fig. 1).

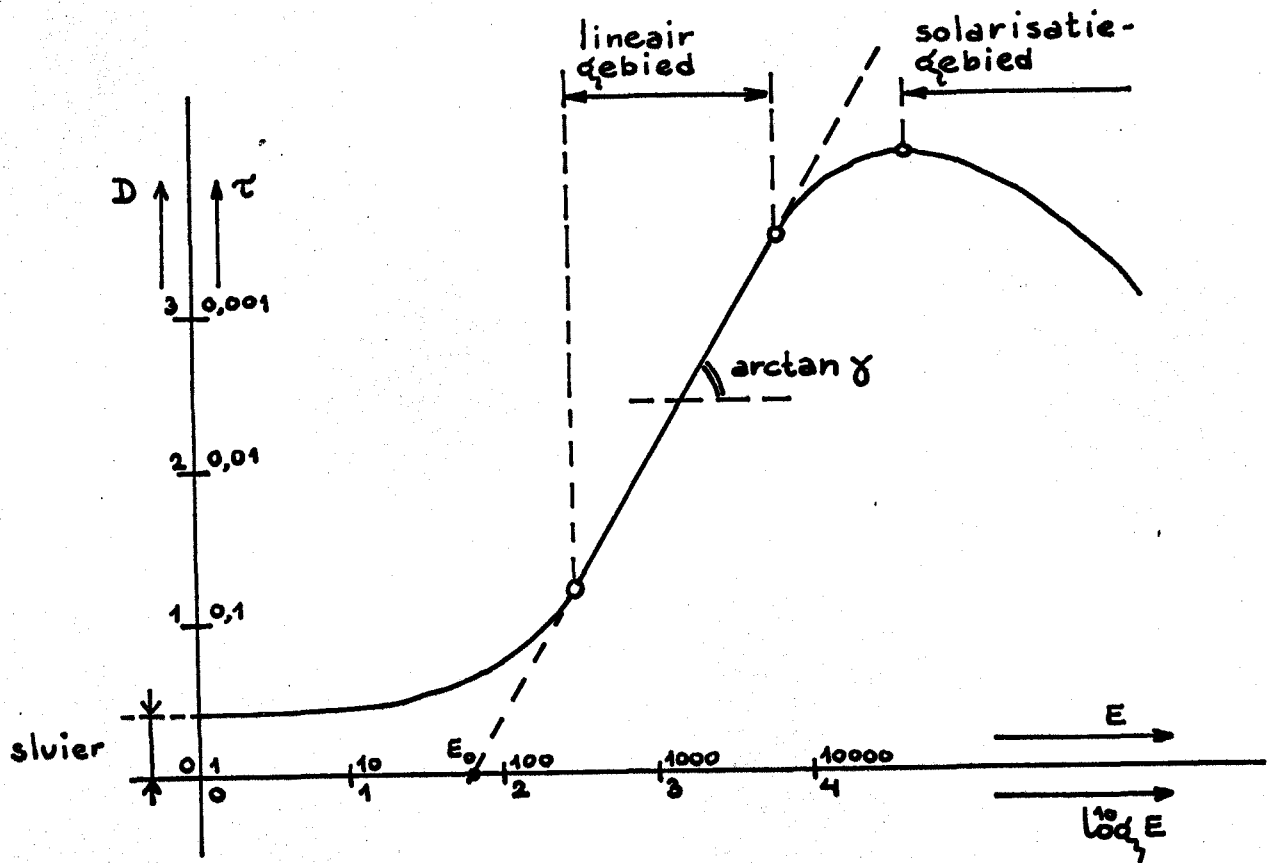


fig. 1.

Op de verticale as staat uit de zwarting of density D
 waarbij $D = - \log^{\circ} \tau$ (1)

op de horizontale as staat uit de logaritme van de expo-
 sure E waarbij $E = I_B t_B$ (2)

De helling in 't lineaire gebied wordt de steilheid γ van
 de emulsie genoemd, dus daar geldt :

$$D = \gamma (\log^{\circ} E - \log^{\circ} E_0) \quad (3)$$

Combinatie van (1), (2) en (3) levert op :

$$\tau = (E_0^{\gamma} t_B^{-\gamma}) I_B^{-\gamma} \quad (4)$$

De negatieve macht van I_B betekent dat 't aldus verkregen
 resultaat een "negatief" is. We kunnen hiervan een "posi-
 tief" maken door op een nieuwe plaat een "contact afdruk"
 te maken (zie fig. 2).

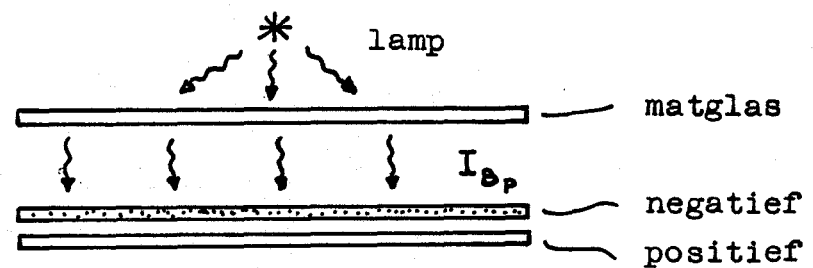


fig. 2.

Hierbij is de belichting uniform over 't (x,y) vlak. Ter
 onderscheiding zullen we formule (4) van de index n (van
 negatief) voorzien en evenzo de index p bezigen voor for-
 mules en grootheden die betrekking hebben op het positief.

(4) wordt :

$$\tau_n = (E_{0n}^{\gamma_n} t_{Bn}^{-\gamma_n}) I_{Bn}^{-\gamma_n} \quad (5)$$

De intensiteits verdeling die door 't negatief op 't positief valt tijdens de contactafdruk is gelijk aan $\tau_n I_{Bp}$ en de exposure E_p van het positief wordt dan :

$$E_p = (\tau_n I_{Bp}) t_{Bp} \quad (6)$$

Analoog aan (3) wordt :

$$D_p = \gamma_p (\log E_p - \log E_{op}) \quad (7)$$

en

$$\tau_p = E_{op}^{+\gamma_p} E_p^{-\gamma_p} \quad (8)$$

Combinatie van (6) en (8) levert :

$$\tau_p = E_{op}^{+\gamma_p} [\tau_n I_{Bp} t_{Bp}]^{-\gamma_p} \quad (9)$$

Combinatie van (5) en (9) levert :

$$\tau_p = [E_{op}^{+\gamma_p} E_{on}^{-\gamma_n \gamma_p} t_{Bp}^{-\gamma_p} t_{Bn}^{\gamma_n \gamma_p} I_{Bp}^{-\gamma_p}] I_{Bn}^{\gamma_p \gamma_n} \quad (10)$$

Dus de intensiteits transmissiefactor van 't positief is nu een positieve macht van de oorspronkelijke intensiteitsverdeling I_{Bn} .

Formule (5) en (10) kunnen we algemeen schrijven als :

$$\tau(x,y) = c [I_B(x,y)]^\Gamma \quad (11)$$

waarbij een gewenste $\tau(x,y)$ te verkrijgen is door een geschikte keuze van platen en belichtingstijden en waarbij Γ positief of negatief, groot of klein kan zijn, afhankelijk van al of niet inversie, resp. harde of zachte emulsie. Van belang voor de holografie is niet de intensiteitstransmissiefactor $\tau(x,y)$ maar de amplitude-transmissiefactor :

$T(x,y)$. De relatie tussen beide is in 't algemeen :

$$\tau(x,y) = T(x,y) T^* (x,y) \tag{12}$$

Wanneer we $T(x,y)$ reeël veronderstellen wordt dit :

$$\tau(x,y) = T^2(x,y) \tag{13}$$

Combinatie van (11) en (13) levert :

$$T(x,y) = \sqrt{c [I_B(x,y)] }^{1/2} \tag{14}$$

Nog wat losse opmerkingen :

1) De γ en E_0 van een emulsie zijn nog afhankelijk van de ontwikkeltijd t_D en dit heeft vervolgens invloed op de τ (zie fig. 3,4 en 5).

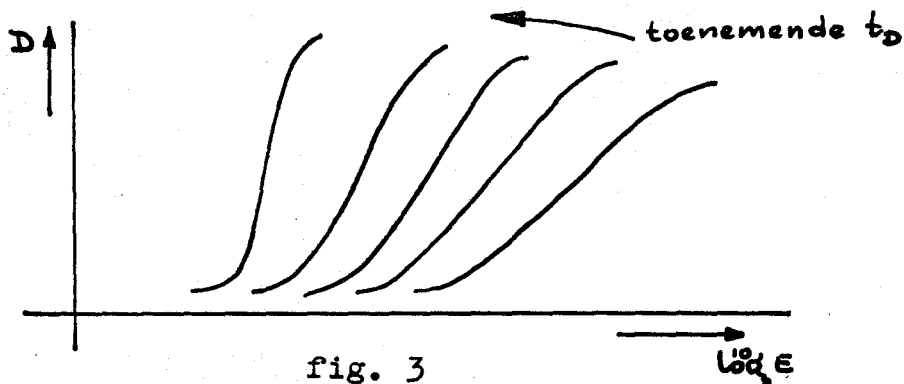


fig. 3

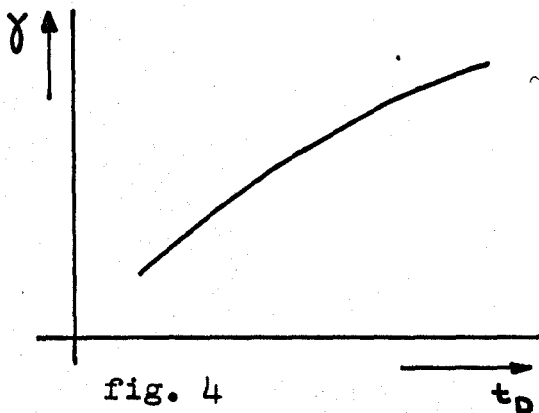


fig. 4

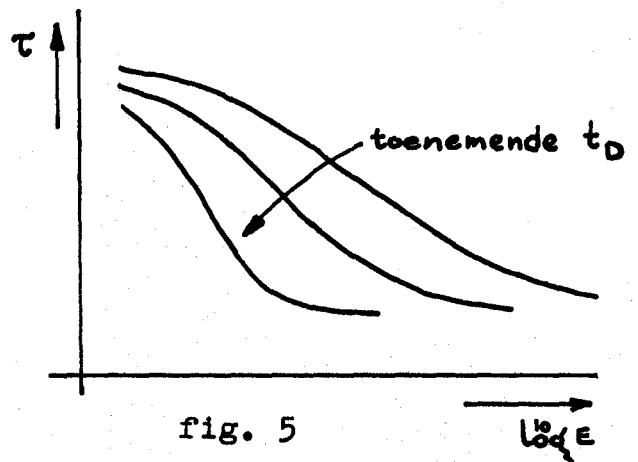


fig. 5

- 2) 't Solarisatie gebied heeft een negatieve "y", zodat men daar rechtstreeks een positief kan verkrijgen.
- 3) Tijdens 't fixeren worden de niet-ontwikkelde korreltjes uit de emulsie weggeëetst, de gefixeerde emulsie vertoont dus relief.

§ B. Opname van 't hologram.

Stel we hebben een puntbron R die lopende golven uitzendt met een golflengte $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ en stel in de nabijheid van R een passief verstrooiend punt S. S wordt dan een nieuwe bron van lopende golven met dezelfde golflengte λ .

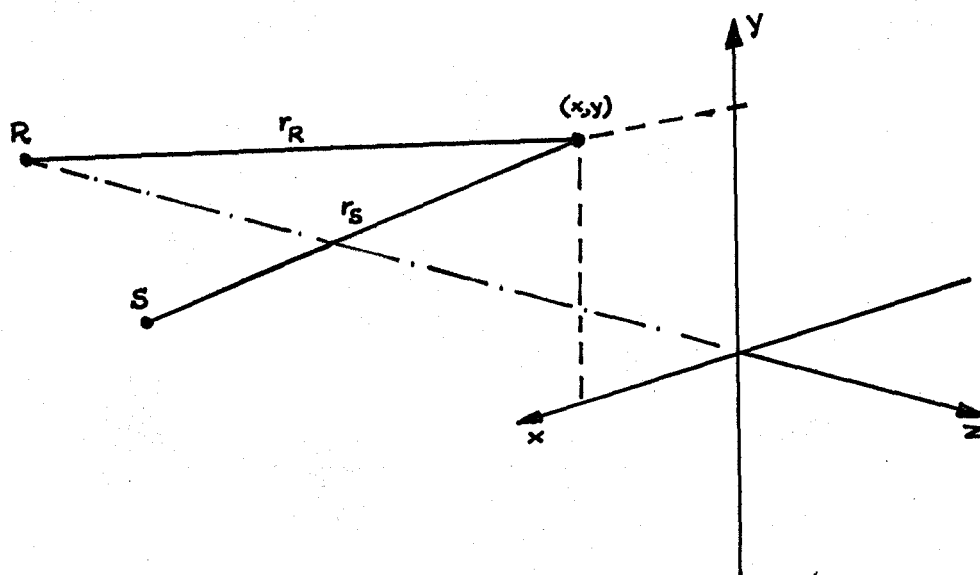


fig. 6.

In elk punt (x,y) van 'n gekozen vlak (zie fig. 6) komen dan twee golfvronten samen, waarvan we de amplitudes kunnen

schrijven :

$$\psi_R(x,y) = A_R(r_R) \exp i (kr_R - \omega t) \quad (15)$$

$$\psi_S(x,y) = A_S(r_S) \exp i (kr_S - \omega t) \quad (16)$$

De som van deze twee is :

$$\psi(x,y) = \psi_R(x,y) + \psi_S(x,y) \quad (17)$$

$$= [A_R(r_R) \exp i kr_R + A_S(r_S) \exp i kr_S] \exp -i\omega t \quad (18)$$

Voor 't gemak laten we $\exp - i\omega t$ maar weg en schrijven

$kr_R = \phi_R$ en $kr_S = \phi_S$; ook 't argument van de moduli A_R en A_S laten we weg, 't zijn beide functies van (x,y) .

(18) wordt dan :

$$\psi(x,y) = A_R \exp i \phi_S + A_S \exp i \phi_S \quad (19)$$

$$= A_R \exp i \phi_R \left[1 + \frac{A_S}{A_R} \exp -i (\phi_R - \phi_S) \right] \quad (20)$$

De complex geconjugeerde hiervan is dan :

$$\psi^*(x,y) = A_R \exp -i\phi_R \left[1 + \frac{A_S}{A_R} \exp +i (\phi_R - \phi_S) \right] \quad (21)$$

De intensiteit in (x,y) kunnen we dan schrijven :

$$I(x,y) = \psi(x,y) \psi^*(x,y) \quad (22)$$

$$= A_R^2 \left[1 + \left(\frac{A_S}{A_R}\right)^2 + \frac{A_S}{A_R} \exp -i(\phi_R - \phi_S) + \frac{A_S}{A_R} \exp +i(\phi_R - \phi_S) \right] \quad (23)$$

Wanneer we in 't (x,y) vlak een maagdelijke fotografische plaat zetten, deze met $I(x,y)$ belichten en verder afwerken zoals aangegeven is in de vorige paragraaf dan is 't resultaat een zgn. hologram. De amplitude transmissie factor-

verdeling $T_H(x,y)$ is dan volgens formule (14) gelijk aan :

$$T_H(x,y) = \sqrt{c} [I(x,y)]^{\Gamma/2} \quad (24)$$

§ C. Reconstructie van 't beeld.

Als we 't hologram weer op zijn oorspronkelijke positie in 't (x,y) vlak plaatsen, 't verstrooiende punt S weg- nemen en de bron R weer als vanouds laten stralen (zie fig. 7) dan komt dóór 't hologram ter plaatse (x,y):

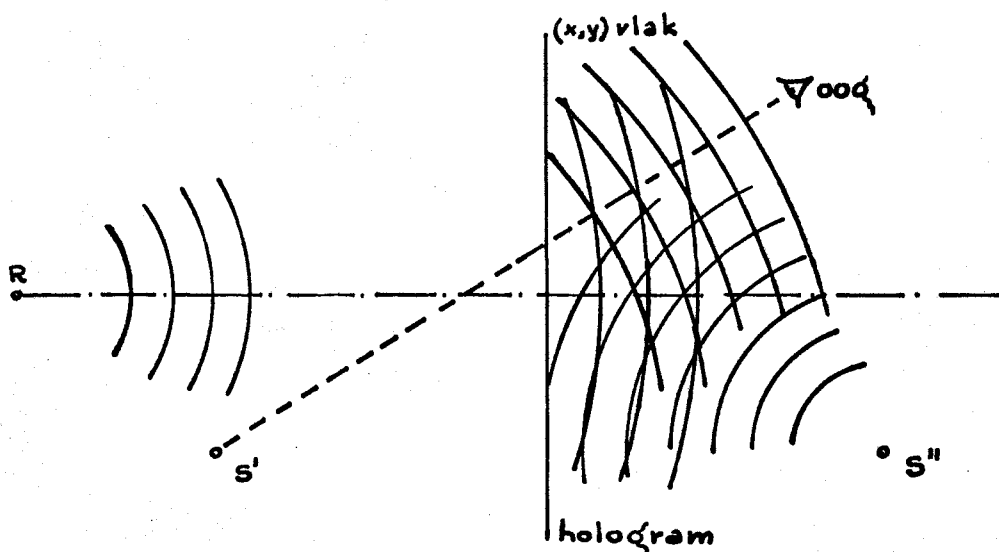


fig. 7

$$\psi_H(x,y) = \psi_R(x,y) \times T_H(x,y) \quad (25)$$

$$= \sqrt{c} \psi_R(x,y) [I(x,y)]^{\Gamma/2} \quad (26)$$

Wanneer we kiezen $\Gamma = + 2$ dan wordt dit met behulp van (23) :

$$\psi_H(x,y) = \sqrt{c} \psi_R(x,y) I(x,y) \quad (27)$$

$$= (\sqrt{c} A_R^2) A_R \exp i\phi_R \left[\left(1 + \frac{A_S^2}{A_R^2}\right) + \frac{A_S}{A_R} \exp - i(\phi_R - \phi_S) + \frac{A_S}{A_R} \exp + i(\phi_R - \phi_S) \right] \quad (28)$$

Als we afzien van de factor $(\sqrt{c} A_R^2)$ en onderstellen dat $(\frac{A_R}{A_R})^2 \ll 1$ dan wordt $\psi_H(x,y)$:

$$\psi_H(x,y) = A_R \exp i\phi_R \left[1 + \frac{A_S}{A_R} \exp -i(\phi_R - \phi_S) + \frac{A_S}{A_R} \exp +i(\phi_R - \phi_S) \right] \quad (29)$$

Vergelijken we dit met 't oorspronkelijke golffront

$\psi(x,y)$ vóór de opname :

$$\psi(x,y) = A_R \exp i\phi_R \left[1 + \frac{A_S}{A_R} \exp -i(\phi_R - \phi_S) \right] \quad (\text{zie } 20)$$

dan zien we dat 't oorspronkelijke golffront ^{re}geconstrueerd is, echter 't fotografische proces heeft er een extra geconjugeerde term bijgecreëerd.

§D. Opmerkingen

1) In de afleidingen hebben we gezien dat :

$$\psi(x,y) = \psi_R(x,y) + \psi_S(x,y)$$

en $I(x,y) = \psi(x,y) \psi^*(x,y)$

$$\begin{aligned} &= |\psi_R(x,y)|^2 + |\psi_S(x,y)|^2 + \psi_R(x,y)\psi_S^*(x,y) \\ &\quad + \psi_R^*(x,y)\psi_S(x,y) \\ &= I_R(x,y) + I_S(x,y) + \theta(x,y) \end{aligned} \quad (30)$$

waarbij

$$\theta(x,y) = \psi_R(x,y)\psi_S^*(x,y) + \psi_R^*(x,y)\psi_S(x,y) \quad (31)$$

In 't Gabormodel werd $\theta(x,y)$ gelijk aan :

$$\begin{aligned} \theta(x,y) &= A_R A_S \exp -i(\phi_R - \phi_S) + A_R A_S \exp + i(\phi_R - \phi_S) \\ &= 2A_R A_S \cos (\phi_R - \phi_S) \end{aligned} \quad (32)$$

Deze $\theta(x,y)$ verzorgt dus een periodieke variatie van de intensiteit over 't (x,y) vlak : 't interferentiepatroon (zie fig. 8).

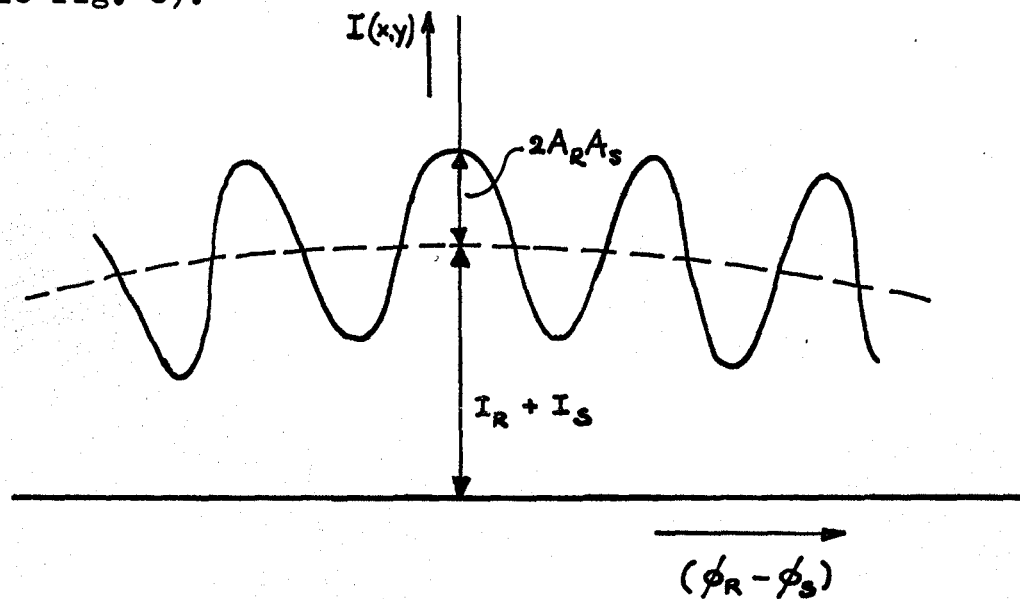


fig.8.

De reconstructie is mogelijk dankzij 't bestaan van $\theta(x,y)$. Wanneer de bronnen R en S niet zo eenvoudig zouden stralen als verondersteld is dan zal $|\theta(x,y)|$ kleiner zijn; in 't extreme geval wordt $\theta(x,y) \equiv 0$ over 't (x,y) vlak, de vibraties van R en S zijn dan onderling compleet incoherent en we krijgen geen interferentie :

$$I(x,y) = I_R(x,y) + I_S(x,y). \quad (33)$$

In 't Gabormodel zijn de vibraties compleet coherent en hebben we maximale visibility. De mate van coherentie bepaald de mate van visibility en dus ook 't succes van de reconstructie.

2) A_R en A_S hebben we in eerste instantie geschreven als $A_R(r_R)$ en $A_S(r_S)$ en daarbij dus verondersteld dat zij alleen afhangen van de afstand tot de bron. 't Model van Gabor is echter ook geldig als dit niet zo is b.v. wanneer R straalt binnen een bepaalde ruimtekegel en S ook verstrooit in een kegel. Daar, waar op 't (x,y) vlak overlap is tussen beide kegels, is 't product $A_R A_S \neq 0$. Ook kan ψ_R een vlakke golf zijn; dan is ϕ_R onafhankelijk van (x,y) .

3) Fig.9 geeft een illustratie van de voortplanting van de interferentie maxima en minima.

De zo ontstane hyperbolen voldoen aan de relatie (ref.c):

$$\frac{u^2}{e^2} - \frac{v^2}{(RS)^2 - e^2} = \frac{1}{4} \quad (34)$$

waarbij $e = n\lambda$ voor een maximum en

$e = n\lambda + \frac{1}{2}$ voor een minimum.

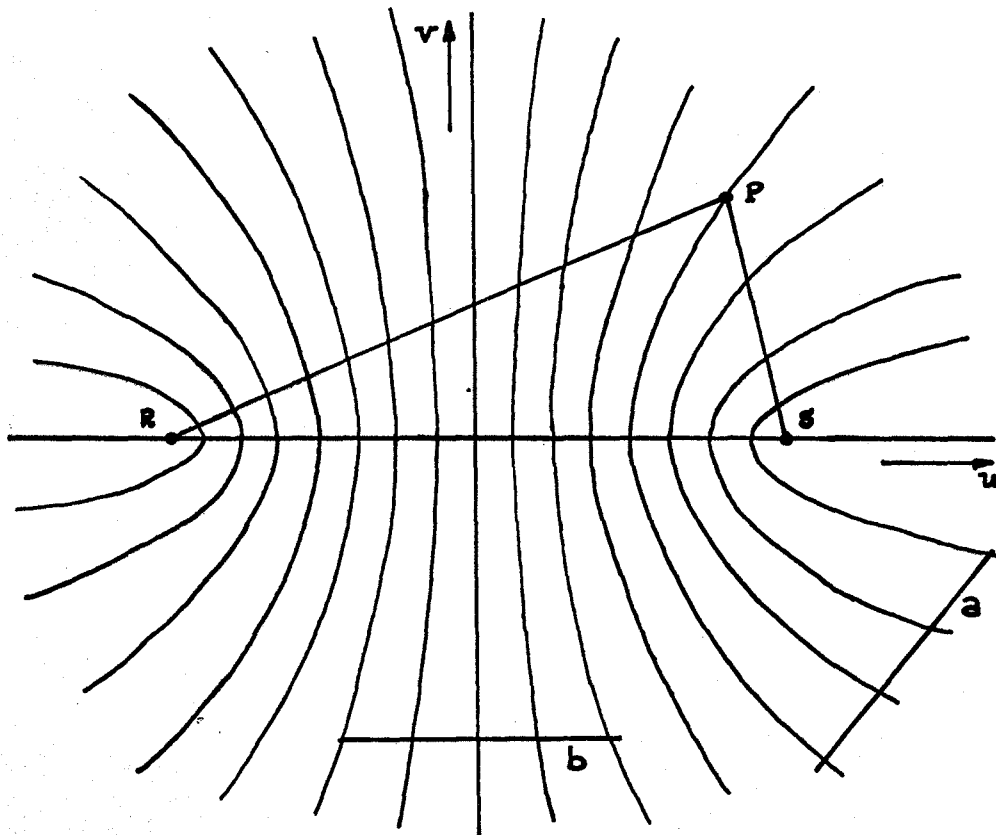


fig. 9.

De werking in een punt P is minimaal als $PR - PS = n\lambda + \frac{1}{2}$
 " " " " " " " maximaal " $PR - PS = n\lambda$.

We zien uit fig. 9 dat in gebied a de afstand tussen de maxima groter is dan in gebied b; dit is belangrijk met betrekking tot de korrelgrootte van het hologram.

4) Holografie is een analogon van heterodyne menging in de radiotechniek, daarbij immers worden 2 golven, een signaal-golf $E_S = A_S \cos \omega_S t$ en een bekende referentiegolf

$E_R = A_R \cos \omega_R t$ met elkaar vermenigvuldigd en 't resultaat

bestaat uit een term met de verschil frequentie (zweving) en een term met de som frequentie (zie fig.10).

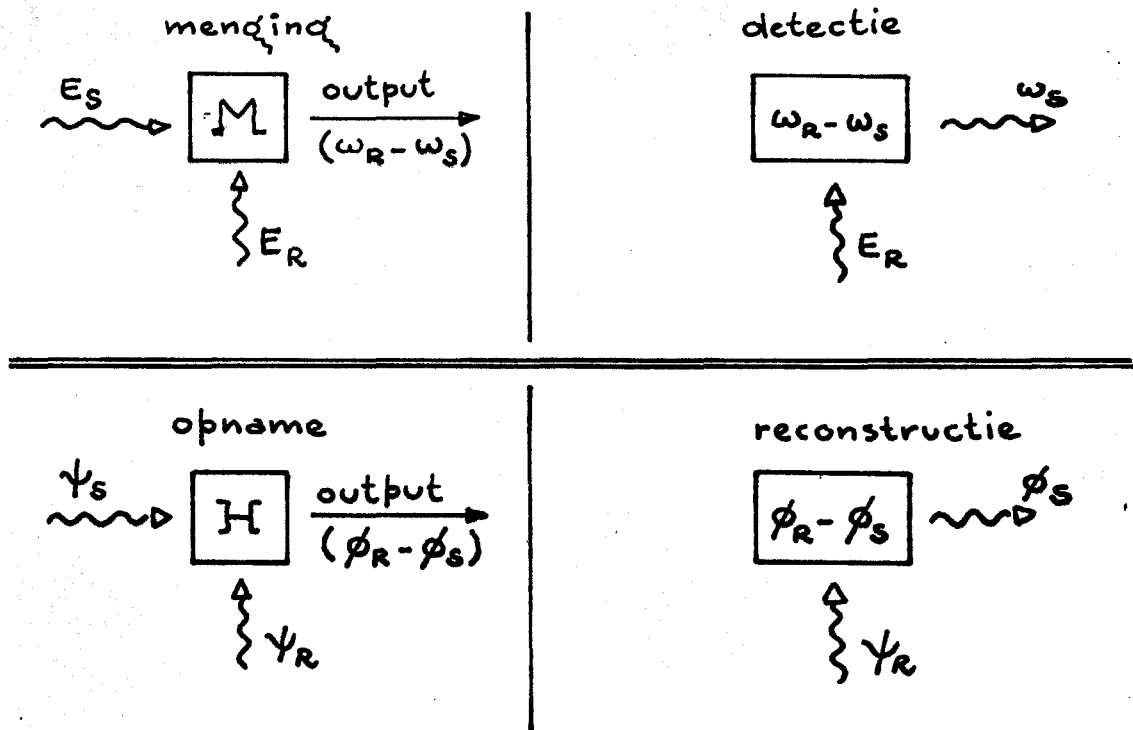


fig. 10

Als we een geschikte detector hebben voor $(\omega_R - \omega_S)$ en ω_R is bekend, dan is ω_S op deze wijze te bepalen. De output van de menging is een temporele frequentie terwijl de output bij holografie i.c. het hologram een "spatiele frequentie" is.

't Spatiele frequentie spectrum van een hologram is een analogon van 't spectrum van een amplitude-gemoduleerde golf (zie fig. 11).

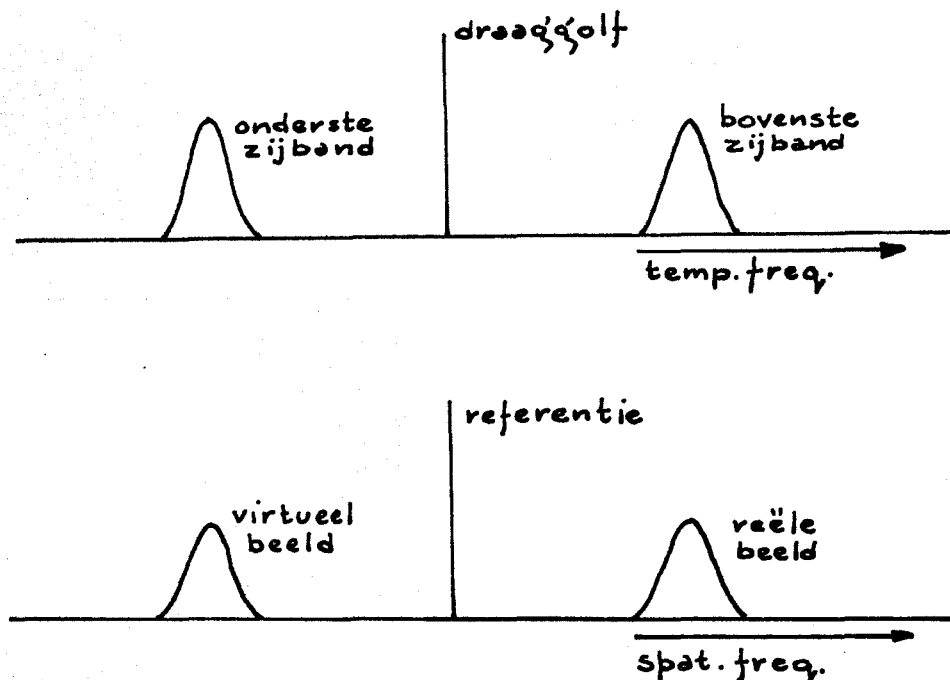


fig. 11

5) 't Gereconstrueerde golffront bevat 3 termen nl. 'n constante term en twee termen die elkaars complex geconjugeerde zijn. De term $A_R A_S \exp - i (\phi_R - \phi_S)$ representeert een golffront dat divergeert van uit punt S' , dat dezelfde coördinaten heeft als 't oorspronkelijke punt S en de term $A_R A_S \exp + i (\phi_R - \phi_S)$ representeert een golffront dat convergeert naar punt S'' dat 't spiegelbeeld is van S' t.o.v. 't vlak (x,y) .

S' is 't virtuele beeld dat te zien is als men door 't hologram kijkt en S'' is 't reële beeld dat men kan zien als men een scherm plaatst in S'' . (zie fig. 7)

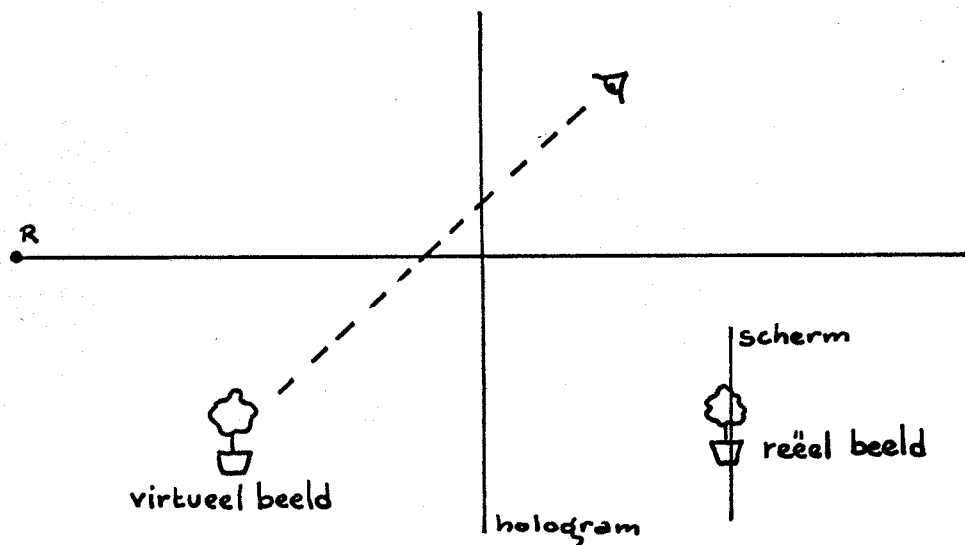


fig. 12.

6) Wanneer we bij de opname in plaats van een punt bron S een ruimtelijk voorwerp σ nemen, dan wordt in principe elk punt van σ gereconstrueerd op zijn oorspronkelijke coördinaten en we verkrijgen dus echte ruimtelijke beelden van σ' en σ'' . 't Beeld σ' is drie dimensionaal te zien als we door 't hologram kijken. 't Beeld σ'' is met een scherm niet 3 dimensionaal te zien omdat 't scherm een soort doorsnede door 't beeld maakt. (zie fig. 12)

Hoofdstuk II

BUIGINGSTHEORIE EN HOLOGRAFIE

Inleiding

In 't model van Gabor hebben we beschouwd de amplitudeverdeling afkomstig van een bron R en een verstrooiend punt S.

We kunnen holografie ook bekijken in 't licht van de buigings- theorie, waarbij de amplitudeverdeling afkomstig is van een bron R en een verstrooiend oppervlak σ . Daartoe zullen we eerst enkele paragrafen weiden aan 't benodigde gereed- schap, daarna zullen we enkele holografische opstellingen doorrekenen.

§A. Integraaltheorema van Kirchhoff (d)

Beschouw een monochromatische golf :

$$\psi(x,y,z,t) = U(x,y,z) \exp - i\omega t \quad (35)$$

In vacuum voldoet $U(x,y,z)$ aan de Helmholtz vergelijking :

$$(\Delta + k^2) U = 0 \quad \text{met } k = \frac{\omega}{c} \quad (36)$$

Voor een volume V, ingesloten door een oppervlak σ , geldt 't theorema van Green :

$$\iiint_V (U_1 \Delta U_2 - U_2 \Delta U_1) dV = - \iint_{\sigma} (U_1 \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial n}) d\sigma \quad (37)$$

waarbij de normaal n naar binnen is gericht.

Als U_1 en U_2 tweemaal continu partieel differentieerbaar zijn in en op V en als ze beide voldoen aan (36) dan wordt

(37) :

$$\iint_{\sigma} \left(U_1 \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial n} \right) d\sigma = 0 \quad (38)$$

Stel nu $U_1 = U(x,y,z)$

en $U_2 = \frac{1}{s} \exp iks$

met s = afstand van een punt P in V tot (x,y,z)

P is een singulier punt van U_2 ; als we P isoleren, dan leidt (18) tot :

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\exp iks}{s} \right) - \frac{\exp iks}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] d\sigma \quad (39)$$

Dit is het integraaltheorema van Kirchhoff.

Als $k \rightarrow 0$ dan wordt $\Delta U = 0$ en :

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{s} \right) - \frac{1}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] d\sigma \quad (40)$$

§B. Buigingsformule van Fresnel-Kirchhoff (d)

In fig.13 is weergegeven een stralende monochromatische bron P_0 voor een opening die een zekere amplitude transmissie verdeling $T(x,y)$ heeft. Achter de opening kiezen we een punt P en bepalen daar $U(P)$.

Hier geldt formule (39) waarbij $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ met

σ_1 = opening met transparantie $T(x,y)$

σ_2 = niet-transparant scherm

σ_3 = bol met straal R om middelpunt P .

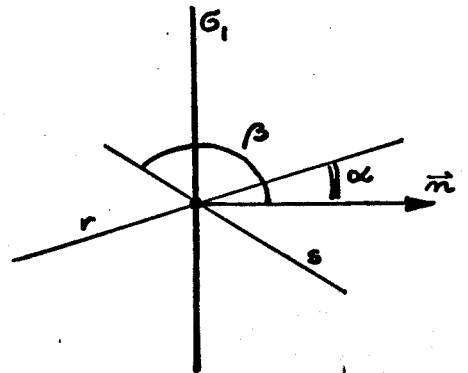
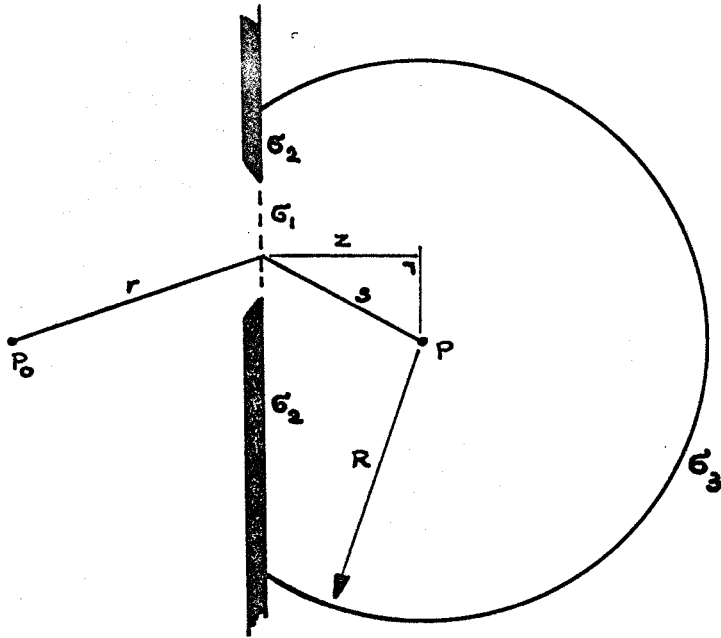


fig. 13.

De Kirchhoffse randvoorwaarden zijn :

- 1) geen bijdragen tot de integraal van de oppervlakken σ_2 en σ_3 (R oneindig groot).
- 2) op σ_1 geldt :

$$U = A \frac{\exp ikr}{r} \tag{41}$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = A \frac{\exp ikr}{r} \left(ik - \frac{1}{r} \right) \cos \alpha \tag{42}$$

Formule (39) wordt hiermede :

$$U(P) = - \frac{iA}{2\lambda} \iint_{\sigma_1} \frac{\exp ikr(r+s)}{rs} (\cos \alpha - \cos \beta) d\sigma \tag{43}$$

Dit is de Fresnel-Kirchhoff buigingsformule, hierbij is verondersteld dat $T(x,y) = A = \text{constant}$ over de opening.

Wanneer we σ_1 niet belichten met een puntbron P_0 maar met een loodrecht opvallende vlakke monochromatische golf en

als we s rekenen vanaf de opening en de loodrechte afstand van de opening tot P gelijk stellen aan z dan wordt (44) :

$$U(P) = \frac{i}{\lambda z} \iint_{\sigma_1} T(x,y) \exp - iks \, dx dy \quad (45)$$

We kunnen een (ξ, η) vlak door P evenwijdig aan 't (x,y) vlak aanbrengen; s wordt dan :

$$s = \sqrt{z^2 + (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2} \quad (46)$$

Combinatie van (45) en (46) levert :

$$U(\xi, \eta) = \frac{i}{\lambda z} \iint_{\sigma_1} T(x,y) \exp - ik \sqrt{z^2 + (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2} \, dx dy \quad (47)$$

§C. Fouriertransformatie en Convolutie (integraal)

Van een functie $f(x)$, waarvan x is een reële variabele en de integraal $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| \, dx$ bestaat, is de fouriergetransformeerde $F(u)$ als volgt gedefinieerd :

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp + 2\pi i u x \, dx \quad (48)$$

De inverse fouriertransformeerde $F(-u)$ luidt :

$$F(-u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp - 2\pi i u x \, dx \quad (49)$$

Analoog voor twee dimensies :

$$F(u,v) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \exp + 2\pi i (ux + vy) \, dx \, dy \quad (50)$$

$$\text{en } F(-u, -v) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \exp - 2\pi i (ux + vy) \, dx \, dy \quad (51)$$

Voor twee functies $f_1(x)$ en $f_2(x)$ is de convolutie (integraal) als volgt gedefinieerd :

$$f(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2(\xi-x) dx \quad (52)$$

Dit wordt kortweg geschreven met 't convolutieteken * :

$$f(\xi) = f_1(\xi) * f_2(\xi) \quad (53)$$

Analoog voor twee dimensies :

$$f(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f_1(x, y) f_2(\xi-x, \eta-y) dx dy \quad (54)$$

$$\text{en } f(\xi, \eta) = f_1(\xi, \eta) * f_2(\xi, \eta) \quad (55)$$

De fourier-getransformeerde van de convolutie integraal is gelijk aan 't product van de fourier-getransformeerden van de twee functies en omgekeerd; symbolisch :

$$f_1 * f_2 \longleftrightarrow F_1 \times F_2 \quad (56)$$

§D Holografische systemen

Wij zullen een grove indeling maken in de veelheid van holografische systemen. We maken onderscheid tussen transmissie- en reflectie opnamen en zullen in de volgende paragrafen van elk een representant doorrekenen.

Bij transmissieholografie is 't object transparant en gaat de referentiebundel door 't object naar de fotografische plaat. Hierbij kan de referentiebundel sferisch (b) (fig.14) of vlak (e) (fig.15) zijn. Ook kan hierbij nog een extra referentiebundel toegevoegd worden (f,e) (fig.16).

Voor opaque objecten wordt reflectie holografie toegepast. 't Object wordt hierbij opvallend belicht en 't gereflecteerde licht en een aparte referentiebundel gaan samen naar de fotografische plaat (g); fig. 12 en 17 is hiervan een voorbeeld. Hierbij zijn vele opstellingen te verzinnen m.b.v. spiegels en bundelsplitters(fig. 18 en 19). Een apart voorbeeld is hiervan de toepassing van een referentiepunt in de nabijheid van 't object (h) (fig.20).

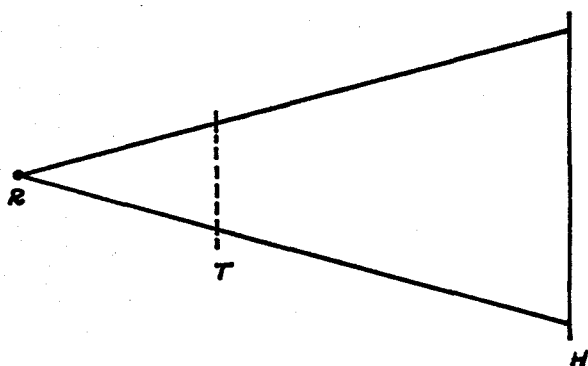


fig. 14

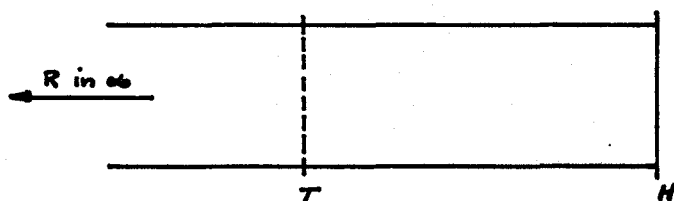


fig. 15

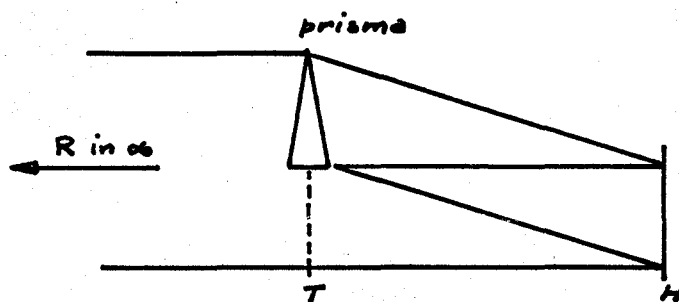


fig. 16

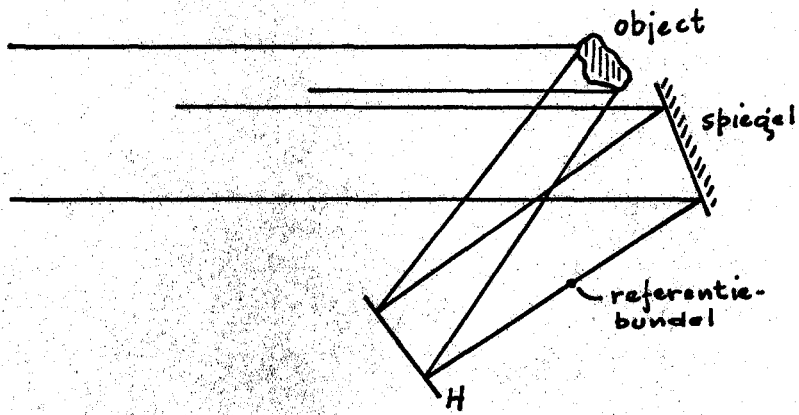


fig. 17

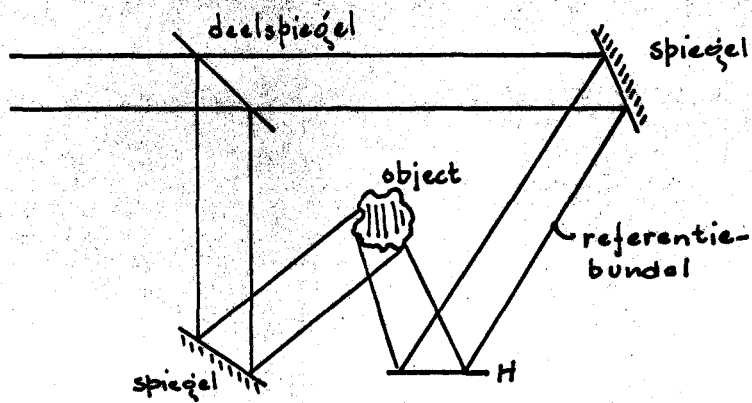


fig. 18

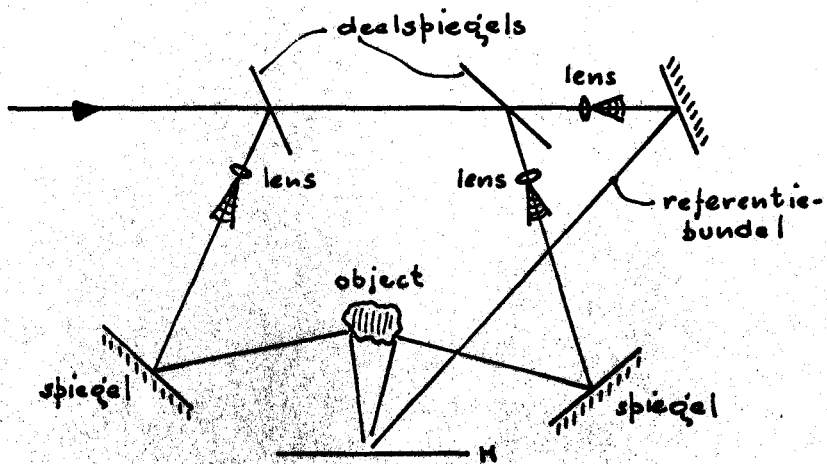


fig. 19

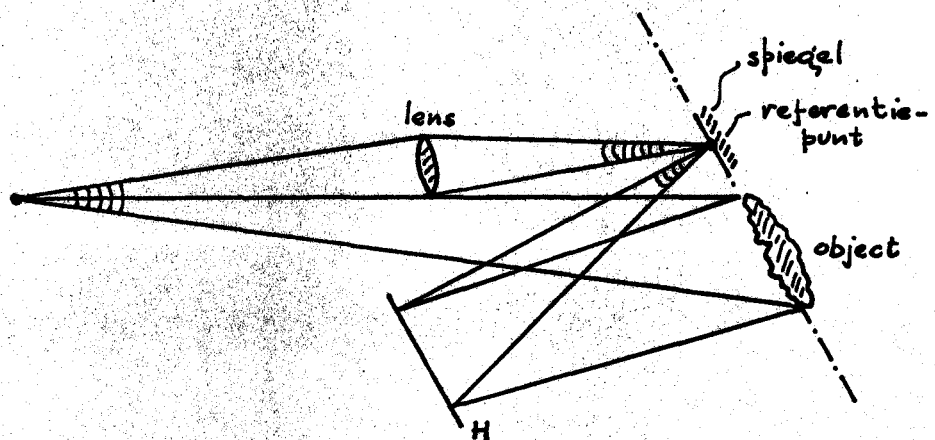


fig. 20

§E Transmissieholografie met vlakke referent (e)

Bij de opname van 't hologram, volgens fig.15 en 21, valt een vlakke golf door een transparant object $T(\xi, \eta)$ op de fotografische plaat in 't (x, y) vlak.

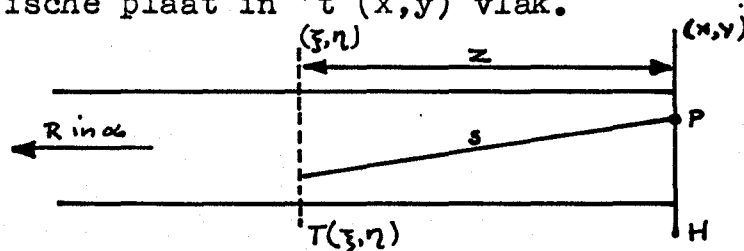


fig. 21

Toepassing van formule (45) levert :

$$\psi(x, y) = \frac{1}{\lambda z} \iint T(\xi, \eta) \exp - iks \, d\xi d\eta \quad (57)$$

Als z groot is t.o.v. x, y, ξ, η dan is s te benaderen :

$$s = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$$

$$\sim z + \frac{(x - \xi)^2}{2z} + \frac{(y - \eta)^2}{2z} \quad (58)$$

Combinatie van (57) en (58) levert :

$$\psi(x, y) = \frac{1}{\lambda z} \exp - ikz \iint T(\xi, \eta) \exp - \frac{i\pi}{\lambda z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] d\xi d\eta \quad (59)$$

$$\text{Stel } f(x, y) = \frac{1}{\lambda z} \exp - \frac{i\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2) \quad (60)$$

Dan wordt (59) met behulp van (54) en (55) :

$$\psi(x, y) = T(x, y) * f(x, y) \quad (61)$$

Hierbij kunnen we optellen een uniform vlak golffront T_0 , dat dat deel van de vlakke golf voorstelt, dat niet door 't object wordt verstoort; dus :

$$\psi(x, y) = T_0 + T(x, y) * f(x, y) \quad (62)$$

$$\psi^*(x, y) = [T_0 + T(x, y) * f(x, y)]^* \quad (63)$$

Analoog aan de afleiding in hoofdstuk I komt hier voor de amplitude transmissiefactorverdeling van 't hologram $T_H(x,y)$ als we $\Gamma = 2$ stellen en afzien van constante factoren :

$$T_H(x,y) = \psi(x,y) \psi^*(x,y) \\ = |T_0|^2 + |T^*f|^2 + T_0 (T^*f)^* + T_0^* (T^*f) \quad (64)$$

Plaatsen we nu 't hologram weer in de vlakke bundel in 't (ξ,η) vlak, waar oorspronkelijk 't object stond dan wordt de gereconstrueerde golf in 't (x,y) vlak (analoog aan (61)):

$$\psi_H(x,y) = T_H(x,y) * f(x,y) \\ = [|T_0|^2 + |T^*f|^2] * f + \quad (1e \text{ term}) \\ + T_0 [T^* * (f^* * f)] + \quad (2e \text{ term}) \\ + T_0^* [T^* (f^* * f)] \quad (3e \text{ term}) \quad (65)$$

Uitwerken van de 2e term leidt tot $T_0 T^*$, dit is 't reële beeld ter plaatse 't (x,y) vlak; de 3e term wordt $T_0^* T$ en representeert 't virtuele beeld zoals aangegeven is in fig. 22.

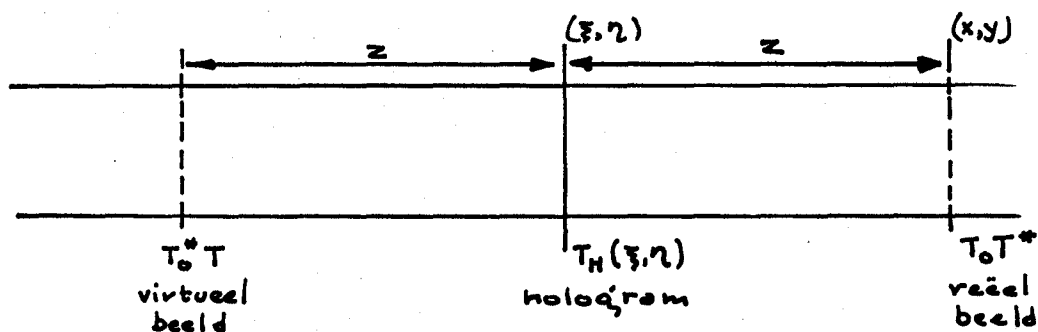


fig. 22

De eerste term correspondeert met een parasitaire achtergrond. Deze methode wordt ook wel Fresnel transformatie holografie genoemd (1).

§F. Reflectieholografie met referentiepunt (j)

We zullen dit systeem (fig.20) ééndimensionaal bekijken aan de hand van fig.23.

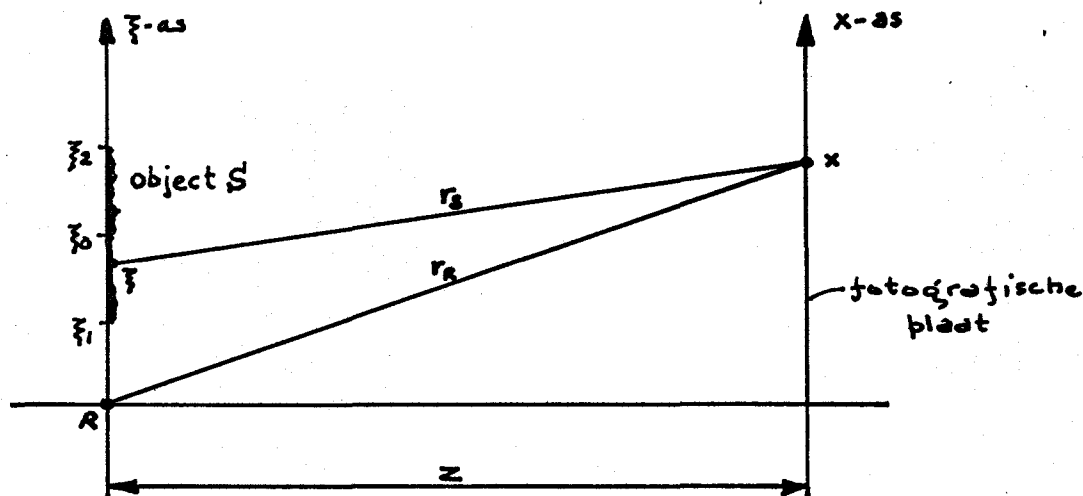


fig.23

Puntbron R en object S liggen op de ξ -as die evenwijdig is aan de x -as van de fotografische plaat.

We voeren de volgende benaderingen in :

$$r_R = \sqrt{z^2 + x^2} \approx z + \frac{x^2}{2z} \quad (66)$$

$$r_S = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2} \approx z + \frac{(x - \xi)^2}{2z} \quad (67)$$

Dan kunnen we schrijven :

$$\psi_R(x) = A'_R \exp ikr_R = A_R \exp \frac{ik}{2z} x^2 \quad (68)$$

$$\psi_S(x) = T'(\xi) \exp ikr_S = T(\xi) \exp \frac{ik}{2z} (x - \xi)^2 \quad (69)$$

$\psi_S(x)$ ten gevolge van 't gehele object wordt dan :

$$\psi_S(x) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} T(\xi) \exp \frac{ik}{2z} (x - \xi)^2 d\xi \quad (70)$$

Als de afmetingen van 't object klein zijn t.o.v. de fotografische plaat dan $(x-\xi)^2 \approx x^2 - 2 x \xi$ (71)

Hiermee wordt (70) als we $\frac{k}{z} = \kappa$ stellen :

$$\psi_S(x) = \exp \frac{ik}{2z} x^2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} T(\xi) \exp -i \kappa x \xi d\xi \quad (72)$$

Met $\Gamma = 2$ en weglating van constante factoren wordt de amplitudetransmissiefactorverdeling van 't hologram :

$$\begin{aligned} T_H(x) &= [\psi_R(x) + \psi_S(x)] [\psi_R(x) + \psi_S(x)]^* \\ &= I_R(x) + I_S(x) + A_R \int_{\xi_1}^{\xi_2} T(\xi) \exp -i \kappa x \xi d\xi + \\ &\quad + A_R \int_{\xi_1}^{\xi_2} T(\xi) \exp +i \kappa x \xi d\xi \quad (73) \end{aligned}$$

We zien hier 4 termen waarvan de eerste twee praktisch constant zijn; de laatste twee zijn de fouriergetransformeerden van resp. $T(\xi)$ en $T^*(\xi)$. De reconstructie van de beelden $T(\xi)$ en $T^*(\xi)$ is eenvoudig te verkrijgen door de fouriergetransformeerde van $T_H(x)$ te nemen, bijvoorbeeld door 't hologram in een vlakke bundel te plaatsen en daarachter een lens te zetten (fig.24).

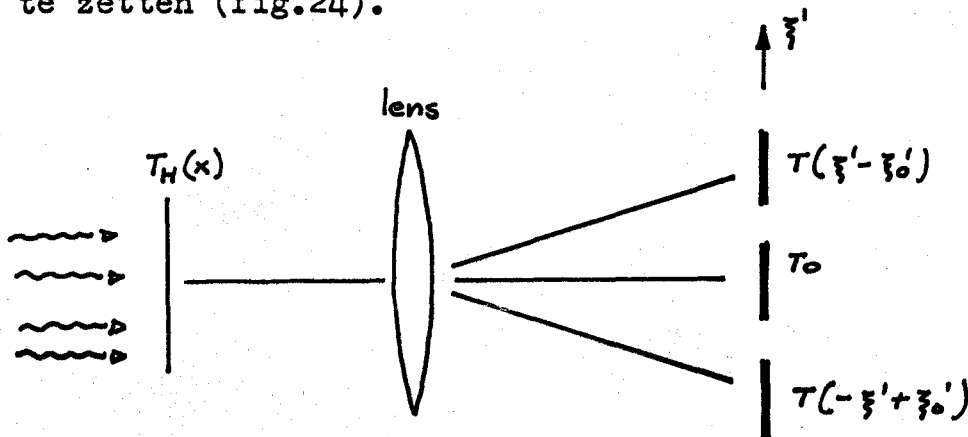


fig. 24.

De beelden verschijnen dan in 't brandvlak van de lens. Deze methode wordt ookwel Fouriertransformatie holografie genoemd.

Hoofdstuk III

TOEPASSINGEN VAN DE HOLOGRAFIE

In 't kort zullen we hier enige terreinen de revue laten passeren, waarin de holografie wordt of misschien kan worden toegepast.

A. Microscopie

Wanneer de opname van 't hologram geschiedt met golflengte λ_1 en 't beeld geconstrueerd wordt met golflengte λ_2 dan is de verkregen vergroting $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$. Als we intense coherente electronen- of röntgenbundels zouden hebben om opnamen te maken dan zouden we bij de reconstructie met laserlicht enorme vergrotingen kunnen krijgen (b).

Een andere vergrotings mogelijkheid is 't verschil in curvatuur tussen object- en referentiebundel ter plaatse de fotografische plaat (k).

Ook is 't nog mogelijk om een hologram te combineren met een microscoop (l).

B. Spatiele filtering

Bij 't seismisch bodemonderzoek kunnen hologrammen worden toegepast om bekende doch ongewenste spatiele frequenties in de seismogrammen uit te filteren.

C. Trillingsonderzoek

Wanneer in een object (b.v. membraan, transducer) staande golven zijn opgewekt, dan kan men hiervan een hologram maken. De knooplijnen zijn dan duidelijk te zien in 't hologram, de buiken vertonen "hoogtelijnen" (m); dit geeft informatie over 't trillingspatroon.

D. Stromingsonderzoek

Met holografie is in principe onderzoek te doen aan driedimensionale stromingen. Zeer korte belichtingstijden (giant-pulse-lasers) zijn dan vereist (n).

E. Calibratie

Als we een hologram hebben van een object en we plaatsen dit object precies in 't virtuele beeld dan kunnen we 't object een vervorming of verplaatsing laten ondergaan; dit is dan onmiddellijk te zien. Op deze wijze kan men 't hologram ook eventueel toepassen als 3D kaliber in een productie, analoog aan de wijze waarop b.v. tandwielen worden gecontroleerd.

F. Tralies

Met een vlakke laserbundel kan men op eenvoudige wijze een tralie maken.

G. Kleurenholografie

Om beelden in kleuren te verkrijgen kan men 2 wegen bewandelen. De eerste weg is analoog aan wat we tot nu toe behandelden. In plaats van één coherente lichtbron (i.c. laser) nemen we nu een "witte" laser (d.i. òf: één laser die de 3 hoofdkleuren uitzendt, òf : 3 lasers met elk een van de hoofdkleuren) bij opname en reconstructie. De andere weg is om m.b.v. een witte laser een hologram op te nemen op een zgn. Lippmanplaat; dan kan de reconstructie eenvoudig geschieden met zonlicht of een gewone gloeilamp (o).

H. Losse opmerkingen

1. Men kan hologrammen bleken en aldus fasehologrammen verkrijgen, de beelden worden dan helderder (p).
2. Ook kan aluminium opdampen op de emulsiekant van 't hologram, 't gerconstrueerde beeld wordt dan verkregen door reflectie (q).
3. Met fouriertransformatie hologrammen is een groter oplossend vermogen te verkrijgen dan met fresneltransformatie holografie (r).
4. Op een hologram kan men meerdere scenes vastleggen, dit opent vooruitzichten met betrekking tot bewegende objecten (s). In (s) wordt ook gefilosofeerd over 3D televisie.
5. Groothoekholografie, 180° (t) en 360° (u), behoort ook tot de mogelijkheden, men kan 't beeld dan van alle zijden bekijken.
6. Synthetische, door een computer gemaakte hologrammen, kunnen 3D beelden geven van voorwerpen die er niet geweest zijn.

Hoofdstuk IV

EXPERIMENTELE ERVARINGEN

Als coherente lichtbron hebben we bij al onze experimenten gebruikt een He-Ne laser ($\lambda=6328 \text{ \AA}$, dit is een overgang van 3S naar 2P in het Neon) van 't merk : Philips. Deze laser heeft een hemisferische trilholte zonder Brewstervensters, 't vermogen is enkele milliwatts.

Als fotografisch materiaal werd gebruikt :

- a. Ilford ordinary plate N30
- b. Kodak spectroscopic plate 649F; 2000-10000 l/mm
- c. Agfa Agepan rolfilm S120 ; 200 l/mm.

Met Ilford platen is een eenvoudig Gaborexperiment gedaan; zie fig. 25.

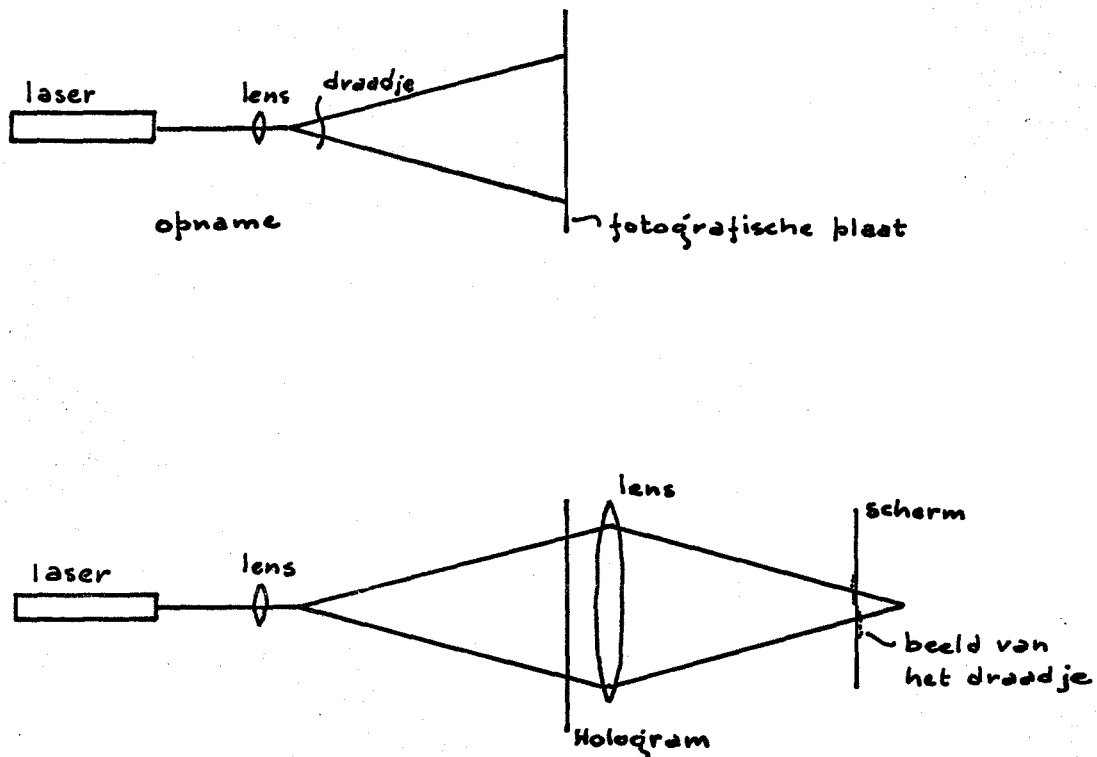
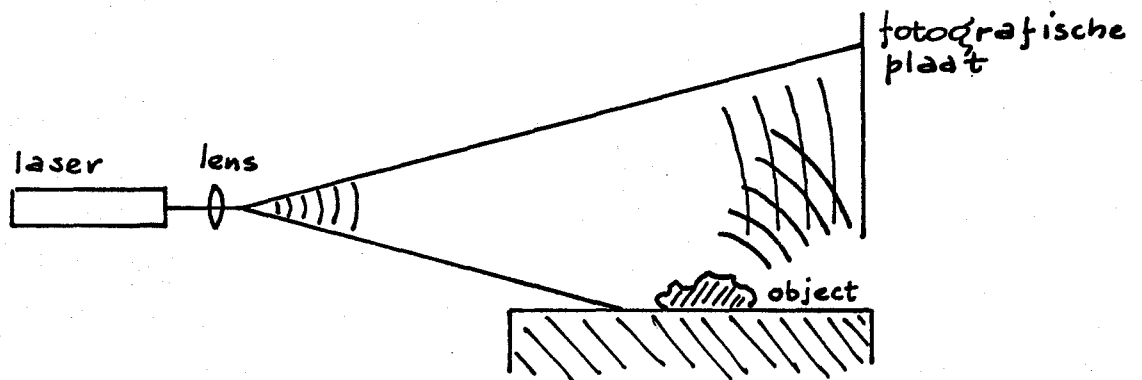


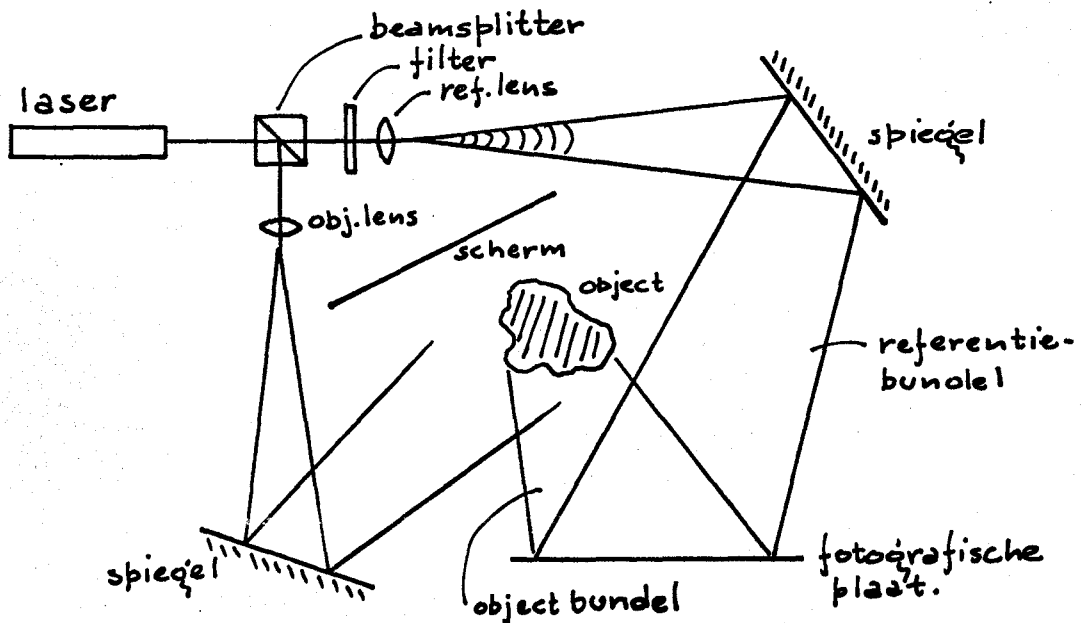
fig. 25

De helderheid van 't beeld was slechts een weinig groter dan die van de omringende nulde orde bundel.

Op Kodak 649F platen, die een groot scheidend vermogen (tot 10.000 lijnen per mm) en een groot contrast (γ tot ongeveer 6) paren aan een grote traagheid, zijn daarna tal van proeven gedaan om een 3D beeld te creëren met de reflectie methode. Voor de opnames zijn twee soorten opstellingen die we voor 't gemak even single-beam en dual-beam zullen noemen; toegepast zie fig. 26.



single-beam.



dual-beam

fig. 26

In de single-beam opstelling hebben we goed gelukke hologrammen gemaakt zowel op kodak 649F platen als ook op Agapan rolfilms. Een nadeel van deze methode is dat men last heeft van 't tegenlicht van de laser bij de reconstructie. Bij de dual-beam opstelling is 't ons nog niet gelukt om de beelden op hun oorspronkelijke coördinaten te reconstrueren. Er zijn wel beelden te zien, doch ze zitten meervoudig in een kring om de reconstructiebron. Dit was ook 't geval, wanneer we de ref.lens 2x sterker maakten dan de obj. lens, 't beeld was dan 2 x zo groot, doch was verschoven.

't Grote probleem bij ons werk was, dat er zo weinig aan te meten viel. De hoofdvariabelen zijn :

de intensiteit van de referentiebundel

de intensiteit van de objectbundel

de belichtingstijd

de ontwikkeltijd

Triviale variabelen zitten waarschijnlijk nog in de handling bij de natte chemie, die 't hologram moet ondergaan (zwellen en krimpen van de emulsie). Een goed hologram vertoont een duidelijk relief (men ziet dan een spectrum als men het tegen 't zonlicht houdt). De ontwikkeltijd van Kodak 649F platen in Kodak D19 ontwikkelaar dient 3 minuten te zijn om een $\gamma = 2$ te verkrijgen. De intensiteiten van object- en referentiebundel moeten van dezelfde grootte orde zijn.

't Optimaliseren van al deze variabelen is een kwestie van ervaring.

Bij kleuren- en multiscene holografie, waarbij de dikte van de emulsie een essentiële rol speelt, zijn specialisten in 't fotografisch proces onontbeerlijk.

- (a) - D.GABOR
Nature 161, 777 (1948)
- (b) -D. GABOR
Proc. Roy. Soc. (London) A197, 454 (1949)
- M.BORN, E.WOLF
Principles of optics (Perg. Press 1964) p. 453
- (c) -A.C.S. VAN HEEL
Inl. in de Optica (Nijhoff 1964) p. 64.
- (d) - M.BORN, E.WOLF
Principles of optics (Perg. Press 1964) p.375 en p.379.
- (e) - H.PAQUES, P. SIMIGIELSKI
Optica Acta, Vol.12, No 4, okt.1965 p. 360.
- (f) -E.N. LEITH, J.UPATNIEKS
J. Opt. Soc. Am. Vol 53, No 12, dec. 1963 p. 1377.
- (g) -E.N.LEITH, J.UPATNIEKS
J.Opt. Soc. Am. Vol 54 No 11, nov. 1964 p. 1295.
- (h) -G.W.STROKE, D.BRUMM, A.FUNKHOUSER
J. Opt. Soc. Am. Vol. 55, okt.1965, p. 1327.
- (i) -J.T.WINTHROP, C.R.WORTHINGTON
J. Opt. Soc. Am. Vol. 56, No 5, may 1966, p. 588
-R.F. VAN LIGTEN
J. Opt. Soc. Am. Vol. 56, No 1, jan 1966, p 1
-H.OSTERBERG
J. Opt. Soc. Am. Vol. 55, No 11, nov. 1965, p. 1467.
-J.B.DEVELIS, G.B.PARRENT, B,J.THOMPSON
J. Opt. Soc. Am. Vol. 56, No 5, apr. 1966 p.423.

Intr. Coherent Optics and Holography (Ac. Press 1966) p.121.

(k) - E.LEITH, J.UPATNIEKS

J. Opt. Soc. Am. Vol. 55 No 5, May 1965, p. 569.

- E.LEITH, J.UPATNIEKS, K.A.HAINES

J.Opt. Soc. Am. Vol. 55, No 8, Aug. 1965, p.981.

(l) -R.F. VAN LIGTEN, H.OSTERBERG

Nature, Vol. 211, No. 5046, july 16, 1966, p.282.

(m) - R.L.POWEL, K.A.STETSON

J. Opt. Soc. Am. Vol. 55 No 12, dec. 1965, p.1593.

- K.A.STETSON, R.C.POWEL

J. Opt. Soc. Am. Vol. 55, No 12, dec. 1965, p. 1694.

- E.N. LEITH

Electronics, july 25, 1966, p. 88.

(n) - L.O.HEFLINGER, R.F.WUERKER,R.E.BROOKS

J. Appl. Phys. Vol. 37, No 2, feb.1966, p.642.

(o) - YU.N. DENISYNK

Sov. Phys. Doklady Vol. 7, No 6, dec.1962, p. 543.

- G.W. STROKE

Time Atlantic Edition March 18, 1966, p.58.

- K.S. PENNINGTON

Microwaves, okt. 1965, p.35.

- J. BLUM

Electronics, Apr. 18, 1966, p. 139.

- R.J. COLLIER

I.E.E.E. Spectrum, july 1966, p.67.

(p) - W.T. CATHEY

J. Opt. Soc. Am. Vol. 55, april 1965, p.457

- K.S. PENNINGTON

Microwaves, okt. 1965, p.35.

(q) - A.K. RIGLER

J. Opt. Soc. Am. Vol. 55, No 12, dec. 1965, p.1693.

(r) - G.W.STROKE

Intr. Coh. Opt. and Holography (A.C. Press 1966) p. 124.

(s) - E.N. LEITH

Electronics, july 25, 1966, p.88.

(t) - E.P. SUPERTZI, A.K. RIGLER

J. Opt. Soc. Am. Vol. 56, No 4, apr. 1966, p. 524.

(u) - J. BLUM

Electronics, April 18, 1966, p. 139.